கணக்கு

வகுப்பு ஏழு

இந்திய அரசியலமைப்புச் சட்டம்

பகுதி 4A

குடிமகனின் அடிப்படைக் கடமைகள்

பிரிவு 51A

அடிப்படைக் கடமைகள் - ஒவ்வொரு இந்தியக் குடிமகனுக்கும் உரிய கடமைகள் பின்வருமாறு-

a) அரசியலமைப்புக்குக் கீழ்ப்படிந்து அதன் நோக்கங்களையும், ஸ்தாபனங்களையும் மதிப்பதுடன் தேசியக் கொடியையும் தேசிய கீதத்தையும் மதித்து நடத்தல்;

b) நமது சுதந்திரப் போராட்டத்திற்குத் தூண்டுகோலாக அமைந்த உன்னதமான நோக்கங்களைப் பேணிக்காத்து பின்பற்றி நடத்தல்;

c) இந்தியாவின் இறையாண்மையையும் ஒற்றுமையையும், ஒருமைப்பாட்டையும் பேணிக்காத்தல்;

d) நாட்டைக் காப்பதுடன், தேவையானபோது நாட்டு நலப்பணிகளையும் செய்தல்;

e) சமய, மொழி, வட்டார, பிரிவினை வேறுபாடுகளை எல்லாம் கடந்து இந்திய மக்கள் அனைவரிடையேயும் சகோதர உணர்வையும் நல்லிணக்கத்தையும் வளர்த்தல்; பெண்களின் கண்ணியத்தைக் குறைக்கின்ற செயல்களை விட்டொழித்தல்;

f) பல்வேறு கூறுகளுடைய நமது பண்பாட்டின் வளமான பாரம்பரியத்தை மதித்துப் போற்றிக் காத்தல்;

g) காடுகள், ஏரிகள், ஆறுகள், வனவிலங்குகள் உள்ளிட்ட இயற்கைச் சூழலை மேம்படுத்திப் பாதுகாத்தல், உயிரினங்களிடையே பரிவுடன் இருத்தல்;

h) அறிவியல் மனப்பாங்கு, மனிதாபிமானம், ஆராய்ச்சி உணர்வு, சீர்திருத்த மனப்பான்மை ஆகியவற்றை வளர்த்தல்;

i) பொதுச் சொத்தைப் பாதுகாத்தல்; வன்முறையை விட்டொழித்தல்;

j) தொடர்ச்சியாக நம் நாடு தன்னுடைய முயற்சியில் பல முன்னேற்றங்களைக் காணவும் சாதனைகளைப் படைக்கவும் தனிமனித மற்றும் கூட்டு முயற்சிகள் அனைத்திலும் திறமையை வளர்க்கப் பாடுபடுதல்;

k) 6 முதல் 14 - வயதிற்கு உட்பட்ட குழந்தைகளுக்கு கல்வி கற்பதற்கான வாய்ப்புகளை பெற்றோர்களும், காப்பாளர்களும் வழங்கவேண்டும்.

அரசு தீர்மானம் எண்: கல்வி-2116/(ப்ர.எண்.43/16) SD-4 நாள் 25.04.2016 இன்படி நிறுவப்பட்ட ஒருங்கிணைப்புக் குழுவின் 29.04.2022 ஆம் நாள் நடைபெற்ற கூட்டத்தில் இப்பாடநூலை 2022-23 கல்வி ஆண்டில் இருந்து நடைமுறைப் படுத்துவதற்கு ஒப்புதல் வழங்கப்பட்டுள்ளது.

கணக்கு

வகுப்பு ஏழு

மகாராஷ்டிர மாநிலப் பாடநூலாக்கம் மற்றும் பாடத்திட்ட ஆய்வுக் கழகம்,
புனே - 411004.

I2E7P7

உங்களது திறன்பேசியிலுள்ள DIKSHA APP மூலம் பாடநூலின் முன்பக்கத்திலுள்ள விரைவுக் குறியீடு (Q.R. Code) வழியாக மின்னணுப் பாடநூல் மற்றும் பாடப்பொருள் தொடர்பான கூடுதல் தகவல்களைத் தெரிந்து கொள்ளலாம்.

முதல் பதிப்பு: **2022**

© **மகாராஷ்டிர மாநிலப் பாடநூலாக்கம் மற்றும் பாடத்திட்ட ஆய்வுக் கழகம், புனே - 411 004.**

மகாராஷ்டிர மாநிலப் பாடநூலாக்கம் மற்றும் பாடத்திட்ட ஆய்வுக்கழகம் இப்பாடநூல் தொடர்பான அனைத்து உரிமைகளையும் தன்னகத்தே கொண்டுள்ளது. இந்நூலிலுள்ள எந்தப்பகுதியையும் மகாராஷ்டிர மாநிலப் பாடநூலாக்கம் மற்றும் பாடத்திட்ட ஆய்வுக்கழக இயக்குநரின் எழுத்துப்பூர்வ அனுமதியின்றி மறு உருவாக்கம் செய்தல் கூடாது.

கணக்கு பாடக்குழு

முனைவர். மங்களா நார்ளிகர் (தலைவர்)
முனைவர். ஜெயஸ்ரீ அத்ரே (உறுப்பினர்)
திருமிகு. ரமாகாந்த் சரோதே (உறுப்பினர்)
திருமிகு. தாதாசோ சரதே (உறுப்பினர்)
திருமிகு. சந்தீப் பஞ்ச்பாய் (உறுப்பினர்)
திருமதி. லதா டிலேக்கர் (உறுப்பினர்)
திருமதி. உஜ்ஜவலா கோட்போலே (உறுப்பினர் - செயலாளர்)

கணக்கு பாடம் - மாநில ஆய்வுக்குழு உறுப்பினர்

திருமதி. பூஜா ஜாதவ்
திருமிகு. கணேஷ் கோல்தே
திருமிகு. ராமா வன்யால்கர்
திருமதி. சுவர்ணா தேஷ்பாண்டே
திருமிகு. உமேஷ் ரேளே
திருமிகு. ஆண்ணாப்பா பரிட்
திருமிகு. ஸ்ரீபாத் தேஷ்பாண்டே
திருமிகு. ராஜேந்திர சௌத்தரி
திருமிகு. சந்தன் குல்கர்ணி
திருமதி. அனிதா ஜாவே
திருமதி. பாகேஸ்ரீ சௌகான்
திருமிகு. கல்யாண் கடேகர்
திருமிகு. சந்தேஷ் சோனாவனே
திருமிகு. சுஜித் ஷிந்தே
முனைவர். ஹனுமந்த் ஜக்தாப்
திருமிகு. பிரதாப் காஷித்
திருமிகு. காஷிராம் பாவிசானே
திருமிகு. பப்பு காடே
திருமிகு. அன்சார் ஷேக்
திருமிகு. பிரமோத் டோம்பரே
திருமிகு. பிரகாஷ் ஷெண்டே
திருமிகு. பன்சி ஹாவளே
திருமிகு. ஸ்ரீகாந்த் ரத்னபாரகி
திருமிகு. சூர்யகாந்த் ஷகாணே
திருமிகு. சுரேஷ் தாத்தே
திருமிகு. பிரகாஷ் காப்சே
திருமிகு. சலீம் ஹாஸ்மி
திருமதி. ஆர்யா பிடே
திருமிகு. மிலிந்த் பாகரே
திருமிகு. ஞானேஷ்வர் மாஷாள்கர்
திருமிகு. லக்ஷ்மண் தாவண்கர்
திருமிகு. சுதிர் பாட்டீல்
திருமிகு. ராஜாராம் பண்ட்கர்
திருமதி. ரோஹிணி ஷிர்கே
திருமிகு. சாகர் சகுடே
திருமிகு. பிரதீப் கோட்சே
திருமிகு. ரவீந்திர கந்தாரே

திருமதி. பிரஜக்தி கோகலே (அழைப்பாளர்)

வெளியிடுவோர்

விவேக் உத்தம் கோசாவி,
கட்டுப்பாட்டு அதிகாரி
பாடநூலாக்கக் கழகம்
பிரபாதேவி, மும்பை-25

முதன்மை ஒருங்கிணைப்பு:

உஜ்ஜவலா ஸ்ரீகாந்த் கோட்போலே
பொறுப்பு சிறப்பதிகாரி
கணக்கு,
பாடநூல் கழகம், புனே.

அட்டைப்படம்:
தனஸ்ரீ மோகாஷி, புனே.

கணினி வரைகலை:
சந்தீப் கோலி, மும்பை.

ஓவியர்:
தனஸ்ரீ மோகாஷி

மொழியாக்கம்:
திருமதி. ஜுவானிட்டா பி. நவமணி
திருமிகு. அமல் ராஜரீகம் L.D.
திருமிகு. அமல சேகரன்

ஆய்வு:
திருமிகு. புருஷோத்தமா சாகர்
திருமதி. கீதா கிறிஸ்டோபர்
திருமதி. ஜுலியட் ராஜன்

மொழியாக்க ஒருங்கிணைப்பு:
முனைவர். துளசி பாரத் பூஷன்,
சிறப்பு அதிகாரி, தெலுகு.
பாடநூல் கழகம், புனே.

தயாரிப்பு: **திருமிகு. சச்சின் மேத்தா**
முதன்மை தயாரிப்பு அதிகாரி
திருமிகு. சஞ்சய் காம்ப்ளே,
தயாரிப்பு அதிகாரி,

அச்சுக்கோர்ப்பு: குயின்டெக்ஸ், மும்பை.
காகிதம்: 70ஜி எஸ் எம் கிரீம்வோவ்
அச்சாணை: N/PB/2022-23/1,000
அச்சிட்டோர்: Sohail Enterprises,Thane

இந்திய அரசமைப்பு

முகப்புரை

இந்திய மக்களாகிய நாம், இந்திய நாட்டினை **இறையாண்மையும் சமநலச் சமுதாயமும் சமயச் சார்பின்மையும் மக்களாட்சி முறையும்** அமைந்ததொரு குடியரசாக நிறுவவும்,

அதன் குடிமக்கள் அனைவரும் சமுதாய, பொருளியல், அரசியல் **நீதி,** எண்ணம், அதன் வெளியீடு, கோட்பாடு, சமய நம்பிக்கை, வழிபாடு இவற்றில் **தன்னுரிமை,** சமுதாயப்படிநிலை, வாய்ப்புநலம் இவற்றில் **சமன்மை** ஆகியவற்றை எய்திடச் செய்யவும், அவர்கள் அனைவரிடையேயும் தனிமனிதனின் மாண்பு, நாட்டுமக்களின் ஒற்றுமை, ஒருமைப்பாடு இவற்றை உறுதிப்படுத்தும் **உடன்பிறப்புரிமையினை** வளர்க்கவும் உள்ளார்ந்த உறுதியுடையராய்,

நம்முடைய அரசமைப்புப் பேரவையில், 1949 நவம்பர் இருபத்தாறாம் நாளாகிய இன்று, **ஈங்கிதனால் இந்த அரசமைப்பினை ஏற்று, இயற்றி, நமக்கு நாமே வழங்கிக்கொள்கிறோம்.**

தேசிய கீதம்

ஜன கண மன அதிநாயக ஜய ஹே
பாரத பாக்ய விதாதா

பஞ்சாப ஸிந்து குஜராத மராட்டா
திராவிட உத்கல பங்கா

விந்திய ஹிமாசல யமுனா கங்கா
உச்சல ஜலதி தரங்கா

தவ சுப நாமே ஜாகே தவ சுப ஆசிஸ மாகே
காஹே தவ ஜய காதா

ஜன கண மங்கள தாயக ஜய ஹே
பாரத பாக்ய விதாதா

ஜய ஹே ஜய ஹே ஜய ஹே
ஜய ஜய ஜய ஜய ஹே!

உறுதிமொழி

இந்தியா எனது நாடு. இந்தியர் அனைவரும் எனது உடன் பிறந்தவர்கள். என் நாட்டை நான் பெரிதும் நேசிக்கிறேன்.

இந்நாட்டின் பழம்பெருமைக்காகவும் பன்முக மரபுச் சிறப்புக்காகவும் நான் பெருமிதம் அடைகிறேன். இந்நாட்டின் பெருமைக்குத் தகுந்து விளங்கிட என்றும் பாடுபடுவேன்.

என்னுடைய பெற்றோர், ஆசிரியர்கள், எனக்கு வயதில் மூத்தோர் அனைவரையும் மதிப்பேன்; எல்லாரிடமும் அன்பும் மரியாதையும் காட்டுவேன்.

என் நாட்டிற்கும் என் மக்களுக்கும் உழைத்திட முனைந்து நிற்பேன். அவர்கள் நலமும் வளமும் பெறுவதிலேதான் என்றும் மகிழ்ச்சி காண்பேன்.

முகவுரை

மாணவ நண்பர்களே,

உங்கள் அனைவரையும் ஏழாம் வகுப்பிற்கு வரவேற்கிறோம். நீங்கள் முதல் வகுப்பிலிருந்து ஆறாம் வகுப்பு வரை கணித நூலை கற்றுள்ளீர்கள். தமிழ் மாணவர்களின் தேவையைக் கருத்தில் கொண்டு பாடநூல் கழகமானது முதன்முறையாக தமிழ்வழி ஏழாம் வகுப்பு ‘கணக்கு’ பாடநூலை உருவாக்கியுள்ளது. அதேவேளை இதன் மூல (மராத்தி) கணக்குப் பாடநூல் 2017 ஆம் ஆண்டிலேயே உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. தமிழ்வழி ஏழாம் வகுப்பு கணக்குப் பாடநூலை உங்கள் கைகளில் தருவதில் நாங்கள் பெருமகிழ்ச்சி அடைகிறோம்.

நீங்கள் கணிதத்தை நன்கு புரிந்து கொள்ளவும் அதை ஆர்வத்துடன் அறியவும் புதியவற்றைக் கற்கும் இன்பம் மற்றும் புதிய கேள்விகளுக்கு விடைகாணல் ஆகியவற்றை அனுபவித்திடவும் நாங்கள் விரும்புகிறோம். இதற்காக பாடநூலில் சில செயல்பாடுகள் மற்றும் வடிவியல் அமைப்புகள் தரப்பட்டுள்ளன. அவற்றை அவசியம் செய்துபார்க்க. அவ்வாறு செய்வதால் சில வேடிக்கைகள், புதிய கணிதவியல் பண்புகள் கவனத்திற்கு வருகின்றனவா என்பதைக் காண்க. உங்களுக்கிடையேயான கலந்துரையாடல் புதிய கருத்துகளை நன்கு புரிந்து கொள்ள உதவுகிறது. படங்கள், வென்படங்கள், இணையதளம் ஆகியவற்றின் உதவியால் கணிதத்தை புரிந்து கொள்ளல் எளிதாகிறது. இக்கருத்துகளை முறையாகப் புரிந்து கொள்ளும் போது கணிதம் அடிப்படையில் கடினமாகாது. பாடநூலில் உள்ள ஒவ்வொரு பாடத்தையும் நீங்களே நன்கு கவனமாக வாசித்திட வேண்டும் என்பதே எமது எதிர்பார்ப்பாகும். ஏதேனும் பகுதிகள் புரியவில்லையெனில் ஆசிரியர், பெற்றோர் அல்லது பிற மாணவர்களின் உதவியால் அவற்றைப் புரிந்து கொள்க. கணக்கைத் தீர்க்கும் முறை, அதுபோன்றே அதன் வாய்பாடு ஏன் மற்றும் எவ்வாறு உருவாகின்றது என்பதன் விளக்கம் இந்நூலில் தரப்பட்டுள்ளது. இம்முறைகளைப் பயன்படுத்தி கணக்குகளைத் தீர்க்க பயிற்சி செய்க. இது மிக முக்கியமானதாகும். பயிற்சித் தொகுப்புகளில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள கணக்குகளைப் போன்று அதிகப்படியான கணக்குகளை நீங்களாகவே உருவாக்குக. அதிக சவாலான கணக்குகள் இந்நூலில் நட்சத்திர அடையாளமிட்டுத் தரப்பட்டுள்ளன. அதிகப்படியான தகவலுக்காக கட்டங்களில் தரப்பட்டுள்ள பகுதிகள் அடுத்துவரும் பயிற்சிகளுக்கு நிச்சயமாக உங்களுக்கு உதவும். முதலாம் வகுப்பிலிருந்து பயின்று வரும் கணிதம் உங்களுக்கு தொடர்ந்து வருங்காலத்திலும் பயனுள்ளதாய் அமையும். சான்றாக கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் ஆகியவற்றை உங்களால் மறந்திட முடியாது. சரிதானே! அவற்றை பயிற்சி செய்க. இவ்வனைத்து செயல்பாடுகளும் கணக்குகளைத் தீர்ப்பதில் பலநேரங்களில் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

ஏழாம் வகுப்பு கணிதத்தில் பல அடிப்படைக் கருத்துகள் உள்ளன. அவற்றை நன்கு புரிந்து கொண்டால் அடுத்த வகுப்பினுடைய பாடங்கள் எளிதாக இருக்கும். இந்நூல் கணிதத்தைப் புரிந்து கொள்வதற்கு உங்களுடைய நண்பனாக இருக்கிறதல்லவா? இதை நன்கு கவனிக்கவும்!

(விவேக் உத்தம் கோசாவி)
இயக்குநர்
மகாராஷ்டிர மாநிலப் பாடநூலாக்கம் மற்றும்
பாடத்திட்ட ஆய்வுக் கழகம், புனே.

புனே
நாள்: 7 **அக்டோபர்** 2021
இந்திய சூரிய ஆண்டு: 15 **அஷ்வின்** 1943

கணக்கு வகுப்பு ஏழு கற்றல் விளைவுகள்

கற்றலில் பரிந்துரைக்கப்படுமம் செயல்முறைகள்

கற்போருக்கு கற்றல் அனுபவத்திற்கான வாய்ப்பை தனியாகவோ/குழுவாகவோ/இணையாகவோ வழங்கி பின்வருவனவற்றை ஊக்கப்படுத்த வேண்டும்.

- எண்கோடு அல்லது எண் அமைப்பு முறையைப் பயன்படுத்தி முழுக்களின் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் சார்ந்த விதிகளைக் கண்டறியும் சூழல்களை அளித்தல்.

எடுத்துக்காட்டாக:

3 x 2 = 6
3 x 1 = 3
3 x 0 = 0
3 x (-1) = -3
3 x (-2) = -6

இங்கே எண் 1 குறைகிறது — இங்கு 3 குறைகிறது

எனவே 3 x (-3) = -9

அதாவது, மிகை முழுக்களைக் குறை முழுக்களால் பெருக்கும்போது கிடைப்பது குறைமுழுக்களே என்பதை அறிதல்.

எடுத்துக்காட்டாக:

(a) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$ என்பது $\frac{1}{2}$ இன் $\frac{1}{4}$ அதாவது $\frac{1}{8}$. மேலும்,

(b) $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$ என்பது $\frac{1}{2}$ இல் இரண்டு $\frac{1}{4}$ உள்ளன.

- பின்னங்கள் மற்றும் தசம எண்களின் பெருக்கல்/வகுத்தல் செயல்பாடுகளைப் படங்கள், காகித மடிப்பு செயல்பாடுகள் மூலம் வாழ்வியல் கணக்குகளை தீர்ப்பதற்கு பயன்படுத்துதல்.
- ஒரு மரத்திலிருந்து $10\frac{1}{2}$ மீட்டர் வலப்புறமாக நகருதல், $15\frac{2}{3}$ மீட்டர் இடப்புறமாக நகருதல் போன்ற எதிர் திசையில் பின்ன எண்களைப் பயன் -படுத்துவதற்கான சூழல்களைப் பற்றி விவாதித்தல்.
- ஓர் எண்ணின் தொடர் பெருக்கலை எவ்வாறு சுருங்கிய வடிவில் வெளிப்படுத்துவது என்பதைக் கலந்துரையாடல் மூலம் கண்டறிய, மாணவர்களைச் செயல்களில் ஈடுபடச் செய்தல்.
  எ.கா.: 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 என்பதை 2^6 என வெளிப்படுத்துதல்.
- வெவ்வேறு சூழல்களில் பல்வேறு செயல்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி இயற்கணிதக் கோவைகளை உருவாக்கத் தகுந்த மாறிகள் மற்றும் மாறிலிகளின் கூட்டமைவினைக் கண்டறிதல்.
- அன்றாட வாழ்வியல் சூழலிலிருந்து சமன்பாடுகளை அமைக்க இரண்டு பக்கங்களையும் சமன் செய்யக்கூடிய தகுந்த மாறியின் மதிப்புகளைத் தேர்ந்தெடுத்தல்.

கற்றல் விளைவுகள்

கற்போர்:

07.71.01 இரு முழுக்களின் பெருக்கல்/வகுத்தல்

07.71.02 பின்னங்களின் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தலின் பொருளுணர்தல்.
எடுத்துக்காட்டாக $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ ஐ $\frac{2}{3}$ இன் $\frac{4}{5}$ மடங்கு, மேலும் $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$ என்பதை எத்தனை $\frac{1}{4}$ சேர்ந்து $\frac{1}{2}$ ஐ உருவாக்கும் என்று பொருளுணர்தல்.

07.71.03 பின்னங்கள் மற்றும் தசம எண்களின் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தலை செய்வதற்கான விதிகளைப் பயன்படுத்துதல்.

07.71.04 அன்றாடச் சூழலில் விகிதமுறு எண்களின் பயன்பாடு சார்ந்த கணக்குகளுக்குத் தீர்வு காணுதல்.

07.71.05 மிகப்பெரிய எண்களின் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் சார்ந்த கணக்குகளுக்கு எண்களின் அடுக்குத்தொடர் விதியினைப் பயன்படுத்துதல்.

07.71.06 அன்றாட வாழ்வியல் சூழ்நிலைகளை எளிய சமன்பாடாக அமைத்துத் தீர்வு காணுதல்.

07.71.07 இயற்கணிதக் கோவைகளை கூட்டுதல் மற்றும் கழித்தல்.

07.71.08 விகிதசமம் மற்றும் விகித சமமற்ற அளவுகளை அடையாளம் காணுதல். எ.கா.: $\frac{15}{45}$ என்பதும் $\frac{40}{120}$ என்பதும் சமம் என்பது போல 15, 45, 40, 120 ஆகியன விகித சமத்தில் அமைந்துள்ளன என்று கூறுதல்.

07.71.09 சதவீதத்தைப் பின்னமாகவும் தசம எண்ணாகவும் மாற்றுதல் மற்றும் பின்னம், தசம எண்களைச் சதவீதமாக மாற்றுதல் சார்ந்த கணக்குகளுக்குத் தீர்வு காணுதல்.

07.71.10 பண்புகளின் அடிப்படையில் கோண சோடிகளை நேர்கோணம், மிகை நிரப்புக் கோணம், நிரப்புக்கோணம், அடுத்துள்ள கோணம் மற்றும் குத்தெதிர்க்கோணம் எனவகைப் படுத்துதல். ஒரு குறிப்பிட்ட கோணம் கொடுக்கப்பட்டால், மற்ற கோணத்தினைக் கண்டறிதல்.

07.71.11 ஒரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்டால், மூன்றாவது கோணத்தைக் கண்டறிதல்.

07.71.12 ஒரு சதுரம் மற்றும் ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்.

07.71.13 அன்றாட வாழ்க்கைச் சூழல்களிலிருந்து எளிய தரவுகளுக்கான இடைநிலை மதிப்பைக் கண்டறிதல்.

07.71.14 தூண்வரைபடத்திலிருந்து தரவுகளின் பொருளுணர்தல். எடுத்துக்காட்டாக, மின்சாரத்தின் பயன்பாடு கோடைகாலத்தை விட குளிர்காலத்தில் அதிகம், ஓர் அணி முதல் 10 ஓவர்களில் பெற்ற ஓட்டங்கள் போன்றவை.

07.71.15 முக்கோணத்தின் கோண இருசமவெட்டிகள் மற்றும் பக்கங்களின் செங்குத்து இருசம வெட்டிகள் வரைந்து அவை ஒரு புள்ளிவழிக் கோடுகள் என்பதை உணர்ந்து கொள்ளுதல்.

- அன்றாட வாழ்வில் பயன்படுத்தப்படும் ஒத்த பொருள்களின் எண்ணிக்கையைக்கொண்டு கூட்டல் மற்றும் கழித்தல் செயல்பாடுகளைச் செய்தல். எ.கா.: 3 குறிப்பேடுகளை 5 குறிப்பேடுகளோடு கூட்ட கிடைக்கும் குறிப்பேடுகளின் எண்ணிக்கை.
- விகிதங்கள் மற்றும் சதவீதங்கள் குறித்த கருத்துப்புரிதலை மேம்படுத்துவதற்காக விவாதித்தல் (விகிதசமம்).
- சதவீத பயன்பாட்டினைக் காண்பிக்கும் இலாபம், நட்டம் மற்றும் தனிவட்டி அடிப்படையிலான அன்றாட வாழ்வியல் சூழ்நிலைகளை அளித்தல்.
- ஒரு சோடி கோணங்கள் இணைந்து ஒரு பொதுமுனைப்புள்ளியினை உருவாக்கும் அன்றாட வாழ்க்கை எடுத்துக்காட்டுகளைக் கண்டறிதல். (கத்தரிக்கோல், சாலைகள் சந்திக்கும் இடம், X, T போன்ற எழுத்துகள்)
- கோணச்சோடிகளின் படம் வரைந்து பல்வேறு பண்புகளைச் சரிபார்த்தல். (ஒரு குழு ஒருகோணத்தின் அளவைக் கூற, மற்றொரு குழு மீதமுள்ள கோணத்தின் அளவைக் குறிப்பிடுதல்)
- பல்வேறு கோணச்சோடிகளுக்கிடையேயான தொடர்புகளையும் ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்கள் மற்றும் அவற்றின் பக்கங்களுக்குமான தொடர்பைப் படங்கள் மற்றும் உயர் தொடக்க வகுப்பு கணித உபகரணப்பெட்டி மூலம் காணுதல்.
- வெவ்வேறு வகையான முக்கோணங்களை வரைந்து அவற்றின் கோணங்களை அளக்கச்செய்து சரிபார்த்தல்.
- முக்கோணத்தின் வெளிக்கோண பண்பு மற்றும் பைத்த கோரஸ் தேற்றத்தைக் கண்டறிதல்.
- முதலில் சர்வசமத்தன்மையை வரையறை செய்து பின்னர் ஒன்றன்மீது ஒன்று வைத்து அப்பண்பை சரிபார்த்தல்.
- அளவுகோல் மற்றும் கவராயத்தைப் பயன்படுத்தி எளிய முக்கோணத்தை வரைதல்.
- தொகுக்கப்படாத தரவுகளுக்கு சராசரி, இடைநிலை, முகடு போன்றவற்றிற்கான மதிப்புகளைக் கண்டறிதல் மற்றும் அவற்றை அட்டவணைப்படுத்தி தூண் வரைபடம் மூலம் வெளிப்படுத்துதல்.
- தற்போது உள்ள தரவுகளில் இருந்து பிற்கால நிகழ்வுகள் சார்ந்த ஊகங்களை உருவாக்குதல்.
- ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்களின் அளவுகளின் கூடுதல் மூன்றாவது பக்கத்தின் அளவைவிட அதிகம் ஆகும் என்ற பண்பை புரிந்து கொள்ளுதல்.

07.71.16 கொடுக்கப்பட்ட பக்க அளவுகள் மற்றும் கோண அளவுகளுள்ள முக்கோணங்கள் வரைதல்.

07.71.17 சர்வ சம கோணங்கள், கோட்டுத்துண்டுகள் மற்றும் வட்டங்களை அடையாளம் காணுதல்.

07.71.18 பகா காரணி முறையில் மீ.பெ.வ மற்றும் மீ.சி.ம. கண்டுபிடித்தல்.

07.71.19 முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணங்களை அடையாளம் காணுதல்.

07.71.20 ஒரு பல்கோணத்தின் உட்கோணங்களின் கூடுதலைக் காணும் சூத்திரத்தைப் பெறுதல்.

07.71.21 பகாகாரணி முறையில் எண்களின் வர்க்க மூலத்தைக்கணக்கிடுதல்.

07.71.22 கொடுக்கப்பட்ட தகவல்களைக் கொண்டு கூட்டுத் தூண் வரைபடம் வரைதல் மற்றும் அதை வாசித்தல்.

07.71.23 கூட்டு வியாபாரத்தில் விகிதசமத்தைப் பயன்படுத்துதல்.

07.71.24 வட்டத்தின் சுற்றளவிற்கான சூத்திரத்தைப் பெறுதல் மற்றும் அதைப் பயன்படுத்துதல்.

07.71.25 சிறியவில் மற்றும் பெரிய வில் ஆகியவற்றை அடையாளம் காணுதல் மற்றும் அளவிடுதல்.

07.71.26 முக்கோணத்தின் பரப்பளவிற்கான சூத்திரத்தைப் பெறுதல்.

07.71.27 கனசதுரம் மற்றும் கன செவ்வகத்தின் புறப்பரப்பளவைக் காணுதல்.

07.71.28 பைத்தாகோரஸ் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி செங்கோண முக்கோணத்தின் ஒரு பக்க அளவைக் கணக்கிடுதல்.

07.71.29 வர்க்கத்தின் விரிவாக்கச் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்துதல்.

07.71.30 ஈருறுப்புக் கோவையின் வர்க்கத்தைக் காணுதல்.

07.71.31 ஈருறுப்புக் கோவையை காரணிபடுத்துதல்.

ஆசிரியர்களுக்கான வழிகாட்டுதல்கள்

ஏழாம் வகுப்பு பாடநூலின் பயன்பாடு வகுப்பில் கேள்வி-பதில், செயல்பாடுகள், கலந்துரையாடல், மாணவர்களின் உரையாடல் ஆகிய பல்வேறு வழிமுறைகளுக்கு அவசியமாகிறது. ஆகவே பாடநூலை முற்றிலும் செம்மையாக வாசிக்க வேண்டும். இப்பாடநூலில் நமது சுற்றுப்புறம், புவியியல், அறிவியல், பொருளாதாரம் ஆகிய பாடங்களும் கணக்குடன் தொடர்பு படுத்தப்பட்டுள்ளன. இத்தகைய பாடங்களில் கணிதக் கருத்துகள் எவ்வாறு பயன்படுகிறது என்பதை ஆசிரியர்கள் மாணவர்களுக்கு விளக்க வேண்டும். கணிதக் கருத்துகள் எளிய நடையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. பயிற்சித் தொகுப்புகளில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள கணக்குகளின் அடிப்படையில் பல கணக்குகளை ஆசிரியர்கள் உருவாக்கி மாணவர்களுக்கு தீர்ப்பதற்கு கொடுக்கவும். இல்லையேல் புதிய கணக்குகளை உருவாக்க உற்சாகப்படுத்தவும். மாணவர்களுக்கு சில சவாலான கணக்குகள் நட்சத்திர குறியீட்டுடன் தரப்பட்டுள்ளன. ‘அதிகப்படியான தகவலுக்கு’ என்ற தலைப்பின் கீழ் சற்று அதிகமான தகவல்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இவை அடுத்து வருவனவற்றைக் கற்பதற்கு மாணவர்களுக்கு நிச்சயமாக உதவும். இப்புதிய ஏழாம் வகுப்பு கணிதப் பாடநூல் உங்களுக்கு நிச்சயமாகப் பிடிக்கும் என்று நாங்கள் நம்புகிறோம்.

பொருளடக்கம்

பகுதி ஒன்று

1. வடிவியல் உருவங்களை வரைதல்.................... 1 முதல் 10
2. முழுக்களின் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல்.......... 11 முதல் 14
3. மீ.பெ.வ. மற்றும் மீ.சி.ம................................ 15 முதல் 23
4. கோணங்கள் மற்றும் கோணங்களின் சோடிகள்..... 24 முதல் 33
5. விகிதமுறு எண்கள் மற்றும் அவற்றின்மீதான செயற்பாடுகள்....................... 34 முதல் 42
6. அடுக்குக் குறியீடுகள்..................................... 43 முதல் 50
7. கூட்டுத்தூண் வரைபடம்................................ 51 முதல் 54
8. இயற்கணிதக் கோவைகள் மற்றும் அவற்றின்மீதான செயற்பாடுகள்....................... 55 முதல் 60

பல்வகைக் கணக்குகள்: தொகுப்பு-1................ 61 முதல் 62

பகுதி இரண்டு

9. நேர் விகிதம் மற்றும் எதிர் விகிதம்.................. 63 முதல் 68
10. வங்கிகள் மற்றும் தனிவட்டி........................... 69 முதல் 74
11. வட்டம்.. 75 முதல் 79
12. சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவு........................... 80 முதல் 86
13. பைத்தாகோரஸ் தேற்றம்.............................. 87 முதல் 90
14. இயற்கணித வாய்பாடுகள் - வர்க்கங்களின் விரிவாக்கம்.. 91 முதல் 94
15. புள்ளியியல்.. 95 முதல் 99

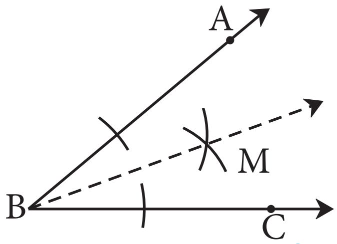
பல்வகைக் கணக்குகள்: தொகுப்பு- 2.................... 100

விடைகள்...101 முதல் 104

1 வடிவியல் உருவங்களை வரைதல் பகுதி ஒன்று

நினைவு கூர்வோம்.

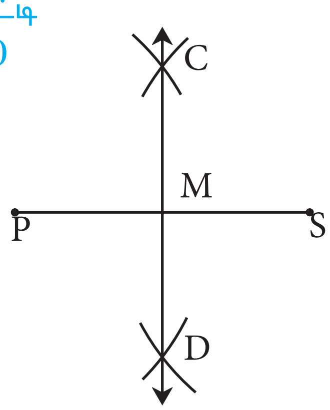
சென்ற வகுப்பில் நாம் கோடு, கோட்டுத்துண்டு, கோணம், கோண இருசமவெட்டி போன்றவற்றைக் கற்றுள்ளோம். நாம் கோணத்தை பாகைகளில் அளவிடுகிறோம். ∠ABC இன் அளவு 40° எனில், நாம் அதை $m\angle ABC = 40°$ என்று எழுதுகிறோம்.



கோண இருசமவெட்டி (Angle Bisector)

அருகில் ∠ABC இன் படம் தரப்பட்டுள்ளது. கோண இருசமவெட்டி கோணத்தை இரு சமபாகங்களாகப் பிரிக்கிறது. கதிர் BM ஆனது ∠ABC இன் இருசமவெட்டியாக உள்ளதா?

கோட்டுத்துண்டின் செங்குத்து இருசமவெட்டி (Perpendicular Bisector of a line segment)



4 செ.மீ. நீளமுடைய கோட்டுத்துண்டு PS வரைந்து அதன் செங்குத்து இரு சமவெட்டியை வரை.
அதற்கு கோடு CD எனப் பெயரிடு.

- கோடு CD ஆனது செங்குத்து இருசமவெட்டி என்பதை நீ எவ்வாறு சரிபார்ப்பாய்?

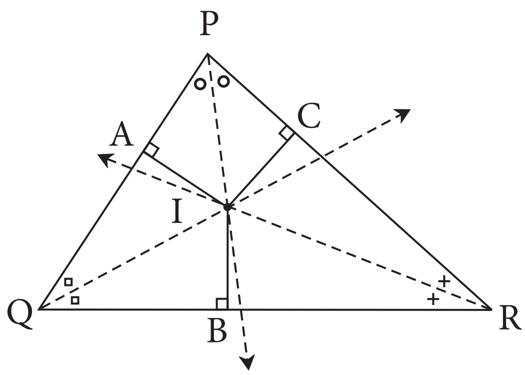
$m\angle CMS$ = ☐°

- $l(PM) = l(SM)$ ஆக உள்ளதா?

கற்போம்.

முக்கோணத்தின் கோண இருசமவெட்டியின் பண்புகள்

செயல்

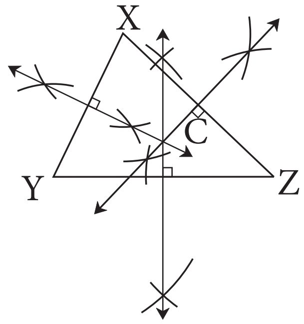


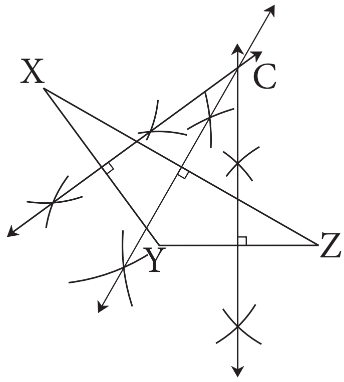
1. ஏதேனும் ஒரு ΔPQR வரை.
2. கவராயத்தின் உதவியால் முக்கோணத்தின் மூன்று கோண இருசமவெட்டிகளை வரை. (அவசியமாயின் இருசம வெட்டிகள் ஒன்றையொன்று வெட்டுமாறு அவற்றை நீட்டு)
3. இம்மூன்று இருசமவெட்டிகளும் ஒரே புள்ளியில் சந்திக்கின்றன. எனவே, அவை **ஒரு புள்ளிவழிக் கோடுகள்.** அப்புள்ளிக்கு ‘I’ எனப் பெயரிடு.
4. முக்கோணத்தினுள் I இலிருந்து முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் PQ, QR மற்றும் PRக்கு முறையே IA, IB, IC ஆகிய செங்குத்து கோடுகளை வரை. இம்மூன்றின் நீளங்களை அளவிடு. என்ன காண்கிறாய்?

   IA = IB = IC என்பதை அறிந்து கொள்.

முக்கோணப் பக்கங்களின் செங்குத்து இருசமவெட்டிகளின் பண்புகள்

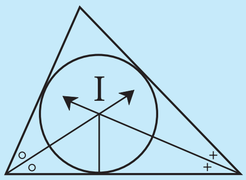
செயல்



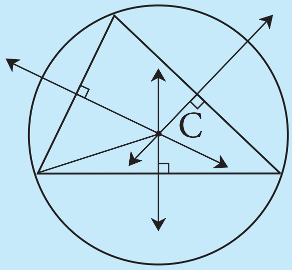


1. அளவுகோலைப் பயன்படுத்தி ஒரு குறுங்கோண முக்கோணத்தையும் ஒரு விரிகோண முக்கோணத்தையும் வரை. இரு முக்கோணங்களின் ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் செங்குத்தாக இரு சமவெட்டிகளை வரை.
2. ஒவ்வொரு முக்கோணப் பக்கங்களின் செங்குத்து இருசமவெட்டிகள் **ஒரு புள்ளிவழிக் கோடுகள்** என்பதை அறிந்துகொள்.
3. முக்கோணப் பக்கங்களின் செங்குத்து இருசமவெட்டிகள் சேரும் புள்ளிக்கு ‘C’ எனப் பெயரிடு. C க்கும் முக்கோணத்தின் முனைகளுக்கும் இடையிலுள்ள தொலைவை அளவிடு. என்ன காண்கிறாய்? CX = CY = CZ என்பதை அறிந்துகொள்.
4. செங்குத்து இருசமவெட்டிகள் சந்திக்கும் புள்ளியின் அமைவிடத்தை உற்றுநோக்கு.

✸ அதிகப்படியான தகவல்



(1) ஒரு முக்கோணத்தின் கோண இருசமவெட்டிகள் ஒரு புள்ளிவழிக் கோடுகள். (concurrent) அவை சந்திக்கும் புள்ளி **உள்வட்டமையம் (incentre)** என்றழைக்கப்படுகிறது. அது ‘I’ என்ற எழுத்தால் காட்டப்பட்டுள்ளது.



(2) ஒரு முக்கோணத்தில் பக்கங்களின் செங்குத்து இருசமவெட்டிகள் ஒரு புள்ளிவழிக் கோடுகள். அவை சந்திக்கும் புள்ளி **சுற்றுவட்டமையம் / வெளிவட்டமையம் (circumcentre)** என்றழைக்கப்படுகிறது. அது ‘C’ என்ற எழுத்தால் காட்டப்பட்டுள்ளது.

பயிற்சித் தொகுப்பு 1

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள அளவுகளின் கோட்டுத் துண்டுகளை வரை மற்றும் அவற்றின் செங்குத்து இருசமவெட்டிகளை வரை.

   (1) 5.3 செ.மீ. (2) 6.7 செ.மீ. (3) 3.8 செ.மீ.

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள அளவுகளின் கோணங்களை வரை மற்றும் அவற்றின் இருசமவெட்டிகளை வரை.

   (1) 105°, (2) 55°, (3) 90°

3. ஒரு விரிகோண முக்ககோணமும், ஒரு செங்கோண முக்கோணமும் வரை. ஒவ்வொரு முக்கோணத்திலும் கோண இருசமவெட்டிகள் சந்திக்கும் புள்ளியைக் காண். ஒவ்வொரு முக்கோணத்திலும் சந்திக்கும் புள்ளி எங்கு அமைகிறது?

4. ஒரு செங்கோண முக்கோணம் வரை. அதன் பக்கங்களில் செங்குத்து இருசமவெட்டிகளை வரை. அவை சந்திக்கும் புள்ளி எங்கு அமைகிறது?

5.* மைதிலி, ஷைலா மற்றும் அஜய் ஆகிய மூவரும் ஒரு நகரத்தின் வெவ்வேறு இடங்களில் வசிக்கின்றனர். அவர்களது வீட்டிலிருந்து சம தொலைவில் ஒரு விளையாட்டுப்பொருள் விற்பனைக்கூடம் உள்ளது. இதை படத்தின் துணை கொண்டு காட்டுவதற்கு எவ்வடிவியல் உருவத்தை பயன்படுத்த வேண்டும்? உனது விடையை விவரி.

கற்போம்.

முக்கோணம் வரைதல்

செயல்

சில கோணங்களின் அளவுகளும் பக்கங்களின் அளவுகளும் தரப்பட்டால் முக்கோணங்களை வரைய முடியுமா என பார்ப்போம்.

l(AB) = 4 செ.மீ. மற்றும் l(BC) = 3 செ.மீ. என்ற அளவுகளுடைய ΔABC வரை.

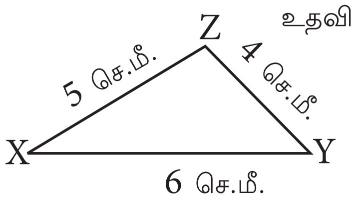
- இம்முக்கோணத்தை வரைய முடியுமா?
- இந்நிபந்தனைகளை நிறைவு செய்யும் பல முக்கோணங்களை வரைய முடியும். இதை முயன்றுபார்.
- மேலுள்ள தகவலைப் பயன்படுத்தி ஒரு தனித்தன்மை வாய்ந்த முக்கோணத்தை நாம் வரைய வேண்டுமெனில், மேலும் எந்நிபந்தனை வைக்கப்பட வேண்டும்?

எந்தவொரு கட்டடத்தையும் கட்டுவதற்குமுன் அக்கட்டடத்தின் அமைப்பு முதலில் காகிதத்தில் வரையப்படுகிறது. அத்தகைய கட்டடத்தின் சிறு மாதிரியைக்கூட நீங்கள் பார்த்திருக்கலாம். வரைபடத்தின் அடிப்படையில் கட்டடம் கட்டுவது எளிதாகிறது. இதேமுறையில் வடிவியல் உருவத்தின் உதவிப்படம் தேவையான உருவத்தை எளிதாக வரைய உதவுகிறது. கட்டுமானத்தின் செயல் வரிசை களைத் தீர்மானிக்க இது உதவுகிறது.

(I) முக்கோணத்தின் மூன்று பக்க நீளங்களும் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால் முக்கோணம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு: l(XY) = 6 செ.மீ. l(YZ) = 4 செ.மீ l(XZ) = 5 செ.மீ. ஆக இருக்குமாறு ΔXYZ வரை.

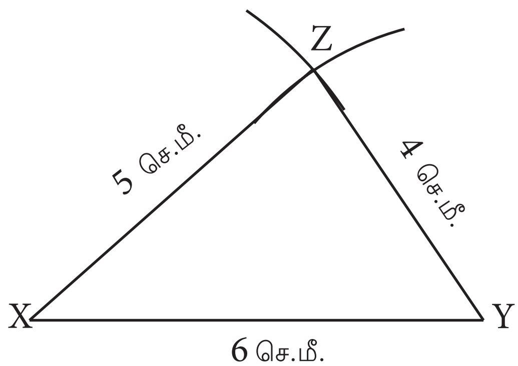
- நாம் உடனடியாக உதவிப்படம் வரைந்து, அதில் கொடுக்கப்பட்ட தகவலை இயன்ற அளவு துல்லியமாகக் காட்டுவோம். எடுத்துக்காட்டாக பக்கம் XY எல்லாவற்றிலும் மிக நீளமாக இருப்பதால், உதவிப்படத்திலும்கூட XY மிக நீளமான பக்கமாக இருக்க வேண்டும்.



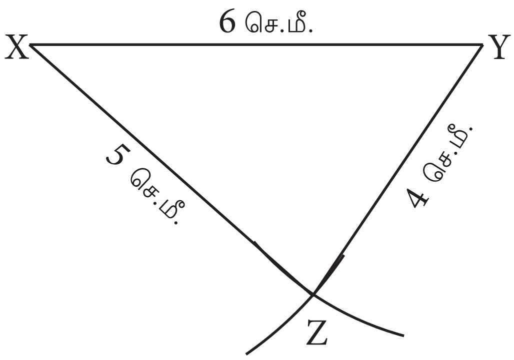
உதவிப்படம்

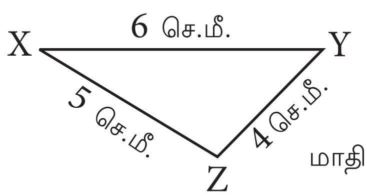
வரைமுறை

1. உதவிப்படத்தின்படி அடிப்பக்கம் 6 செ.மீ. நீளமுடைய கோட்டுத்துண்டு XY வரை.
2. l(XZ) = 5 செ.மீ. இருக்குமாறு கவராயத்தில் அளவெடுத்து, அதின் ஊசி முனையை புள்ளி Xயில் வைத்து கோட்டுத்துண்டு XYஇன் ஒரு பக்கத்தில் ஒரு வில் வரை.
3. கவராயத்தில் 4 செ.மீ. அளவெடுத்து ஊசி முனையை புள்ளி Y இன் மீது வைத்து முதல் வில்லை Z என்ற புள்ளியில் வெட்டுமாறு ஒரு வில் வரை. கோட்டுத்துண்டு XZ மற்றும் YZஐ வரை.



கீழே காட்டியுள்ளபடி, அடிப்பக்கத்தின் மற்ற பக்கத்திலும் அதே மாதிரியான முக்கோணத்தை வரைய முடியும்.





மாதிரி படம்

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள அளவுகளுக்கு முக்கோணம் வரை.

   (a) ΔABC-இல் l(AB) = 5.5 செ.மீ., l(BC) = 4.2 செ.மீ., l(AC) = 3.5 செ.மீ.

   (b) ΔSTU-இல் l(ST) = 7 செ.மீ., l(TU) = 4 செ.மீ., l(SU) = 5 செ.மீ.

   (c) ΔPQR-இல் l(PQ) = 6 செ.மீ., l(QR) = 3.8 செ.மீ., l(PR) = 4.5 செ.மீ.,

2. அடிப்பக்கம் 5 செ.மீ மற்ற பக்கங்கள் ஒவ்வொன்றும் 3.5 செ.மீ உடைய இருசமபக்க முக்கோணம் வரை.

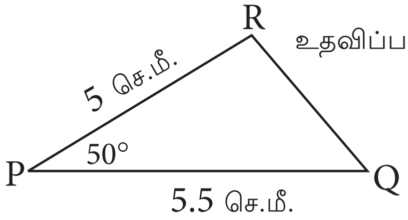
3. பக்கம் 6.5 செ.மீ உடைய சமபக்க முக்கோணம் வரை.

4. நீயாகவே பக்கங்களின் அளவைத் தேர்ந்தெடுத்து ஒரு சமபக்க முக்கோணம், இருசமபக்க முக்கோணம், அசமபக்க முக்கோணம் ஆகியவற்றை வரை.

(II) முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்கள் மற்றும் அவற்றிற்கிடையேயான கோணம் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால் முக்கோணம் வரைதல்.

எடுத்துக்காட்டு: l(PQ) = 5.5 செ.மீ. $m\angle P = 50°$, l(PR) = 5 செ.மீ. ஆக இருக்குமாறு ΔPQR வரை.

(உதவிப்படம் வரைந்து, அதில் கொடுக்கப்பட்ட தகவல் காட்டப்பட்டுள்ளது. ∠P குறுங்கோணமாகும்; மேலும் அது உதவிப்படத்திலும் காட்டப்பட்டுள்ளது.)



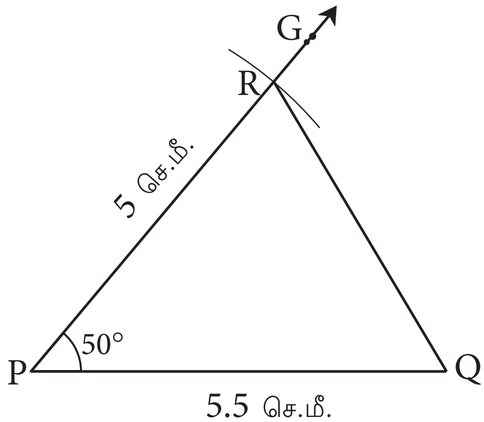
உதவிப்படம்

வரைமுறை

1. உதவிப்படத்தில் உள்ளவாறு அடிப்பக்கம் 5.5 செ.மீ. நீளமுடைய கோட்டுத்துண்டு PQ வரை.

2. $m\angle GPQ = 50°$ இருக்குமாறு கதிர் PG வரை.

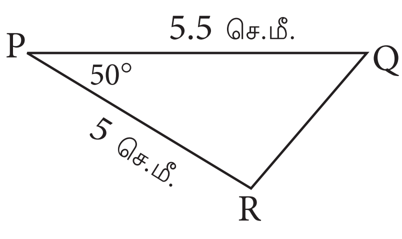
3. கவராயத்தில் 5 செ.மீ. அளவெடுத்து கவராயத்தின் முனையை P இன்மீது வைத்து கதிர் PGஐ R இல் வெட்டுமாறு ஒரு வில் வரை. Q மற்றும் R புள்ளிகளை இணை. ΔPQR நமக்கு தேவையான முக்கோணம் ஆகும்.

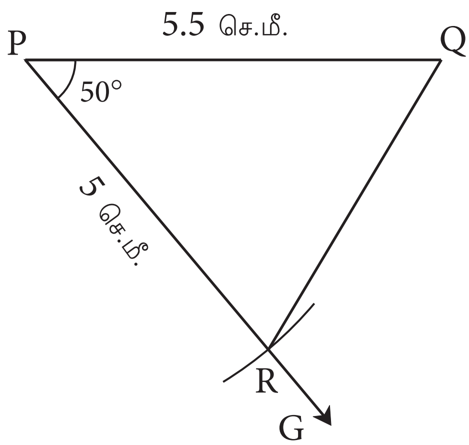


கதிர் PGஐ கோட்டுத்துண்டு PQ இன் மற்ற பக்கத்திலும் வரையலாம். அதனது உதவிப்படம் கீழே தரப்பட்டது போல இருக்கும்.

அதனடிப்படையில் ΔPQR வரையப்பட்டுள்ளது.

மாதிரி படம்





பயிற்சித் தொகுப்பு 3

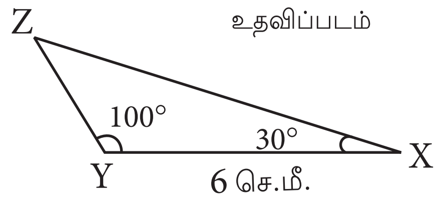
⊙ கீழே தரப்பட்டுள்ள அளவுகளுக்கு முக்கோணம் வரை.

1. ΔMAT-இல் $l(MA) = 5.2$ செ.மீ., $m\angle A = 80°$, $l(AT) = 6$ செ.மீ.,
2. ΔNTS-இல் $m\angle T = 40°$, $l(NT) = l(TS) = 5$ செ.மீ.
3. ΔFUN-இல் $l(FU) = 5$ செ.மீ, $l(UN) = 4.6$ செ.மீ, $m\angle U = 110°$
4. ΔPRS-இல் $l(RS) = 5.5$ செ.மீ, $l(RP) = 4.2$ செ.மீ, $m\angle R = 90°$

(III) முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களும் அவை உள்ளடக்கிய பக்கமும் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால் முக்கோணம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு: $l(YX) = 6$ செ.மீ, $m\angle ZXY = 30°$, $m\angle XYZ = 100°$ ஆக இருக்குமாறு ΔXYZ வரை.

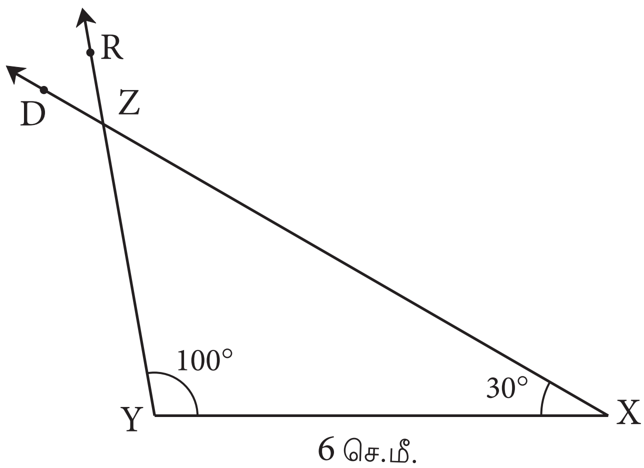
$\angle XYZ$ ஒரு விரிகோணம் ஆகும். அது உதவிப்படத்திலும் காட்டப்பட்டுள்ளது.

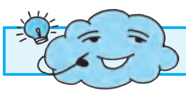


வரைமுறை

1. உதவிப்படத்தில் உள்ளவாறு அடிப்பக்கம் 6 செ.மீ. நீளமுடைய கோட்டுத்துண்டு YR வரை.
2. $m\angle XYR = 100°$ ஆக இருக்குமாறு கதிர் YX வரை.
3. கோட்டுத்துண்டு XY இன் எந்த பக்கத்தில் புள்ளி R உள்ளதோ அந்த பக்கத்திற்கு $m\angle YXD = 30°$ ஆக இருக்குமாறு கதிர் XD வரை. கதிர் YR மற்றும் XD வெட்டும் புள்ளிக்கு Z எனப் பெயரிடு.

   ΔXYZ நமக்கு தேவையான முக்கோணம் ஆகும்.
4. அடிப்பக்கத்தின் மற்ற பக்கத்தில் எவ்வாறு ஒத்த முக்கோணம் வரைய முடியும் என்பதைப் பார்.





அறிவாற்றலைப் பயன்படுத்துக.

எடுத்துக்காட்டு: ΔABC இல் $m\angle A = 60°$, $m\angle B = 40°$ மற்றும் $l(AC) = 6$ செ.மீ. ஆக இருந்தால் உன்னால் முக்கோணம் வரைய முடியுமா? முக்கோணம் வரைவதற்கு இன்னும் எத்தகவல் தேவையாக உள்ளது? அத்தகவலைப் பெறுவதற்கு எப்பண்பு பயன்படுத்தப்படும்? உதவிப்படம் வரைந்து தீர்வு காண்.

முக்கோணத்திலுள்ள மூன்று கோண அளவுகளின் கூட்டல் பண்பை நினைவுகூர். இப்பண்பை பயன்படுத்தி கோட்டுத்துண்டு ACக்கு இடைப்பட்ட அளவு மற்றும் இருகோணங்களின் அளவுகளை கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

பயிற்சித் தொகுப்பு 4

⊙ கீழே தரப்பட்டுள்ள அளவுகளில் முக்கோணம் வரை.

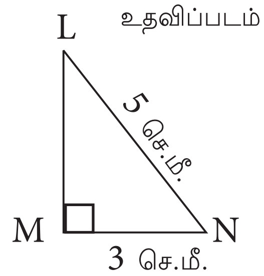
1. ΔSAT-இல் l(AT) = 6.4 செ.மீ, $m\angle$A = 45°, $m\angle$T = 105°
2. ΔMNP-இல் l(NP) = 5.2 செ.மீ, $m\angle$N = 70°, $m\angle$P = 40°
3. ΔEFG-இல் l(EG) = 6 செ.மீ, $m\angle$F = 65°, $m\angle$G = 45°
4. ΔXYZ-இல் l(XY) = 7.3 செ.மீ, $m\angle$X = 34°, $m\angle$Y = 95°

(IV) ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணமும் ஒரு பக்கமும் கொடுக்கப் பட்டிருந்தால் முக்கோணம் வரைதல்

செங்கோணத்தை உடைய முக்கோணம் செங்கோண முக்கோணம் என்பதை நாம் அறிவோம். அத்தகைய முக்கோணத்தில் செங்கோணத்தின் எதிர்ப்பக்கம் கர்ணம் என்றழைக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு: $m\angle$LMN = 90°, கர்ணம் 5 செ.மீ, l(MN) = 3 செ.மீ உள்ள ΔLMN வரை.

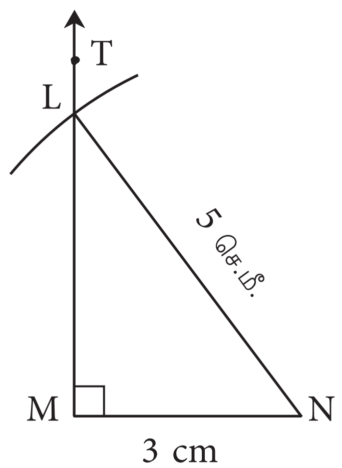
கொடுக்கப்பட்ட தகவலிலிருந்து உதவிப்படம் வரைவோம்.



$m\angle$LMN = 90° ஆக இருக்குமாறு தோராயமாக ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை வரைந்து செங்கோணத்தை குறிக்கிறோம். இவ்வாறு தரப்பட்ட தகவலை மாதிரி படத்தில் நாம் காட்டுகிறோம்.

வரைமுறை

1. உதவிப்படத்தில் காட்டியவாறு 3 செ.மீ. அடிப்பக்கமுடைய கோட்டுத்துண்டு MN வரை.
2. கோட்டுத்துண்டு MN இல் உள்ள M புள்ளியில் 90° கோணத்தை உருவாக்கும் கதிர் MT வரை.
3. கவராயத்தில் 5 செ.மீ. அளவெடுத்து, அதன் ஊசி முனையை புள்ளி N மீது வைத்து கதிர் MT ஐ L என்ற புள்ளியில் வெட்டுமாறு ஒரு வில் வரை. ΔLMN தேவையான முக்கோணம் ஆகும்.
4. அடிப்பக்கத்தின் அடுத்த பக்கத்தில் இதே மாதிரியான படத்தை வரைய முடியும் என்பதை கவனத்தில் கொள்.



பயிற்சித் தொகுப்பு 5

⊙ கீழே தரப்பட்டுள்ள அளவுகளுக்கு முக்கோணம் வரை.

1. ΔMAN இல், $m\angle$MAN = 90°, l(AN) = 8 செ.மீ, l(MN) = 10 செ.மீ.
2. செங்கோண முக்கோணம் ΔSTU-இல், கர்ணம் SU = 5 செ.மீ மற்றும் l(ST) = 4 செ.மீ.
3. ΔABC இல் l(AC) = 7.5 செ.மீ, $m\angle$ABC = 90°, l(BC) = 5.5 செ.மீ.
4. ΔPQR இல் l(PQ) = 4.5 செ.மீ l(PR) = 11.7 செ.மீ $m\angle$PQR = 90°.
5. மாணவர்கள் முக்கோணத்தை உருவாக்குவதற்கு பல்வேறு எடுத்துக்காட்டுகளைத் தயார்செய்து பயிற்சி மேற்கொள்ள வேண்டும்.

செயல்

கீழேயுள்ள தகவலின்படி முக்கோணம் வரைய முயற்சி செய்.

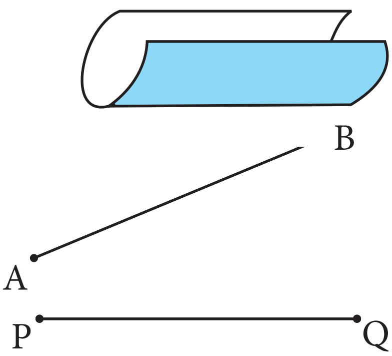
1. $m\angle A = 85°$, $m\angle B = 115°$, $l(AB) = 5$ செ.மீ ஆகிய அளவுகளுள்ள ΔABC வரை.
2. $l(QR) = 2$ செ.மீ $l(PQ) = 4$ செ.மீ $l(PR) = 2$ செ.மீ ஆகிய அளவுள்ள ΔPQR வரை. மேலுள்ள இரு முக்கோணங்களை உன்னால் வரைய முடியுமா? முடியவில்லையெனில், அதற்கான காரணங்களைக் காண்.

✸ **அதிகப்படியான தகவல்களுக்கான செயல்.**

எடுத்துக்காட்டு: $l(BC) = 8$ செ.மீ, $l(CA) = 6$ செ.மீ $m\angle ABC = 40°$ ஆக இருக்குமாறு ΔABC வரை. 8 செ.மீ நீளமுள்ள அடிப்பக்கம் BC உடன் 40° கோணத்தை உருவாக்கும் ஒரு கதிர் வரை. இதிலிருந்து $l(AC) = 6$ செ.மீ. இருக்குமாறு A க்கு இரு புள்ளிகள் கிடைக்கின்றன. இதை கவராயத்தின் உதவியால் அனுபவித்தறிந்து கொள். அதாவது, கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளில் இரு வேறுபட்ட வடிவங்களையுடைய முக்கோணங்கள் கிடைக்கின்றன. முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களும் தரப்பட்டு, ஆனால் எந்தவொரு பக்கமும் தரப்படாதபோது முக்கோணம் வரைய முடியுமா? அவ்வாறு எத்தனை முக்கோணங்கள் வரைய முடியும்?

கற்போம்.

கோட்டுத்துண்டுகளின் சர்வசமம் (Congruence of segment)



செயல் I ஒரு செவ்வக காகிதத்தை எடுத்துக்கொள். அதன் இரு எதிர்ப்பக்கங்களை ஒன்றன்மேல் மற்றது பொருந்துமாறு வை. அவை சரியாக ஒன்றிப் பொருந்துகின்றன.

செயல் II அளவுகோலைப் பயன்படுத்தி கோட்டுத்துண்டு AB மற்றும் கோட்டுத்துண்டு PQ இன் நீளங்களை அளந்து எழுது.

l(AB) = ... l(PQ) = ...

கோட்டுத்துண்டு AB மற்றும் கோட்டுத்துண்டு PQ ஆகியவற்றின் நீளம் சமமாக உள்ளதா? ஒரு கோட்டுத்துண்டின்மேல் மற்றொரு கோட்டுத்துண்டை உன்னால் எடுத்து வைக்க முடியாது. கோட்டுத்துண்டு AB ஐ ஒரு படியெடுப்புக் காகிதத்தை வைத்து அக்காகிதத்தில் கோட்டுத்துண்டு AB புள்ளிகளின் பெயர்களோடு பதியச் செய். படியெடுப்புக் காகிதத்தில் கிடைத்த புதிய கோட்டுத்துண்டை கோட்டுத்துண்டு PQ மீது வைத்து சோதனை செய். புள்ளி A ஐ புள்ளி P இன் மீது வைத்தால் B ஆனது Q இன் மேல் விழும் என்பதை அறிந்துகொள். இதிலிருந்து கோட்டுத்துண்டு AB ஆனது கோட்டுத்துண்டு PQ உடன் **சர்வசமமாக** உள்ளது என்பது புரிகிறது.

இரு கோட்டுத்துண்டுகளின் நீளம் சமமாக இருக்கும்போது அவை ஒன்றையொன்று சரியாக ஒன்றிப் பொருந்துகின்றன. அதாவது அவை **சர்வசமமானவை** என்று அழைக்கப்படுகின்றன. கோட்டுத்துண்டு AB மற்றும் கோட்டுத்துண்டு PQ சர்வசமமானவையெனில் அது கோ.து. AB ≅ கோ.து. PQ என்று எழுதப்படுகிறது.

நான் அறிகிறேன்.

கொடுக்கப்பட்ட கோட்டுத்துண்டுகளின் நீளம் சமமெனில் அக்கோட்டுத்துண்டுகள் சர்வசமமானவை ஆகும்.

- கோ.து AB ≅ கோ.து PQ எனில் அதன் பொருள் கோ.து PQ ≅ கோ.து AB என்பதாகும்.
- கோ.து AB ≅ கோ.து PQ; மேலும் கோ.து PQ ≅ கோ.து MN எனில் கோ.து AB ≅ கோ.து MN என்பதையும் கவனத்தில் கொள்.

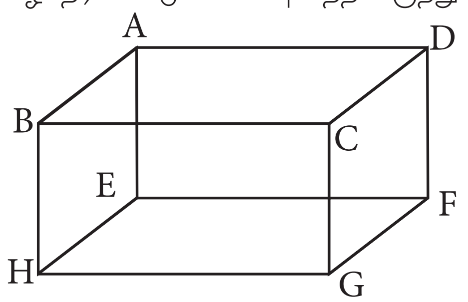
அதாவது, ஒரு கோட்டுத்துண்டு இரண்டாவதுடனும் மற்றும் இரண்டாவது மூன்றாவது கோட்டுத்துண்டுடனும் சர்வசமமாகும்போது முதல் கோட்டுத்துண்டு மூன்றாவது கோட்டுத்துண்டுடன் சர்வசமமாக இருக்கும்.

செயல் I

ஏதேனும் ஒரு பெட்டியை எடுத்துக்கொள். அதன் ஒவ்வொரு முனையின் நீளத்தை அளவிடு. அவற்றுள் எம்முனைகள் சர்வசமமாக உள்ளன என்பதைக் காண்.

செயல் II

கீழே தரப்பட்டுள்ள வடிவத்திலிருந்து சர்வசமக் கோட்டுத்துண்டுகளின் ஜோடிகளை எழுது.



(1) கோ.து AB ≅ கோ.து DC

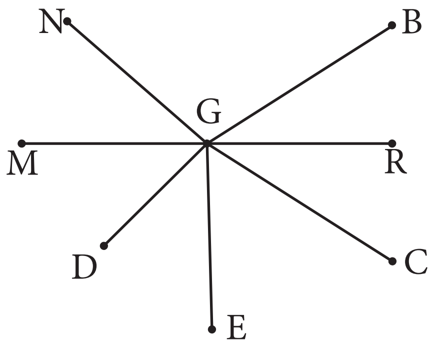
(2) கோ.து AE ≅ கோ.து BH

(3) கோ.து EF ≅ கோ.து ....

(4) கோ.து DF ≅ கோ.து ....

பயிற்சித் தொகுப்பு 6

1. கீழேயுள்ள படத்தில் சர்வசம கோட்டுத்துண்டுகளின் சோடிகளை எழுது. (அவற்றை கண்டுபிடிக்க கவையை பயன்படுத்து.)



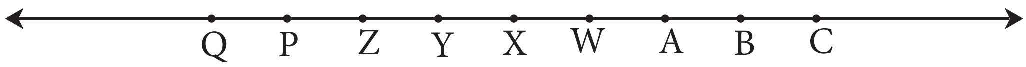
(i) ....

(ii) ....

(iii) ....

(iv) ....

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள கோட்டில் இரு அடுத்துள்ள புள்ளிகளுக்கு இடையேயான தொலைவு சமமாக உள்ளது. இதிலிருந்து கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக..



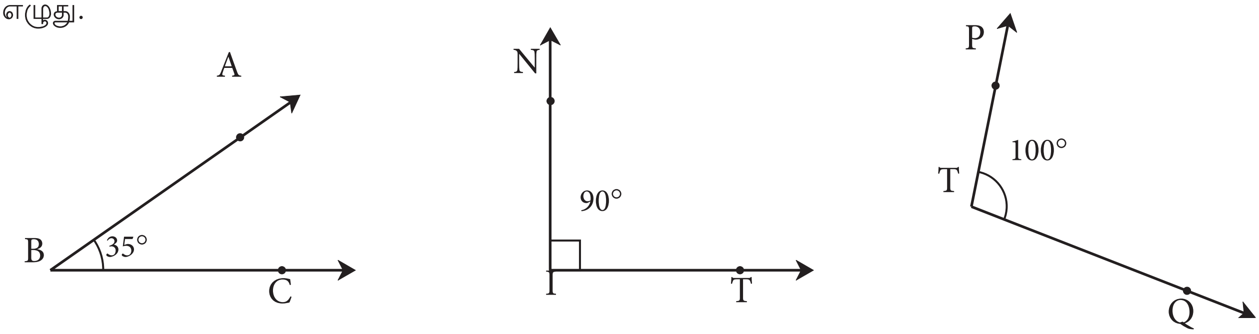
(i) கோ.து AB ≅ கோ.து....... (ii) கோ.து AP ≅ கோ.து....... (iii) கோ.து AC ≅ கோ.து.......

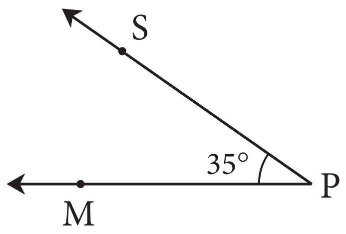
(iv) கோ.து....... ≅ கோ.து BY (v) கோ.து....... ≅ கோ.து YQ (vi) கோ.து BW ≅ கோ.து.......

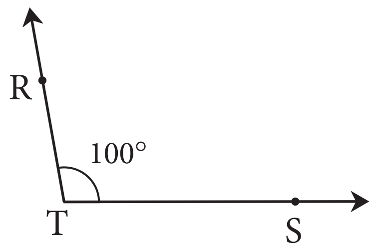
கற்போம்.

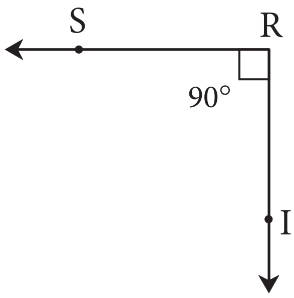
கோணங்களின் சர்வசமம் (Congruence of Angles)

கீழே தரப்பட்டுள்ள கோணங்களை உற்றுநோக்கி சம அளவுடையக் கோணங்களின் சோடிகளை எழுது.

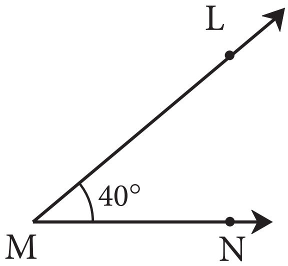


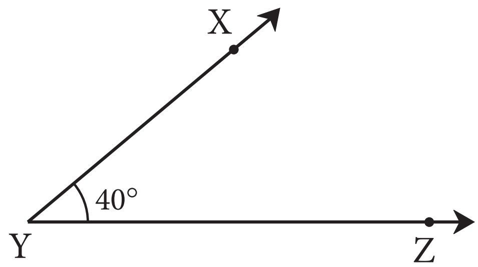






செயல்





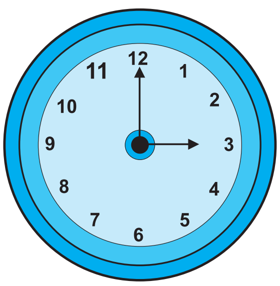
படத்தில் காட்டியவாறு ஒவ்வொன்றும் 40° உடையதாக ∠LMN மற்றும் ∠XYZ ஆகிய இரு கோணங்களை வரைக. படியெடுப்புக் காகிதத்தில் ∠LMN இன் பக்கங்களையும் புள்ளிகளின் பெயர்களையும் பதிவு செய். இப்போது, படியெடுப்புக் காகிதத்தை எடுத்து கிடைத்த ∠XYZ மீது வை. புள்ளி M ஆனது, புள்ளி Yன் மீதும், கதிர் MN ஆனது கதிர் YZ இன் மீதும், பின்பு கதிர் ML ஆனது கதிர் YX இன் மீதும் விழுகிறதா என்பதை அறிந்துகொள். இதிலிருந்து சம அளவுடைய கோணங்கள் சர்வசமமானவை என்பதை நாம் உய்த்துணர்கிறோம். கோணங்களின் சர்வசமம் அவற்றின் பக்கங்களின் நீளத்தைச் சார்ந்து அமைவதில்லை. அது அக்கோணங்களின் அளவுகளைச் சார்ந்ததாகும். ∠LMN ஆனது ∠XYZ உடன் சர்வசமமாக உள்ளது என்பது ∠LMN ≅ ∠XYZ என எழுதப்படுகிறது.

நான் அறிகிறேன்.

சம அளவுடைய இரு கோணங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சர்வசமமானவையாகும்.

- ∠LMN ≅ ∠XYZ எனில் ∠XYZ ≅ ∠LMN.
- ∠LMN ≅ ∠ABC மற்றும் ∠ABC ≅ ∠XYZ எனில் ∠LMN ≅ ∠XYZ.

கலந்துரையாடுவோம்.



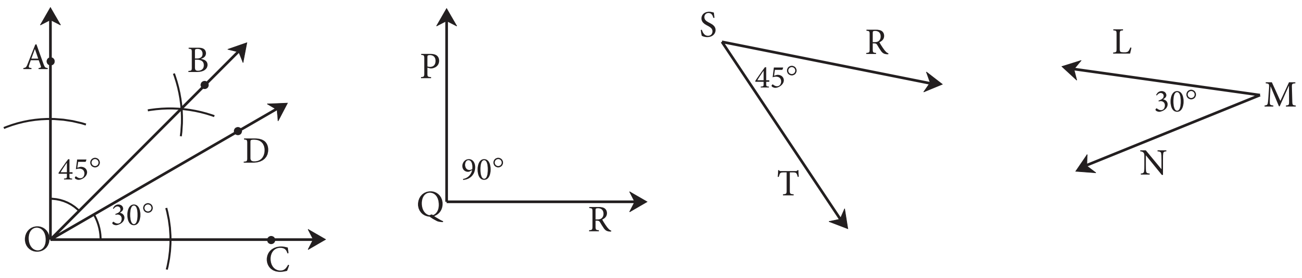
(1) இக்கடிகாரம் எந்நேரத்தை காட்டுகிறது? ☐

(2) இதன் முட்களுக்கிடையேயான கோணத்தின் அளவு யாது? ☐

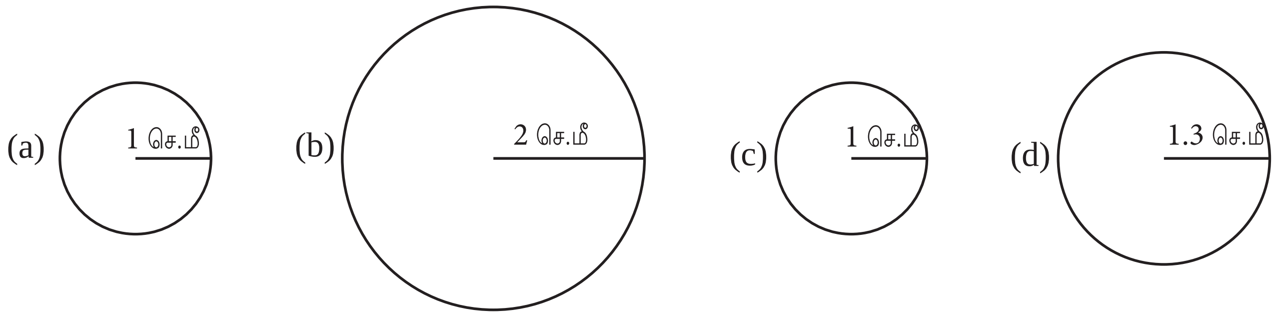
(3) முட்களுக்கிடையிலான கோணம் எந்நேரங்களில் இக்கோணத்தோடு சர்வசமமாக இருக்கும்? ☐

பயிற்சித் தொகுப்பு 7

- கீழே சில கோணங்கள் தரப்பட்டுள்ளன. அவற்றில் சர்வசம கோணச் சோடிகளை சர்வசம குறியீட்டை பயன்படுத்தி எழுது.



கற்போம். **வட்டங்களின் சர்வசமம் (Congruence of Circles)**



செயல் I

படத்திலுள்ள வட்ட வடிவங்களை உற்றுநோக்கு. இதுபோன்ற 1 செ.மீ., 2 செ.மீ., 1 செ.மீ. மற்றும் 1.3 செ.மீ. ஆரங்களுடைய வட்டங்களை காகிதத்தில் வரைந்து இவ்வட்டத் தட்டுகளை வெட்டியெடு. அவற்றை ஒன்றின்மேல் மற்றதை வைத்து ஒன்றி சரியாகப் பொருந்துபவை எவை என்பதைக் காண்.

உற்று நோக்கல்: 1. படம் (a), (c) யிலுள்ள வட்டங்கள் ஒன்றிப் பொருந்துகின்றன.

2. படம் (b) யிலும் (c) யிலும் உள்ள வட்டங்கள் மற்றும் படம் (a) யிலும் (d) யிலும் உள்ள வட்டங்கள் ஒன்றிப் பொருந்துவதில்லை.

ஒன்றையொன்று சரியாக ஒன்றிப் பொருந்தும் வட்டங்கள் **சர்வசம வட்டங்கள்** எனப்படுகின்றன.

செயல் II வெவ்வேறு அளவுகளுடைய ஆனால், சமதடிமனுள்ள வளையல்களை வாங்கி அவற்றுள் எவ்வளையல்கள் சர்வசமமானவை என்பதைக் காண்க.

செயல் III நடைமுறை வாழ்வில் சர்வசம வட்டங்கள் எங்கு காணப்படுகின்றன என்பதைக் காண்.

செயல் IV வீட்டிலுள்ள சில வட்ட முனைகளையுடைய தட்டுகள் மற்றும் கிண்ணங்களை எடுத்துக்கொள் அவற்றின் முனைகளை ஒன்றின்மேல் மற்றதை வைத்து சர்வசம முனைகளையுடைய சோடிகளைக் காண்.

நான் அறிகிறேன்.

சம ஆரங்களை உடைய வட்டங்கள் சர்வசம வட்டங்கள் ஆகும்.

ICT Tools or Links

Geogebra software-இல் உள்ள construction tools-ஐ பயன்படுத்தி முக்கோணங்கள் மற்றும் வட்டங்களை வரைக.

2 முழுக்களில் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல்

நினைவு கூர்வோம்.

- சென்ற வகுப்பில் நாம் முழுக்களில் கூட்டல் மற்றும் கழித்தலைக் கற்றுள்ளோம். அவற்றைப் பயன்படுத்தி கீழேயுள்ள கட்டங்களை நிரப்புக.

  (1) $5 + 7 = \square$ (2) $10 + (-5) = \square$ (3) $-4 + 3 = \square$

  (4) $(-7) + (-2) = \square$ (5) $(+8) - (+3) = \square$ (6) $(+8) - (-3) = \square$

- கீழேயுள்ள செயல்கள் ஒவ்வொன்றின் விடையும் 3 ஆக வருமாறு அடைப்புக்குறியினுள் தகுந்த எண்ணை எழுது.

  $(-6) + (\quad)$ $4 - (\quad)$ $7 + (\quad)$

  → 3 ←

  $(-5) - (\quad)$ $-8 + (\quad)$ $9 - (\quad)$

கற்போம்.

முழுக்களில் பெருக்கல்

மயூரி பள்ளியிலிருந்து வீட்டிற்குத் திரும்பும் வழியில் அவளுடைய மிதிவண்டி பஞ்சர் அடைந்து விட்டது. பஞ்சரை சரி செய்ய அவளிடம் போதுமான பணம் இல்லை. சுசாந்த், ஸ்நேகல், கல்பனா ஆகிய ஒவ்வொருவரும் 5 ரூபாயை அவளுக்கு கடனாகக் கொடுத்தனர். இவ்வாறு, அவள் மொத்தமாக 15 ரூபாய் கடன் வாங்கி மிதிவண்டியை சரி செய்தாள். கடன் வாங்கிய பணத்தை அல்லது கடனை நாம் ‘ - ’ (கழித்தல்) குறியீட்டில் காட்டுகிறோம். அதாவது மயூரிக்கு 15 ரூபாய் கடன் இருந்தது அல்லது மயூரியிடம் -15 ரூபாய் இருந்தது.

நாம் அதை இங்கு $(-5) + (-5) + (-5) = -15$ என்று காண்கிறோம்.

எனவே, $(-5) \times 3 = 3 \times (-5) = -15$ என்பதை கவனத்தில் கொள்க.

மறுநாள் மயூரி தனது தாயிடமிருந்து 15 ரூபாய் வாங்கி ஒவ்வொருவருடைய பணத்தையும் திருப்பிக் கொடுத்து கடன் முழுவதையும் அடைத்தாள். கடனை அடைப்பது என்பது பணத்தைப் பெறுவது என புரிந்து, $-(-15) = +15$ என்பதை கவனத்தில் கொள். நாம் முழு எண்களில் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தலைக் கற்றுள்ளோம். இச்செயலை செய்வதற்கு பெருக்கல் வாய்ப்புகளையும் நாம் உருவாக்கியுள்ளோம். இப்போது, முழுக்களைப் பெருக்க அதாவது, குறை எண்கள், மிகை எண்கள் மற்றும் பூஜ்ஜியம் ஆகியவை உள்ளடக்கிய தொகுப்பிலுள்ள எண்களின் பெருக்கலை நாம் கற்போம்.

$(-3) + (-3) + (-3) + (-3)$ இக்கூட்டல் (-3) ஐ நான்கு முறை கூட்டுவதாகும். இது -12 க்கு சமமாக உள்ளது. இதை நாம் $(-3) \times 4 = -12$ என்றும் எழுத முடியும்.

அதுபோலவே, $(-5) \times 6 = -30$, $(-7) \times 2 = -14$, $8 \times (-7) = -56$

இப்போது நாம் (- 4) இன் பெருக்கல் வாய்பாட்டை உருவாக்குவோம்.

(- 4) × 0 = 0
(- 4) × 1 = - 4
(- 4) × 2 = - 8
(- 4) × 3 = - 12

இங்குள்ள அமைப்பை உற்றுநோக்கு (- 4) ஐ பெருக்கும் எண் ஒவ்வொன்றாக அதிகரிக்கிறது. பெருக்கற்பலன் நான்கு நான்காக குறைகிறது.

இதே முறையை வைத்து நாம் வாய்பாட்டை மேல்நோக்கி நீட்டும்போது பெருக்கும் எண் குறைவதால் இதை பெறுகிறோம்.

(- 4) × (- 2) = 8
(- 4) × (- 1) = 4
(- 4) × 0 = 0

4ஐ பெருக்கும் எண் ஒரு அலகு குறைவதால் பெருக்கற்பலன் நான்கு நான்காக அதிகரிக்கிறது.

(- 5) க்கான வாய்பாடு கீழே தரப்பட்டுள்ளது. அட்டவணையில் (- 6) மற்றும் (- 7) இன் வாய்பாட்டை நிறைவு செய்.

(- 5) × (- 3) = 15	(- 6) × (- 3) =	(- 7) × (- 3) =
(- 5) × (- 2) = 10	(- 6) × (- 2) =	(- 7) × (- 2) =
(- 5) × (- 1) = 5	(- 6) × (- 1) =	(- 7) × (- 1) =
(- 5) × 0 = 0	(- 6) × 0 =	(- 7) × 0 =
(- 5) × 1 = - 5	(- 6) × 1 =	(- 7) × 1 =
(- 5) × 2 = - 10	(- 6) × 2 =	(- 7) × 2 =
(- 5) × 3 = - 15	(- 6) × 3 =	(- 7) × 3 =
(- 5) × 4 = - 20	(- 6) × 4 =	(- 7) × 4 =

நான் அறிகிறேன்.

- இரு மிகை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் மிகை முழு ஆகும்.
- ஒரு மிகை முழு மற்றும் ஒரு குறை முழுவின் பெருக்கற்பலன் குறை முழு ஆகும்.
- இரு குறை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் மிகை முழு ஆகும்.

மிகை எண் × மிகை எண் = மிகை எண்

மிகை எண் × குறை எண் = குறை எண்

குறை எண் × மிகை எண் = குறை எண்

குறை எண் × குறை எண் = மிகை எண்

பயிற்சித் தொகுப்பு 8

⊙ பெருக்குக.

(i) (- 5) × (- 7)   (ii) (- 9) × (6)   (iii) (9) × (- 4)   (iv) (8) × (- 7)

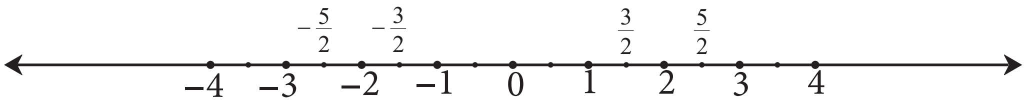
(v) (- 124) × (- 1)   (vi) (- 12) × (- 7)   (vii) (- 63) × (- 7)   (viii) (- 7) × (15)

கற்போம். **முழுக்களில் வகுத்தல்**

நாம் ஒரு மிகை முழுவை மற்றொரு மிகை முழுவால் எவ்வாறு வகுப்பது என்பதை கற்றுள்ளோம். அத்தகைய வகுத்தலின் ஈவு ஒரு முழுவாகவோ அல்லது பின்னமாகவோ இருக்கலாம் என்பதையும் நாம் அறிவோம்.

எடுத்துக்காட்டு $6 \div 2 = \frac{6}{2} = 3, \quad 5 \div 3 = \frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}$

எண்கோட்டில் நாம் குறை முழுக்களை பூஜ்ஜியத்தின் இடப்பக்கத்தில் காட்டமுடியும். இதே முறையில் முழுக்களின் பகுதிகளையும் கூட நாம் காட்ட முடியும்.



இங்கு $-\frac{5}{2}$, $-\frac{3}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$ ஆகிய எண்கள் எண்கோட்டில் காட்டப்பட்டுள்ளன..

$\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{3}{2}, \frac{-3}{2}\right), \left(\frac{-5}{2}, \frac{5}{2}\right)$ ஆகியவை பரஸ்பர எதிரெண்களின் சோடி என்பதை கவனத்தில் கொள்.

அதாவது, $\frac{1}{2} + \frac{-1}{2} = 0, \qquad \frac{3}{2} + \frac{(-3)}{2} = 0, \quad -\frac{5}{2} + \frac{5}{2} = 0$

எதிரெண்களின் சோடிகள் கூட்டல் தலைகீழ் எண்களின் சோடிகள் என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன.

$(-1) \times (-1) = 1$ என்று பார்த்துள்ளோம். இச்சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களும் (-1) ஆல் வகுக்கும்போது நாம் $(-1) = \frac{1}{(-1)}$ என்ற சமன்பாட்டை பெறுகிறோம். ஆகவே $\frac{1}{(-1)}$ என்ற வகுத்தலின் ஈவு (-1) ஆகும். இதிலிருந்து, $6 \times (-1) = 6 \times \frac{1}{(-1)} = \frac{6}{(-1)}$ என அறிகிறோம்.

மிகை முழுவை குறை முழுவால் வகுத்தல்.

$$\frac{7}{-2} = \frac{7 \times 1}{(-1) \times 2} = 7 \times \frac{1}{(-1)} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{1} \times (-1) \times \frac{1}{2} = \frac{(7) \times (-1)}{2} = \frac{-7}{2}$$

குறை முழுவை குறை முழுவால் வகுத்தல்.

$$\frac{-13}{-2} = \frac{(-1) \times 13}{(-1) \times 2} = \frac{(-1)}{(-1)} \times 13 \times \frac{1}{2} = (-1) \times \frac{(-1)}{1} \times \frac{13}{2} = 1 \times \frac{13}{2} = \frac{13}{2}$$

அதுபோலவே $\frac{-25}{-4} = \frac{25}{4}$, $\qquad \frac{-18}{-2} = \frac{18}{2} = 9$ போன்றவற்றை சரிபார்.

இது குறை முழுக்களின் வகுத்தலை விளக்குகிறது.

ஒரு முழுவை மற்றொரு பூஜ்ஜியம் அல்லாத முழுவால் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் ஈவின் பகுதியை மிகை முழுவாக எழுதுவது வழக்கம்.

ஆகவே $\frac{7}{-2} = \frac{-7}{2}$, $\frac{-11}{-3} = \frac{11}{3}$ என்று எழுதுகிறோம்.

நான் அறிகிறேன்.

முழுக்களின் வகுத்தல் விதிகள் முழுக்களில் பெருக்கல் விதிகளை ஒத்தவையாகும்.

- இரு மிகை முழுக்களின் ஈவு மிகை எண் ஆகும்.
- இரு குறை முழுக்களின் ஈவு மிகை எண் ஆகும்.
- ஒரு மிகை முழு மற்றும் குறை முழுவின் ஈவு எப்போதும் குறை எண்ணே ஆகும்.

பயிற்சித் தொகுப்பு 9

1. தீர்வு காண்க:

(i) (- 96) ÷ 16 (ii) 98 ÷ (- 28) (iii) (- 51) ÷ 68 (iv) 38 ÷ (- 57)

(v) (- 85) ÷ 20 (vi) (-150) ÷ (- 25) (vii) 100 ÷ 60 (viii) 9 ÷ (- 54)

(ix) 78 ÷ 65 (x) (- 5) ÷ (- 315)

2.* $\frac{24}{5}$ என்ற பின்ன அமைப்பு விடையாக வருமாறு முழுக்களின் மூன்று வகுத்தல்களை எழுது.

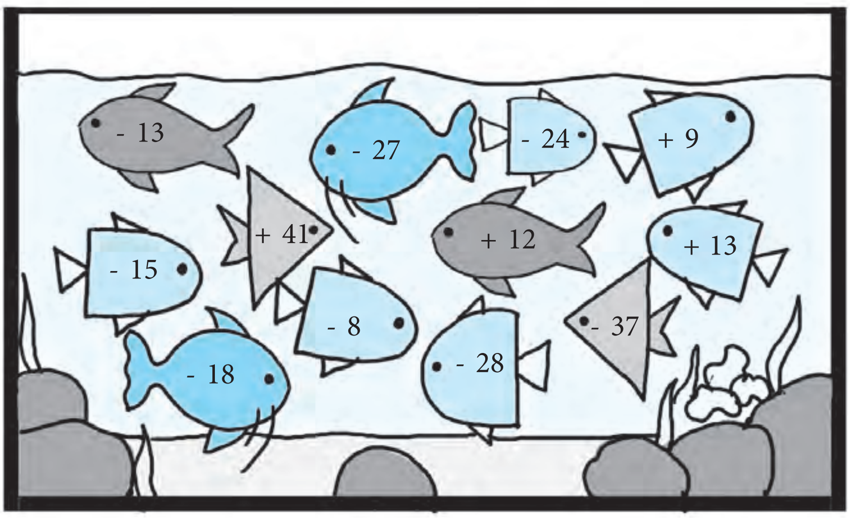
3.* $\frac{-5}{7}$ என்ற பின்ன அமைப்பு விடையாக வருமாறு முழுக்களின் மூன்று வகுத்தல்களை எழுது.

4. கீழேயுள்ள குளத்தில் ஒவ்வொரு மீனும் ஓர் எண்ணைக் கொண்டுள்ளது. அவ்வெண்களுள் ஏதேனும் நான்கு சோடிகளைத் தேர்ந்தெடுத்து நான்கு பெருக்கல்களை செய். அதுபோலவே, நான்கு வெவ்வேறு சோடிகளைத் தேர்ந்தெடுத்து, அவ்வெண்களின் வகுத்தல்களைச் செய்.

எடுத்துக்காட்டு,

1. $(-13) \times (-15) = 195$

2. $(-24) \div 9 = \frac{-24}{9} = \frac{-8}{3}$



3 மீ.பெ.வ. மற்றும் மீ.சி.ம.

நினைவு கூர்வோம்.

- மிகச்சிறிய பகாஎண் (prime number) எது?
- 1 முதல் 50 வரையுள்ள எண்களுக்கிடையில் எத்தனை பகா எண்கள் உள்ளன? அவற்றை பட்டியலிடு.
- கீழேயுள்ள எண்களுள் பகா எண்களை வட்டமிடு.

  17, 15, 4, 3, 1, 2, 12, 23, 27, 35, 41, 43, 58, 51, 72, 79, 91, 97

  சார்பகா எண்கள்: (Co-prime numbers) இரு எண்கள் 1ஐ மட்டுமே பொதுக் காரணியாக கொண்டிருந்தால் அவை ஒன்றுக்கொன்று **சார்பகா எண்கள்** அல்லது **சார்பு பகா எண்கள்** என்றழைக்கப்படுகின்றன.

  எடுத்துக்காட்டு: 10 மற்றும் 21 சார்பகா எண்களாகும். ஏனெனில் 10 இன் வகு எண்கள் 1, 2, 5, 10 ஆகும். மேலும், 21 இன் வகு எண்கள் 1, 3, 7, 21 ஆகும். இவ்விரு எண்களுக்கிடையே 1 மட்டுமே பொதுக்காரணி ஆகும். (3, 8) ; (4, 9); (21, 22) ; (22, 23) ; (23, 24) போன்றவை வேறு சில சார்பகா எண்களாகும்.

  இரு தொடர் எண்கள் சார்பகா எண்களாகுமா என்பதை சரிபார்.

கற்போம். **இரட்டைப் பகா எண்கள் (Twin-Prime Numbers)**

இரு பகா எண்களுக்கிடையேயான வேறுபாடு 2 எனில் அவ்விரண்டு எண்களும் இரட்டைப் பகா எண்கள் என்றழைக்கப்படுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டு: (3, 5) ; (5, 7) ; (11, 13) ; (29, 31) போன்றவை.

பயிற்சித் தொகுப்பு 10

1. பகா எண்ணும் பகு எண்ணும் அல்லாத எண் எது?
2. கீழேயுள்ள சோடிகளுள் எவை சார்பகா எண்களின் சோடிகள் என கண்டுபிடி.

   (i) 8, 14 (ii) 4, 5 (iii) 17, 19 (iv) 27, 15
3. 25 முதல் 100 வரையுள்ள அனைத்து பகா எண்களைப் பட்டியலிடு. அவை எத்தனை என்பதை எழுது.
4. 51 முதல் 100 வரையுள்ள அனைத்து இரட்டைப் பகா எண்களை எழுது.
5. 1 முதல் 50 வரையுள்ள சார்பகா எண்களின் 5 சோடிகளை எழுது.
6. இரட்டைப்படையிலான பகா எண் எது?

கற்போம். **ஓர் எண்ணை அதன் பகாக் காரணிகளாகக் காரணிப்படுத்துதல் (Factorisation of a number into its prime factors)**

யூக்ளிட் என்பவர் வழங்கிய எளிய ஆனால் முக்கியமான விதியானது எண்களின் மீ.பெ.வ. அல்லது மீ.பெ.கா. மற்றும் மீ.சி.ம. காண வழக்கமாக பயன்படுகிறது. **''எந்தவொரு பகு எண்ணையும் பகா எண்களின் பெருக்கற்பலனாக எழுத முடியும்''** என்று அவ்விதி கூறுகிறது.

எண்களின் பகாக் காரணிகளை எவ்வாறு காண்பது என்று பார்ப்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 24 என்ற எண்ணை அதன் பகாக் காரணிகளின் பெருக்கற்பலன் வடிவில் எழுது.

பகாக் காரணிகளைக் காணும் முறை

செங்குத்து முறை

2	24
2	12
2	6
3	3
	1

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

கிடைமட்ட முறை

$24 = 2 \times 12$

$= 2 \times 2 \times 6$ ...12 காரணிப்படுத்தப்படுகிறது

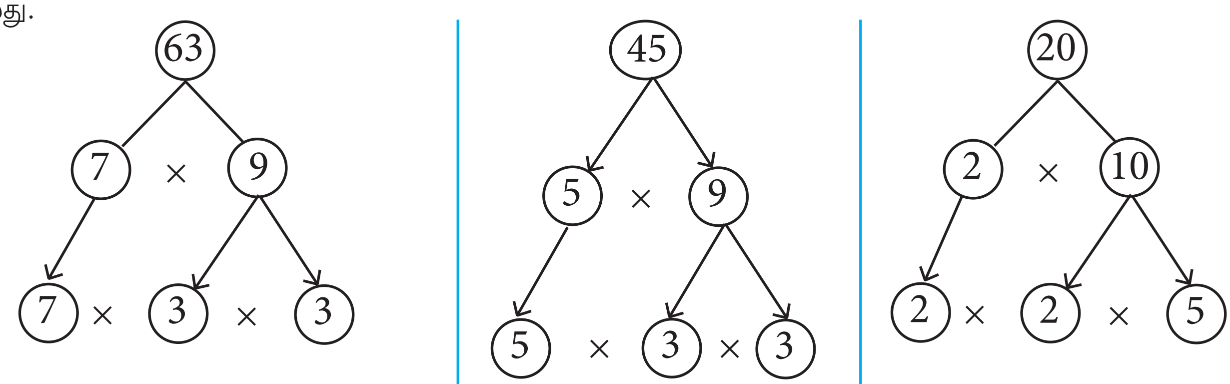
$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$ .....6 காரணிப்படுத்தப்படுகிறது

2 மற்றும் 3 பகாக் காரணிகள் ஆகும்.

நினைவில் கொள்

கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை அதன் பகாக் காரணிகளின் பெருக்கற்பலன் வடிவில் எழுதுவதற்கு அதை பகாக்காரணியாக்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு: கீழே தரப்பட்டுள்ள எண்களை அவற்றின் பகாக் காரணிகளின் பெருக்கற்பலன் வடிவில் எழுது.



$63 = 7 \times 3 \times 3$

$45 = 5 \times 3 \times 3$

$20 = 2 \times 2 \times 5$

எடுத்துக்காட்டு: 117 ஐ பகாக் காரணிகளாக்கு.

3	117
3	39
13	13
	1

$117 = 13 \times 9$

$= 13 \times 3 \times 3$

$117 = 3 \times 3 \times 13$

எடுத்துக்காட்டு: 250 ஐ பகாக் காரணிகளாக்கு.

2	250
5	125
5	25
5	5
	1

$250 = 2 \times 125$

$= 2 \times 5 \times 25$

$= 2 \times 5 \times 5 \times 5$

$250 = 2 \times 5 \times 5 \times 5$

எடுத்துக்காட்டு: 40 இன் பகாக் காரணிகளைக் காண்.

செங்குத்து முறை

2	40
2	20
2	10
5	5
	1

$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$

கிடைமட்ட முறை

$40 = 10 \times 4$
$= 5 \times 2 \times 2 \times 2$

$40 = 8 \times 5$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 5$

பயிற்சித் தொகுப்பு 11

⊙ கீழேயுள்ள எண்களை பகாக்காரணிகளாக்கு.

(i) 32 (ii) 57 (iii) 23 (iv) 150 (v) 216
(vi) 208 (vii) 765 (viii) 342 (ix) 377 (x) 559

நினைவு கூர்வோம்.

மீப்பெரு பொது வகு எண் (மீ.பெ.வ).
[Greatest Common Divisor, GCD or Highest Common Factor (HCF)]

மிகை முழுக்களின் மீ.பெ.வ. மற்றும் மீ.சி.ம. ஆகியவற்றை தெரிந்துள்ளோம். இப்போது அவற்றைப்பற்றி சிறிது அதிகமாக கற்போம். கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மீ.பெ.கா. அல்லது மீ.பெ.வ. என்பது அவற்றின் மிகப்பெரிய பொது வகு எண் அல்லது காரணி ஆகும்.

கீழேயுள்ள எண்களின் அனைத்து காரணிகளையும் மற்றும் மீப்பெரு பொது வகு எண்ணையும் கண்டுபிடி.

(i) 28, 42 (ii) 51, 27 (iii) 25, 15, 35

கற்போம்.

பகாக்காரணிப்படுத்தும் முறை

பகாக்காரணிப்படுத்தி எண்களின் மீ.பெ.வ. காண்பது எளிதானதாகும்.

எடுத்துக்காட்டு: பகாக்காரணி முறையில் 24, 32 ஆகிய எண்களின் மீ.பெ.வ. கண்டுபிடி..

2	24
2	12
2	6
3	3
	1

$24 = 4 \times 6$
$= \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{2} \times 3$

2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

$32 = 8 \times 4$
$= \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{2} \times 2 \times 2$

ஒவ்வொரு எண்ணிலும் பொதுக்காரணியான 2 மும்முறை வந்துள்ளது. எனவே மீ.பெ.வ. $= 2 \times 2 \times 2 = 8$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு: 195, 312, மற்றும் 546 இன் மீ.பெ.வ. கண்டுபிடி.

$195 = 5 \times 39$

$= 5 \times \underline{3} \times \underline{13}$

$312 = 4 \times 78$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 39$

$= 2 \times 2 \times 2 \times \underline{3} \times \underline{13}$

$546 = 2 \times 273$

$= 2 \times 3 \times 91$

$= 2 \times \underline{3} \times 7 \times \underline{13}$

எல்லா எண்களிலும் 3 மற்றும் 13 ஆகிய பொதுக் காரணிகள் வந்துள்ளன.

$\therefore$ மீ.பெ.வ. $= 3 \times 13 = 39$

எடுத்துக்காட்டு: 10, 15, மற்றும் 12 ஆகியவற்றின் மீ.பெ.வ. கண்டுபிடி.

$10 = 2 \times 5$ $\quad$ $15 = 3 \times 5$ $\quad$ $12 = 2 \times 2 \times 3$

இவ்வெண்களுக்கிடையில் 1ஐ தவிர வேறு எந்த பொதுக் காரணியும் இல்லை.

எனவே, மீ.பெ.வ. 1 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு: 60, 12, 36 ஆகியவற்றின் மீ.பெ.வ. கண்டுபிடி.

$60 = 4 \times 15$

$= \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{3} \times 5$

$12 = 2 \times 6$

$= \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{3}$

$36 = 3 \times 12$

$= 3 \times 3 \times 4$

$= \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{3} \times 3$

$\therefore$ மீ.பெ.வ. $= 2 \times 2 \times 3 = 12$

இவ்வெடுத்துக்காட்டை செங்குத்து முறையில் செய். ஒரே சமயத்தில் அனைத்து எண்களையும் எழுதி பொதுக் காரணியை கண்டுபிடி.

2	60	12	36
2	30	6	18
3	15	3	9
	5	1	3

$\therefore$ மீ.பெ.வ. $= 2 \times 2 \times 3 = 12$

12 ஆனது 36 மற்றும் 60 இன் வகு எண் ஆகும்.

நான் அறிகிறேன்.

- கொடுக்கப்பட்ட எண்களுள் ஒன்று மற்ற எல்லா எண்களின் வகு எண் எனில் அவ்வெண் கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மீ.பெ.வ. ஆகும்.
- கொடுக்கப்பட்ட அனைத்து எண்களுக்கும் பொதுக் காரணியாக எந்த ஒரு பகா எண்ணும் இல்லையெனில் அவற்றின் மீ.பெ.வ. 1 ஆகும். ஏனெனில் அது மட்டுமே பொது வகு எண்ணாக உள்ளது.

* **அதிகப்படியான தகவல்**

அடுத்தடுத்த எந்த இரு தொடர்ச்சியான இரட்டைப்படை எண்களின் மீ.பெ.வ. 2 ஆகும். இரு தொடர்ச்சியான ஒற்றைப்படை எண்களின் மீ.பெ.வ. 1 ஆகும்.

இவ்விதியை பல்வேறு எடுத்துக்காட்டுகளைக்கொண்டு சரிபார்.

மீ.பெ.வ. காண்பதற்கான வகுத்தல் முறை

எடுத்துக்காட்டு: 144 மற்றும் 252 இன் மீ.பெ.வ. கண்டுபிடி.

```
144) 252( 1
    -144
     108)144( 1
        -108
          36)108(3
            -108
             000
```

1. பெரிய எண்ணை சிறிய எண்ணால் வகு.
2. வகுத்தலில் கிடைத்த மீதியால் முந்தைய வகுக்கும் எண்ணை வகு.
3. வகுத்தலின் நிலை 2 இல் கிடைத்த மீதியால் வகு எண்ணை வகு மற்றும் மீதியைக் கண்டுபிடி.
4. இம்முறையில் மீதி பூஜ்ஜியம் கிடைக்கும் வரை செயலை செய். பூஜ்ஜியம் மீதியாக கிடைக்கிற வகுத்தலிலுள்ள வகுக்கும் எண் கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மீ.பெ.வ. ஆகும்.

∴ 144 மற்றும் 252 இன் மீ.பெ.வ = 36

எடுத்துக்காட்டு: $\frac{209}{247}$ என்ற எண்ணிற்கு எளிய வடிவம் கொடு.

```
209) 247 ( 1
    -209
      38)209 (5
        -190
          19)38(2
            -38
             00
```

எளிய வடிவம் கொடுப்பதற்கு இரு எண்களின் பொதுக்காரணிகளை கண்டுபிடிக்க வேண்டும். இதற்கு 209 மற்றும் 247 ஆகியவற்றின் மீ.பெ.வ.வை வகுத்தல் முறையில் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். இங்கு 19 மீ.பெ.வ. ஆகும். அதாவது தொகுதி, பகுதி ஆகிய இரண்டும் 19 ஆல் வகுக்கப்படுகின்றன.

$$\therefore \frac{209}{247} = \frac{209 \div 19}{247 \div 19} = \frac{11}{13}$$

பயிற்சித் தொகுப்பு 12

1. மீ.பெ.வ. கண்டுபிடி.
   (i) 25, 40 (ii) 56, 32 (iii) 40, 60, 75 (iv) 16, 27
   (v) 18, 32, 48 (vi) 105, 154 (vii) 42, 45, 48 (viii) 57, 75, 102
   (ix) 56, 57 (x) 777, 315, 588
2. வகுத்தல் முறையில் மீ.பெ.வ. கண்டுபிடித்து எளிய வடிவம் கொடு.
   (i) $\frac{275}{525}$ (ii) $\frac{76}{133}$ (iii) $\frac{161}{69}$

நினைவு கூர்வோம்.

மீச்சிறு பொதுமடங்கு (மீ.சி.ம.) (Least common multiple)

கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மீச்சிறு பொதுமடங்கு என்பது கொடுக்கப்பட்ட எண்கள் ஒவ்வொன்றாலும் வகுபடக்கூடிய மிகச்சிறிய எண்ணே ஆகும்.

- கீழே தரப்பட்ட எண்களின் வாய்பாடுகளை எழுதி அவற்றின் மீ.சி.ம. கண்டுபிடி.
  (i) 6, 7 (ii) 8, 12 (iii) 5, 6, 15

கற்போம்.

எடுத்துக்காட்டு: 60 மற்றும் 48 ஆகியவற்றின் மீ.சி.ம. கண்டுபிடி.

ஒவ்வொரு எண்ணின் பகாக் காரணிகளை காண்போம்.

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ $\qquad$ $48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

இப்பெருக்கலில் வரும் ஒவ்வொரு பகா எண்ணை பார்ப்போம்.

2 என்ற எண் அதிகபட்சம் 4 முறை வந்துள்ளது. (48 இன் காரணிகளில்)

3 என்ற எண் அதிகபட்சம் 1 முறை வந்துள்ளது. (60 இன் காரணிகளில்)

5 என்ற எண் அதிகபட்சம் 1 முறை வந்துள்ளது. (60 இன் காரணிகளில்)

$\therefore$ மீ.சி.ம $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 10 \times 24 = 240$

எடுத்துக்காட்டு: 18, 30, 50 ஆகியவற்றின் மீ.சி.ம. கண்டுபிடி

$18 = 2 \times 9$
$\quad = 2 \times 3 \times 3$

$30 = 2 \times 15$
$\quad = 2 \times 3 \times 5$

$50 = 2 \times 25$
$\quad = 2 \times 5 \times 5$

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பெருக்கலில் 2, 3 மற்றும் 5 ஆகிய பகா எண்கள் வருகின்றன. 2 என்ற எண் அதிகபட்சம் ☐ முறையும் 3 என்ற எண் அதிகபட்சம் ☐ முறையும் 5 என்ற எண் அதிகபட்சம் ☐ முறையும் வந்துள்ளன.

$\therefore$ மீ.சி.ம. $= 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 450$ $\qquad$ $\therefore$ 18, 30, 50 ஆகியவற்றின் மீ.சி.ம. 450 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு: 16, 28, 40 ஆகியவற்றின் மீ.சி.ம. கண்டுபிடி.

செங்குத்து முறை

2	16	28	40
2	8	14	20
2	4	7	10
	2	7	5

- வகுபடுதன்மையறி ஆய்வை பயன்படுத்தி அனைத்து எண்களையும் வகுக்கும் வகு எண்களைக் கண்டுபிடி. அதன்பின்பு கொடுக்கப்பட்ட எண்களை வகு. இச்செயலை ஈவு சார்பாக முடிந்தவரை பலமுறை திரும்பச் செய்.
- இப்போது கிடைத்த எண்களுள் குறைந்தது இரண்டை வகுக்கும் எண்ணை கண்டுபிடித்து அவ்வெண்ணை வகு. இதை முடிந்தவரை பலமுறை செய். ஓர் எண்ணை வகுக்க முடியவில்லையெனில் அதை அப்படியே விட்டுவிடு.
- 1ஐ தவிர பிற எந்தவொரு சாதாரண காரணியும் இல்லையெனில் வகுத்தலை நிறுத்திவிடு.
- அதாவது இடது தூணிலுள்ள எண்களின் பெருக்கலை கண்டுபிடி. இப்பெருக்குத் தொகையை கடைசி வரிசையிலுள்ள எண்களால் பெருக்கு.

  $\therefore$ மீ.சி.ம. $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7 = 560$

எடுத்துக்காட்டு: 18 மற்றும் 30 ஆகியவற்றின் மீ.சி.ம. மற்றும் மீ.பெ.வ.வை கண்டுபிடி. அவற்றின் பெருக்குத் தொகையோடு கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பெருக்குத் தொகையை ஒப்பிடு.

2	18	30
3	9	15
	3	5

மீ.பெ.வ. $= 2 \times 3 = 6$

மீ.சி.ம. $= 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$

மீ.பெ.வ. $\times$ மீ.சி.ம. $= 6 \times 90 = 540$

கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பெருக்குத் தொகை $= 18 \times 30 = 540$

கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பெருக்குத் தொகை $=$ மீ.பெ.வ. $\times$ மீ.சி.ம.

இதிலிருந்து, இரு எண்களின் பெருக்குத்தொகை அவ்விரு எண்களின் மீ.பெ.வ. மற்றும் மீ.சி.ம.வின் பெருக்குத் தொகைக்கு சமமாக உள்ளது என்பதைக் காண்கிறோம். இக்கூற்றை கீழ்க்கண்ட எண்களின் சோடிகளுக்கு சரிபார்: (15, 48), (14, 63), (75, 120)

எடுத்துக்காட்டு: 15, 45 மற்றும் 105 ஆகியவற்றின் மீ.சி.ம. மற்றும் மீ.பெ.வ. கண்டுபிடி.

3	15	45	105
5	5	15	35
	1	3	7

$15 = \underline{3} \times \underline{5}$

$45 = \underline{3} \times 3 \times \underline{5}$

$105 = \underline{3} \times \underline{5} \times 7$

மீபெ.வ. $= 3 \times 5 = 15$

மீ.சி.ம. $= 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 315$

எடுத்துக்காட்டு: இரண்டு ஈரிலக்க எண்களின் பெருக்குத் தொகை 1280 ஆகும். மேலும், அவற்றின் மீ.பெ.வ. 4 ஆகுமெனில் அவற்றின் மீ.சி.ம. யாது?

மீ.பெ.வ. × மீ.சி.ம. = கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பெருக்குத்தொகை.

$4 \times$ மீ.சி.ம. $= 1280$

$\therefore$ மீ.சி.ம. $= \dfrac{1280}{4} = 320$

பயிற்சித் தொகுப்பு 13

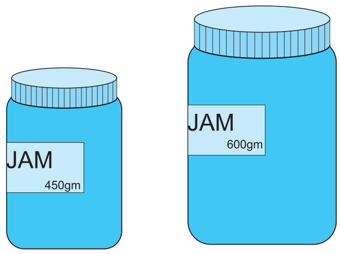
1. மீ.சி.ம. கண்டுபிடி.
   (i) 12, 15 (ii) 6, 8, 10 (iii) 18, 32 (iv) 10, 15, 20 (v) 45, 86
   (vi) 15, 30, 90 (vii) 105, 195 (viii) 12, 15, 45 (ix) 63, 81
   (x) 18, 36, 27

2. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் மீ.பெ.வ. மற்றும் மீ.சி.ம.வைக் கண்டுபிடி. அவற்றின் பெருக்குத் தொகை கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பெருக்குத் தொகைக்கு சமமாக உள்ளதா என்று சரிபார்.
   (i) 32, 37 (ii) 46, 51 (iii) 15, 60 (iv) 18, 63 (v) 78, 104

மீ.சி.ம. மற்றும் மீ.பெ.வ. வின் பயன்பாடு

எடுத்துக்காட்டு: கடையில் 450 கிராம் எடையுள்ள பழப்பாகின் சிறிய புட்டி ரூ. 96க்கும் 600 கிராம் எடையுள்ள பெரிய புட்டி ரூ. 124 க்கும் விற்கப்படுகிறதெனில் எப்புட்டியை விலைக்கு வாங்குவது அதிக இலாபகரமானதாகும்?

தீர்வு: நாம் தனி முழுமை முறையைக் கற்றுள்ளோம். அதைப் பயன்படுத்தி ஒவ்வொரு புட்டியிலுள்ள 1 கிராம் பழப்பாகின் விலையைக் காணவும் ஒப்பிடவும் நம்மால் முடியும். இருப்பினும், சிறிய பொதுக்காரணியை பயன்படுத்துவதை விட பெரிய பொதுக்காரணியை நாம் பயன்படுத்தினால் கணக்கீடு எளிதாகிறது.



450 மற்றும் 600 இன் மீ.பெ.வ. 150 என்பதை பயன்படுத்துவோம்.

$450 = 150 \times 3$, $600 = 150 \times 4$

∴ சிறிய புட்டியிலுள்ள 150 கிராம் பழப்பாகின் விலை $\frac{96}{3}$ = ரூ. 32.

பெரிய புட்டியிலுள்ள 150 கிராம் பழப்பாகின் விலை $\frac{124}{4}$ = ரூ. 31.

∴ 600 கிராம் பழப்பாகின் புட்டியை விலைக்கு வாங்குவது அதிக இலாபகரமானதாகும்.

எடுத்துக்காட்டு: கூட்டுக. $\frac{17}{28} + \frac{11}{35}$

முறை 1: கூட்டுவதற்கு பின்னப் பகுதிகளை சமமாக்கு.

தீர்வு: $\frac{17}{28}+\frac{11}{35} = \frac{17\times35+11\times28}{28\times35} = \frac{595+308}{28\times35} = \frac{903}{28\times35} = \frac{903}{980} = \frac{129}{140}$

முறை 2: 28 மற்றும் 35ஐ கூட்டுவதற்கு இவற்றின் மீ.சி.ம. காண்போம்.

தீர்வு : மீ.சி.ம. = 7 × 4 × 5 = 140

$\frac{17}{28} + \frac{11}{35} = \frac{17\times5}{28\times5} + \frac{11\times4}{35\times4} = \frac{85+44}{140} = \frac{129}{140}$

பகுதிகளைப் பெருக்குவதைவிட மீ.சி.ம. பெறுவதன் காரணமாக நமக்கு கணக்கீடு மிகவும் எளிதாகிறது.

எடுத்துக்காட்டு: ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணை 8, 10, 12, 14 ஆல் வகுக்கும்போது மீதி எப்போதும் 3 ஆக உள்ளதெனில் அத்தகைய மிகச் சிறிய எண் எது?

2	8	10	12	14
2	4	5	6	7
	2	5	3	7

தீர்வு: *இம்மடங்கை கண்டுபிடிக்க நாம் கொடுக்கப்பட்ட வகு எண்களின் மீ.சி.ம. காண்போம்.

மீ.சி.ம. = 2 × 2 × 2 × 5 × 3 × 7 = 840

மீ.சி.ம. உடன் ஒவ்வொரு முறையும் கிடைக்கும் மீதியைக் கூட்டுவோம்.

அவ்வெண் = மீ.சி.ம. + மீதி

= 840 + 3 = 843

எடுத்துக்காட்டு: 16, 20, 80 ஆகிய எண்களின் மீ.சி.ம. கண்டுபிடி.

தீர்வு: 16 = 2 × 2 × 2 × 2

20 = 2 × 2 × 5

80 = 2 × 2 × 2 × 2 × 5

மீ.சி.ம. = 4 × 4 × 5 = 80

இங்கு 80 ஆனது கொடுக்கப்பட்ட எண்களுள் ஒன்று என்பதையும் பிற எண்கள் 16 மற்றும் 20 அதன் வகு எண்கள் என்பதையும் நீ கவனித்தாயா?

4	16	20	80
4	4	5	20
5	1	5	5
	1	1	1

நினைவில் கொள்:
கொடுக்கப்பட்ட எண்களிலுள்ள மிகப்பெரிய எண் ஆனது பிற எண்களால் வகுக்கப்படுகிறதெனில் அம்மிகப் பெரிய எண்ணே கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மீ.சி.ம. ஆகும்.

மேற்கண்ட விதியை சரிபார்க்க (18,90) (35,140,70) இவ்வெண்களின் குழுக்களை ஆய்வு செய்.

எடுத்துக்காட்டு: ஸ்ரேயஸ், ஷலாகா மற்றும் ஸ்நேகல் ஒரு வட்டவடிவப் பாதையின் ஒரே இடத்திலிருந்து ஒரே நேரத்தில் ஓட்டத்தை தொடங்கி முறையே 16, 24 மற்றும் 18 நிமிடங்களில் ஒரு சுற்றை நிறைவு செய்கின்றனர் எனில் அம்மூவரும் குறைந்தபட்சம் எவ்வளவு நேரத்திற்கு பின்னர் தொடங்கிய இடத்திற்கு ஒரே நேரத்தில் வருவர்?

தீர்வு: அவர்கள் **மூவரும் ஒன்றாக வர** ஆகும் நேரம் 16, 24 மற்றும் 18 இன் மடங்காக இருக்கும். அத்தகைய மிகச் சிறிய எண்ணை காண நாம் மீ.சி.ம. கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$ $\quad$ $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ $\quad$ $18 = 2 \times 3 \times 3$

மீ.சி.ம. $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 144$

அவர்கள் 144 நிமிடங்கள் அல்லது 2 மணி 24 நிமிடங்களில் ஒன்றாக வருவர்.

பயிற்சித் தொகுப்பு 14

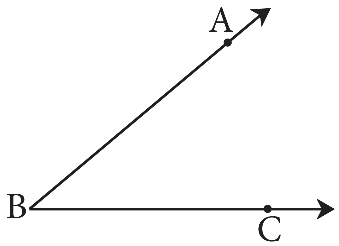
1. சரியானவற்றை தேர்ந்தெடு.
   (i) 120 மற்றும் 150 ஆகியவற்றின் மீ.பெ.வ. .... ஆகும்.
   (1) 30 (2) 45 (3) 20 (4) 120
   (ii) கீழுள்ளவற்றுள் .... என்ற எண் சோடியின் மீ.பெ.வ. 1 ஆகாது.
   (1) 13, 17 (2) 29, 20 (3) 40, 20 (4) 14, 15
2. மீ.பெ.வ. மற்றும் மீ.சி.ம. கண்டுபிடி.
   (i) 14, 28 (ii) 32, 16 (iii) 17, 102, 170 (iv) 23, 69 (v) 21, 49, 84
3. மீ.சி.ம. கண்டுபிடி.
   (i) 36, 42 (ii) 15, 25, 30 (iii) 18, 42, 48 (iv) 4, 12, 20 (v) 24, 40, 80, 120
4. ஒரு எண்ணை 8, 9, 10, 15, 20 ஆகிய எண்களால் வகுக்கும்போது ஒவ்வொரு முறையும் 5 மீதி வருகிறதெனில் அம்மிகச்சிறிய எண்ணை எழுது.
5. $\frac{348}{319}, \frac{221}{247}, \frac{437}{551}$ ஆகிய பின்னங்களின் எளிய வடிவத்தை கொடு.
6. இரு எண்களின் மீ.சி.ம. மற்றும் மீ.பெ.வ. முறையே 432 மற்றும் 72 ஆகும். இரு எண்களுள் ஒன்று 216 எனில் மற்ற எண் யாது?
7. இரு ஈரிலக்க எண்களின் பெருக்குத் தொகை 765 ஆகும். அவற்றின் மீ.பெ.வ. 3 எனில் அவற்றின் மீ.சி.ம. யாது?
8. ஒரு வணிகரிடம் 392 மீ., 308 மீ. மற்றும் 490 மீ. நீளமுடைய நெகிழிக் கயிறு மூன்று கட்டுகள் உள்ளன. கயிறு மீதம் வராதவாறு அம்மூன்று கட்டுகளிலிருந்து சம நீளமுடைய துண்டுகள் வெட்டப்படுகிறதெனில் ஒவ்வொரு துண்டிலும் அதிகபட்சம் எவ்வளவு நீளம் இருக்கும்?

9*. இம்மடங்கை இரு அடுத்தடுத்த இரட்டை எண்களின் மீ.சி.ம. 180 எனில், அவ்வெண்கள் யாவை?

❑❑❑

4 கோணங்கள் மற்றும் கோணங்களின் சோடிகள்

நினைவு கூர்வோம்.

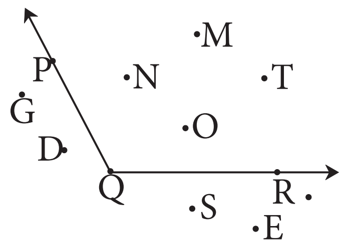


- அருகில் காட்டப்பட்டுள்ள கோணத்தின் பெயரை எழுது ....
- அதன் முனையின் பெயரை எழுது............... .
- கோணப் பக்கங்களின் பெயர்களை எழுது ....
- பக்கங்களில் காட்டப்பட்டுள்ள புள்ளிகளின் பெயர்களை எழுது ....

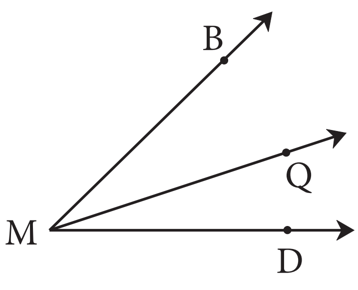
கற்போம். **கோணத்தின் உட்பகுதி மற்றும் வெளிப்பகுதி**

அருகில் காட்டப்பட்ட படத்திலுள்ள தளத்தில் N, M மற்றும் T ஆகிய புள்ளிகளின் குழு கோணத்தின் பக்கங்களின் மீது அமையாமல் ∠PQR இன் **உட்பகுதி** (Interior of an angle)-யை உருவாக்குகின்றன.

கோண தளத்திலுள்ள G, D மற்றும் E ஆகிய புள்ளிகளின் குழு கோணத்தின் பக்கங்களின் மீதோ அல்லது அதன் உட்பகுதியிலோ அமையாமல் ∠PQR இன் **வெளிப் பகுதி** (Exterior of an angle)-யை உருவாக்குகின்றன.



அடுத்தடுத்த கோணங்கள் (Adjacent angles)



அருகில் காட்டப்பட்ட படத்திலுள்ள கோணங்களைப் பார். ∠BMQ மற்றும் ∠QMD ஆகிய கோணங்களில் கதிர் MQ பொது பக்கமாகவும் மற்றும் M அவற்றின் பொது முனையாகவும் உள்ளது. இக் கோணங்களின் உட்பக்கத்தில் எந்த ஒரு புள்ளியும் பொதுவாக இல்லை. அவை ஒன்றுக்கொன்று அருகிலுள்ளன. அத்தகைய கோணங்கள் அடுத்தடுத்த கோணங்களாகும்.

அடுத்தடுத்த கோணங்களில் ஒரு பக்கம் பொதுப்பக்கமாகும். மற்ற இரு பக்கங்கள் பொது பக்கத்தின் எதிர் பக்கங்களில் அமைகின்றன. மேலும் அவை பொது முனையைக் கொண்டுள்ளன. அடுத்தடுத்த கோணங்களின் உட்பகுதிகள் வெவ்வேறானவை.

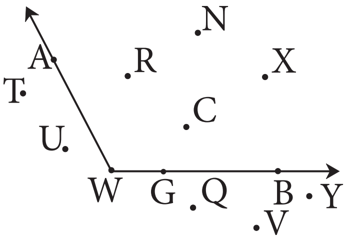
மேலேயுள்ள படத்தில் ∠BMD மற்றும் ∠BMQ இல் பொதுப் பக்கம் MB ஆகும். ஆனால் அவை அடுத்தடுத்த கோணங்கள் அல்ல. ஏனெனில் அவற்றின் உட்பகுதிகள் வெவ்வேறானவை அல்ல.

நான் அறிகிறேன்.

ஒரு பொது முனை, ஒரு பொது பக்கம் மற்றும் தனித்தனி உட்பகுதிகளையுடைய இரு கோணங்கள் அடுத்தடுத்த கோணங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன..

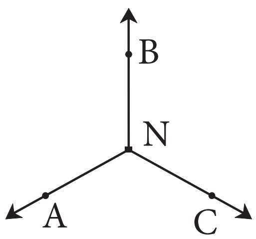
பயிற்சித் தொகுப்பு 15

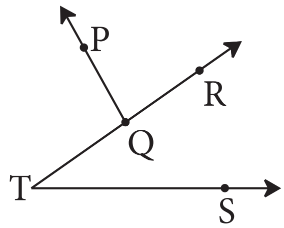
1. படத்தை உற்று நோக்கி ∠AWBக்கான அட்டவணையை நிரப்பு.



உட்பகுதியிலுள்ள புள்ளிகளின் பெயர்கள்	
வெளிப்பகுதியிலுள்ள புள்ளிகளின் பெயர்கள்	
கோணப் பக்கங்களின் மீதுள்ள புள்ளிகள்	

2. தரப்பட்ட படத்திலுள்ள அடுத்தடுத்த கோணச் சோடிகளின் பெயர்களை எழுது.

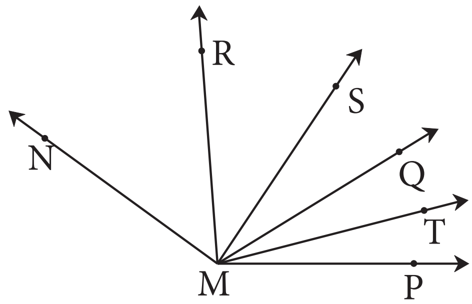




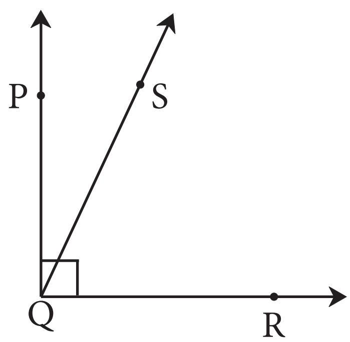
3. கீழேயுள்ள சோடிகள் அடுத்தடுத்த கோணங்களா? இல்லையெனில் காரணம் எழுது.

(i) ∠PMQ மற்றும் ∠RMQ (ii) ∠RMQ மற்றும் ∠SMR

(iii) ∠RMS மற்றும் ∠RMT (iv) ∠SMT மற்றும் ∠RMS



கற்போம். நிரப்புக்கோணம் **(Complementary Angles)**

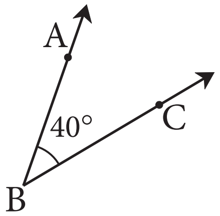


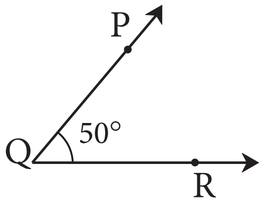
- ∠PQR என்ற ஒரு செங்கோணம் வரை.
- அதன் உட்பகுதியில் S என்ற ஏதேனும் ஒரு புள்ளியை வை.
- கதிர் QSஐ வரை.
- ∠PQS மற்றும் ∠SQR ஆகியவற்றின் அளவுகளைக் கூட்டு.
- கூட்டுத்தொகை எவ்வளவு இருக்கும்?

இரு கோண அளவுகளின் கூட்டுத்தொகை 90° எனில் அவை ஒன்றுக்கொன்று நிரப்புக்கோணம் என்றழைக்கப்படுகின்றன.

இங்கு ∠PQS மற்றும் ∠SQR ஆகியவை ஒன்றுக்கொன்று நிரப்புக் கோணங்களாகும்.

எ.கா. படத்திலுள்ள கோணங்களை உற்றுநோக்கி பொருத்தமான எண்ணை கட்டத்தில் எழுது.





$m\angle ABC$ = ☐ °

$m\angle PQR$ = ☐ °

$m\angle ABC + m\angle PQR$ = ☐ °

$\angle$ABC மற்றும் $\angle$PQR ஆகியவற்றின் அளவுகளின் கூட்டுத்தொகை 90° ஆகும். எனவே அவை ஒன்றுக்கொன்று நிரப்புக் கோணங்களாகும்.

எ.கா. 70° அளவுடைய கோணத்தின் நிரப்புக் கோணத்தின் அளவு யாது?

தீர்வு: கொடுக்கப்பட்ட கோணத்தின் நிரப்புக் கோணத்தின் அளவு x என்க.

$70 + x = 90$

$\therefore 70 + x - 70 = 90 - 70$

$x = 20°$

70° இன் நிரப்புக் கோணத்தின் அளவு 20° ஆகும்.

எ.கா. $(a + 15)°$ மற்றும் $(2a)°$ ஆகியவை ஒன்றுக்கொன்று நிரப்புக் கோணங்கள் எனில் ஒவ்வொரு கோணத்தின் அளவு யாது?

தீர்வு: $a + 15 + 2a = 90$

$3a + 15 = 90$

$3a = 75$

$a = 25$

$\therefore a + 15 = 25 + 15 = 40°$

மற்றும் $2a = 2 \times 25 = 50°$

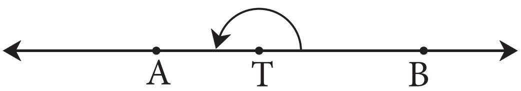
பயிற்சித் தொகுப்பு 16

1. கீழே சில கோணங்களின் அளவுகள் தரப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் நிரப்புக் கோணங்களின் அளவுகளை எழுது.

   (i) 40° (ii) 63° (iii) 45° (iv) 55° (v) 20° (vi) 90° (vii) $x°$

2. $(y - 20)°$ மற்றும் $(y + 30)°$ ஆகியவை ஒன்றுக்கொன்று நிரப்புக் கோணங்கள் எனில் ஒவ்வொரு கோணத்தின் அளவைக் கண்டுபிடி.

நினைவு கூர்வோம்.

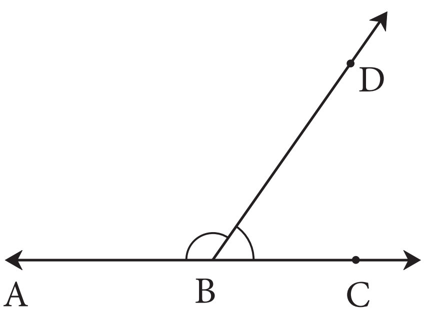


T ஆனது கோடு AB இன்மீது அமைந்துள்ள ஒரு புள்ளி ஆகும்.

- $\angle$ATB எவ்வகை கோணமாகும்?
- அதன் அளவு யாது?

கற்போம்.

மிகை நிரப்புக்கோணம் (Supplementary Angles)



- அருகிலுள்ள படத்தில் கோடு AC தரப்பட்டுள்ளது. கோட்டில் B என்ற புள்ளியிலிருந்து BD என்னும் கதிர் வரையப்பட்டுள்ளது. இங்கு எத்தனை கோணங்கள் உள்ளன?

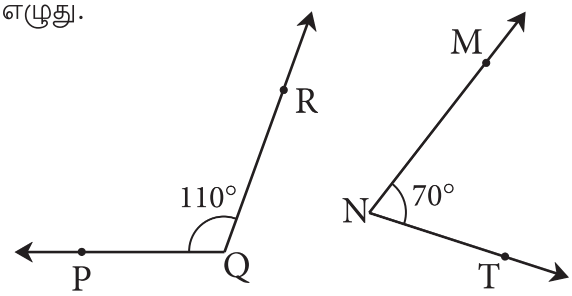
$m\angle ABD$ = ☐ °, $m\angle DBC$ = ☐ °

$m\angle ABD + m\angle DBC$ = ☐ °

இரு கோண அளவுகளின் கூட்டுத்தொகை 180° எனில் அவை ஒன்றுக்கொன்று மிகை நிரப்புக் கோணங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

இங்கு $\angle$ABD மற்றும் $\angle$DBC இவை ஒன்றுக்கொன்று மிகை நிரப்புக் கோணங்கள் ஆகும்.

எ.கா. கீழே தரப்பட்ட படத்திலுள்ள கோணங்களை உற்றுநோக்கி கட்டத்தினுள் பொருத்தமான எண்ணை எழுது.



$m\angle PQR = \square^\circ$ $m\angle MNT = \square^\circ$

$m\angle PQR + m\angle MNT = \square^\circ$

$\angle PQR$ மற்றும் $\angle MNT$ இவை ஒன்றுக்கொன்று மிகை நிரப்புக் கோணங்களாகும்..

எ.கா. 135° அளவுடைய கோணத்தின் மிகைநிரப்பியின் அளவை காண்.

தீர்வு: மிகை நிரப்புக்கோணத்தின் அளவு p° என்க.

இரு மிகை நிரப்புக்கோணங்களின் கூடுதல் 180° ஆகும்.

$135 + p = 180$

$\therefore 135 + p - 135 = 180 - 135$

$\therefore p = 45$

∴ 135° அளவுடைய கோணத்தின் மிகை நிரப்பியின் அளவு 45° ஆகும்.

எ.கா. $(a + 30)^\circ$ மற்றும் $(2a)^\circ$ ஆகியவை ஒன்றுக்கொன்று மிகை நிரப்புக்கோணம் எனில் ஒவ்வொரு கோணத்தின் அளவு யாது?

தீர்வு: $a + 30 + 2a = 180$

$\therefore 3a = 180 - 30$

$\therefore 3a = 150$

$\therefore a = 50$

$\therefore a + 30 = 50 + 30 = 80^\circ$

$\therefore 2a = 2 \times 50 = 100^\circ$

∴ அக்கோணங்களின் அளவுகள் 80° மற்றும் 100° ஆகும்.

பயிற்சித் தொகுப்பு 17

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள கோணங்களின் மிகை நிரப்பியை எழுது.
   (i) 15° (ii) 85° (iii) 120° (iv) 37° (v) 108° (vi) 0° (vii) a°

2. கீழே சில கோணங்களின் அளவுகள் தரப்பட்டுள்ளன. அவற்றிலிருந்து சோடிகளை இணைத்து மிகை நிரப்பு மற்றும் நிரப்புக் கோணச்சோடிகளை தயார் செய்.

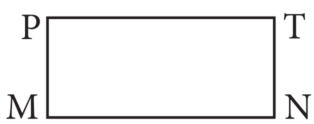
   $m\angle B = 60^\circ$ # $m\angle N = 30^\circ$ # $m\angle Y = 90^\circ$ # $m\angle J = 150^\circ$

   $m\angle D = 75^\circ$ # $m\angle E = 0^\circ$ # $m\angle F = 15^\circ$ # $m\angle G = 120^\circ$

3. ΔXYZ இல் $m\angle Y = 90^\circ$, $\angle X$ மற்றும் $\angle Z$ ஆகிய கோணங்களுக்கிடையில் ஒன்றுக்கொன்றின் தொடர்பை எழுது.

4. ஒரு நிரப்புக் கோணச்சோடியின் இரு கோண அளவுகளின் வேறுபாடு 40° எனில் அக்கோணங்களின் அளவுகளைக் கண்டுபிடி.

5. □PTNM ஒரு செவ்வகம் ஆகும். இப்படத்திலிருந்து மிகை நிரப்புக் கோணச் சோடிகளின் பெயர்களை எழுது.



6*. $m\angle A = 70^\circ$ எனில் $\angle A$ இன் நிரப்புக்கோணத்தின் மிகை நிரப்பு கோணத்தினுடைய அளவு யாது?

7. $\angle A$ மற்றும் $\angle B$ ஒன்றுக்கொன்று மிகை நிரப்புக் கோணமாகும். மேலும் $m\angle B = (x + 20)^\circ$ எனில் $m\angle A$ யாது?

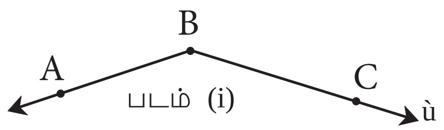
கலந்துரையாடுவோம்.

கீழேயுள்ள கூற்றுகளைக் கலந்துரையாடு. கூற்று சரியெனில் அதற்கான எடுத்துக்காட்டைக் கொடு. கூற்று தவறெனில் காரணத்தைக் கூறு.

- இரு குறுங்கோணங்கள் ஒன்றுக்கொன்று நிரப்புக் கோணங்களாக இருக்க முடியும்.
- இரு செங்கோணங்கள் ஒன்றுக்கொன்று நிரப்புக் கோணங்களாக இருக்க முடியும்.
- ஒரு குறுங்கோணமும் ஒரு விரிகோணமும் ஒன்றுகொன்று நிரப்புக் கோணங்களாக இருக்க முடியும்.
- இரு குறுங்கோணங்கள் ஒன்றுக்கொன்று மிகை நிரப்புக் கோணங்களாக இருக்க முடியும்.
- இரு செங்கோணங்கள் ஒன்றுக்கொன்று மிகை நிரப்புக் கோணங்களாக இருக்க முடியும்.
- ஒரு குறுங்கோணமும் ஒரு விரிகோணமும் ஒன்றுக்கொன்று மிகை நிரப்புக் கோணங்களாக இருக்க முடியும்.

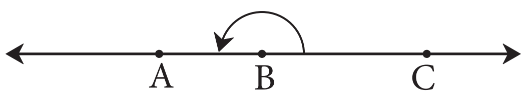
கற்போம்.

எதிரெதிர்க் கதிர்கள் (Opposite rays)



படம் (i)

(1) படத்திலுள்ள கதிர்களின் பெயர்களைக் கூறு.
(2) கதிர்களின் தொடக்கப்புள்ளியின் பெயரைக் கூறு.
(3) படம் (i) இல் கோணத்தின் பெயரை எழுது.



படம் (ii)

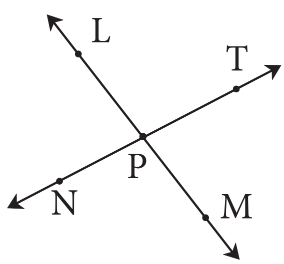
(1) அருகிலுள்ள படம் (ii) இல் கோணத்தின் பெயரை எழுது.
(2) படத்தில் Bஐ தொடக்கப்புள்ளியாகக் கொண்ட கதிர்களின் பெயர்களை எழுது.

படம் (i) இல் கதிர் BC மற்றும் கதிர் BA சேர்ந்து ஒரு விரிகோணத்தை அமைக்கிறது. படம் (ii) இல் கதிர் BC மற்றும் கதிர் BA சேர்ந்து ஒரு நேர்கோணத்தை அமைப்பதால் நாம் ஒரு நேர்கோட்டை பெறுகிறோம். இங்கே கதிர் BC மற்றும் கதிர் BA ஒன்றுக்கொன்று எதிரெதிர்க் கதிர்களாகும்.

நான் அறிகிறேன்.

பொது தொடக்கப்புள்ளியையுடைய இரு கதிர்கள் ஒரு நேர்க்கோட்டை அமைத்தால் அவை ஒன்றுக்கொன்று எதிரெதிர்க் கதிர்கள் என்று கூறப்படுகின்றன.

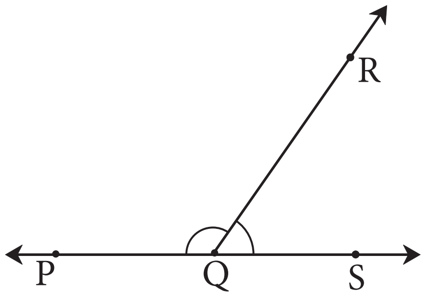
பயிற்சித் தொகுப்பு 18



1. அருகில் தரப்பட்ட படத்திலுள்ள எதிரெதிர்க் கதிர்களின் பெயர்களை எழுது..
2. கதிர் PM மற்றும் கதிர் PT எதிரெதிர்க் கதிர்களா? காரணம் எழுது.

கற்போம்.

கோட்டுக் கோணச் சோடிகள் (Angles in a Linear Pair)



- அருகே தரப்பட்ட படத்திலுள்ள கோணங்களின் பெயர்களை எழுது.
- கோணங்களின் சோடி எவ்வகையைச் சேர்ந்தது?
- கோணங்களின் பொதுவற்ற பக்கங்கள் எவை?
- $m\angle PQR$ = ____ ° • $m\angle RQS$ = ____ °
- $m\angle PQR + m\angle RQS = 180°$

படத்தில் $\angle PQR$ மற்றும் $\angle RQS$ ஆகியவை அடுத்தடுத்தக் கோணங்களாகும். மேலும் அவை மிகை நிரப்புக் கோணங்களாகும். அவற்றின் பொதுவற்ற பக்கங்கள் ஒன்றுக்கொன்று எதிரெதிர் கதிர்களாகும். இதன் பொருள் இதன் பக்கங்களில் ஒரு நேர்க்கோடு உருவாகிறது. இவ்விரு கோணங்களும் ஒரு கோட்டுச் சோடியை உருவாக்குகிறது என்று நாம் கூறுகிறோம். **கோட்டுக் கோணச் சோடியுள்ள கோண அளவுகளின் கூட்டுத் தொகை 180°ஆகும்.**

நான் அறிகிறேன்.

> ஒரு பொது பக்கத்தையும் ஒரு நேர்க்கோட்டை உருவாக்கும் பொதுவற்ற மற்ற பக்கங்களையுமுடைய கோணங்கள் கோட்டுக் கோணச்சோடிகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. கோட்டுக் கோணச்சோடிகள் ஒன்றுக்கொன்று மிகை நிரப்புக் கோணங்களாகும்.

செயல்: உறிஞ்சு குழாய் மற்றும் நேரான குச்சிகளை பயன்படுத்தி நீ கற்றறிந்த கோணச் சோடிகளை தயார் செய்.

பயிற்சித் தொகுப்பு 19

கீழே விவரித்தவாறு கோணச் சோடிகளை வரை. வரைய இயலாதெனில் காரணம் எழுது.

(i) அடுத்தடுத்து அமையாத நிரப்புக் கோணங்கள்.

(ii) மிகை நிரப்பியாக அமையாத கோட்டுக் கோணச் சோடிகள்.

(iii) கோட்டுச் சோடியாக அமையாத மிகை நிரப்புக் கோணங்கள்.

(iv) கோட்டுச் சோடியில் அமையாத அடுத்தடுத்த கோணங்கள்.

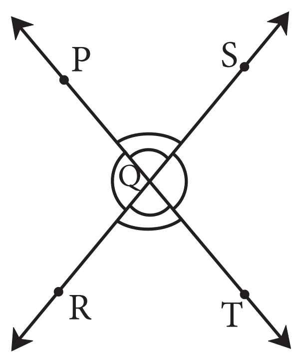
(v) நிரப்பிகளாகவோ அல்லது அடுத்தடுத்தோ இல்லாத கோணங்கள்.

(vi) நிரப்பிகளாக அமையும் கோட்டுக் கோணச் சோடிகள்.

கற்போம்.

எதிர்க் கோணங்கள் (Vertically Opposite Angles)

அருகில் தரப்பட்ட படத்தில் கோடு PT மற்றும் கோடு RS ஆகியவை ஒன்றுக்கொன்று Q புள்ளியில் வெட்டுகின்றன. இவ்வாறு நான்கு கோணங்கள் உருவாகியுள்ளன. $\angle PQR$ ஆனது கதிர்கள் QP மற்றும் QR ஆல் உருவாகியுள்ளது. கதிர் QP மற்றும் QRக்கு எதிர்க் கதிர்கள் முறையே QT மற்றும் QS ஆகும். இவ்வெதிர் கதிர்கள் $\angle SQT$ ஐ அமைக்கின்றன. எனவே, $\angle SQT$ ஆனது $\angle PQR$ இன் எதிர்க் கோணம் என்று அழைக்கப்படுகிறது.



நான் அறிகிறேன்.

இரு கதிர்களின் கோணம் உருவாகும்போது அதன் எதிர்க் கதிர்களால் உருவாகும் கோணம் முதல் கோணத்தின் எதிர்க் கோணம் ஆகும்.

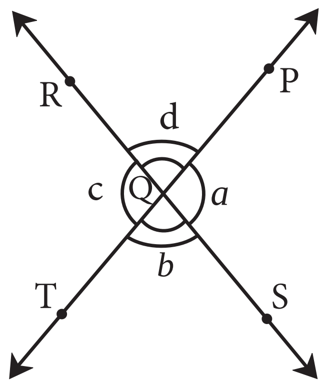
கற்போம். **எதிரெதிர்க் கோணங்களின் பண்புகள்**

- கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் $\angle PQS$ இன் எதிர்கோணம் எது?

படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு $m\angle PQS = a$, $m\angle SQT = \mathrm{b}$, $m\angle TQR = \mathrm{c}$, $m\angle PQR = \mathrm{d}$ என்க.

$\angle PQS$ மற்றும் $\angle SQT$ ஆகியவை கோட்டுக் கோணச் சோடிகள் ஆகும்.

$\therefore\ a + \mathrm{b} = 180°$



அதுபோல $m\angle SQT$ மற்றும் $m\angle TQR$ ஆகியவையும் கோட்டுக் கோணச் சோடிகள் ஆகும்.

$\therefore\ b + c = 180°$

$\therefore\ a + b = b + c$

$\therefore\ a = c$ .... (சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களிலும் b ஆல் கழிக்க)

$\therefore$ $\angle PQS$ மற்றும் $\angle TQR$ ஆகியவற்றின் அளவுகள் சமமாக இருப்பதால் இக்கோணங்கள் சர்வசம கோணங்கள்.

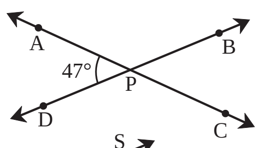
அதுபோலவே $m\angle PQR = m\angle SQT$
அதாவது $\angle PQR$ மற்றும் $\angle SQT$ சர்வசமம் ஆகும்.

நான் அறிகிறேன்.

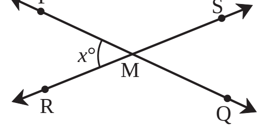
இரு கோடுகள் ஒன்றையொன்று வெட்டிக் கொள்ளும்போது உருவாகும் ஒன்றுக்கொன்று எதிரான கோணங்களின் அளவுகள் சமமானவையாக இருக்கும்.

பயிற்சித் தொகுப்பு 20

1. கோடுகள் AC மற்றும் BD ஒன்றையொன்று P என்ற புள்ளியில் வெட்டுகின்றன. $m\angle APD = 47°$, $\angle APB$, $\angle BPC$, $\angle CPD$ ஆகியவற்றின் அளவுகளை எழுது.

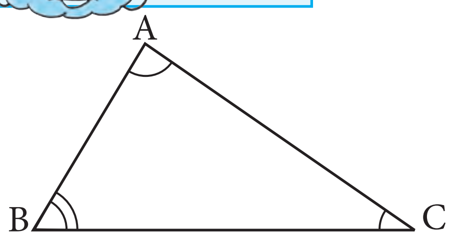


2. கோடுகள் PQ மற்றும் RS ஒன்றையொன்று M புள்ளியில் வெட்டுகின்றன எனில் $m\angle PMR = x°$, $\angle PMS$, $\angle SMQ$ மற்றும் $\angle QMR$ ஆகியவற்றின் அளவுகளை எழுது.



கற்போம். **பல்கோணத்தின் உட்கோணங்கள் (Interior angles of a Polygon)**

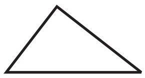
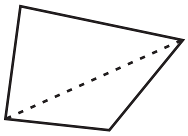
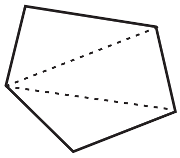
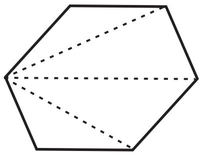
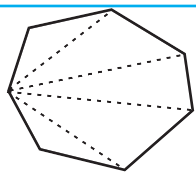
முக்கோணத்தின் உட்கோணங்கள்



$\angle A$, $\angle B$ மற்றும் $\angle C$ மற்றும் ஆகியவை ΔABC இன் உட்கோணங்களாகும்.

$m\angle ABC + m\angle BAC + m\angle ACB = \square°$

கீழேயுள்ள அட்டவணையை உற்று நோக்கி முடிவுகளை வரை.

பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	பல்கோணங்களின் பெயர்	பல்கோணங்கள்	முக்கோ-ணங்களின் எண்ணிக்கை	உட்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை
3	முக்கோணம்		1	$180° \times 1 =$ ☐
4	நாற்கரம்		2	$180° \times 2 =$ ☐
5	ஐங்கோணம்		3	$180° \times 3 =$ ☐
6	அறுங்கோணம்		4	$180° \times$ ☐ = ☐
7	எழுகோணம்		5	
8	எண்கோணம்		6	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	n பக்கங்களை உடைய ஒரு வடிவம்		$(n-2)$	$180° \times (n-2)$

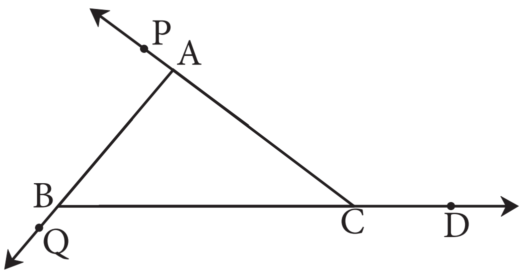
ஒரு பல்கோணத்தில் உருவான முக்கோணங்களின் எண்ணிக்கை மேலே காட்டியவாறு அப்பல்கோணத்தின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கையை விட இரண்டு குறைவாக உள்ளது என்பதை கவனி.

நான் அறிகிறேன்.

n பக்கத்தையுடைய பல்கோணத்தின் உட்கோண அளவுகளின் கூட்டுத்தொகை $= 180° \times (n-2)$

கற்போம்.

முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணம் (Exterior Angle of a Triangle)



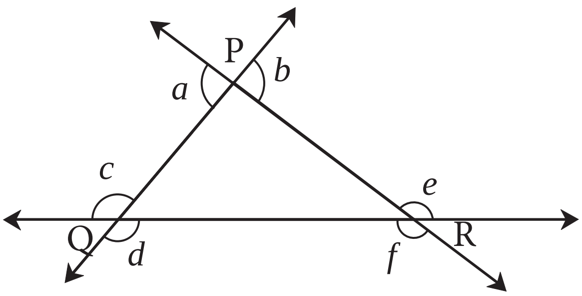
ΔABC இன் பக்கமான BC படத்தில் காட்டியவாறு நீட்டப்படுமெனில் ∠ACD என்ற புதுக் கோணம் முக்கோணத்தின் வெளிப்புறத்தில் உருவாகிறது.

∠ACD ஆனது ΔABC இன் வெளிக்கோணமாகும். ∠ACD மற்றும் ∠ACB ஆகியவை **கோட்டுக் கோணச் சோடிகள்** ஆகும். ∠PAB மற்றும் ∠QBCயும் கூட ΔABC இன் வெளிக்கோணங்களாகும்.

நான் அறிகிறேன்.

- முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கத்தை நீட்டும்போது உருவாகும் கோணம் முக்கோணத்தின் அடுத்துள்ள உட்கோணத்துடன் கோட்டுச் சோடியை உருவாக்கினால் அக்கோணம் முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணம் என்றழைக்கப்படுகிறது.

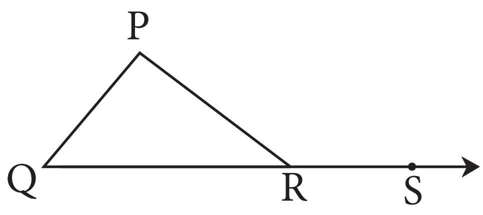
எடுத்துக்காட்டு: அருகிலுள்ள படத்தில் முக்கோணத்தின் அனைத்து வெளிக்கோணங்களும் காட்டப்பட்டுள்ளன. *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* ஆகியவை ΔPQR இன் வெளிக்கோணங்கள் ஆகும். ஒவ்வொரு முக்கோணத்திற்கும் இதுபோன்று ஆறு வெளிக்கோணங்கள் உள்ளன.



கற்போம்.

ஒரு முக்கோண வெளிக்கோணத்தின் பண்புகள்

அருகிலுள்ள படத்தில் ∠PRS என்பது ΔPQR இன் வெளிக்கோணமாகும். அதற்கு அடுத்துள்ள உட்கோணம் ∠PRQ ஆகும். மற்ற இரு உட்கோணங்களான ∠P மற்றும் ∠Q உம் ∠PRS இலிருந்து அதிக தூரத்திலுள்ளன. ∠P மற்றும் ∠Q ஆகியவை ∠PRS இன் தொலைதூர உட்கோணங்கள் என்றழைக்கப்படுகின்றன.



$m\angle P + m\angle Q + m\angle PRQ = \square^\circ$........... (முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை)

$m\angle PRS + m\angle PRQ = \square^\circ$........... (கோட்டு கோணச் சோடிகள்)

$\therefore\ m\angle P + m\angle Q + m\angle PRQ = m\angle PRS + m\angle PRQ$

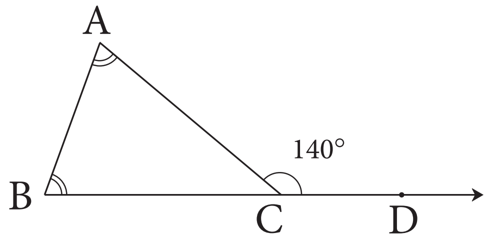
$\therefore\ m\angle P + m\angle Q = m\angle PRS$ .... (இரு பக்கங்களிலும் $m\angle PRQ$ ஐ கழிக்க)

நான் அறிகிறேன்.

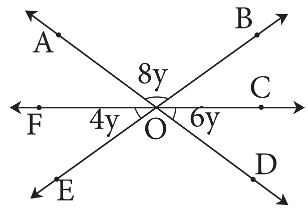
- ஒரு முக்கோணத்தில் வெளிக்கோணத்தின் அளவு அதன் தொலைதூர உட்கோண அளவுகளின் கூட்டுத் தொகைக்கு சமமாக உள்ளது.

பயிற்சித் தொகுப்பு 21

1. $\angle ACD$ என்பது ΔABC இன் ஒரு வெளிக்கோணமாகும். $\angle A$ மற்றும் $\angle B$ இன் அளவுகள் சமமாக உள்ளன. $m\angle ACD = 140^\circ$ எனில், $\angle A$ மற்றும் $\angle B$ ஆகியவற்றின் அளவுகளைக் கண்டுபிடி.



2. அருகிலுள்ள படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோணங்களின் அளவுகளைப் பயன்படுத்தி மீதியுள்ள மூன்று கோணங்களின் அளவுகளைக் காண்.



3*. இரு சமபக்க ΔABC இல் $\angle A$ மற்றும் $\angle B$ இன் அளவுகள் சமமாக உள்ளன. $\angle ACD$ ஆனது ΔABC இன் வெளிக் கோணமாகும். $\angle ACB$ மற்றும் $\angle ACD$ ஆகியவற்றின் அளவுகள் முறையே $(3x - 17)^\circ$ மற்றும் $(8x + 10)^\circ$ ஆகும். $\angle ACB$ மற்றும் $\angle ACD$ இன் அளவுகளை காண். அதுபோலவே, $\angle A$ மற்றும் $\angle B$ ஆகிவற்றின் அளவுகளைக் காண்.

ICT Tools or Links

- Geogebraவின் உதவியுடன் ஒரேயொருப் புள்ளியுடைய இரு கதிர்கள் வரை. Move Optionஐ பயன்படுத்தி ஒரு கதிரைத் திருப்பு. ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்தில் அவை எதிரெதிர்க் கதிர்களை உருவாக்குவதை ஒப்பிட்டு அறிந்துகொள்.
- கோட்டுக் கோணச் சோடியை தயார் செய். பொதுப் பக்கத்தில் move செய்து வெவ்வேறு கோட்டுக் கோணச் சோடிகளின் அனுபவத்தைப் பெறு.
- Geogebraவிலுள்ள Polygon Toolsஐ பயன்படுத்தி பல்வேறு பல்கோணங்களை வரை மற்றும் அவற்றின் உட்கோண அளவுகளின் பண்புகளை சரிபார்.

5 விகிதமுறு எண்கள் மற்றும் அவற்றின்மீதான செயற்பாடுகள்

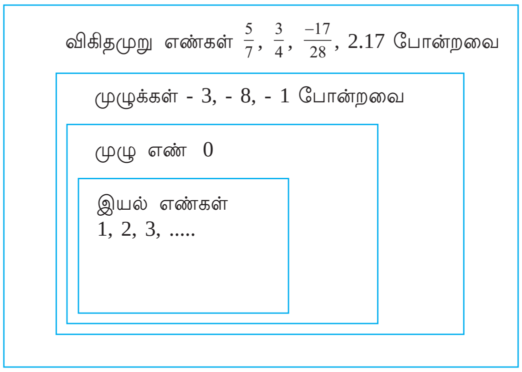
கற்போம்.

விகிதமுறு எண்கள் (Rational Numbers)

முந்தைய வகுப்புகளில் நாம் 1, 2, 3, 4, ... ஆகிய எண்ணும் எண்கள் என்று அழைக்கப்படும் இயல் எண்களைப் பற்றி படித்தோம். இயல் எண்கள், பூஜ்ஜியம் மற்றும் இயல் எண்களின் எதிரெண்கள் ஆகியவை சேர்ந்து உருவாகும் முழுக்களின் குழு பற்றி நாம் அறிவோம். அதுபோலவே $\frac{7}{11}, \frac{2}{5}, \frac{1}{7}$ போன்ற பின்னங்கள் பற்றியும் நாம் அறிந்திருக்கிறோம். முழுக்களையும் பின்ன எண்களையும் உள்ளடக்கிய ஒரு எண்களின் குழு இருக்கிறதா? இதை சிந்தித்துப் பார்.

$4 = \frac{12}{3}, 7 = \frac{7}{1}, -3 = \frac{-3}{1}, 0 = \frac{0}{2}$ இவ்வாறு அனைத்து முழுக்களின் எண்களை நாம் $\frac{m}{n}$ என்ற வடிவில் எழுத முடியும் என்பது நமக்கு தெரியும். m என்பது ஏதேனும் ஒரு முழு மற்றும் n என்பது ஏதேனும் பூஜ்ஜியம் அல்லாத முழு எனில் $\frac{m}{n}$ ஆனது ஒரு விகிதமுறு எண் என்றழைக்கப்படுகிறது.

இவ்வாறு விகிதமுறு எண்களின் குழு மேலுள்ள அனைத்துவகை எண்களையும் உள்ளடக்கியதாகும்.



கீழேயுள்ள அட்டவணையை நிரப்பு.

	-3	$\frac{3}{5}$	-17	$-\frac{5}{11}$	5
இயல் எண்கள்	×				✓
முழுக்கள்	✓				
விகிதமுறு எண்கள்	✓				

விகிதமுறு எண்களின் மீதான செயற்பாடுகள்

விகிதமுறு எண்கள் தொகுதி மற்றும் பகுதியைப் பயன்படுத்தி பின்னங்களைப் போன்று எழுதப்படுகின்றன. அதனால்தான் விகிதமுறு எண்களின் மீதான செயற்பாடுகள் பின்னங்களைப் போன்று செய்யப்படுகின்றன.

(1) $\frac{5}{7} + \frac{9}{11} = \frac{55+63}{77} = \frac{118}{77}$

(2) $\frac{1}{7} - \frac{3}{4} = \frac{4-21}{28} = \frac{-17}{28}$

(3) $2\frac{1}{7} + 3\frac{8}{14} = \frac{15}{7} + \frac{50}{14}$

$= \frac{30}{14} + \frac{50}{14}$

$= \frac{80}{14} = \frac{40}{7}$

(4) $\frac{9}{13} \times \frac{4}{7} = \frac{9 \times 4}{13 \times 7} = \frac{36}{91}$

(5) $\frac{3}{5} \times \frac{(-4)}{5} = \frac{3 \times (-4)}{5 \times 5} = \frac{-12}{25}$

(6) $\frac{9}{13} \times \frac{26}{3} = \frac{3 \times 2}{1} = \frac{6}{1}$

நினைவு கூர்வோம்.

ஓர் எண்ணை மற்றொரு எண்ணால் வகுக்க, முதல் எண்ணை இரண்டாவது எண்ணின் பெருக்கல் தலைகீழியால் பெருக்க வேண்டும்.

$\frac{5}{6}$ மற்றும் $\frac{6}{5}$, $\frac{2}{11}$ மற்றும் $\frac{11}{2}$ ஆகியவை பெருக்கல் தலைகீழி எண்களின் சோடிகள் என்று நாம் பார்த்துள்ளோம்.

அதுபோல $\left(\frac{-5}{4}\right) \times \left(\frac{-4}{5}\right) = 1$; $\left(\frac{-7}{2}\right) \times \left(\frac{-2}{7}\right) = 1$ இவற்றுள் $\left(\frac{-5}{4}\right)$ மற்றும் $\left(\frac{-4}{5}\right)$ மேலும் $\left(\frac{-7}{2}\right)$ மற்றும் $\left(\frac{-2}{7}\right)$ போன்றவை பெருக்கல் தலைகீழி எண்களின் சோடிகள் ஆகும். அதாவது $\frac{-5}{4}$ மற்றும் $\frac{-4}{5}$ அல்லது $\frac{-7}{2}$ மற்றும் $\frac{-2}{7}$ உம் ஒன்றுக்கொன்று பெருக்கல் தலைகீழிகளாகும் அதாவது $\frac{-5}{4}$ மற்றும் $\frac{-4}{5}$ ஆகியவை பெருக்கல் தலைகீழிகள் மேலும் $\frac{-7}{2}$ மற்றும் $\frac{-2}{7}$ உம் ஒன்றுக்கொன்று பெருக்கல் தலைகீழி ஆகும்.

கவனம் கொள்!

எடுத்துக்காட்டு: $\frac{-11}{9}$ மற்றும் $\frac{9}{11}$ இன் பெருக்குத் தொகை -1 ஆகும். ஆகவே $\frac{-11}{9}$, $\frac{9}{11}$ இவை பெருக்கல் தலைகீழிச் சோடிகள் இல்லை.

கலந்துரையாடுவோம்

நாம் பல்வேறு எண் குழுக்களின் பண்புகளைப் பார்ப்போம். அதற்காக குழுவில் கலந்துரையாடி கீழேயுள்ள அட்டவணையை நிரப்பு. இயல் எண்களின் குழு, முழுக்களின் குழு மற்றும் விகிதமுறு எண்களின் குழு ஆகியவற்றைக் கருத்தில் கொள்வோம். ஒவ்வொரு எண்களின் குழுவிற்கு முன்னும் கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் போன்ற செயல்பாடுகள் செய்தபின் கிடைக்கும் முடிவை (✓) அல்லது (×) போன்ற அடையாளங்களில் காட்டு. பூஜ்ஜியத்தால் வகுக்க முடியாது என்பதை கவனத்தில் கொள்.

- இயல் எண்களை கூட்டும்போது அவற்றின் கூட்டுத்தொகை எப்போதும் ஒரு இயல் எண்ணாகவே இருக்கிறது. எனவே, இயல் எண்களின் குழுக்களுக்கு முன் அட்டவணையில் (✓) என்ற குறியிடு.
- இரு இயல் எண்களை கழிக்கும்போது, விடை எப்போதும் இயல் எண்களாக இருக்கிறதில்லை. ஏனெனில், $7-10=-3$ போன்ற பல எடுத்துக்காட்டுகள் உள்ளன. ஆகவே அட்டவணையிலுள்ள கழித்தலின் கீழ் (×) என்ற குறியீடு இடுகிறோம். அட்டவணையில் (×) குறியீடு இருந்தால் அதற்கான காரணத்தை விளக்கு. '×' குறியீட்டிற்கான காரணத்தை விளக்க பல எடுத்துக்காட்டுகளுள் ஒன்று மட்டுமே போதுமானதாக உள்ளது.

எண்களின் குழு	கூட்டல்	கழித்தல்	பெருக்கல்	வகுத்தல்
இயல் எண்கள்	✓	× $(7 - 10 = -3)$	✓	× $(3 \div 5 = \frac{3}{5})$
முழுக்கள்				
விகிதமுறு எண்கள்				

நான் அறிகிறேன்.

- இயல் எண்களின் குழு கூட்டல் மற்றும் பெருக்கல் செயல்களுக்கு போதுமானதாக உள்ளது. ஆனால், கழித்தல் மற்றும் வகுத்தல் போன்ற செயல்களுக்கு போதுமானதாக இல்லை. இதன் பொருள் இரு இயல் எண்களின் கழித்தல் மற்றும் வகுத்தல் எப்போதும் இயல் எண்களாக இருக்கிறதில்லை.
- முழுக்களின் குழு கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல் ஆகிய செயல்களுக்கு போதுமானதாக உள்ளது. ஆனால், வகுத்தல் செயல்களுக்கு போதுமானதாக இல்லை.
- விகிதமுறு எண்களின் குழு கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் ஆகிய அனைத்து செயல்களுக்கும் போதுமானதாக உள்ளது. பூஜ்ஜியத்தால் மட்டும் எந்த எண்ணையும் வகுக்க முடியாது.

பயிற்சித் தொகுப்பு 22

1. கீழேயுள்ள விகிதமுறு எண்களின் கூட்டல்களைச் செய்.

   (i) $\frac{5}{36} + \frac{6}{42}$ (ii) $1\frac{2}{3} + 2\frac{4}{5}$ (iii) $\frac{11}{17} + \frac{13}{19}$ (iv) $2\frac{3}{11} + 1\frac{3}{77}$

2. கீழேயுள்ள விகிதமுறு எண்களின் கழித்தல்களைச் செய்.

   (i) $\frac{7}{11} - \frac{3}{7}$ (ii) $\frac{13}{36} - \frac{2}{40}$ (iii) $1\frac{2}{3} - 3\frac{5}{6}$ (iv) $4\frac{1}{2} - 3\frac{1}{3}$

3. கீழேயுள்ள விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல்களைச் செய்.

   (i) $\frac{3}{11} \times \frac{2}{5}$ (ii) $\frac{12}{5} \times \frac{4}{15}$ (iii) $\frac{(-8)}{9} \times \frac{3}{4}$ (iv) $\frac{0}{6} \times \frac{3}{4}$

4. பெருக்கல் தலைகீழி எண்ணை எழுது.

   (i) $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{-3}{8}$ (iii) $\frac{-17}{39}$ (iv) 7 (v) $-7\frac{1}{3}$

5. கீழேயுள்ள விகிதமுறு எண்களின் வகுத்தல்களைச் செய்.

   (i) $\frac{40}{12} \div \frac{10}{4}$ (ii) $\frac{-10}{11} \div \frac{-11}{10}$ (iii) $\frac{-7}{8} \div \frac{-3}{6}$ (iv) $\frac{2}{3} \div (-4)$

   (v) $2\frac{1}{5} \div 5\frac{3}{6}$ (vi) $\frac{-5}{13} \div \frac{7}{26}$ (vii) $\frac{9}{11} \div (-8)$ (viii) $5 \div \frac{2}{5}$

கற்போம். **விகிதமுறு எண்களுக்கிடையிலான எண்கள்**

- 2 முதல் 9 வரையுள்ள இயல் எண்களுக்கிடையில் எத்தனை இயல் எண்கள் உள்ளன? அவற்றை எழுது.
- – 4 முதல் 5 ஆகியவற்றிற்கிடையில் எத்தனை முழுக்கள் உள்ளன? அவற்றை எழுது.
- $\frac{1}{2}$ மற்றும் $\frac{3}{4}$ ஆகியவற்றிற்கிடையில் எவ்விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன?

எடுத்துக்காட்டு: $\frac{1}{2}$ மற்றும் $\frac{4}{7}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்களுக்கிடையிலுள்ள விகிதமுறு எண்களைக் காண்போம். இதற்காக இந்த எண்களை சம பகுதிகளையுடைய பின்னங்களாக மாற்றுவோம்.

$$\frac{1}{2} = \frac{1\times 7}{2\times 7} = \frac{7}{14}, \qquad \frac{4}{7} = \frac{4\times 2}{7\times 2} = \frac{8}{14}$$

7 மற்றும் 8 ஆகியவை தொடர்ச்சியான இயல் எண்களாகும். இருப்பினும் $\frac{7}{14}$ மற்றும் $\frac{8}{14}$ ஆகியவை தொடர்ச்சியான விகிதமுறு எண்களா? எந்த ஒரு விகிதமுறு எண்ணின் பகுதியையும் பெரிதாக்க முடியும். அப்போது தொகுதியும்கூட அதே முறையில் பெரிதாகிறது.

$$\frac{7}{14} = \frac{70}{140}, \ \frac{8}{14} = \frac{80}{140} \ .\ .\ .\ .\ .$$ (பகுதியையும் தொகுதியையும் 10 ஆல் பெருக்கு)

இப்போது $\frac{70}{140} < \frac{71}{140} \ldots\ldots < \frac{79}{140} < \frac{80}{140}$ இங்கு $\frac{7}{14}$ மற்றும் $\frac{8}{14}$ இவற்றிற்கிடையில் எத்தனை எண்கள் கிடைக்கின்றன?

அதுபோல $\frac{7}{14} = \frac{700}{1400}$, $\frac{8}{14} = \frac{800}{1400} \ldots\ldots$ (பகுதியையும் தொகுதியையும் 100 ஆல் பெருக்கு)

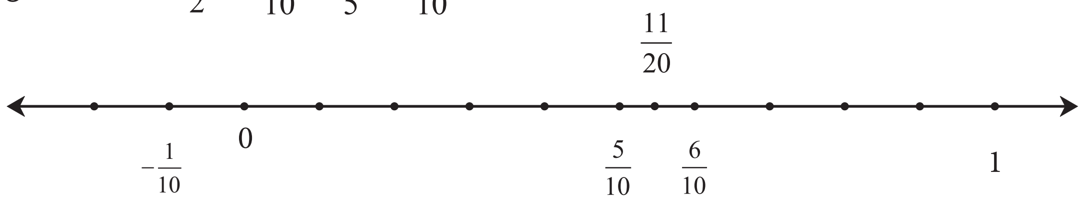
ஆகவே $\frac{700}{1400} < \frac{701}{1400} \ldots\ldots < \frac{799}{1400} < \frac{800}{1400}$

இதிலிருந்து விகிதமுறு எண்களின் வடிவத்தை மென்மேலும் பெரிய பகுதிகளையுடைய சம மதிப்புடைய பின்னங்களாக மாற்றும்போது அவற்றிற்கிடையிலான விகிதமுறு எண்கள் மென்மேலும் கிடைக்கின்றன.

எடுத்துக்காட்டு. $\frac{1}{2}$ மற்றும் $\frac{3}{5}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்களுக்கிடையிலுள்ள எண்களைக் காண்போம்.

முதலாவதாக, $\frac{1}{2}$ மற்றும் $\frac{3}{5}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்களுக்கு சமபகுதியையுடைய வடிவத்தை கொடு.

எடுத்துக்காட்டாக $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$, $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$



எண்கோட்டின்மீது $\frac{5}{10}$ மற்றும் $\frac{6}{10}$ ஆகிய எண்களைக் காட்டும் புள்ளிகள் உள்ளன. அவற்றை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டின் மையப்புள்ளியைக் காண்போம். மேலும் அது எப்புள்ளியை காட்டுகிறது என்பதைப் பார்ப்போம்.

$$\frac{1}{2}\left(\frac{5}{10}+\frac{6}{10}\right) = \frac{11}{20}$$ இது அக்கோட்டுத்துண்டின் மையப்புள்ளி ஆகும்.

ஏனெனில் $\frac{6}{10} - \frac{11}{20} = \frac{12-11}{20} = \frac{1}{20}$ அதுபோலவே $\frac{11}{20} - \frac{5}{10} = \frac{11-10}{20} = \frac{1}{20}$

$\therefore$ $\frac{5}{10}$ மற்றும் $\frac{6}{10}$ ஆகிய எண்களுக்கிடையே சரியாக நடுவில் $\frac{11}{20}$ என்ற எண் இருக்கிறது. இதன் பொருள் $\frac{1}{2}$ மற்றும் $\frac{3}{5}$ இவற்றிற்கிடையில் $\frac{11}{20}$ என்ற எண் உள்ளது. இதே முறையில் $\frac{1}{2}$ மற்றும் $\frac{11}{20}$ மேலும் $\frac{11}{20}$ மற்றும் $\frac{3}{5}$ ஆகிய எண்களுக்கிடையிலான எண்களைக் காண முடியும்.

நான் அறிகிறேன்.

- இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையில் எண்ணற்ற விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன.

பயிற்சித் தொகுப்பு 23

⊙ கீழே கொடுக்கப்பட்ட இரு எண்களுக்கிடையிலான மூன்று விகிதமுறு எண்களை எழுது.

(i) $\frac{2}{7}$, $\frac{6}{7}$ (ii) $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{3}$ (iii) $-\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ (iv) $\frac{7}{9}$, $-\frac{5}{9}$

(v) $\frac{-3}{4}$, $\frac{+5}{4}$ (vi) $\frac{7}{8}$, $\frac{-5}{3}$ (vii) $\frac{5}{7}$, $\frac{11}{7}$ (viii) 0, $\frac{-3}{4}$

அதிகப்படியான தகவல்

m என்பது ஒரு முழுவானால் $m + 1$ ஆனது அதை அடுத்து வரும் பெரிய முழுவாகும். m மற்றும் $m + 1$ ஆகியவற்றிற்கிடையே எந்தவொரு முழுவும் இல்லை. தொடர்ச்சியற்ற எந்த இரு முழுக்களுக்கிடையிலான முழுக்களையும் கணக்கிட முடியும் என்பதை அனுபவத்தில் அறிந்துகொள். இருப்பினும் எந்த இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையில் கணக்கற்ற விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன.

நினைவு கூர்வோம்.

தசம பின்னங்களை பெருக்கவும் வகுக்கவும் நாம் முன்னரே கற்றுள்ளோம்.

$$\frac{35.1}{10} = 35.1 \times \frac{1}{10} = \frac{351}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{351}{100} = 3.51$$

$$\frac{35.1}{100} = \frac{35.1}{1} = \frac{351}{10} \times \frac{1}{100} = \left(\frac{351}{1000}\right) = 0.351$$

$$35.1 \times 10 = \frac{351}{10} \times 10 = 351.0$$

$$35.1 \times 1000 = \frac{351}{10} \times 1000 = \left(\frac{351000}{10}\right) = 35100.0$$

இதிலிருந்து கவனிக்க வேண்டியது யாதெனில், ஒரு தசமப் பின்னத்தை 100 ஆல் வகுக்க தசமப்புள்ளியை இரண்டு இடங்கள் இடப்பக்கம் நகர்த்துகிறோம். 1000 ஆல் பெருக்க, தசமப் புள்ளியை மூன்று இடங்கள் வலப்பக்கம் நகர்த்துகிறோம். இவ்வாறு வகுக்கவும் பெருக்கவும் கீழேயுள்ள விதி பயன்படுகிறது.

தசமப் பின்னத்திலுள்ள பின்னப் பகுதியின் இறுதியில் எத்தனை பூஜ்ஜியங்கள் எழுதினாலும் அல்லது முழு எண் பகுதிக்கு முன் எத்தனை பூஜ்ஜியங்களை எழுதினாலும் தசமப் பின்னத்தின் மதிப்பு மாறாது.

$$1.35 = \frac{135}{100} \times \frac{100}{100} = \frac{13500}{10000} = 1.3500$$

$1.35 = \frac{135}{100} \times \frac{1000}{1000} = \frac{135000}{100000} = 1.35000$ முதலியவை

1.35 = 001.35 இதை எவ்வாறு பயன்படுத்துகிறோம் என்பதை கவனி.

$\frac{1.35}{100} = \frac{001.35}{100} = 0.0135$

கற்போம்.

விகிதமுறு எண்களின் தசமவடிவம் (Decimal Form of Rational Numbers)

எடுத்துக்காட்டு: $\frac{7}{4}$ இந்த விகிதமுறு எண்ணின் தசம வடிவத்தை எழுது.

$$\begin{array}{r} 1.75 \\ 4\overline{)7.000} \\ -\ 4 \\ \hline 30 \\ -\ 28 \\ \hline 20 \\ -\ 20 \\ \hline 00 \end{array}$$

(1) 7 = 7.0 = 7.000 (தசம பின்னத்திலுள்ள பின்னப் பகுதியின் இறுதியில் எத்தனை பூஜ்ஜியங்களையும் சேர்க்கலாம்)

(2) 7 ஐ 4 ஆல் வகுத்தால் ஈவு 1 உம் மீதி 3 உம் கிடைக்கின்றன. இப்போது நாம் 1 என்ற முழுவிற்குப்பின் தசம புள்ளியை எழுதுகிறோம். வகுபடும் எண்ணிலிருந்து 0 வை மீதி 3 உடன் எழுதி 30 ஐ 4 ஆல் வகுக்கிறோம. இப்போது கிடைக்கும் ஈவு பின்னப்பகுதியாதலால் 7ஐ தசமப் புள்ளிக்குப் பின் எழுதுகிறோம். இப்போது, வகுபடும் எண்ணிலிருந்து இன்னும் ஒரு 0 வைக் கீழே கொண்டுவந்து வகுத்தலை செய்கிறோம்.

இவ்வகுத்தலில் தசமப் பின்னப்பகுதிக்குப்பின் எழுதப்படும் பூஜ்ஜியத்தின் பயன்பாடு காட்டப்பட்டுள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு: $2\frac{1}{5}$ ஐ தசம வடிவில் எழுது.

$2\frac{1}{5} = \frac{11}{5}$ - இதன் தசம வடிவத்தை மூன்று வகைகளில் காண்போம்.

$\frac{1}{5}$ இன் தசம வடிவம் காண்.

(I)

$$\begin{array}{r} 0.2 \\ 5\overline{)1.0} \\ -\ 0 \\ \hline 10 \\ -\ 10 \\ \hline 00 \end{array}$$

$\frac{1}{5} = 0.2$

$\therefore\ 2\frac{1}{5} = 2.2$

(II)

$$\begin{array}{r} 2.2 \\ 5\overline{)11.000} \\ -\ 10 \\ \hline 010 \\ -\ 10 \\ \hline 00 \end{array}$$

$\boxed{\frac{11}{5} = 2.2}$

(III) $\frac{11}{5} = \frac{11\times 2}{5\times 2} = \frac{22}{10} = 2.2$

எடுத்துக்காட்டு: $\frac{-5}{8}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணை தசம வடிவில் எழுது.

$\frac{5}{8}$ இன் தசமவடிவத்தை வகுத்தலால் 0.625 என பெறுகிறோம். $\therefore\ \frac{-5}{8} = -0.625$

மேலுள்ள அனைத்து எடுத்துக்காட்டுகளிலும் மீதியாக பூஜ்ஜியம் வந்துள்ளது. வகுத்தல் செயல்பாடு நிறைவு அடைந்துள்ளது. விகிதமுறு எண்களின் இத்தகைய தசம வடிவம் முடிவுறு தசமப் பின்னம் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு: சில விகிதமுறு எண்களின் தசம வடிவம் எவ்வாறு வேறுபடுகிறது என்பதைப் பார்ப்போம்.

(i) $\frac{5}{3}$ என்ற எண்ணின் தசம வடிவம் எழுது.

$$\begin{array}{r} 1.66 \\ 3\overline{)5.00} \\ -\ 3 \\ \hline 2\ 0 \\ -\ 1\ 8 \\ \hline 20 \\ -\ 18 \\ \hline 2 \end{array}$$

$\therefore \frac{5}{3} = 1.666.......$

$\therefore \frac{5}{3} = 1.\dot{6}$

(ii) $\frac{2}{11}$ என்ற எண்ணின் தசம வடிவம் எழுது.

$$\begin{array}{r} 0.18 \\ 11\overline{)2.00} \\ -\ 0 \\ \hline 20 \\ -\ 11 \\ \hline 90 \\ -\ 88 \\ \hline 20 \end{array}$$

$\therefore \frac{2}{11} = 0.1818.......$

$\therefore \frac{2}{11} = 0.\overline{18}$

(iii) $2\frac{1}{3}$ இன் தசம வடிவம் காண். $2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$

$$\begin{array}{r} 2.33 \\ 3\overline{)7.00} \\ -\ 6 \\ \hline 10 \\ -\ 9 \\ \hline 10 \\ -\ 9 \\ \hline 01 \end{array}$$

$2\frac{1}{3} = 2.33...$

$\therefore 2\frac{1}{3} = 2.\dot{3}$

(iv) $\frac{5}{6}$ இன் தசம வடிவம் காண்.

$$\begin{array}{r} 0.833 \\ 6\overline{)50} \\ -\ 48 \\ \hline 020 \\ -\ 18 \\ \hline 020 \\ -\ 18 \\ \hline 02 \end{array}$$

$\frac{5}{6} = 0.833...$

$\therefore \frac{5}{6} = 0.8\dot{3}$

மேலுள்ள அனைத்து எடுத்துக்காட்டுகளிலும் வகுத்தல் செயல்பாடு முடிவுக்கு வருவதில்லை. **தசம புள்ளிக்கு வலப்பக்கம் ஓர் இலக்கம் அல்லது சில இலக்கங்களின் குழு திரும்பத் திரும்ப வருகின்றன. இத்தகைய பின்னங்கள் சுழல் தசம பின்னங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.**

ஒரு தசமப் பின்னத்தின் தசம புள்ளியின் வலப்பக்கம் ஒரே எண் திரும்பத் திரும்ப வருகிறதெனில், $2\frac{1}{3} = 2.33... = 2.\dot{3}$, எனக் காட்டப்பட்டுள்ளதுபோல அதன்மேல் புள்ளி இடப்படுகிறது. அதுபோலவே, தசமப் புள்ளியின் வலப்பக்கம் எந்த இலக்கங்களின் குழு திரும்பத் திரும்ப வருகிறதோ அக்குழுவின்மேல் கிடைமட்டக்கோடு இடப்படுகிறது. அதாவது $\frac{2}{11} = 0.1818........= 0.\overline{18}$ என்றவாறும் $\frac{5}{6} = 0.8\dot{3}$ என்றவாறும் காட்டப்படுகிறது.

நான் அறிகிறேன்.

- சில விகிதமுறு எண்கள் முடிவுறு தசமப்பின்ன வடிவத்தையும் சில விகிதமுறு எண்கள் சுழல்தசமப்பின்ன வடிவத்தையும் கொண்டுள்ளன.

கலந்துரையாடுவோம்.

- வகுக்காமல் எந்தப் பகுதியை உடைய விகிதமுறு எண்களின் தசம வடிவம் முடிவுறு தசமமாக இருக்கும் என்பதைக் காண்.

பயிற்சித் தொகுப்பு 24

⊙ கீழுள்ள விகிதமுறு எண்களை தசமபின்ன வடிவில் எழுது.

(i) $\frac{13}{4}$ (ii) $\frac{-7}{8}$ (iii) $7\frac{3}{5}$ (iv) $\frac{5}{12}$ (v) $\frac{22}{7}$ (vi) $\frac{4}{3}$ (vii) $\frac{7}{9}$

கலந்துரையாடுவோம்.

கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் ஆகிய குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தி எழுதப்படும் எண்களின் ஒழுங்கமைப்பு கணித கோவை என்று அழைக்கப்படுகிறது.

72 ÷ 6 + 2 × 2 என்ற கோவையைத் தீர்த்து விடை காண்.

ஹௌஸாவின் முறை

72 ÷ 6 + 2 × 2

= 12 + 2 × 2

= 12 + 4
= 16

மங்களூவின் முறை

72 ÷ 6 + 2 × 2

= 12 + 2 × 2

= 14 × 2
= 28

இரு விடைகளும் வேறுபடுகின்றன. ஏனெனில் இரு குழந்தைகளும் செயல்பாடுகளை வெவ்வேறு வரிசை முறைகளில் செய்தனர். இவ்வாறு செயல்பாடுகளின் வரிசை முறை மாறும்போது விடைகளும் வெவ்வேறாக வருகின்றன. அவ்வாறு ஆகாமல் இருக்க செயல்பாடுகளின் வரிசை முறைகளை தீர்மானிப்பதற்காக சில விதிகள் உருவாக்கப்பட்டுள்ளன. இவ்விதிகள் பின்பற்றப்பட்டால் ஒரே விடை கிடைக்கும். அவ்விதிகளை பார்ப்போம். முதலில் மேற்கொள்ளப்பட வேண்டிய செயல்பாடு கோவையில் அடைப்புக் குறியைப் பயன்படுத்திக் காட்டப்பட்டுள்ளது.

கோவையை தீர்ப்பதற்கான விதிகள்

(1) ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட செயற்பாட்டை மேற்கொள்ள வேண்டுமெனில், முதலாவதாக பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் ஆகிய செயல்பாடுகளை இடமிருந்து வலமாக எவ்வரிசை முறையில் அமைந்துள்ளதோ அந்த வரிசை முறையில் மேற்கொள்ள வேண்டும்.

(2) அதற்குப்பின், கூட்டல் மற்றும் கழித்தல் செயல்பாடுகளை இடமிருந்து வலமாக எவ்வரிசை முறையில் அமைந்துள்ளதோ அவ்வரிசை முறையில் மேற்கொள்ள வேண்டும்.

(3) அடைப்புக் குறிகளில் ஒன்றை விட அதிகமான செயல்பாடுகள் இருக்கும்போது மேலுள்ள இரு விதிகளைப் பின்பற்றி அச்செயல்பாடுகளை முதலில் மேற்கொள்ள வேண்டும்.

மேலுள்ள விதிகளைப் பயன்படுத்தும்போது ஹௌஸாவின் முறை சரியாக உள்ளது என்பது புரிகிறது.

∴ 72 ÷ 6 + 2 × 2 = 16

கீழேயுள்ள கோவைகளைத் தீர்க்க.

எடுத்துக்காட்டு: 40 × 10 ÷ 5 + 17
= 400 ÷ 5 + 17
= 80 + 17
= 97

எடுத்துக்காட்டு: 80 ÷ (15 + 8 – 3) + 5
= 80 ÷ (23 – 3) + 5
= 80 ÷ 20 + 5
= 4 + 5
= 9

எடுத்துக்காட்டு: $2 \times \{25 \times [(113 - 9) + (4 \div 2 \times 13)]\}$

$= 2 \times \{25 \times [104 + (4 \div 2 \times 13)]\}$

$= 2 \times \{25 \times [104 + (2 \times 13)]\}$

$= 2 \times \{25 \times [104 + 26]\}$

$= 2 \times \{25 \times 130\}$

$= 2 \times 3250$

$= 6500$

எடுத்துக்காட்டு: $\frac{3}{4} - \frac{5}{7} \times \frac{1}{3}$

$= \frac{3}{4} - \frac{5}{21}$ (பெருக்கல் முதலில்)

$= \frac{3 \times 21 - 5 \times 4}{84}$ (கழித்தல் பின்னர்)

$= \frac{63 - 20}{84}$

$= \frac{43}{84}$

நினைவில் கொள்:

செயல்பாடுகளின் வரிசையை தெளிவாகக் குறிப்பிட ஒன்றுக்கும் மேலான தடவை அடைப்புக் குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தலாம். அதற்காக பிறை அடைப்புக்குறி ( ), சதுர அடைப்புக்குறி [ ], மற்றும் வளைவு அடைப்புக்குறி { } போன்றவற்றைப் பயன்படுத்தலாம்.

அடைப்புக்குறியீடுகளைத் தீர்க்கும்போது எல்லாவற்றிலும் மிக உள்ளேயுள்ள அடைப்புக்குறியீடை முதலில் தீர்க்க வேண்டும். பின்னர் வரிசையாக வெளியிலுள்ள அடைப்புக்குறியீடுகளிலுள்ள செயற்பாடுகளை தீர்க்க வேண்டும்.

பயிற்சித் தொகுப்பு 25

⦿ கீழேயுள்ள கோவைகளைத் தீர்க்க:

1. $50 \times 5 \div 2 + 24$
2. $(13 \times 4) \div 2 - 26$
3. $140 \div [(-11) \times (-3) - (-42) \div 14 - 1)]$
4. $\{(220 - 140) + [10 \times 9 + (-2 \times 5)]\} - 100$
5. $\frac{3}{5} + \frac{3}{8} \div \frac{6}{4}$

செயல்: கட்டத்திலுள்ள எண்கள் மற்றும் குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தி மதிப்பு 112 வருமாறு கோவையை உருவாக்குக.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	$+ \quad \times \quad \div \quad -$

அதிகப்படியான தகவல்

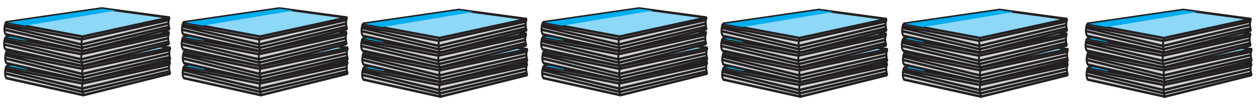
கோவையைத் தீர்ப்பதற்கான குறியீடுகளின் வரிசை

அ →	இ →	வ →	பெ →	கூ →	க
( )	$\times$	$\div$	$\times$	$+$	$-$
அடைப்புக் குறியீடுகளில் உள்ள செயற்பாடுகள் முதலில்.	பெருக்கல் செயல்பாடுகள் எடுத்துக்காட்டு 200 இன் $\frac{1}{4}$ $= 200 \times \frac{1}{4}$	வகுத்தல்	பெருக்கல்	கூட்டல்	கழித்தல்

6 அடுக்குக் குறியீடுகள்

நினைவு கூர்வோம்.

7 குழந்தைகளுக்கு தலா 4 நோட்டுப் புத்தகங்கள் வீதம் வழங்கப்பட்டன.
மொத்த நோட்டுப் புத்தகங்கள் = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 28 நோட்டுப் புத்தகங்கள்.



இங்கு கூட்டல் செயற்பாடு பலதடவை செய்யப்பட்டுள்ளது.

ஒரே எண்ணின் பல தடவைகளிலான இக்கூட்டலை பெருக்கல் வடிவிலும் அமைக்க முடியும்.
மொத்த நோட்டுப் புத்தகங்கள் = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 4 × 7 = 28

கற்போம்.

அடிமானம் மற்றும் அடுக்கு

இப்போது 2 என்ற எண் பல தடவை அதே எண்ணாலே பெருக்கப்படும் பெருக்கல் ஒழுங்கமைவு சுருக்கமாக எவ்வாறு செய்யப்படுகிறது என்பதைப் பார்ப்போம்.

2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2 : இங்கு 2 ஆனது அதே எண்ணால் 8 தடவை பெருக்கப்பட்டுள்ளது.
இவ்வொழுங்கமைப்பை சுருக்கமாக 2^8 என்று எழுதுகிறோம்.

இங்கு 2^8 என்பது பெருக்கலின் அடுக்கு வடிவம் ஆகும். இதில் 2 ஆனது **அடிமானம்** என்றும் 8 ஆனது **அடுக்கு** என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

8 ⟵ அடுக்கு
2 ⟵ அடிமானம்

எடுத்துக்காட்டு: 5 × 5 × 5 × 5 = 5^4 இங்கு 5^4 என்பது அடுக்கு வடிவம் ஆகும்.

5^4, என்ற அடுக்கு வடிவிலான எண்ணில் 5 என்ற எண் 'அடிமானம்' மற்றும் 4 என்ற எண் 'அடுக்கு' ஆகும்.

இது '5 இன் அடுக்கு 4' அல்லது '5 இன் 4 அடுக்கு', என வாசிக்கப்படுகிறது.

பொதுவாக a என்பது ஏதேனும் ஒரு எண் எனில் $a \times a \times a \times$......... ($m$ தடவை) = a^m

a^m ஐ 'a இன் அடுக்கு m' அல்லது 'a இன் m அடுக்கு' என்று வாசிக்க.

இங்கு m என்பது இயல் எண் ஆகும்.

∴ $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$. அதாவது 5^4 என்ற எண்ணின் மதிப்பு = 625 ஆகும்.

அதுபோலவே $\left[\frac{-2}{3}\right]^3 = \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} = \frac{-8}{27}$ அதாவது $\left[\frac{-2}{3}\right]^3$ இன் மதிப்பு $\frac{-8}{27}$ ஆகும்.

$7^1 = 7$, $10^1 = 10$ என்பதை கவனத்தில் கொள். எந்தவொரு எண்ணின் முதல் அடுக்கு என்பது அந்த எண்ணே ஆகும். எண்ணின் அடுக்கு 1, எனில் அதை எழுதாமல் விடுவது வழக்கம் ஆகும்.

அதாவது $5^1 = 5$, $a^1 = a$.

பயிற்சித் தொகுப்பு 26

1. கீழேயுள்ள அட்டவணையை நிரப்பு:

வரிசை எண்	அடுக்கு வடிவம்	அடிமானம்	அடுக்கு	பெருக்கல் வடிவம்	மதிப்பு
(i)	3^4	3	4	$3 \times 3 \times 3 \times 3$	81
(ii)	16^3				
(iii)		(-8)	2		
(iv)				$\frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7}$	$\frac{81}{2401}$
(v)	$(-13)^4$				

2. மதிப்பு காண்.

(i) 2^{10} (ii) 5^3 (iii) $(-7)^4$ (iv) $(-6)^3$ (v) 9^3

(vi) 8^1 (vii) $\left(\frac{4}{5}\right)^3$ (viii) $\left(\frac{1}{2}\right)^4$

வர்க்கம் மற்றும் கனம் (Square and Cube)

$3^2 = 3 \times 3$

3^2 என்பது '3 இன் 2' அடுக்கு அல்லது 3 இன் வர்க்கம் என்று வாசிக்கப்படுகிறது.

$5^3 = 5 \times 5 \times 5$

5^3 என்பது '5 இன் 3' அடுக்கு அல்லது 5 இன் கனம் என்று வாசிக்கப்படுகிறது.

கவனத்தில் கொள்:

எந்தவொரு எண்ணின் இரண்டாம் அடுக்கு அவ்வெண்ணின் வர்க்கம் ஆகும்.
எந்தவொரு எண்ணின் மூன்றாம் அடுக்கு அவ்வெண்ணின் கனம் ஆகும்.

கற்போம்.

சம அடிமானம் உடைய அடுக்கு வடிவ எண்களின் பெருக்கல்

எடுத்துக்காட்டு: $2^4 \times 2^3$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$= 2^7$

இதிலிருந்து, $2^4 \times 2^3 = 2^{4+3} = 2^7$

எடுத்துக்காட்டு: $(-3)^2 \times (-3)^3$

$= (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$

$= (-3)^5$

இதிலிருந்து, $(-3)^2 \times (-3)^3 = (-3)^{2+3} = (-3)^5$

எடுத்துக்காட்டு: $\left(\frac{-2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{-2}{5}\right)^3 = \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) = \left(\frac{-2}{5}\right)^5$

இதிலிருந்து, $\left(\frac{-2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{-2}{5}\right)^3 = \left(\frac{-2}{3}\right)^{2+3} = \left(\frac{-2}{5}\right)^5$

நான் அறிகிறேன்.

- a என்பது விகிதமுறு எண்ணாகவும் m மற்றும் n ஆகியவை மிகை முழுக்களாகவும் இருக்குமெனில் $a^m \times a^n = a^{m+n}$

பயிற்சித் தொகுப்பு 27

எளிய வடிவில் எழுது.

(i) $7^4 \times 7^2$ (ii) $(-11)^5 \times (-11)^2$ (iii) $\left(\frac{6}{7}\right)^3 \times \left(\frac{6}{7}\right)^5$

(iv) $\left(-\frac{3}{2}\right)^5 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^3$ (v) $a^{16} \times a^7$ (vi) $\left(\frac{P}{5}\right)^3 \times \left(\frac{P}{5}\right)^7$

கற்போம்.

சம அடிமானமுடைய அடுக்கு எண்களின் வகுத்தல்

எடுத்துக்காட்டு: $6^4 \div 6^2 = ?$

$$\frac{6^4}{6^2} = \frac{6\times6\times6\times6}{6\times6}$$
$$= 6 \times 6$$
$$= 6^2$$
$$\therefore\ 6^4 \div 6^2 = 6^{4-2} = 6^2$$

எடுத்துக்காட்டு: $(-2)^5 \div (-2)^3 = ?$

$$\frac{(-2)^5}{(-2)^3} = \frac{(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)}{(-2)\times(-2)\times(-2)}$$
$$= (-2)^2$$
$$\therefore\ (-2)^5 \div (-2)^3 = (-2)^2$$

நான் அறிகிறேன்.

- a என்பது பூஜ்ஜியம் அல்ல விகிதமுறு எண்ணாகவும், m மற்றும் n ஆகியவை மிகை முழுக்களாகவும் $m > n$, ஆகவும் இருக்கும்போது $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

a^0 இன் பொருள்

$a \neq 0$ எனில்

$\frac{a^m}{a^m} = 1$ அதுபோலவே

$$\frac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^0$$

$$\therefore\ \boxed{a^0 = 1}$$

a^{-m} இன் பொருள்

$$a^{-m} = a^{-m} \times 1$$
$$= a^{-m} \times \frac{a^m}{a^m}$$
$$= \frac{a^{-m+m}}{a^m}$$
$$= \frac{a^0}{a^m} = \frac{1}{a^m}$$
$$\boxed{a^{-m} = \frac{1}{a^m}}$$

$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ $\therefore$ $a^{-1} = \frac{1}{a}$ அதுபோல

$a \times \frac{1}{a} = 1$, அதாவது $a \times a^{-1} = 1$

$\therefore$ a^{-1} என்பது a ன் பெருக்கல் தலைகீழி ஆகும்.

இவ்வாறே $\frac{5}{3}$ இன் பெருக்கல் தலைகீழி $\frac{3}{5}$ ஆகும்.

$$\therefore\ \boxed{\left(\frac{5}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{5}}$$

எடுத்துக்காட்டு: $\left(\frac{4}{7}\right)^{-3}$

$$\left(\frac{4}{7}\right)^{-3} = \frac{1}{\frac{4}{7}\times\frac{4}{7}\times\frac{4}{7}} = \frac{1}{\frac{64}{343}} = \frac{343}{64} = \left(\frac{7}{4}\right)^{3}$$ என்ற அடுக்கு எண்ணைப் பார்ப்போம்.

நான் அறிகிறேன்.

- இதிலிருந்து $a \neq 0, b \neq 0$ மற்றும் m என்பது மிகை முழுவாக இருக்கும்பொழுது $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^{m}$

கீழேயுள்ள எடுத்துக்காட்டுகளை உற்று நோக்கி நமக்கு எவ்விதி கிடைக்கிறது என்பதைப் பார்ப்போம்.

எடுத்துக்காட்டு: $(3)^4 \div (3)^6$

$$= \frac{3^4}{3^6}$$

$$= \frac{3\times3\times3\times3}{3\times3\times3\times3\times3\times3} = \frac{1}{3^2}$$

$$3^4 \div 3^6 = 3^{4-6} = 3^{-2}$$

எடுத்துக்காட்டு: $\left(\frac{3}{5}\right)^{2} \div \left(\frac{3}{5}\right)^{5}$

$$= \frac{\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}}{\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}} = \frac{1}{\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}} = \frac{1}{\left(\frac{3}{5}\right)^{3}}$$

$$\therefore \left(\frac{3}{5}\right)^{2} \div \left(\frac{3}{5}\right)^{5} = \left(\frac{3}{5}\right)^{2-5} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$$

நான் அறிகிறேன்.

- a என்பது விகிதமுறு எண்ணாக இருக்கும்போது $a \neq 0$, மற்றும் n ஆகியவை மிகை முழுக்கள் எனில் $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

கற்போம்.

அடிமானம் (- 1) ஆகவும் அடுக்கு முழு எண்ணாகவும் இருக்கிறதெனில் என்ன ஆகும் என்பதைக் கவனி.

$$(-1)^6 = \underline{(-1)\times(-1)}\times\underline{(-1)\times(-1)}\times\underline{(-1)\times(-1)} = 1\times1\times1 = 1$$

$$(-1)^5 = \underline{(-1)\times(-1)}\times\underline{(-1)\times(-1)}\times(-1) = 1\times1\times(-1) = -1$$

m என்பது இரட்டைப்படை எண்ணாக இருக்கிறதெனில் $(-1)^m = 1$, மற்றும் m என்பது ஒற்றைப்படை எண் எனில் $(-1)^m = -1$

பயிற்சித் தொகுப்பு 28

1. எளிய வடிவில் எழுது.

   (i) $a^6 \div a^4$ (ii) $m^5 \div m^8$ (iii) $p^3 \div p^{13}$ (iv) $x^{10} \div x^{10}$

2. மதிப்பு காண்.

   (i) $(-7)^{12} \div (-7)^{12}$ (ii) $7^5 \div 7^3$ (iii) $\left(\frac{4}{5}\right)^{3} \div \left(\frac{4}{5}\right)^{2}$ (iv) $4^7 \div 4^5$

கற்போம்.

இரு எண்களின் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் அடுக்கு

கீழேயுள்ள எடுத்துக்காட்டுகளை உற்றுநோக்கி எவ்விதி கிடைக்கிறது என்பதைக் காண்போம்.

எடுத்துக்காட்டு: $(2 \times 3)^4$

$= (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3)$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^4$

எடுத்துக்காட்டு: $\left(\frac{4}{5}\right)^3$

$= \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5}$

$= \frac{4 \times 4 \times 4}{5 \times 5 \times 5} = \frac{4^3}{5^3}$

நான் அறிகிறேன்.

- a மற்றும் b ஆகியவை பூஜ்ஜியமல்லாத விகிதமுறு எண்களாகவும் m என்பது முழுவாகவும் இருக்குமெனில் (1) $(a \times b)^m = a^m \times b^m$ (2) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

$\left(a^m\right)^n$, அதாவது, அடுக்கு வடிவ எண்ணின் அடுக்கு

எடுத்துக்காட்டு: $\left(5^2\right)^3$

$= 5^2 \times 5^2 \times 5^2$

$= 5^{2+2+2}$

$= 5^{2 \times 3}$

$= 5^6$

எடுத்துக்காட்டு: $\left(7^{-2}\right)^{-5} = \frac{1}{\left(7^{-2}\right)^5}$

$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

$= \frac{1}{7^{-2} \times 7^{-2} \times 7^{-2} \times 7^{-2} \times 7^{-2}}$

$= \frac{1}{7^{(-2)\times 5}}$

$= \frac{1}{7^{-10}} = 7^{10}$

எடுத்துக்காட்டு: $\left(\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\right)^3$

$= \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{5}\right)^{(-2)+(-2)+(-2)} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-6}$

$\left(a^m\right)^n = a^m \times a^m \times a^m \times \ldots\ldots\; n$ தடவைகள் $= a^{m+m+m\ldots\ldots\; n \text{ தடவைகள்}} = a^{m \times n}$

மேலேயுள்ள எடுத்துக்காட்டுகளிலிருந்து இவ்விதி கிடைக்கிறது.

நான் அறிகிறேன்.

- a என்பது பூஜ்ஜியம் அல்லாத விகிதமுறு எண்ணாகவும் m மற்றும் n ஆகியவை முழுக்களாகவும் இருக்கும்போது $\left(a^m\right)^n = a^{m \times n} = a^{mn}$

அடுக்குகளின் விதிகள்

நினைவில் கொள்:

a என்பது பூஜ்ஜியம் அல்லாத விகிதமுறு எண்ணாகவும் m மற்றும் n ஆகியவை முழுக்களாகவும் இருக்குமெனில்,

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$,
- $a^m \div a^n = a^{m-n}$,
- $a^1 = a$,
- $a^0 = 1$,
- $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$,
- $(ab)^m = a^m \times b^m$,
- $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$,
- $(a^m)^n = a^{mn}$,
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$

பயிற்சித் தொகுப்பு 29

1. எளிய வடிவில் எழுது.

(i) $\left[\left(\frac{15}{12}\right)^3\right]^4$ (ii) $\left(3^4\right)^{-2}$ (iii) $\left(\left(\frac{1}{7}\right)^{-3}\right)^4$ (iv) $\left(\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\right)^{-3}$ (v) $\left(6^5\right)^4$

(vi) $\left[\left(\frac{6}{7}\right)^5\right]^2$ (vii) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}\right]^5$ (viii) $\left[\left(\frac{5}{8}\right)^3\right]^{-2}$ (ix) $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^6\right]^1$ (x) $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}\right]^2$

2. கீழேயுள்ள எண்களை மிகை அடுக்குகளைப் பயன்படுத்தி எழுது.

(i) $\left(\frac{2}{7}\right)^{-2}$ (ii) $\left(\frac{11}{3}\right)^{-5}$ (iii) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-3}$ (iv) $(y)^{-4}$

கணிதம் எனது நண்பன்: அறிவியல், வானியல்

(1) தசம முறையில் எண்களை எழுதுவதில் 10 இன் அடுக்குகள் சிறப்பாகப் பயன்படுகின்றன. புவி மற்றும் சந்திரன் ஆகியவற்றிற்கிடையிலுள்ள தொலைவு 38,40,00,000 மீட்டர் ஆகும். 10 இன் அடுக்குகளைப் பயன்படுத்தி இத்தொலைவு கீழ்க்கண்டவாறு எழுதப்படுகிறது.

$384000000 = 384 \times 10^6$

$384000000 = 38.4 \times 10^7$

$384000000 = 3.84 \times 10^8$ (திட்ட வடிவம்)

(2) ஆக்சிஜன் அணுவின் விட்டம் மில்லி மீட்டரில் கீழே தரப்பட்டுள்ளது

$0.0000000000000356 = 3.56 \times 10^{-14}$

(3) கீழேயுள்ள எண்களை திட்ட வடிவில் எழுத முயற்சி செய்.

சூரியனின் விட்டம் 1400000000 மீட்டர் ஆகும்.

ஒளியின் வேகம் 300000000 மீட்டர்/வினாடி ஆகும்.

(4) அருகிலுள்ள படத்தில் Googol இன் எண் காட்டப்பட்டுள்ளது. அதை 10 இன் அடுக்குகள் வடிவில் எழுதுவதற்கு முயற்சி செய்.

மிகப் பெரிய எண்ணையோ அல்லது எந்தவொரு மிகச் சிறிய எண்ணையோ எழுதும்போது அது ஓர் இலக்க முழு எண் மற்றும் தகுந்த 10 இன் அடுக்குடன் கூடிய ஒரு தசமப் பின்னத்தின் பெருக்குத் தொகையில் எழுதப்படுகிறது. இது எண்களின் திட்ட வடிவம் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

Googol

10000000000000000000000000
0000000000000000000000000
0000000000000000000000000
0000000000000000000000000

நினைவு கூர்வோம்.

நிறை வர்க்க எண்களின் வர்க்க மூலம் காணுதல்

கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை அதே எண்ணால் பெருக்கக் கிடைக்கும் பெருக்குத் தொகையே அவ்வெண்ணின் வர்க்கம் எனப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு: $6 \times 6 = 6^2 = 36$

$6^2 = 36$ என்பதை நாம் 6 இன் வர்க்கம் 36 என்று வாசிக்கிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு: $(-5) \times (-5) = (-5)^2 = 25$

$(-5)^2 = 25$ என்பது (-5) இன் வர்க்கம் 25 என வாசிக்கப்படுகிறது.

கற்போம்.

✷ கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் வர்க்க மூலம் காணுதல்

எடுத்துக்காட்டு: $3 \times 3 = 3^2 = 9$ இங்கு 3 இன் வர்க்கம் 9 ஆகும். இத்தகவலை 9 இன் வர்க்க மூலம் 3 ஆகும் என்ற வடிவிலும் எழுத முடியும்.

வர்க்கமூலத்திற்கு $\sqrt{\ }$ என்ற குறியீடு பயன்படுகிறது.

$\sqrt{9}$ என்பதன் பொருள் 9 இன் வர்க்கமூலம் என்பதாகும். $\therefore \sqrt{9} = 3$

எடுத்துக்காட்டு: $7 \times 7 = 7^2 = 49$ $\therefore \sqrt{49} = 7$

எடுத்துக்காட்டு: $8 \times 8 = 8^2 = 64$. இதிலிருந்து $\sqrt{64} = 8$

$(-8) \times (-8) = (-8)^2 = 64$. எனவே $\sqrt{64}$ = இன் வர்க்க மூலம் -8 ஆகும்.

x என்பது மிகை முழு எனில் அதற்கு இரு வர்க்கமூலங்கள் உள்ளன.

அவற்றுள் குறைவர்க்கமூலம் $-\sqrt{x}$ என்றும் மிகை வர்க்கமூலம் $\sqrt{x}$ என்றும் காட்டப்படுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டு: 81 இன் வர்க்கமூலம் காண்.

$81 = 9 \times 9 = -9 \times -9$ $\therefore \sqrt{81} = 9$ மற்றும் $-\sqrt{81} = -9$

பெரும்பாலும் நாம் மிகை வர்க்க மூலத்தை கருத்தில் கொள்கிறோம்.

✷ காரணிப்படுத்துதல் முறை மூலமாக வர்க்கமூலம் காணுதல்.

எடுத்துக்காட்டு: 144 இன் வர்க்கமூலம் காண்.

கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் பகாக்காரணிகளிலிருந்து சம காரணிகளின் சோடிகளை உருவாக்கு.

2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

$144 = 2 \times 72$
$= 2 \times 2 \times 36$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 18$
$= \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{3 \times 3}$

கிடைத்த காரணிகளிலிருந்து சம காரணிகளின் சோடிகளைத் தயார் செய்.

ஒவ்வொரு சோடியிலிருந்தும் ஒரு காரணியை எடுத்து அவற்றைப் பெருக்கு.

$\sqrt{144} = 2 \times 2 \times 3 = 12$ $\therefore \sqrt{144} = 12$

எடுத்துக்காட்டு: 324 இன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்.

கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் பகாக்காரணிகளைக் கண்டுபிடித்து சம காரணிகளின் சோடிகளை உருவாக்கு.

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$324 = 2 \times 162$

$= 2 \times 2 \times 81$

$= 2 \times 2 \times 3 \times 27$

$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 9$

$= \underline{2 \times 2} \times \underline{3 \times 3} \times \underline{3 \times 3}$

வர்க்கமூலம் காண ஒவ்வொரு சோடியிலிருந்தும் ஓர் எண்ணை எடுத்து பெருக்கு.

$\sqrt{324} = 2 \times 3 \times 3 = 18$ $\quad\therefore \sqrt{324} = 18$

பயிற்சித் தொகுப்பு 30

⊙ வர்க்கமூலம் காண்.

(i) 625 (ii) 1225 (iii) 289 (iv) 4096 (v) 1089

✸ அதிகப்படியான தகவல் (வகுத்தல் முறையில் வர்க்கமூலம்)

வர்க்கமூலம் காண்:

(1) 9801

	99
9	$\overline{98}\,\overline{01}$
+ 9	- 81
189	1701
+ 9	- 1701
198	0000

$\sqrt{9801} = 99$

(2) 19321

	139
1	$\overline{1}\,\overline{93}\,\overline{21}$
+ 1	- 1
23	093
+ 3	- 69
269	2421
+ 9	- 2421
278	0000

(3) 141.61

	11.9
1	$\overline{1}\,\overline{41}.\overline{61}$
+ 1	- 1
21	041
+ 1	- 21
229	2061
+ 9	- 2061
238	0000

எந்த எண்களின் பகாக் காரணிகள் மிக பெரியனவாக உள்ளனவோ, அதன் காரணமாக காரணிகளைக் காண்பது கடினமாக உள்ளதோ அவற்றின் வர்க்கமூலம் காண இம்முறையை பயன்படுத்தலாம்.

இப்போது இன்னுமொரு பயனைக்காண $\sqrt{137}$ ஐ காண்போம்.

	11.7
1	$\overline{1}\,\overline{37}.\overline{00}$
+ 1	- 1
21	037
+ 1	- 21
227	1600
+ 7	- 1589
234	11

$\sqrt{137} > 11.7$

ஆனால் $(11.8)^2 = 139.24$

$\therefore 11.7 < \sqrt{137} < 11.8$

இதிலிருந்து $\sqrt{137}$ இன் அருகிலுள்ள எண்ணை நாம் காண முடிகிறது.

எந்த எண்களின் வர்க்கமூலம் முழு எண் இல்லையோ அவற்றின் வர்க்கமூலத்தின் அருகிலுள்ள தசமப் பின்னத்தை இம்முறையில் பெற முடியும்.

❑❑❑

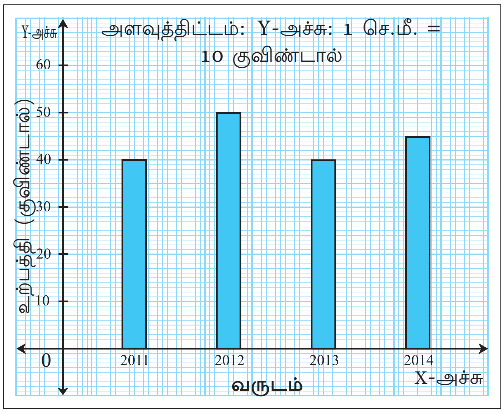
7 கூட்டுத்தூண் வரைபடம்

கலந்துரையாடுவோம்.

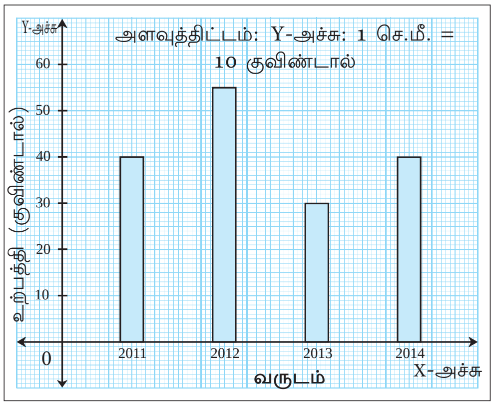
கூட்டுத்தூண் வரைபடம்

அஜய் மற்றும் விஜய் ஆகியோரது வயல்களில் கோதுமை விளைச்சல் குவிண்டாலில் எவ்வளவு என்பது பற்றிய தகவல் கீழேயுள்ள இரு தூண் வரைபடங்களில் காட்டப்பட்டுள்ளன. அவற்றை உற்று நோக்கு.

அஜய்யின் கோதுமை விளைச்சல்

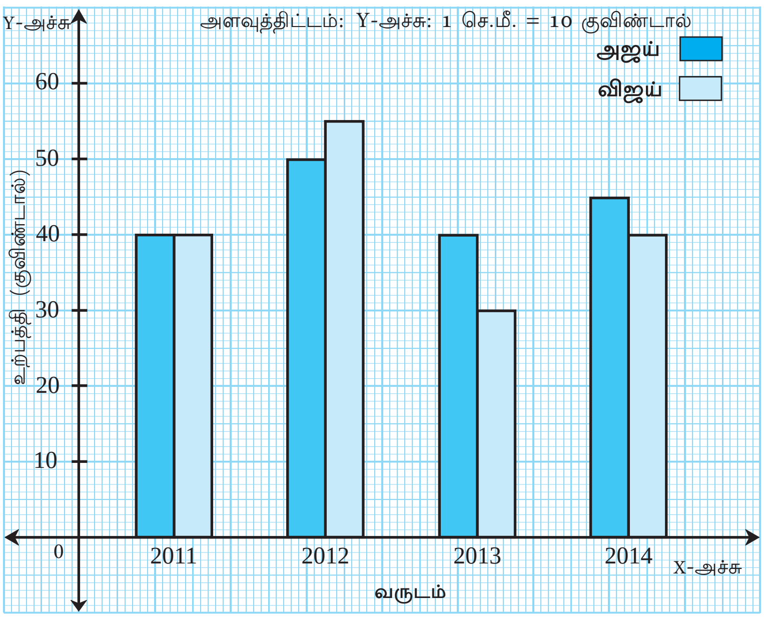


விஜய்யின் கோதுமை விளைச்சல்



இரண்டு வரைபடத்தாளிலுள்ள தகவலை ஒரு வரைபடத்தாளில் காட்ட முடியுமா என்று பார்ப்போம். கீழேயுள்ள வரைபடத்தைப் பார். இதே முறையில் குறைந்த இடத்தில் அதிகப்படியான தகவலைக் கொடுக்க முடியும். இது தவிர அஜய் மற்றும் விஜய் ஆகியோரது கோதுமை உற்பத்தியை ஒப்பிடுவதும் எளிதாகும். இத்தகைய முறையிலான வரைபடங்கள் கூட்டுத்தூண் வரைபடங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

அஜய் மற்றும் விஜய் ஆகியோரது கோதுமை உற்பத்தி

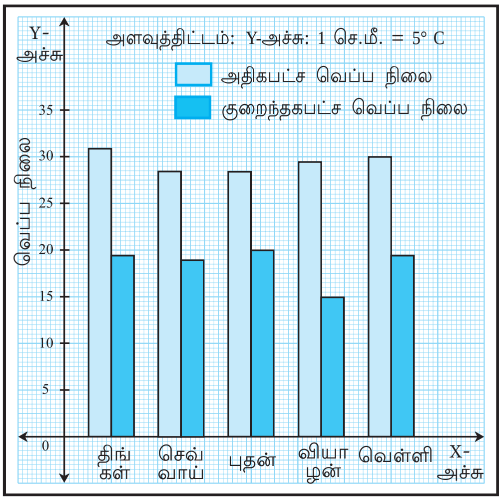


கூட்டுத்தூண் வரைபடத்தை உற்று நோக்கி கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு விடைகாண்.

- எந்த வருடம் இருவரது கோதுமை உற்பத்தி சமமாக உள்ளது?
- 2014 ஆம் ஆண்டில் யாருடைய கோதுமை உற்பத்தி அதிகமாக இருந்தது?
- 2013 ஆம் ஆண்டு ஒவ்வொருவரது கோதுமை உற்பத்தி எவ்வளவு?

கூட்டுத்தூண் வரைபடத்தைப் படித்தல்

புனே மாநகரின் ஐந்து நாட்களுக்கான குறைந்தபட்ச மற்றும் அதிகபட்ச வெப்பநிலை (^{o}Cஇல்) கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. கூட்டுத்தூண் வரைபடத்தை உற்றுநோக்கி கீழேயுள்ள கேள்விகளுக்கு விடை தருக.



- X-அச்சில் எத்தகவல் காட்டப்பட்டுள்ளது?
- Y-அச்சில் எத்தகவல் காட்டப்பட்டுள்ளது?
- எல்லாவற்றிலும் மிக அதிகமான வெப்பநிலை எக்கிழமையில் உள்ளது?
- குறைந்தபட்ச வெப்பநிலை எக்கிழமையில் எல்லாவற்றிலும் மிக அதிகமாக உள்ளது?
- வியாழக்கிழமை குறைந்தபட்ச மற்றும் அதிகபட்ச வெப்பநிலைகளுக்கு இடையிலான வேறுபாடு யாது?
- எந்நாளில் குறைந்தபட்ச மற்றும் அதிகபட்ச வெப்ப நிலைகளுக்கிடையிலான வேறுபாடு எல்லாவற்றிலும் அதிகமாக உள்ளது?

கற்போம்.

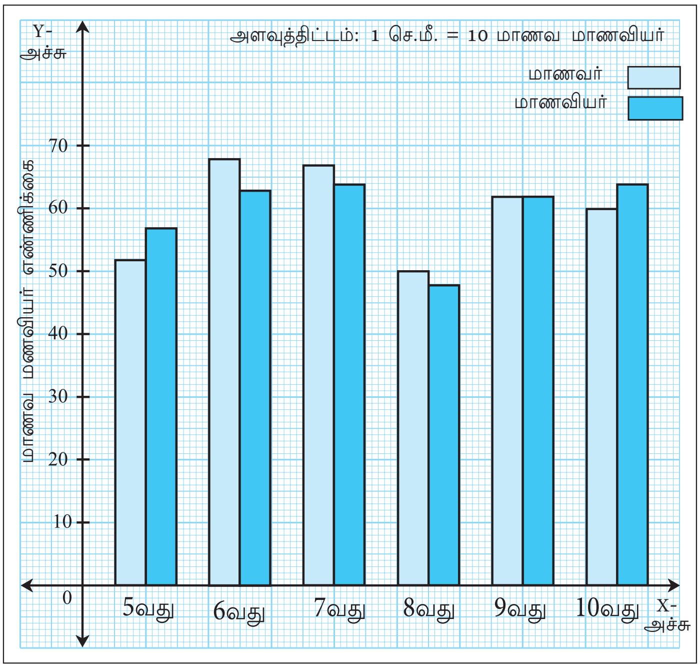
கூட்டுத்தூண் வரைபடம் (Joint bar graph) வரைதல்

ஒரு பள்ளியிலுள்ள மாணவர் மற்றும் மாணவிகளின் எண்ணிக்கை தரப்பட்டுள்ளது. இத்தகவலைக் காண்பிக்க ஒரு கூட்டுத்தூண் வரைபடம் வரை.

வகுப்பு	5வது	6வது	7வது	8வது	9வது	10வது
மாணவர்	52	68	67	50	62	60
மாணவியர்	57	63	64	48	62	64

கூட்டுத்தூண் வரைபடம் வரைவதற்கான படிகள்

1. வரைபடத்தாளில் X-அச்சு, Yஅச்சு மற்றும் அவை வெட்டும் புள்ளிகளை வரை.
2. இரு கூட்டுத்தூண் வரைபடங்களுக்கு இடையே தொலைவு சமமாக வைத்து X-அச்சின் மீது வகுப்புகளைக் காட்டு.
3. Y-அச்சின்மீது அளவுத்திட்டத்தை தேர்ந்தெடு. எடுத்துக்காட்டாக 1 அலகு = 10 மாணவிகள்/மாணவர்கள், Y-அச்சின்மீது மாணவர்கள்/மாணவிகளின் எண்ணிக்கையைக் காட்டு.
4. தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட அளவுத்திட்டத்தின் அடிப்படையில் ஒவ்வொரு வகுப்பிலுள்ள மாணவர் மற்றும் மாணவியர் எண்ணிக்கையைக் காட்டும் தூண்களின் உயரத்தைத் தீர்மானித்து தூண் வரைபடம் வரை. இரு தூண்களை வேறுபடுத்திக் காட்ட வெவ்வேறு நிறங்களைப் பயன்படுத்து.

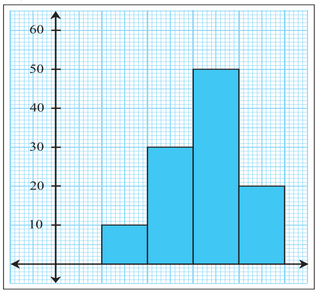


நான் அறிகிறேன்.

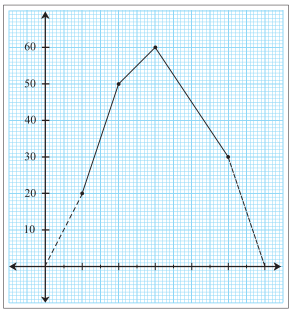
- கூட்டுத்தூண் வரைபடத்தில் அனைத்து தூண்களின் அகலம் சமமாக இருக்க வேண்டும்.
- அடுத்தடுத்துள்ள எந்த இரு கூட்டுத்தூண் வரைபடங்களுக்கிடையிலான தூரம் சமமாக இருக்க வேண்டும்.
- கூட்டுத்தூண் வரைபடம் ஒப்பீட்டுக் கல்விக்கு உதவுகிறது.

கணிதம் எனது நண்பன்: செய்தித்தாள்கள், மாத இதழ்கள், தரவு வழங்கல்.

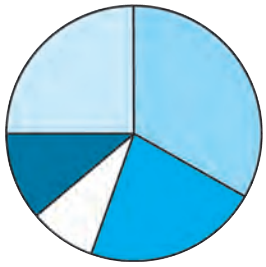
- செய்தித்தாள்களிலிருந்து பல்வேறு வகையிலான வரைபடங்களை சேகரித்து அவற்றைப் பற்றி கலந்துரையாடு.



1. பட்டை வரைபடம்



2. கோட்டு வரைபடம்



3. வட்ட வரைபடம்

ICT Tools or Links

தகவல் வழங்க கூட்டுத்தூண் வரைபடங்களுக்குப் பதிலாக பல்வேறு வரைபடங்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. உனது ஆசிரியர் உதவியுடன் MS-Excel, Graph Matica Geogebra ஆகியவற்றில் காணப்பெறும் பல்வேறு வகை வரைபடங்களைப் பார்வையிடு.

பயிற்சித் தொகுப்பு 31

1. உலக மரம் நடும் தினத்தன்று இரு பள்ளிகள் நட்ட மரக்கன்றுகளின் எண்ணிக்கை அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது. இதிலிருந்து கூட்டுத்தூண் வரைபடம் வரைக.

மரக் கன்றுகளின் பெயர் / பள்ளியின் பெயர்	பதாம்	புங்கை	வேம்பு	அசோகா	கொன்றை
நுதன் வித்யாலயா	40	60	72	15	42
பாரத் வித்யாலயா	42	38	60	25	40

2. ஒரு பழச்சாறு மையத்தில் சனி மற்றும் ஞாயிற்றுக் கிழமைகளில் வெவ்வேறு பழச்சாறுகளை பருகியவர்களின் எண்ணிக்கை அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இத்தரவிற்கு கூட்டுத்தூண் வரைபடம் வரை.

பழங்கள் / கிழமைகள்	பப்பாளி	ஆரஞ்சு	ஆப்பிள்	அன்னாசி
சனிக்கிழமை	43	30	56	40
ஞாயிற்றுக்கிழமை	59	65	78	67

3. கிராம பஞ்சாயத்து தேர்தலின்போது 5 ஓட்டுச் சாவடிகளில் கீழ்க்கண்டவாறு ஓட்டுகள் பதிவாயின. இத்தரவிற்கு கூட்டுத்தூண் வரைபடம் வரை.

சாவடி எண் / ஆட்கள்	1	2	3	4	5
ஆண்கள்	200	270	560	820	850
பெண்கள்	700	240	340	640	470

4. இந்தியாவிலுள்ள ஐந்து மாநகரங்களின் அதிகபட்ச மற்றும் குறைந்தபட்ச வெப்பநிலை ^{0}C இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இத்தரவிற்கு கூட்டுத் தூண் வரைபடம் வரை.

மாநகரம் / வெப்ப நிலை	டெல்லி	மும்பை	கொல்கத்தா	நாக்பூர்	கபூர்தலா
அதிகபட்ச வெப்பநிலை	35	32	37	41	37
குறைந்தபட்ச வெப்பநிலை	26	25	26	29	26

5. அட்டவணையில் சோலாப்பூர் மற்றும் புனே அரசு மருத்துவமனைகளில் ஒரு நாளில் தடுப்பூசி போடப்பட்ட குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை தரப்பட்டுள்ளது. அவற்றிலிருந்து கூட்டுத்தூண் வரைபடம் வரை.

தடுப்பூசியின் பெயர் / மாநகரம்	டி.பி.டி. (பூஸ்டர்)	போலியோ (பூஸ்டர்)	தட்டம்மை	மஞ்சள் காமாலை
சோலாப்பூர்	65	60	65	63
புனே	89	87	88	86

6. மகாராஷ்டிரா மற்றும் குஜராத் மாநிலத்திலுள்ள கல்வியறிவு பெற்ற மக்களின் சதவீதம் கீழேயுள்ள அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது. அவற்றிலிருந்து கூட்டுத்தூண் வரைபடம் வரைக.

வருடம் / மாநிலம்	1971	1981	1991	2001	2011
மகாராஷ்டிரா	46	57	65	77	83
குஜராத்	40	45	61	69	79

கணித விளையாட்டு!

$1 + 3 = 2^2$

$1 + 3 + 5 = 3^2$

$1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$

இதிலிருந்து $1 + 3 + 5 + (2n - 1) = n^2$ என்ற வாய்பாடு கவனத்திற்கு வருகிறதா?

இவ்வாய்பாட்டை = 6, 7, 8, ... போன்றவற்றிற்கும் சரிபார்.

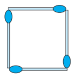
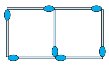
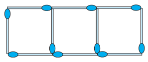
அறிவியல் ஆய்வில் பதிவிடப்பட்ட அனுமானங்களை வரையவும், அதுபோல புவியியல் மற்றும் பொருளாதாரம் ஆகியவற்றிலும் கூட்டுத்தூண் வரைபடம் பயன்படுகிறது.

8 இயற்கணிதக் கோவைகள் மற்றும் அவற்றின் மீதான செயற்பாடுகள்

கற்போம்.

இயற்கணிதக் கோவைகள் (Algebraic expressions)

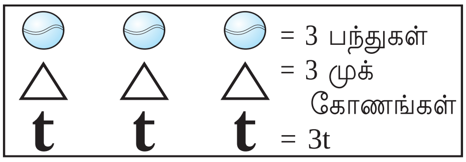
- கீழுள்ள குச்சிகளின் ஒழுங்கமைவுகளைப் பார். அவற்றின் வடிவமைப்பை உற்று நோக்கு.

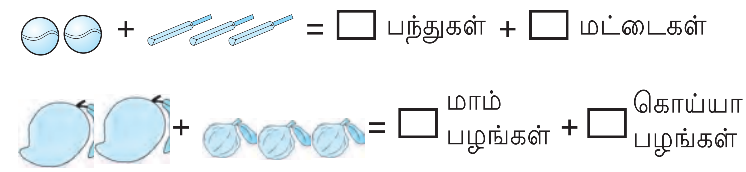
குச்சிகளின் ஒழுங்கமைவு				......	..	......	..	......
சதுரங்கள்	1	2	3	4	..	10	..	n
குச்சிகளின் எண்ணிக்கை	4	7	10	13	..	......	..	......
	$3 + 1$	$6 + 1$	$9 + 1$	$12 + 1$	..	......	..	......
	$3 \times 1 + 1$	$3 \times 2 + 1$	$3 \times 3 + 1$	$3 \times 4 + 1$		$3 \times 10 + 1$		$3 \times n + 1$

மேலுள்ள வடிவமைப்பினை உற்று நோக்கின், குச்சிகளின் எண்ணிக்கை = 3 × சதுரங்களின் எண்ணிக்கை + 1 என்பதை நாம் அறிகிறோம்.

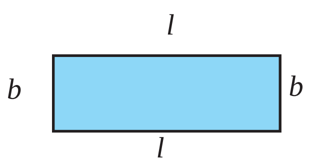
இங்கு சதுரங்களின் எண்ணிக்கை மாறுகிறது. அது 2, 3, 4, ... 10, ... ஆகியவற்றுள் எதுவாகவும் இருக்கலாம். சதுரங்களின் எண்ணிக்கை தெரியாதெனில் அதை நாம் ஓர் எழுத்தால் குறிப்பிடுகிறோம். இங்கு சதுரங்களின் எண்ணிக்கை n என்ற எழுத்தால் காட்டடப்பட்டுள்ளது.

'n' என்பது ஒரு மாறி ஆகும். மாறியைப் பயன்படுத்தி $3 \times n + 1$ அதாவது $3n + 1$ என்பது இயற்கணித கோவை ஆகும்.





$x + x + y + y + y = 2x + 3y$



செவ்வகத்தின் சுற்றளவு $= 2\,l + 2\,b$
$= 2\,(l + b)$

நான் அறிகிறேன்.

- $3n + 1$, 3t, $2x + 3y$, $2(l + b)$ போன்றவை இயற்கணிதக் கோவைகள் ஆகும். இக்கோவைகளில் n, t, y, l, b, x ஆகியவை மாறிகள் ஆகும்.

கற்போம்.

$3x$, என்ற கோவையில் 3 ஆனது மாறி, x இன் குணகம் (coefficient) ஆகும்.
$-15t$ என்ற கோவையில் -15 ஆனது மாறி, t இன் குணகம் ஆகும்.

பெருக்கல் செயற்பாட்டை மட்டுமே கொண்டுள்ள கோவை ‘உறுப்பு’ என அழைக்கப்படுகிறது.

ஓர் இயற்கணிதக் கோவையில் ஒன்று அல்லது பல உறுப்புகள் இருக்கலாம்.

உறுப்பு	குணகம்	மாறி
$11mn$	11	m, n
$-9x^2y^3$	-9	x, y
$\frac{5}{6}p$	$\frac{5}{6}$	p
a	1	a

எடுத்துக்காட்டு: $4x^2 - 2y + \frac{5}{6}xz$ என்ற இயற்கணிதக் கோவையில், $4x^2$ என்பது முதல் உறுப்பு ஆகும்.

4 ஆனது அதன் குணகம்.

$-2y$ என்பது இரண்டாம் உறுப்பு. அதன் குணகம் -2 ஆகும்.

$\frac{5}{6}xz$ என்பது மூன்றாம் உறுப்பு. அதன் குணகம் $\frac{5}{6}$ ஆகும்.

கவனத்திற் கொள்:

- $15 - x$ என்ற இயற்கணிதக் கோவையில் இரு உறுப்புகள் உள்ளன. முதல் உறுப்பான 15 ஓர் எண் ஆகும். $15 - x = 15 + (-x)$ $\therefore$ இரண்டாம் உறுப்பு $-x$ ஆகும். இங்கு x என்ற மாறியின் குணகம் (-1) ஆகும்.
- ஒத்த அடுக்குகளுடன் ஒரே மாதிரியான மாறிகளையுடைய உறுப்புகள் ஒத்த உறுப்புகள் என்றழைக்கப்படுகின்றன.

ஒத்த உறுப்புகள் (Like terms)	மாறுபட்ட உறுப்புகள் (Unlike terms)
(i) $2x,\ 5x,\ -\frac{2}{3}x$, (ii) $-5x^2y,\ \frac{6}{7}yx^2$	(i) $7xy,\ 9y^2,\ -2xyz$, (ii) $8mn,\ 8m^2n^2,\ 8m^3n$

இயற்கணிதக் கோவைகளின் வகைகள் (Types of algebraic expressions)

உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையிலிருந்து கோவைகளின் பெயர் தீர்மானிக்கப்படுகிறது. ஓர் உறுப்பு உடையவை ஒருறுப்புக் கோவைகள் என்றும் இரண்டு உறுப்புகளை உடையவை ஈருறுப்புக் கோவைகள் என்றும் மூன்று உறுப்புகளைக் கொண்டவை மூவுறுப்புக் கோவைகள் என்றும் மூன்றைக் காட்டிலும் அதிகமான உறுப்புகளைக் கொண்டவை பல்லுறுப்புக் கோவைகள் என்றும் பெயரிடப்பட்டுள்ளன.

ஒருறுப்புக் கோவைகள்	ஈருறுப்புக் கோவைகள்	மூவுறுப்புக் கோவைகள்	பல்லுறுப்புக் கோவைகள்
• $4x$	• $2x - 3y$	• $a + b + c$	• $a^3 - 3a^2b + 3ab - b^3$
• $\frac{5}{6}m$	• $2l + 2b$	• $x^2 - 5x + 6$	• $4x^4 - 7x^2 + 9 - 5x^3 - 16x$
• -7	• $3mn - 5m^2n$	• $8a^3 - 5a^2b + c$	• $5x^5 - \frac{1}{2}x + 8x^3 - 5$

பயிற்சித் தொகுப்பு 32

⊙ கீழேயுள்ள கோவைகளில் அதன் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையின் படி, ஒருறுப்புக் கோவை, ஈருறுப்புக் கோவை என்றவாறு வகைப்படுத்து.

(i) $7x$ (ii) $5y - 7z$ (iii) $3x^3 - 5x^2 - 11$ (iv) $1 - 8a - 7a^2 - 7a^3$
(v) $5m - 3$ (vi) a (vii) 4 (viii) $3y^2 - 7y + 5$

கற்போம்.

இயற்கணிதக் கோவைகளின் கூட்டல் (Addition of Algebraic Expression)

✸ ஒருறுப்புக் கோவைகளின் கூட்டல் (Addition of monomials)

எடுத்துக்காட்டு: 3 கொய்யா + 4 கொய்யா = (3 + 4) கொய்யா = 7 கொய்யா

எடுத்துக்காட்டு: $3x + 4x = (3 + 4)\, x = 7x$

ஒரே வகைப் பொருள்களைக் கூட்டுவது போலவே ஒத்த உறுப்புகளைக் கூட்ட வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு: கூட்டு.

(i) $-3x - 8x + 5x = (-3 - 8 + 5)x = -6x$

(ii) $\frac{2}{3}ab - \frac{5}{7}ab = (\frac{2}{3} - \frac{5}{7})\, ab = \frac{-1}{21}\, ab$

(iii) $-2p^2 + 7p^2 = (-2 + 7)p^2 = 5p^2$

> சிந்தனை செய்.
> $3x + 4y$ = எத்தனை?
> 3 கொய்யா + 4 மாம்பழம் =
> 7 கொய்யா?
> $7m - 2n = 5m$?

✸ ஈருறுப்புக் கோவைகளின் கூட்டல் (Addition of binomial expressions)

கிடைமட்ட முறை

எடுத்துக்காட்டு: $(2x + 4y) + (3x + 2y)$

$= 2x + 3x + 4y + 2y$

$= 5x + 6y$

செங்குத்து முறை

$$\begin{array}{r} 2x + 4y \\ +\quad 3x + 2y \\ \hline 5x + 6y \end{array}$$

ஒத்த உறுப்புகளைக் கூட்ட நாம் அவற்றின் குணகங்களைக் கூட்டி கூட்டுத்தொகைக்குப் பின் மாறியை எழுதுகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு: கூட்டு $9x^2y^2 - 7xy$; $3x^2y^2 + 4xy$

கிடைமட்ட முறை

$(9x^2y^2 - 7xy) + (3x^2y^2 + 4xy)$

$= 9x^2y^2 - 7xy + 3x^2y^2 + 4xy$

$= (9x^2y^2 + 3x^2y^2) + (-7xy + 4xy)$

$= 12x^2y^2 - 3xy$

செங்குத்து முறை

$$\begin{array}{r} 9x^2y^2 - 7xy \\ +\quad 3x^2y^2 + 4xy \\ \hline 12x^2y^2 - 3xy \end{array}$$

கவனம் கொள்.

$3x + 7y$ இல் இரு உறுப்புகளும் ஒத்த உறுப்புகள் இல்லை. ஆகவே அவற்றின் கூட்டலை $3x + 7y$ அல்லது $7y + 3x$ என்றவாறு மட்டுமே எழுத முடியும்.

பயிற்சித் தொகுப்பு 33

⊙ கூட்டு.

(i) 9p + 16q ; 13p + 2q

(ii) 2a + 6b + 8c; 16a + 13c + 18b

(iii) $13x^2 - 12y^2$; $6x^2 - 8y^2$

(iv) $17a^2b^2 + 16c$; $28c - 28a^2b^2$

(v) $3y^2 - 10y + 16$; $2y - 7$

(vi) $-3y^2 + 10y - 16$; $7y^2 + 8$

கற்போம்.

இயற்கணிதக் கோவைகளின் கழித்தல் (Subtraction of Algebraic Expressions)

ஒரு முழுவிலிருந்து மற்றொரு முழுவைக் கழிப்பதற்கு முதலாவது முழுவுடன் இரண்டாவது முழுவின் எதிரெண்ணைக் கூட்ட வேண்டும் என்பதை நாம் கற்றுள்ளோம்.

இதே விதியை நாம் இயற்கணிதக் கோவையின் கழித்தலுக்கும் பயன்படுத்துவோம்.

எடுத்துக்காட்டு: $18 - 7$

$= 18 + (-7) = 11$

எடுத்துக்காட்டு: $9x - 4x$

$= [9 + (-4)]x = 5x$

எடுத்துக்காட்டு: முதல் கோவையிலிருந்து இரண்டாவது கோவையை கழி.

$16x + 23y + 12z$; $9x - 27y + 14z$

கிடைமட்ட முறை

$$\begin{aligned} & (16x + 23y + 12z) - (9x - 27y + 14z) \\ = \ & 16x + 23y + 12z - 9x + 27y - 14z \\ = \ & (16x - 9x) + (23y + 27y) + (12z - 14z) \\ = \ & 7x + 50y - 2z \end{aligned}$$

செங்குத்து முறை

$$\begin{array}{rrrr} & 16x & +\ 23y & +\ 12z \\ - & \oplus 9x & \ominus 27y & \oplus 14z \\ & - & + & - \\ \hline & 7x & +\ 50y & -\ 2z \end{array}$$

(கழிக்கப்பட வேண்டிய கோவையிலுள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பின் குறியையும் மாற்றிக் கூட்ட வேண்டும்.)

பயிற்சித் தொகுப்பு 34

⊙ முதற்கோவையிலிருந்து இரண்டாவது கோவையைக் கழிக்க.

(i) $(4xy - 9z)$; $(3xy - 16z)$ (ii) $(5x + 4y + 7z)$; $(x + 2y + 3z)$

(iii) $(14x^2 + 8xy + 3y^2)$; $(26x^2 - 8xy - 17y^2)$ (iv) $(6x^2 + 7xy + 16y^2)$; $(16x^2 - 17xy)$

(v) $(4x + 16z)$; $(19y - 14z + 16x)$

கற்போம்.

இயற்கணித கோவைகளின் பெருக்கல் (Multiplication of Algebraic Expressions)

✸ **ஒருறுப்புக் கோவையை ஒருறுப்புக் கோவையால் பெருக்குதல்**

எடுத்துக்காட்டு: $3x \times 12y$

$= 3 \times 12 \times x \times y$

$= 36xy$

எடுத்துக்காட்டு: $(-12x) \times 3y^2$

$= -12 \times 3 \times x \times y \times y$

$= -36xy^2$

எடுத்துக்காட்டு: $2a^2 \times 3ab^2$

$= 2 \times 3 \times a^2 \times a \times b^2$

$= 6a^3 b^2$

எடுத்துக்காட்டு: $(-3x^2) \times (-4xy)$

$= (-3) \times (-4) \times x^2 \times x \times y$

$= 12x^3y$

> இரு ஒருறுப்புக் கோவைகளைப் பெருக்குவதற்கு முதலாவதாக குறியீடுகளுடன் சேர்த்து குணகங்களைப் பெருக்கு. பின்னர் மாறிகளைப் பெருக்கு.

✱ ஈருறுப்புக் கோவையை ஒருறுப்புக் கோவையால் பெருக்குதல்

எடுத்துக்காட்டு: $x\,(x + y)$
$= x \times x \;+\; x \times y$
$= x^2 + xy$

எடுத்துக்காட்டு: $(7x - 6y) \times 3z = 7x \times 3z - 6y \times 3z$
$= 7 \times 3 \times x \times z - 6 \times 3 \times y \times z$
$= 21xz - 18yz$

✱ ஈருறுப்புக் கோவையை ஈருறுப்புக் கோவையால் பெருக்குதல்

எடுத்துக்காட்டு:

$$\begin{array}{rl} 3x + 4y & \\ \times\; 5x + 7y & \\ \hline 15x^2 + 20xy \qquad\qquad & [5x \text{ ஆல் பெருக்க}] \\ + 21xy + 28y^2 & [7y \text{ ஆல் பெருக்க}] \\ \hline 15x^2 + 41xy + 28y^2 & [\text{கூட்ட}] \end{array}$$

$(3x + 4y)\;(5x + 7y)$
$= 3x\,(5x + 7y) + 4y\,(5x + 7y)$
$= 3x \times 5x + 3x \times 7y + 4y \times 5x + 4y \times 7y$
$= 15x^2 + 21xy + 20xy + 28y^2$
$= 15x^2 + 41xy + 28y^2$

எடுத்துக்காட்டு: ஒரு செவ்வக வடிவ வயலின் நீளம் $(2x + 7)$ மீ மற்றும் அதன் அகலம் $(x + 2)$ மீ எனில் அவ்வயலின் பரப்பளவைக் கண்டுபிடி.

தீர்வு: செவ்வக வடிவ வயலின் பரப்பளவு = நீளம் × அகலம் $= (2x + 7) \times (x + 2)$
$= 2x\,(x + 2) + 7\,(x + 2)$
$= 2x^2 + 11x + 14$

செவ்வக வடிவ வயலின் பரப்பளவு $= (2x^2 + 11x + 14)$ மீ²

பயிற்சித் தொகுப்பு 35

1. பெருக்கு.
   (i) $16xy \times 18xy$ (ii) $23xy^2 \times 4yz^2$
   (iii) $(12a + 17b) \times 4c$ (iv) $(4x + 5y) \times (9x + 7y)$

2. ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் $(8x + 5)$ செ.மீ. அதன் அகலம் $(5x + 3)$ செ.மீ. எனில் அச்செவ்வகத்தின் பரப்பளவைக் கண்டுபிடி.

நினைவு கூர்வோம்.

ஒற்றை மாறிச் சமன்பாடுகள் (Equations in One Variable)

- பின்வரும் சமன்பாடுகளுக்குத் தீர்வு காண்.

(1) $x + 7 = 4$ (2) $4p = 12$ (3) $m - 5 = 4$ (4) $\frac{t}{3} = 6$

கற்போம்.

எடுத்துக்காட்டு: $2x + 2 = 8$
$\therefore\; 2x + 2 - 2 = 8 - 2$
$\therefore\; 2x = 6$
$\therefore\; x = 3$

எடுத்துக்காட்டு: $3x - 5 = x - 17$
$3x - 5 + 5 - x = x - 17 + 5 - x$
$\therefore\; 2x = -12$
$\therefore\; x = -6$

எடுத்துக்காட்டு: ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் அதன் அகலத்தின் இரு மடங்கைக் காட்டிலும் 1 செ.மீ அதிகமுடையதாகும். அச்செவ்வகத்தின் சுற்றளவு 50 செ.மீ. எனில் அதன் நீளம் எவ்வளவு?

தீர்வு:

செவ்வகத்தின் அகலம் x செ.மீ. என்க.

எனவே செவ்வகத்தின் நீளம் $(2x + 1)$ செ.மீ. இருக்கும்.

2 × நீளம் + 2 × அகலம் = செவ்வகத்தின் சுற்றளவு

$$2(2x + 1) + 2x = 50$$
$$\therefore\ 4x + 2 + 2x = 50$$
$$\therefore\ 6x + 2 = 50$$
$$\therefore\ 6x = 50 - 2 = 48$$
$$\therefore\ x = 8$$

செவ்வகத்தின் அகலம் 8 செ.மீ.

∴ செவ்வகத்தின் நீளம் $= 2x + 1 = 2 \times 8 + 1$

∴ செவ்வகத்தின் நீளம் = 17 செ.மீ.

எடுத்துக்காட்டு: ஒரு இயல் எண் மற்றும் அதனை அடுத்து வரும் இயல் எண் ஆகியவற்றின் கூட்டுத் தொகை 69 ஆகும் எனில் அந்த எண்கள் எவை?

தீர்வு:

ஒரு இயல் எண் x என்க.

அடுத்து வரும் எண் $x + 1$ ஆகும்.

$$(x) + (x + 1) = 69$$
$$\therefore\ x + x + 1 = 69$$
$$\therefore\ 2x + 1 = 69$$
$$2x = 69 - 1$$
$$\therefore 2x = 68$$
$$\therefore\ x = 34$$

இயல் எண் = 34

அடுத்து வரும் இயல் எண் = 34 + 1
= 35

கவனத்தில் கொள்:

ஓர் உறுப்பை சமன்பாட்டிலுள்ள ‘=’ என்ற குறியீட்டின் ஒரு பக்கத்திலிருந்து மற்றொரு பக்கத்திற்கு இடமாற்றம் செய்யும்போது அதன் குறியீட்டையும் மாற்ற வேண்டும்.

பயிற்சித் தொகுப்பு 36

1. $(3x - 11y) - (17x + 13y)$ என்ற கழித்தலுக்கான சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடு.

   (i) $7x - 12y$ (ii) $-14x - 54y$ (iii) $-3(5x + 4y)$ (iv) $-2(7x + 12y)$

2. $(23x^2y^3z)$ மற்றும் $(-15x^3yz^2)$ ஆகியவற்றின் விடை .... ஆகும்.

   (i) $-345x^5y^4z^3$ (ii) $345x^2y^3z^5$ (iii) $145x^3y^2z$ (iv) $170x^3y^2z^3$

3. பின்வரும் சமன்பாடுகளுக்குத் தீர்வு காண்.

   (i) $4x + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$ (ii) $10 = 2y + 5$ (iii) $5m - 4 = 1$

   (iv) $6x - 1 = 3x + 8$ (v) $2(x - 4) = 4x + 2$ (vi) $5(x + 1) = 74$

4. ராகேஷின் வயது சானியாவின் வயதைக் காட்டிலும் 5 வருடங்கள் குறைவானதாகும். அவர்களது வயதுகளின் கூட்டுத் தொகை 27 வருடங்கள் எனில் ஒவ்வொருவருடைய வயது எத்தனை?

5. ஒரு காட்டில் அசோக மரங்களின் எண்ணிக்கையை விட 60 அதிகமான நாவல் மரங்கள் நடப்பட்டன. அங்கு இருவகை மரங்களையும் சேர்த்து மொத்தம் 200 இருக்குமெனில் எத்தனை நாவல் மரங்கள் நடப்பட்டன?

6. சுபாங்கியிடம் இருந்த 50 ரூபாய் நோட்டுகளைப் போல இருமடங்கு 20 ரூபாய் நோட்டுகள் இருந்தன. மொத்தத்தில் அவளிடம் 2700 ரூபாய் இருக்கிறதெனில் 50 ரூபாய் நோட்டுகள் எத்தனை?

7*. விராட் எடுத்த ஓட்டங்கள் ரோகித்தின் ஓட்டத்தின் இரு மடங்கு ஆகும். இருவரது ஓட்டங்களும் சேர்ந்து இரட்டை சதத்திற்கு 2 குறைவாக இருக்கிறதெனில் ஒவ்வொருவரும் எத்தனை ஓட்டங்களை எடுத்தனர்?

பல்வகைக் கணக்குகள் தொகுப்பு 1

1. பின்வருவனவற்றிற்கு தீர்வு காண்.

   (i) $(-16) \times (-5)$ (ii) $(72) \div (-12)$ (iii) $(-24) \times (2)$

   (iv) $125 \div 5$ (v) $(-104) \div (-13)$ (vi) $25 \times (-4)$

2. பகாக்காரணிகளைக் கண்டுபிடித்து கீழேயுள்ள எண்களின் மீ.பெ.வ. மற்றும் மீ.சி.ம. கண்டுபிடி.

   (i) 75, 135 (ii) 114, 76 (iii) 153, 187 (iv) 32, 24, 48

3*. எளிய வடிவில் எழுது.

   (i) $\frac{322}{391}$ (ii) $\frac{247}{209}$ (iii) $\frac{117}{156}$

4. பின்வரும் எண்களின் வர்க்கமூலம் காண்.

   (i) 784 (ii) 225 (iii) 1296 (iv) 2025 (v) 256

5. ஒரு தேர்தலுக்காக நான்கு வாக்குச் சாவடிகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. ஒவ்வொரு வாக்கு சாவடியிலுள்ள பெண் மற்றும் ஆண் வாக்காளர்களின் எண்ணிக்கை அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதிலிருந்து கூட்டுத் தூண் வரைபடம் வரை.

வாக்குச் சாவடி	நவோதயா வித்யாலயா	வித்யாநிகேதன் பள்ளி	நகர உயர்நிலைப் பள்ளி	எக்லவியா பள்ளி
பெண்கள்	500	520	680	800
ஆண்கள்	440	640	760	600

6. கோவைகளுக்கு தீர்வு காண்.

   (i) $45 \div 5 + 20 \times 4 - 12$ (ii) $(38 - 8) \times 2 \div 5 + 13$

   (iii) $\frac{5}{3} + \frac{4}{7} \div \frac{32}{21}$ (iv) $3 \times \{ 4 [85 + 5 - (15 \div 3)] + 2 \}$

7. தீர்வு காண்:

   (i) $\frac{5}{12} + \frac{7}{16}$ (ii) $3\frac{2}{5} - 2\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{12}{5} \times \frac{(-10)}{3}$ (iv*) $4\frac{3}{8} \div \frac{25}{18}$

8. $m\angle A = 55°$, $m\angle B = 60°$, மற்றும் $l(AB) = 5.9$ செ.மீ. இருக்குமாறு ΔABC வரை.
9. $l(XY) = 3.7$ செ.மீ., $l(YZ) = 7.7$ செ.மீ., $l(XZ) = 6.3$ செ.மீ. இருக்குமாறு ΔXYZ வரை.
10. $m\angle P = 80°$, $m\angle Q = 70°$, $l(QR) = 5.7$ செ.மீ. இருக்குமாறு ΔPQR வரை.
11. $l(FG) = 5$ செ.மீ., $m\angle EFG = 90°$, $l(EG) = 7$ செ.மீ. இருக்குமாறு ΔEFG வரை.
12. $l(LM) = 6.2$ செ.மீ., $m\angle LMN = 60°$, $l(MN) = 4$ செ.மீ. இருக்குமாறு ΔLMN. வரை.
13. கீழேயுள்ள கோணங்களின் நிரப்புக் கோணங்களைக் காண்.

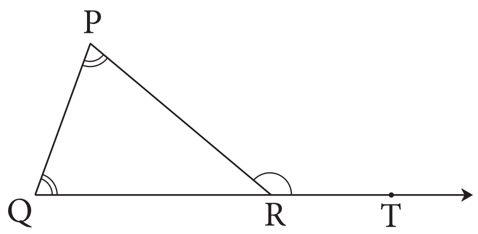
    (i) 35° (ii) $a°$ (iii) 22° (iv) $(40 - x)°$

14. கீழேயுள்ள கோணங்களின் மிகை நிரப்புக் கோணங்களைக் காண்.

    (i) 111° (ii) 47° (iii) 180° (iv) $(90 - x)°$

15. பின்வரும் வடிவங்களை வரை.

    (i) அடுத்தடுத்த கோணச்சோடி (ii) அடுத்தடுத்த கோணங்கள் அல்லாத இரு மிகைநிரப்புக் கோணங்கள். (iii) இரு அடுத்தடுத்த நிரப்புக் கோணச்சோடி.

16. 

ΔPQR இல் $\angle P$ மற்றும் $\angle Q$ ஆகியவற்றின் அளவுகள் சமமாகும். மேலும் $m\angle PRQ = 70°$ எனில் கீழுள்ள கோணங்களின் அளவுகளைக் காண்.

(i) $m\angle PRT$ (ii) $m\angle P$ (iii) $m\angle Q$

17. எளிய வடிவில் எழுது.

(i) $5^4 \times 5^3$ (ii) $\left(\frac{2}{3}\right)^6 \div \left(\frac{2}{3}\right)^9$ (iii) $\left(\frac{7}{2}\right)^8 \times \left(\frac{7}{2}\right)^{-6}$ (iv) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \div \left(\frac{5}{4}\right)$

18. மதிப்பு காண்.

(i) $17^{16} \div 17^{16}$ (ii) 10^{-3} (iii) $(2^3)^2$ (iv) $4^6 \times 4^{-4}$

19. தீர்வு காண்.

(i) $(6a - 5b - 8c) + (15b + 2a - 5c)$ (ii) $(3x+2y)(7x - 8y)$

(iii) $(7m - 5n) - (-4n - 11m)$ (iv) $(11m - 12n + 3p) - (9m + 7n - 8p)$

20. பின்வரும் சமன்பாடுகளுக்குத் தீர்வு காண்.

(i) $4(x + 12) = 8$ (ii) $3y + 4 = 5y - 6$

பன்முகத் தேர்வு வினாக்கள்

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வினாக்களுக்கான விடைகளிலிருந்து பொருத்தமான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்.

1. முக்கோணத்தின் மூன்று கோண இருசமவெட்டிகள் சர்வசமமானவை. அவை சந்திக்கும் புள்ளி .... என்று அழைக்கப்படுகிறது.

(i) வெளிவட்ட மையம் (ii) முனை (iii) உள்வட்ட மையம் (iv) வெட்டும் புள்ளி.

2. $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^{-3}\right]^4 =$ ....

(i) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-7}$ (ii) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-10}$ (iii) $\left(\frac{7}{3}\right)^{12}$ (iv) $\left(\frac{3}{7}\right)^{20}$

3. $5 \div \left(\frac{3}{2}\right) - \frac{1}{3}$ இன் எளிய வடிவம் .... ஆகும்.

(i) 3 (ii) 5 (iii) 0 (iv) $\frac{1}{3}$

4. $3x - \frac{1}{2} = \frac{5}{2} + x$ என்ற சமன்பாட்டிற்கான தீர்வு .... ஆகும்.

(i) $\frac{5}{3}$ (ii) $\frac{7}{2}$ (iii) 4 (iv) $\frac{3}{2}$

5*. கீழேயுள்ளவற்றில் எச்சமன்பாட்டின் மதிப்பு 37 ஆகும்?

(i) $10 \times 3 + (5 + 2)$ (ii) $10 \times 4 + (5 - 3)$

(iii) $8 \times 4 + 3$ (iv) $(9 \times 3) + 2$

9 நேர் விகிதம் மற்றும் எதிர் விகிதம்

பகுதி இரண்டு

கலந்துரையாடுவோம்.

நேர் விகிதம் (Direct proportion)

சென்ற வகுப்பில் நாம் இரண்டு எண்களை ஒப்பிட்டு அவற்றை விகித வடிவில் எவ்வாறு எழுதுவது என்பதைப் பற்றி கற்றுள்ளோம்.

எடுத்துக்காட்டு: இப்போது கீழேயுள்ள படத்தைப்பார். அதில் வட்டத்தின் விட்டங்களால் உருவான பாகங்களை நாம் காண்கிறோம்.

(A) (B) (C) (D)

இங்கே விட்டங்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் அவை உருவாக்கும் பாகங்களின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றிற்கிடையில் ஏதேனும் தொடர்பை காண்கிறாயா?

படம் (A) இல் **ஒரு** விட்டம் வட்டத்தை ☐ பாகங்களாக **பிரிக்**கிறது.

படம் (B) இல் **இரு** விட்டங்கள் வட்டத்தை ☐ பாகங்களாக **பிரிக்**கின்றன.

படம் (D) இல் **நான்கு** விட்டம் வட்டத்தை ☐ பாகங்களாக **பிரிக்**கின்றன.

$\frac{\text{விட்டங்களின் எண்ணிக்கை}}{\text{பாகங்களின் எண்ணிக்கை}} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$. இங்கு விட்டங்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் அதன் காரணமாக உருவாகும் பாகங்களின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றின் விகிதம் மாறாமல் உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு: நகராட்சிப் பள்ளியில் மாணவர்கள் பெற்றுக் கொண்ட நோட்டுப் புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை கீழேயுள்ள அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது.

மாணவர்கள்	15	12	10	5
நோட்டுப் புத்தகங்கள்	90	72	60	30

$\frac{\text{மாணவர்களின் எண்ணிக்கை}}{\text{நோட்டுப் புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை}} = \frac{15}{90} = \frac{12}{72} = \frac{10}{60} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$

அதாவது விகிதம் 1:6 என்பது மாறாமல் (constant) உள்ளது.

மேலேயுள்ள இரு எடுத்துக்காட்டுகளில், விட்டங்களின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும்போது வட்டத்தின் பாகங்களின் எண்ணிக்கையும் அதிகரிப்பது தெரிகிறது. மாணவர்களின் எண்ணிக்கை குறையும்போது நோட்டுப் புத்தகங்களின் எண்ணிக்கையும் குறைகிறது. விட்டங்களின் எண்ணிக்கையும் பாகங்களின் எண்ணிக்கையும் நேர் விகிதத்தில் உள்ளன. அதுபோன்றே மாணவர்களின் எண்ணிக்கையும் நோட்டுப் புத்தகங்களின் எண்ணிக்கையும் நேர் விகிதத்தில் உள்ளன.

செயல்திட்டம்:
- மோட்டார் சைக்கிளில் நிரப்பப்பட்ட பெட்ரோலின் அளவும் அது கடக்கும் தொலைவும் நேர்விகிதத்தில் உள்ளனவா என்பதை சிந்தித்துப் பார்?
- அறிவியல் மற்றும் அன்றாட நடவடிக்கைகளில் நேர் விகிதத்தில் மாறும் எண்களின் எடுத்துக்காட்டுகளைக் கூற முடியுமா என்பதை கலந்துரையாடு.

எடுத்துக்காட்டு: 10 பேனாக்களின் விலை 60 ரூபாய் எனில் 13 பேனாக்களின் விலை எத்தனை ரூபாய்?
தீர்வு: 13 பேனாக்களின் விலையைக் காண வேண்டும். அதை x ரூபாய் எனக் கொள்வோம்.

பேனாக்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் அவற்றின் விலை நேர் விகிதத்தில் இருப்பதால் அவற்றின் விகிதத்தை சமன்பாட்டில் அமைப்போம்.

$$\frac{10}{60} = \frac{13}{x}$$

$\therefore 10x = 780$ (இரு பக்கமும் $60x$ ஆல் பெருக்கு)

$\therefore x = 78$

13 பேனாக்களின் விலை ₹ 78 ஆகும்.

பயிற்சித் தொகுப்பு 37

1. 7 கிலோ வெங்காயத்தின் விலை 140 ரூபாய் எனில் 12 கிலோ வெங்காயம் எத்தனை ரூபாய்க்கு கிடைக்கும்?
2. 600 ரூபாய்க்கு 15 கால்நடைத் தீவனக் கட்டுகள் கிடைக்கிறதெனில் 1280 ரூபாய்க்கு எத்தனை தீவனக் கட்டுகள் கிடைக்கும்?
3. 9 பசுக்களுக்கு தினமும் 13 கிலோ 500 கிராம் கூடுதல் உணவு தேவைப்படுகிறதெனில் அதே விகிதத்தில் 12 பசுக்களுக்கு எவ்வளவு தேவைப்படும்?
4. 12 குவிண்டால் சோயா பீன்ஸின் விலை 36,000 ரூபாய் எனில் 8 குவிண்டால் சோயா பீன்ஸின் விலை எவ்வளவு?
5. இரு கைபேசிகளின் விலை 16,000 ரூபாய் எனில் அவை போன்ற 13 கைபேசிகளை வாங்குவதற்கு மொத்தம் எத்தனை ரூபாய் தேவைப்படும்?

கற்போம்.

எதிர் விகிதம் (Inverse Proportion)

மரம் நடுவதற்கு 90 குழிகள் தோண்ட சில தன்னார்வலர்கள் கூடினர். ஒரு தன்னார்வலர் தினமும் ஒரு குழியைத் தோண்டுகிறார். அங்கு 15 தன்னார்வலர்கள் இருக்கிறார்கள் எனில் அக்குழிகளை தோண்ட $\frac{90}{15} = 6$ நாட்கள் தேவைப்படும். 10 தன்னார்வலர்களுக்கு அக்குழிகளைத் தோண்ட $\frac{90}{10} = 9$ நாட்கள் தேவைப்படும்.

தன்னார்வலர்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் குழிகள் தோண்டுவதற்கு தேவைப்படும் நாட்கள் நேர் விகிதத்தில் உள்ளனவா?

தன்னார்வலர்களின் எண்ணிக்கை **குறைகிறபோது**, தேவைப்படும் நாட்கள் **அதிகரிக்கின்றன.** மேலும் தன்னார்வலர்களின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கிறதெனில் வேலை நாட்கள் குறைகின்றன. தன்னார்வலர்கள் மற்றும் நாட்கள் ஆகியவற்றின் பெருக்குத்தொகை மாறாமல் உள்ளது. இவ்வெண்கள் எதிர் விகிதத்தில் உள்ளன என்று கூறுகிறோம்.

- **எடுத்துக்காட்டு:** சுதா பயிற்சித் தொகுப்பிலுள்ள 48 கணக்குகளை தீர்வு காண வேண்டும் எனக் கொள்வோம். அவள் தினமும் 1 கணக்கைச் செய்கிறாள் எனில் அவளுக்கு பயிற்சித் தொகுப்பை நிறைவு செய்ய 48 நாட்கள் தேவைப்படும். அவள் தினமும் 8 கணக்குகளைத் தீர்வு காண்கிறாள் எனில் பயிற்சித் தொகுப்பை நிறைவு செய்ய அவளுக்கு $\frac{48}{8} = 6$ நாட்கள் தேவைப்படும். அவள் தினமும் 12 கணக்குகளுக்குத் தீர்வு காண்கிறாள் எனில் அவளுக்கு $\frac{48}{12} = 4$ நாட்கள் தேவைப்படும். தினமும் தீர்வு கண்ட கணக்குகள் மற்றும் தேவைப்பட்ட நாட்கள் எதிர் விகிதத்தில் உள்ளன. அவற்றின் பெருக்குத்தொகை மாறாமல் உள்ளது.

$8 \times 6 = 12 \times 4 = 48 \times 1$ என்பதைக் கவனத்தில் கொள்.

எடுத்துக்காட்டு: ஒரு பெரிய சுவரைக் கட்டுவதற்கு 15 வேலையாட்களுக்கு 8 மணி நேரம் தேவையெனில் 12 வேலையாட்கள் அவ்வேலையை செய்து முடிக்க எத்தனை மணி நேரம் தேவை?

தீர்வு: வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை அதிகரிப்பதால் வேலைக்கான நேரம் குறைகிறது. வேலையாட்களின் எண்ணிக்கையும், தேவையான கால அளவும் எதிர் விகிதத்தில் இருக்கின்றன. வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் சுவரைக் கட்ட தேவையான நேரம் ஆகியவற்றின் பெருக்குத் தொகை மாறாமல் உள்ளது. இப்போது x என்ற மாறியைப் பயன்படுத்தி இக்கணக்கைத் தீர்வு காண்போம்.

12 வேலையாட்களுக்கு x மணி நேரம் தேவை என வைத்துக் கொள்வோம்.
15 வேலையாட்களுக்கு 8 மணி நேரம் தேவை
12 வேலையாட்களுக்கு x மணி நேரம் தேவை

$12 \times x = 15 \times 8$
$\therefore \quad 12x = 120$
$\therefore \quad x = 10$

இவ்வாறு 12 வேலையாட்களுக்கு சுவரைக் கட்டி முடிக்க 10 மணி நேரம் தேவை.

எடுத்துக்காட்டு: வகுப்பில் 40 பக்க கையெழுத்துப் பிரதிகளின் எண்ணிக்கை தயார் செய்வதற்கான வேலையைத் தொடங்கியுள்ளனர். ஒரு மாணவனுக்கு இவ்வெண்ணிக்கையை செய்வதற்கு 80 நாட்கள் ஆகிறதெனில் 4 மாணவர்கள் அவ்வேலையைச் செய்ய எத்தனை நாட்கள் ஆகும்?

தீர்வு: ஒரே வேலையை அதிகமான மாணவர்கள் செய்வர் எனில் குறைந்த நாட்களே ஆகும். அதாவது, மாணவர்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் நாட்களின் எண்ணிக்கை ஆகியவை எதிர் விகிதத்தில் உள்ளன. நான்கு மாணவர்களுக்கு x நாட்கள் ஆகிறது எனக் கொள்வோம்.

மாணவர்கள்	நாட்கள்
1	80
4	x

$4x = 80 \times 1$

$x = \frac{80}{4}$

$x = 20$ $\quad\therefore$ 4 மாணவர்களுக்கு 20 நாட்கள் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு: ஒரு பள்ளியில் 7 ஆம் வகுப்பு மாணவர்கள் சுற்றுலாவாக ஒரு பண்ணைக்கு பேருந்தில் சென்றனர். அவ்வேளையில் அவர்களுக்கு கிடைத்த சில அனுபவங்களைப் பார். ஒவ்வொரு அனுபவத்திலுள்ள எண்கள் நேர்விகிதமா அல்லது எதிர்விகிதமா என்பதை எழுது.

- சுற்றுலா செலவிற்காக ஒவ்வொரு மாணவரும் 60 ரூபாய் கொடுத்தனர்.
  மொத்தம் 45 மாணவர்கள் இருந்ததால் ☐ ரூபாய் சேகரிக்கப்பட்டது.
  50 மாணவர்கள் இருந்திருந்தால் ☐ ரூபாய் சேகரிக்கப்பட்டிருக்கும்.
  மாணவர்களின் எண்ணிக்கையும் சேகரிக்கப்பட்ட பணமும் ...... விகிதத்தில் உள்ளன.
- பள்ளிக்கு அருகிலுள்ள மிட்டாய் கடைக்காரர் சுற்றுலாவிற்காக 90 லட்டுகள் கொடுத்தார்.
  45 மாணவர்கள் சுற்றுலாவிற்கு வந்தனரெனில் ஒவ்வொருவருக்கும் ☐ லட்டுகள் கிடைக்கும்.
  30 மாணவர்கள் சுற்றுலாவிற்கு வந்திருந்தனரெனில் ஒவ்வொருவருக்கும் ☐ லட்டுகள் கிடைத்திருக்கும்.
  மாணவர்களின் எண்ணிக்கையும் ஒவ்வொருவருக்கு கிடைக்கும் லட்டும் .... விகிதத்தில் உள்ளன.
- சுற்றுலாதலம் பள்ளியிலிருந்து 120 கி.மீ. இல் இருந்தது.
  பண்ணைக்குச் சென்ற பேருந்தின் வேகம் மணிக்கு 40 கி.மீ. ஆக இருந்தது. ஆகவே ☐ மணிநேரம் ஆகியது.
  திரும்பும் பயணத்தில் பேருந்தின் வேகம் 60 கி.மீ. ஆக இருந்தது, எனவே ☐ மணிநேரம் ஆகியது.
  பேருந்தின் வேகமும் எடுத்துக்கொண்ட காலமும் ☐ விகிதத்திலுள்ளன.

- ஒரு விவசாயி தன்னிடமுள்ள மரங்களிலிருந்து 180 *இலந்தைப் பழங்களைப்* பறித்தார். அவர் அவற்றை 45 மாணவர்களுக்கு சமமாக பிரித்துக் கொடுத்தார். ஒவ்வொருவரும் ______ *இலந்தைப் பழங்களை* பெற்றனர்.

  60 மாணவர்கள் இருந்திருப்பர் எனில் ஒவ்வொருவருக்கும் ______ *இலந்தைப் பழங்கள் கிடைத்திருக்கும்.*

  மாணவர்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் ஒவ்வொருவருக்கும் கிடைக்கும் இலந்தைப் பழங்களின் எண்ணிக்கை ______ விகிதத்திலுள்ளன.

பயிற்சித் தொகுப்பு 38

1. ஒரு வயலில் 5 வேலையாட்கள் 12 நாட்கள் களை எடுக்கின்றனர் எனில் 6 வேலையாட்கள் எத்தனை நாட்களில் களை எடுப்பர்? 15 வேலையாட்கள் எத்தனை நாட்களில் களை எடுப்பர்?
2. மோகன்ராவ் ஒரு புத்தகத்தை தினமும் 40 பக்கங்கள் வீதம் வாசிக்கிறார் எனில் 10 நாட்களில் வாசித்து முடிப்பார். அதை 8 நாட்களில் வாசித்து முடிக்க தினமும் எத்தனை பக்கங்கள் அவசியம் படிக்க வேண்டும்?
3. மேரி மிதிவண்டி ஓட்டும் வேகம் மணிக்கு 6 கி.மீ. ஆகும். அவள் 12 கி.மீ. தொலைவிலுள்ள சித்தியின் வீட்டிற்கு செல்ல வேண்டுமெனில் எவ்வளவு காலம் ஆகும்? அவளது மிதிவண்டியின் வேகம் மணிக்கு 4 கி.மீ. எனில் எவ்வளவு காலம் ஆகும்?
4. ஓர் அரசு கிட்டங்கியிலுள்ள தானிய இருப்பு 4000 மக்களுக்கு 30 நாட்களுக்கு போதுமானது எனில் அது 6000 மக்களுக்கு எத்தனை நாட்களுக்கு போதுமானதாகும்?

கற்போம்.

கூட்டு வியாபாரம் (Partnership)

ஒரு தொழிலைத் தொடங்கும்போது இடம், மூலப்பொருள்கள் போன்றவற்றிற்காக பணம் தேவைப்படுகிறது. இத்தொகை மூலதனம் என்றழைக்கப்படுகிறது. வழக்கமாக இரண்டு அல்லது அதற்கு அதிகமான நபர்கள் சேர்ந்து மூலதனம் இடுகின்றனர். அதாவது, இந்நபர்கள் கூட்டு வியாபார முதலீடு செய்து தொழிலைத் தொடங்குகின்றனர். கூட்டு வியாபாரத் தொழிலில் வங்கியில் பங்குதாரர்களின் கூட்டு கணக்கு உள்ளது இத்தொழிலில் மூலதனம் எந்த விகிதத்தில் செய்யப்பட்டுள்ளதோ அந்த விகிதத்தில் தொழிலில் ஏற்படும் இலாபம் அல்லது நஷ்டம் பிரிக்கப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு: ஜேலம் மற்றும் அதர்வா ஆகியோர் முறையே 2100 மற்றும் 2800 ரூபாய் முதலீடு செய்து தொழிலைத் தொடங்கினர். அவர்களுக்கு 3500 ரூபாய் இலாபம் கிடைத்தது எனில் அது எப்படி பிரிக்கப்பட வேண்டும்?

தீர்வு: மூலதனத்தின் விகிதத்தைக் காண்போம் 2100:2800 அதன் பொருள் $= \frac{2100}{2800} = \frac{3}{4}$

ஆகவே மூலதனத்தின் விகிதம் 3:4 ஆகும். இலாபமும் அதே விகிதத்தில் அவசியம் பிரிக்கப்பட வேண்டும். ஜேலத்தின் இலாபம் $3x$ *எனவும்* அதர்வாவின் இலாபம் $4x$ எனவும் வைத்துக் கொள்வோம்.

$3x + 4x = 3500$ மொத்த இலாபம் 3500 ஆகும்.

$\therefore\ 7x = 3500$ $\therefore\ x = 500$

ஜேலத்திற்கு $3x = 1500$ ரூபாயும் அதர்வாவிற்கு $4x = 2000$ ரூபாயும் இலாபம் கிடைக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு: ஒரு தொழிலில் சின்மயா மற்றும் சாம் ஆகியோர் 130000 ரூபாய் மூலதனத்தை முறையே 3:2 என்ற விகிதத்தில் முதலீடு செய்தனர் எனில் ஒவ்வொருவருடைய முதலீடு எவ்வளவு? இத்தொழிலில் அவர்களுக்கு 36000 ரூபாய் இலாபம் கிடைத்தது எனில் ஒவ்வொருவருடைய இலாபம் எவ்வளவு இருக்கும்?

தீர்வு: சின்மயா மற்றும் சாம் ஆகியோரது முதலீட்டின் விகிதம் 3:2 ஆகும்.

முதலீட்டின் **விகிதத்திலேயே** இலாபமும் பிரிக்கப்படுகிறது. ஆகவே இலாப விகிதம் 3:2 ஆகும்.

சின்மயாவினுடைய முதலீடு $3y$ எனவும் சாமினுடைய முதலீடு $2y$ எனவும் வைத்துக்கொள்வோம்.

$3y + 2y$ = மொத்த முதலீடு

$\therefore 5y = 130000$

$$\frac{5y}{5} = \frac{130000}{5} \;\; ..... \text{(5 ஆல் வகுக்க)}$$

$\therefore y = 26000$

$\therefore$ சின்மயாவின் முதலீடு $= 3y$

$= 3 \times 26000$

$= 78000$ ரூபாய்

சாமின் முதலீடு $= 2y$

$= 2 \times 26000$

$= 52000$ ரூபாய்

சின்மயாவின் இலாபம் $3x$ எனவும் சாமின் இலாபம் $2x$ எனவும் கொள்வோம்.

$3x + 2x$ = மொத்த இலாபம்

$5x = 36000$

$$\frac{5x}{5} = \frac{36000}{5} \;\; ..... \text{(5 ஆல் வகுக்க)}$$

$\therefore x = 7200$

$\therefore$ சின்மயாவின் இலாபம் $= 3x$

$= 3 \times 7200$

$= 21600$ ரூபாய்

சாமின் இலாபம் $= 2x$

$= 2 \times 7200$

$= 14400$ ரூபாய்

எடுத்துக்காட்டு: அப்துல், சேஜல் மற்றும் சோகம் ஆகியோர் முறையே 30, 70 மற்றும் 50 ரூபாயை சாயலியிடம் கொடுத்தனர். சாயலி அதனோடு 150 ரூபாய் போட்டு காகிதம், வண்ணங்கள் போன்ற பொருள்களை வாங்கினாள். அவற்றிலிருந்து அனைவரும் வாழ்த்து அட்டைகள் செய்து விற்றனர். அவர்களுக்கு மொத்தம் 420 ரூபாய் இலாபம் கிடைத்தது எனில் ஒவ்வொருவருக்கும் கிடைத்த இலாபம் எவ்வளவு?

தீர்வு: நால்வருடைய முதலீடும் சேர்ந்து மொத்தம் 300 ரூபாய் ஆனது. அவற்றுள் சாயலியினுடையது 150 ரூபாய். அதாவது முதலீட்டில் பாதி அவளுடையதாகும். அவர்களுக்கு மொத்தம் 420 ரூபாய் இலாபம் கிடைத்தது. சாயலியினுடைய இலாபம் 420 ரூபாயில் பாதி. அதாவது 210 ரூபாய் ஆகும். மீதியுள்ள 210 ரூபாய் இலாபம் அப்துல், சேஜல் மற்றும் சோகம் ஆகியோரால் பிரிக்கப்பட்டது.

அப்துல், சேஜல் மற்றும் சோகம் ஆகியோரது முதலீடு முறையே 30, 70, மற்றும் 50 ரூபாய் ஆகும். முதலீட்டு விகிதம் 30:70:50. அதாவது 3:7:5. மூவரது இலாபம் 210 ரூபாய் ஆகும்.

அவர்களது இலாபம் முறையே $3k$, $7k$, $5k$ எனக் கொள்வோம்.

$3k + 7k + 5k = 210$

$\therefore 15k = 210$

$\therefore k = 14$

ஆகவே அப்துலின் இலாபம் $= 3k = 3 \times 14 = 42$ ரூபாய்.

சேஜலின் இலாபம் $= 7k = 7 \times 14 = 98$ ரூபாய்.

சோகமின் இலாபம் $= 5k = 5 \times 14 = 70$ ரூபாய்.

எடுத்துக்காட்டு: சரிதாபென், ஆயிஷா மற்றும் மீனாட்சி ஆகிய ஒவ்வொருவரும் முறையே 2400, 5200 மற்றும் 3400 ரூபாய் முதலீடு செய்து ஒரு தொழிலைத் தொடங்கினர். அவர்களுக்கு 50% இலாபம் கிடைத்தது. அதை அவர்கள் எப்படி பிரிக்க வேண்டும்? அவர்கள் தங்களது எல்லா இலாபத்தையும் முதலீட்டுடன் சேர்த்து மறுமுதலீடு செய்கிறார்களெனில் அடுத்த ஆண்டு ஒவ்வொருவருக்கும் எத்தனை பாகம் கிடைக்கும்?

தீர்வு: மொத்த முதலீடு $= 2400 + 5200 + 3400 = 11000$ ரூபாய்

அம்முதலீட்டில் 50% இலாபம் கிடைத்தது.

$$\therefore \text{மொத்த இலாபம்} = \frac{11000 \times 50}{100} = 5500$$

முதலீட்டின் விகிதத்தில் இலாபம் பங்கிடப்பட வேண்டும்.

நாம் இரு எண்களின் விகிதத்தை இரண்டு எண்களுக்கான பொதுக் காரணியைக் கொண்டு வகுத்து எளிமைப்படுத்துகிறோம். இம்முறையில் இரண்டிற்கும் மேற்பட்ட எண்களின் விகிதத்தை எளிமைப்படுத்தலாம்.

பங்குகளின் விகிதம் = 2400 : 5200 : 3400

= 24 : 52 : 34 (100 ஆல் வகுக்க)

= 12 : 26 : 17 (2 ஆல் வகுக்க)

சரிதாபெனின் இலாபம் = 12p, ஆயிஷாவின் இலாபம் = 26p, மீனாட்சியின் இலாபம் = 17p எனக்கொள்வோம்.

$\therefore$ $12p + 26p + 17p = 55p = 5500$ $\therefore$ $p = \frac{5500}{55} = 100$

$\therefore$ சரிதாபெனின் இலாபம் = 12 × 100 = 1200, ஆயிஷாவின் இலாபம் = 26 × 100 = 2600 மற்றும் மீனாட்சியின் இலாபம் = 17 × 100 = 1700.

இலாபத்தை எடுக்கவில்லையெனில், அது முதலீட்டுடன் சேரும்போது ஒவ்வொருவரின் புதிய முதலீடாகிறது.

அடுத்த ஆண்டிற்கான சரிதாபெனின் முதலீடு = 2400 + 1200 = ₹ 3600

அடுத்த ஆண்டிற்கான ஆயிஷாவின் முதலீடு = 5200 + 2600 = ₹ 7800

அடுத்த ஆண்டிற்கான மீனாட்சியின் முதலீடு = 3400 + 1700 = ₹ 5100

கலந்துரையாடுவோம்.

- மேலுள்ள எடுத்துக்காட்டில் சரிதாபென், ஆயிஷா மற்றும் மீனாட்சி ஆகிய மூவரும் இலாபம் எடுக்காமல் தத்தம் முதலீட்டில் சேர்த்தனரெனில் அடுத்த ஆண்டிற்கான அவர்களது முதலீட்டின் விகிதத்தை கண்டறிக.

பயிற்சித் தொகுப்பு 39

1. சுரேஷ் மற்றும் ரமேஷ் ஆகிய இருவரும் சேர்ந்து 144000 ரூபாய்க்கு 4:5 என்ற விகிதத்தில் முதலீடு செய்து ஒரு மனையை வாங்கினர். சில வருடங்கள் கழித்து அதை விற்றதில் அவர்களுக்கு 20% இலாபம் கிடைத்ததெனில் ஒவ்வொருவருக்கும் கிடைத்த இலாபம் எவ்வளவு?
2. விராட் மற்றும் சாம்ராட் ஆகியோர் முறையே 50000 ரூபாய் 120000 ரூபாய் முதலீடு செய்து ஒரு தொழிலை தொடங்கினர். அத்தொழிலில் அவர்களுக்கு 20% நட்டம் ஏற்பட்டது எனில் ஒவ்வொருவருக்கும் ஏற்பட்ட நட்டம் எவ்வளவு?
3. சுவேதா, பியூஸ் மற்றும் நசிகேத் ஆகிய மூவரும் சேர்ந்து சோலாப்பூர் படுக்கை விரிப்புகள் மற்றும் துண்டுகள் விற்கும் தொழிலை 80000 ரூபாய் முதலீட்டில் தொடங்கினர். அதனுள் சுவேதாவின் முதலீடு 30000 ரூபாயும் பியூஸின் முதலீடு 12000 ரூபாயும் இருந்தது. அவர்களுக்கு வருட இறுதியில் 24% இலாபம் கிடைத்தது எனில் நசிகேத்தின் முதலீடு எவ்வளவு? நசிகேத்திற்கு கிடைக்க வேண்டிய இலாபத் தொகை எவ்வளவு?
4. A மற்றும் B ஆகியோரின் 24500 ரூபாய் இலாபத்தை 3:7 என்ற விகிதத்தில் பிரித்தனர். அவர்கள் ஒவ்வொருவரும் தமக்குக் கிடைத்த மொத்த இலாபத்தில் 2% தொகையை இராணுவ வீரர் நலநிதிக்கு கொடுத்தனர் எனில் ஒவ்வொருவரும் எவ்வளவு தொகையை நிதிக்காக கொடுத்தனர்?
5. ஜெயா, சீமா, நிகில் மற்றும் நீலேஷ் ஆகியோர் தொழிலுக்காக 3:4:7:6 என்ற விகிதத்தில் 360000 ரூபாயை கூட்டு வியாபாரம் செய்தனர் எனில், ஜெயாவின் முதலீடு எத்தனை ரூபாய் இருந்தது? அவர்களுக்கு இத்தொழிலில் 12% இலாபம் இருந்தது எனில் நிகிலின் பங்காக எவ்வளவு ரூபாய் கிடைக்கும்?

10 வங்கிகள் மற்றும் தனிவட்டி

நினைவு கூர்வோம்.

வங்கி என்பது பணப்பரிவர்த்தனை செய்யும் அரசு அங்கீகாரம் பெற்ற நிறுவனம் ஆகும். வங்கிகளால் பணப்பயன்பாட்டை திட்டமிடல் அதாவது, நிதித் திட்டங்களை நிறைவேற்றுதல் எளிதாகின்றது. வங்கியில் ரொக்கப் பணத்தை செலுத்துதல் அல்லது எடுத்தல் போன்ற செயல்பாடுகள் நடைபெறுகின்றன. அதற்காக வங்கியில் அவசியம் கணக்கு திறக்க வேண்டும். வங்கியில் பல்வேறு வகையான கணக்குகள் உள்ளன.

கற்போம்.

பல்வேறு வகையான வங்கி கணக்குகள் (Different Types of Accounts)

* **நடப்புக் கணக்கு (Current Account)**

நடப்புக் கணக்கு முக்கியமாக, வர்த்தகர்களுக்கும் நாள் அடிப்படையில் பணத்தில் வாணிகம் செய்பவர்களுக்குமானதாகும். கணக்கு வைத்திருப்பவர் ஒரே நாளில் எத்தனை தடவை வேண்டுமானாலும் பணத்தைக் கொடுக்க எடுக்க முடியும். வங்கி இக்கணக்குகளுக்கு கணக்குப் புத்தகம் (Pssbook) மற்றும் வேண்டுகோளின்பேரில் காசோலைப் புத்தகமும் வழங்குகிறது. இவ்வகை கணக்குகளில் உள்ள பணத்திற்கு வங்கி வட்டி தருவதில்லை. காசோலையைப் பயன்படுத்தி வங்கியில் பணத்தை செலுத்தலாம் அல்லது எடுக்கலாம்.

* **சேமிப்புக் கணக்கு (Savings Account)**

கணக்கு வைப்பவர் ஒரு குறிப்பிட்ட ரொக்கத்தை வங்கியில் வைப்பாக்கி சேமிப்புக் கணக்கைத் திறக்க முடியும். சில வங்கிகளில் எவ்வித ரொக்கமும் வைப்பாக்காமல் கணக்கைத் தொடங்க முடியும். இக்கணக்கில் அன்றாட வரவு இருப்பின் அடிப்படையில் வங்கி சிறிதளவு வட்டி அளிக்கிறது. வழக்கமாக குறிப்பிட்ட காலத்தில் எத்தனை தடவை பணத்தை எடுக்க முடியும் என்பது பற்றிய சில கட்டுப்பாடுகள் உள்ளன. இக்கணக்கிற்கும் வங்கி கணக்குப் புத்தகம் மற்றும் வேண்டுகோளின் பேரில் காசோலைப் புத்தகத்தையும் வழங்குகின்றது.

* **தொடர் வைப்புக் கணக்கு (Recurring Deposit Account)**

இக்கணக்கில் ஒவ்வொரு மாதமும் ஒரு குறிப்பிட்ட ரொக்கம் வைப்பாக்கப்படுகிறது. அது எவ்வளவு இருக்க வேண்டும் என்பதை வங்கியில் கணக்கு வைத்திருப்பவர் தீர்மானிக்கிறார். இம்முறையில் வைப்பின் மேல் வங்கி வட்டி வழங்குகிறது. இவ்வட்டி சேமிப்புக் கணக்கைவிட அதிகமானதாகும். இத்தகைய கணக்கால் கணக்கு வைத்திருப்பவரின் கட்டாய சேமிப்பு ஆகிறது.

மேற்குறிப்பிடப்பட்ட கணக்கிற்காக வங்கியில் சில நேரங்களில் கூட்டுக் கணக்கு இருப்பது வசதியாக உள்ளது. எடுத்துக்காட்டாக, கணவன்-மனைவி, பாதுகாவலர் மற்றும் குழந்தை போன்றவை. அதுபோல, தொழில் பங்காளர்கள், வீட்டுவசதிக் கழகங்கள், தன்னார்வ அறக்கட்டளை தொண்டு நிறுவனங்கள் போன்றவற்றிற்கான வங்கிக் கணக்கு ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட நபர்களால் இயக்கப்பட வேண்டிய அவசியம் உள்ளது.

* **நிலையான வைப்பு (Fixed Deposit)**

வைப்பாளர் ஒரு குறிப்பிட்ட தொகையை ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்திற்கு வங்கியில் வைக்கிறார். இம்முறையில் வைப்பின்மேல் வங்கி சேமிப்புக் கணக்கை விட அதிகமான வட்டி வீதத்தை வழங்குகிறது. வைப்பில் வட்டி வீதம் வங்கிகளுக்கு வங்கி வேறுபடுகின்றன. மூத்த குடிமக்களுக்கு வழக்கமான வீதத்தைவிட கொஞ்சம் அதிகமான வட்டிவிகிதம் கிடைக்கிறது.

கடன் பற்று அட்டை (Credit Card), தானியக்கப் பண இயந்திர அட்டை (ATM)/ரொக்கக் கழிவு அட்டை (Debit Card): வங்கிக்குச் செல்லாமல் ரொக்கப் பணத்தை பெறுவதற்கு தானியக்கப் பண இயந்திர (Automated Teller Machine) அட்டை பயன்படுகிறது. ரொக்கப் பணத்தைப் பயன்படுத்தாமல் பரிவர்த்தனைகளைச் செய்வதற்கு கடன் பற்று அட்டை மற்றும் ரொக்கக் கழிவு அட்டைகளைப் பயன்படுத்த முடியும். வங்கிக் கணக்கு வைத்திருப்பவர் வேண்டுகோளின் பேரில் இவ்வட்டைகளைப் பெற முடியும்.

கலந்துரையாடுவோம்.

- வங்கிக் கணக்குப் புத்தகத்தை பார்த்துள்ளாயா?

இங்கு வங்கிக் கணக்குப் புத்தகத்தின் ஒரு பக்கம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதிலுள்ள பதிவுகளை உற்று நோக்கு.

வரிசை எண் Sr. NO.	நாள் DATE	விவரங்கள் PARTICULARS	காசோலை எண் CHEQUE NO.	திரும்பப் பெற்ற ரொக்கம் AMOUNT WITHDRAWN	வைக்கப்பட்ட ரொக்கம் AMOUNT DEPOSITED	இருப்பு BALANCE
1.	2.2.2016	ரொக்கம்			1500.00	7000.00
2.	8.2.2016	காசோலை	232069		5000.00	12000.00
3.	12.2.2016	காசோலை	243965	3000.00		9000.00
4.	15.2.2016	தனக்காக		1500.00		7500.00
5.	26.2.2016	வட்டி			135.00	7635.00

- நாள் 2.2.16 இல் வங்கியில் வைக்கப்பட்ட ரொக்கம் ______ ரூபாய். மீதியுள்ள ரொக்கம் ______ ரூபாய்.
- நாள் 12.2.16 இல் காசோலை எண் 243965 ஆல் ரொக்கம் ______ ரூபாய் திரும்ப பெறப்பட்டது. மீதி ரொக்கம் ______ ரூபாய்
- நாள் 26.2.2016 இல் வங்கி ______ ரூபாய் வட்டி வழங்கியது

சேமிப்புக் கணக்கு மற்றும் தொடர் வைப்புக் கணக்கு ஆகியவற்றிற்கு கணக்குப் புத்தகம் உள்ளது. அக் கணக்குப் புத்தகத்தில் வைப்பாக்கப்பட்ட பணம், எடுக்கப்பட்ட பணம், இருப்பு இவை அனைத்தும் நாளின் அடிப்படையில் பதிவிடப்படுகின்றன.

செயல்திட்டம்: உனது வீட்டிலுள்ள பெரியவர் அனுமதியுடன் அவரது வங்கிக் கணக்குப் புத்தகத்திலுள்ள பதிவுகளின் பொருளை அறிந்துகொள்.

நினைவு கூர்வோம்.

சுவிதா கணிணி வாங்க வங்கியிலிருந்து 30000 ரூபாயை 8 p.c.p.a. வட்டிவீதத்தில் ஒரு வருடத்திற்கு கடனாகப் பெற்றார். வரையறை காலம் நிறைவடைந்தபோது அவள் வாங்கிய ரொக்கத்தை விட 2400 ரூபாய் அதிகமாகக் கொடுக்க வேண்டியதாயிற்று.

- இத்தகவலிலிருந்து கீழுள்ள கட்டங்களில் தகுந்த எண்களை எழுது.

அசல் = ₹ ______ , வட்டி வீதம் = ₹ ______ %, வட்டி = ₹ ______ , காலம் = ______ வருடங்கள்

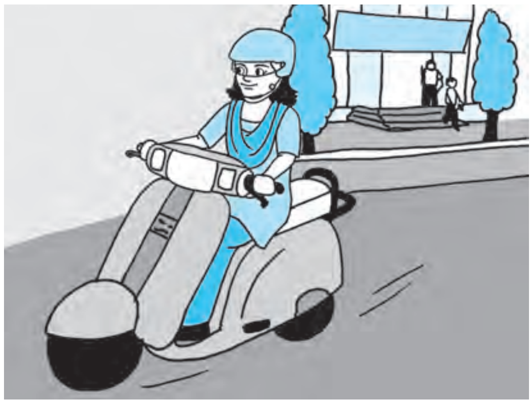
வங்கியில் திரும்ப செலுத்திய ரொக்கம் = 30,000 + 2,400 = ______

கற்போம்.

மேலுள்ள எடுத்துக்காட்டில் சுவிதா வங்கியில் மொத்தம் எவ்வளவு ரொக்கம் செலுத்தினாள் என்பதைக் கண்டுபிடிக்க அசல் மற்றும் வட்டி ஆகியவற்றைக் கூட்டினோம். இந்த ரொக்கம் மொத்தத் தொகை என்று அழைக்கப்படுகிறது.

அசல் + வட்டி = மொத்தத் தொகை

எடுத்துக்காட்டு: நேகா இருசக்கர வண்டி வாங்குவதற்காக 12 p.c.p.a. வட்டிவீதத்தில் வங்கியிலிருந்து 50000 ரூபாய் கடன் வாங்கினாள். ஒரு வருடத்திற்குப் பின் அவள் வங்கியில் மொத்தம் எவ்வளவு ரொக்கத்தை திரும்ப செலுத்துவாள்.



தீர்வு: மேலுள்ள எடுத்துக்காட்டில் வரையறை காலத்திற்குப்பின் வங்கிக்கு மொத்தம் திரும்ப கொடுக்க வேண்டிய ரொக்கத்தை கண்டுபிடிக்க வேண்டும். அதாவது மொத்தத் தொகை கண்டுபிடிக்க வேண்டும். இங்கு அசல் 50000 ரூபாய் ஆகும். 12 p.c.p.a. வட்டி வீதத்தின் பொருள் 100 ரூபாய் அசலின்மேல் 1 வருடத்திற்கான வட்டி 12 ரூபாய் என்பதாகும். அசலுக்கான வட்டி விகிதத்தை இரு முறைகளில் எழுதி சமன்பாட்டைப் பெறுவோம்.

50000 ரூபாய் அசலுக்குக்கான வட்டி x ரூபாய் என்க.

100 ரூபாய் அசலுக்குக்கான வட்டி 12 ரூபாய் என்க.

$$\frac{x}{50000} = \frac{12}{100}$$

$$\frac{x}{50000} \times 50000 = \frac{12}{100} \times 50000$$ (இரு பக்கமும் 50000 ஆல் பெருக்கு)

$$x = 6000$$

(வங்கிக்கு திரும்ப செலுத்த வேண்டிய ரொக்கம்) மொத்தத் தொகை = அசல் + வட்டி

= 50000 + 6000

∴ வங்கியில் திரும்ப செலுத்த வேண்டிய ரொக்கம் = ₹ 56000

எடுத்துக்காட்டு: ஆகாஷ் ஒரு வங்கியில் 25000 ரூபாயை 8 p.c.p.a. வட்டி வீதத்தில் 3 வருடங்களுக்கு வைப்பு செய்திருந்தார் எனில் அவருக்கு ஒவ்வொரு வருடமும் எவ்வளவு வட்டி கிடைத்தது? மொத்தத்தில் எவ்வளவு வட்டி கிடைத்தது?

தீர்வு: இவ்வெடுத்துக்காட்டில் அசல் 25000 வரையறை காலம் 3 ஆண்டுகள் மற்றும் வட்டி வீதம் 8 ஆகும். 100 ரூபாய் அசலின்மேல் வட்டி 8 ரூபாய் ஆகும். ஆகவே 25000 ரூபாய் அசலின்மேல் 1 வருடத்திற்கு வட்டி x ரூபாய் எனக் கொள்வோம். அசலுக்கான வட்டியின் விகிதத்தைக் காண்போம்.

$$\frac{x}{25000} = \frac{8}{100}$$

$$\therefore \frac{x}{25000} \times 25000 = \frac{8}{100} \times 25000$$ (இரு பக்கமும் 25000 ஆல் பெருக்கு)

$$\therefore \quad x = 2000$$

ஆகாஷுக்கு 1 வருடத்திற்கு 2000 ரூபாய் வட்டி கிடைத்தது.

ஆகாஷுக்கு 3 வருடத்திற்கு மொத்தம் = 2000 × 3 = 6000 ரூபாய் வட்டி கிடைத்தது.

கற்போம்.

தனிவட்டி கணக்குகளுக்குத் தீர்வு காண்பதற்காக ஒரு வாய்பாடு பயன்படுகிறது அவ்வாய்பாடைக் காண்போம்.

ஒவ்வோர் ஆண்டும் அசலை நிலையாக வைத்து ஒரே வட்டிவீதம் மதிப்பிடப்படுகிறது. இம்முறையில் கணக்கிடப்படுகிற வட்டி தனிவட்டி என்றழைக்கப்படுகிறது. அசல் P என்பது T வருடங்களுக்கு R வட்டிவீதத்தில் வைப்பாகும்போது மொத்தம் எவ்வளவு வட்டி கிடைக்கும் என்பதைக் கண்டுபிடிப்போம். ஒரு வருடத்திற்கான வட்டி I எனக் கொள்வோம்.

1 வருட வட்டி மற்றும் அசல் ஆகியவற்றின் விகிதம் காண்போம்.

$$\frac{I}{P} = \frac{R}{100} \qquad \therefore I = \frac{P \times R}{100}$$

T வருடத்திற்கான வட்டி $= I \times T = \dfrac{P \times R \times T}{100}$

$\therefore$ மொத்த வட்டி $I = \dfrac{\text{அசல்} \times \text{வட்டி வீதம்} \times \text{காலம்}}{100}$

முந்தைய எடுத்துக்காட்டை வாய்பாடு பயன்படுத்தி தீர்வு காணல்.

அசல் $= P = 25000,\ R = 8,\ T = 3$

மொத்த வட்டி $= \dfrac{P \times R \times T}{100}$

$= \dfrac{25000 \times 8 \times 3}{100}$

$= 6000$

$\therefore$ மொத்த வட்டி 6000 ரூபாய்.

நான் அறிகிறேன்.

- மொத்த வட்டி $I = \dfrac{P \times T \times R}{100}$ இங்கே P = அசல், T = காலம் (வருடங்களில்) R = வட்டி வீதம்

எடுத்துக்காட்டு: சந்திரபாவு தனது மகன் படிப்பதற்காக $8\frac{1}{2}$ p.c.p.a. வட்டிவீதத்தில் 4 வருடங்களுக்கு 120000 ரூபாய் கல்விக்கடன் வாங்கினார். அவர் வரையறை கால இறுதியின்போது வங்கிக்கு மொத்தம் எவ்வளவு ரொக்கம் திரும்பச் செலுத்தினார்?

தீர்வு: இவ்வெடுத்துக்காட்டில் அசல் 120000 ரூபாய் ஆகும். வாய்பாடைப் பயன்படுத்தி வட்டி கண்டுபிடிப்போம்.

$P = 120000,\ R = 8.5,\ T = 4$

$\therefore$ மொத்த வட்டி $= \dfrac{P \times R \times T}{100} = \dfrac{120000 \times 8.5 \times 4}{100}$

$= \dfrac{120000 \times 85 \times 4}{100 \times 10}$

$= 120 \times 85 \times 4$

$= 40800$

வங்கிக்கு திரும்ப செலுத்திய ரொக்கம் அதாவது மொத்தத் தொகை $= 120000 + 40800 = 160800$ ரூபாய்.

பயிற்சித் தொகுப்பு 40

1. ரிஹானா 1500 ரூபாயை பள்ளி நிதியில் 9 p.c.p.a வட்டிவீதத்தில் 2 வருடங்களுக்காக வைப்பு செய்கிறாரெனில் அவருக்கு மொத்தம் எவ்வளவு ரொக்கம் கிடைக்கும்?
2. ஜேடாலால் வங்கியிலிருந்து 10 p.c.p.a. வட்டிவீதத்தில் 250000 ரூபாயை 5 வருட வரையறை காலத்திற்கு வீட்டுக்கடனாக வாங்கினார் எனில், அவர் ஒவ்வொரு வருடமும் எவ்வளவு வட்டி கொடுக்க வேண்டும். மேலும் அவர் வங்கிக்கு மொத்தம் எவ்வளவு ரொக்கம் கொடுக்க வேண்டும்.
3*. ஸ்ரீகாந்த் 85000 ரூபாயை 7 p.c.p.a. வட்டிவீதத்தில் $2\frac{1}{2}$ ஆண்டுகளுக்கு வங்கி சேமிப்புக் கணக்கில் வைப்பு செய்தாரெனில் வரையறை கால இறுதியில் அவர் எவ்வளவு தனி வட்டி பெறுவார்?
4. ஒரு குறிப்பிட்ட வட்டி வீதத்தில் 5000 ரூபாய் அசலின்மேல் 4 வருடத்திற்கு 1200 ரூபாய் வட்டி ஆனது எனில் அதே வட்டிவீதத்தில் 15000 ரூபாய் அசலுக்கு வட்டி எவ்வளவு இருக்கும்?
5. பங்கஜ் 150000 ரூபாயை 10 p.c.p.a. வட்டிவீதத்தில் 2 வருடங்களுக்கு வங்கியில் வைப்பு செய்கிறாரெனில் அவ்வரையறை காலத்திற்குப்பின் மொத்தம் எவ்வளவு ரொக்கம் அவருக்கு திரும்பக் கிடைக்கும்.

கற்போம்.

அசல், வரையறை காலம், வட்டிவீதம், மொத்தத் தொகை ஆகியவற்றுள் மூன்று எண்கள் கொடுக்கப்பட்டால் நான்காவது எண்ணை கண்டுபிடித்தல்.

வாய்பாடில் கண்டுபிடிக்க வேண்டிய எண்ணுக்கான இடத்தில் எழுத்திட்டு சமன்பாடு அமைத்து எடுத்துக்காட்டுக்குத் தீர்வு காண வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு: அசல் = 25000 ரூபாய், மொத்த தொகை = 31000 ரூபாய், வரையறை காலம் = 4 வருடங்கள் எனில் வட்டிவீதம் எவ்வளவு?

இங்கு மொத்தத் தொகை - அசல் = மொத்த வட்டி.

31000 - 25000 = 6000

அசல் = 25000 ரூபாய், வரையறை காலம் = வருடங்கள், வட்டி = 6000 ரூபாய்.

இப்போது நாம் வாய்பாடின் உதவியுடன் வட்டிவீதம் கண்டு பிடிப்போம்.

வட்டிவீதம் = R என்க.

$$\text{தனிவட்டி} = \frac{\text{அசல்} \times \text{வட்டிவீதம்} \times \text{காலம்}}{100}$$

$$6000 = \frac{25000 \times R \times 4}{100}$$ இங்கே R = வட்டிவீதம்

$$R = \frac{6000 \times 100}{25000 \times 4}$$

$\therefore$ R = 6

$\therefore$ வட்டி வீதம் 6 p.c.p.a. ரூபாய் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு: உமேஷ் சிறிதளவு ரொக்கத்தை 5 வருடங்களுக்கு தனிவட்டியில் கடனாக வாங்கினார். வட்டிவீதம் 9 p.c.p.a. ஆகும். அவர் வரையறைகால இறுதியில் மொத்தம் 17400 ரூபாய் திரும்ப சொலுத்தினார் எனில், அவர் எவ்வளவு கடன் வாங்கியிருந்தார்?

$$\text{வட்டி} = \frac{\text{அசல்} \times \text{வட்டிவீதம்} \times \text{காலம்}}{100}$$

இவ்வாய்பாட்டை இவ்வெடுத்துக்காட்டிற்குத் தீர்வு காண்பதற்கு உடனடியாகப் பயன்படுத்த முடியாது. ஏனெனில் வட்டி மற்றும் அசல் ஆகிய இரண்டின் தகவல் இல்லை. இருப்பினும் 100 ரூபாய் அசலின்மேல் 5 வருடங்களுக்கு 45 ரூபாய் வட்டி

ஆயிற்று. ஆகவே $100+45=145$ ரூபாய் மொத்த தொகை ஆயிற்று. இப்போது அசல் மற்றும் மொத்த தொகை ஆகியவற்றின் விகிதத்தை இரு முறைகளில் அமைத்து சமன்பாட்டைப் பெறுவோம்.

உமேஷின் அசல் P எனும்போது $\frac{P}{17400} = \frac{100}{145}$

$$\therefore\ P = \frac{100 \times 17400}{145} = 12000$$

∴ உமேஷின் கடன் 12000 ரூபாய் ஆகும்.

கலந்துரையாடுவோம்.

- வாய்பாடைப் பயன்படுத்தி புதிய முறையில் சமன்பாடு அமைத்து இவ்வெடுத்துக்காட்டுகளுக்கு தீர்வு காண முடியுமா?

பயிற்சித் தொகுப்பு 41

1. 1700 ரூபாய்க்கு 2 வருடங்களுக்கான வட்டி 340 ரூபாய் எனில் வட்டிவிகிதம் .... ஆக இருக்கும்.
   (i) 12 %   (ii) 15 %   (iii) 4 %   (iv) 10 %
2. 3000 ரூபாய்க்கு குறிப்பிட்ட வட்டிவீதத்தில் குறிப்பிட்ட வரையறை காலத்திற்கான வட்டி 600 ரூபாய் எனில் 1500 ரூபாய்க்கு அதே வட்டிவீதம் மற்றும் வரையறை காலத்திற்கான வட்டி எவ்வளவு ரூபாய் இருக்கும்.?
   (i) 300 ரூபாய்   (ii) 1000 ரூபாய்   (iii) 700 ரூபாய்   (iv) 500 ரூபாய்
3. ஜாவேத் 12000 ரூபாயை 9 p.c.p.a. வட்டிவீதத்தில் சில வருடங்களுக்கு வங்கியில் வைப்பு செய்தார். மேலும் அவர் ஒவ்வொரு வருடமும் வட்டி பணத்தை எடுத்தார். எத்தனை வருடங்களில் அவருக்கு வட்டியுடன் சேர்த்து மொத்த தொகை 17,400 ரூபாய் கிடைக்கும்?

4*. லதாபென் குடிசைத்தொழில் தொடங்குவதற்காக வங்கியிலிருந்து சிறிதளவு பணத்தை 10 p.c.p.a. வட்டிவீதத்தில் $2\frac{1}{2}$ வருடங்களுக்கு கடனாக வாங்கினார். அவர் கடனை அடைக்க மொத்தம் 10250 ரூபாய் வட்டி செலுத்தினர் எனில் அவர் மொத்தம் எவ்வளவு பணத்தை கடனாக வாங்கியிருந்தார்?

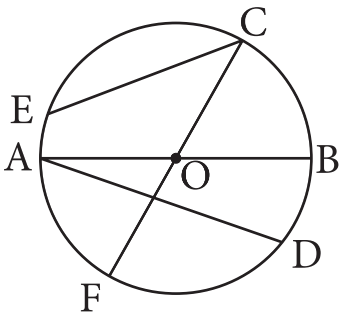
5. கீழேயுள்ள அட்டவணையில் வெற்றிடங்களை நிரப்பு.

	அசல்	வட்டிவீதம் (p.c.p.a.)	வரையறை காலம்	வட்டி	மொத்தத் தொகை
(i)	4200	7%	3 வருடங்கள்	......	......
(ii)	......	6%	4 வருடங்கள்	1200	......
(iii)	8000	5%	......	800	......
(iv)	......	5%	......	6000	18000
(v)	......	$2\frac{1}{2}$ %	5வருடங்கள்	2400	......

செயல்திட்டம்
- பல்வேறு வங்கிகளுக்கு, நேரில் சென்று அவை பல்வேறுவகை கணக்குகளுக்கு வழங்கும் வட்டியை அறிந்துகொள்.
- பள்ளி ஆசிரியர்களின் உதவியுடன் உனது பள்ளியில் சஞ்சயிகா (சேமிப்பு வங்கி) திட்டம் ஒன்றை அமைத்து அதில் கணக்கைத் தொடங்கி பணத்தை சேமிக்க முயற்சி செய்.

11 வட்டம்

நினைவு கூர்வோம்.



- அருகிலுள்ள வட்டத்தின் ஆரம், நாண் மற்றும் விட்டம் ஆகியவற்றை அடையாளம் கண்டு அவற்றின் பெயர்களை கீழேயுள்ள அட்டவணையில் எழுது.

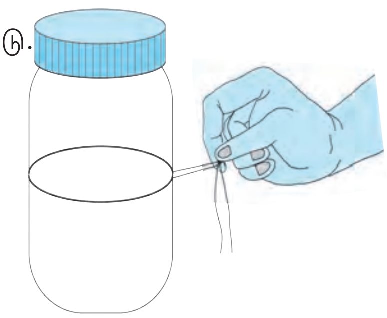
ஆரம்				
நாண்				
விட்டம்				

வட்டத்தின் சுற்றளவு (Circumference of a circle)

செயல் I உருளை வடிவ நீர்ப்புட்டியை காகிதத்தின் மீது வைத்து அதன் அடிப்பகுதியைச் சுற்றி வட்டம் வரை. நூலின் உதவியால் வட்டத்தின் சுற்றளவை அளவிடு.

செயல் II வளையலின் சுற்றளவை நூலின் துணை கொண்டு அளவிடு.

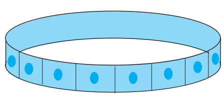
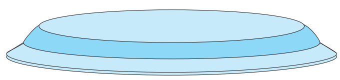
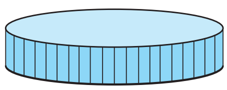
செயல் III ஏதேனும் ஒரு உருளையான பொருளின் சுற்றளவை நூலைப் பயன்படுத்தி அளவிடு.



கற்போம்.

சுற்றளவிற்கும் விட்டத்திற்குமிடையிலான தொடர்பு

செயல் I கீழே தரப்பட்டுள்ள பொருள்களின் சுற்றளவு மற்றும் விட்டத்தை அளந்து சுற்றளவிற்கும் விட்டத்திற்கும் இடையேயான விகிதத்தை அட்டவணையில் எழுதுக.

வரிசை எண்	பொருள்	சுற்றளவு	விட்டம்	சுற்றளவிற்கும் விட்டத்திற்கு மிடையேயான விகிதம்
1.	 வளையல்	19 செ.மீ.	6 செ.மீ.	$\frac{19}{6} = 3.16$
2.	கவிழ்த்து வைக்கப்பட்ட வட்டத் தட்டு 	....	....	....
3.	 ஜாடியின் மூடி	....	....	....

அட்டவணையிலிருந்து சுற்றளவிற்கும் விட்டத்திற்கும் இடையேயான விகிதத்தை ஆய்வு செய். நாம் என்ன காண்கிறோம்?

எந்தவொரு வட்டத்தின் சுற்றளவிற்கும் விட்டத்திற்குமிடையேயான விகிதம் 3ஐ விடக் கொஞ்சம் அதிகமானதும் நிலையானதுமாயும் உள்ளது. இம்மாறிலி π என்ற கிரேக்க எழுத்தால் குறிப்பிடப்படுகிறது. இவ்வெண் விகிதமுறு எண் அல்ல என்பதை சிறந்த கணித மேதைகள் கடும் உழைப்பால் நிரூபித்துள்ளனர். நடைமுறையில் π இன் மதிப்பு $\frac{22}{7}$ அல்லது 3.14. என்று எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது. π இன் மதிப்பு கணக்கில் கொடுக்கப் படவில்லையென்றால் அது $\frac{22}{7}$ என எடுத்துக்கொள்ளப்படுகிறது.

ஆரம் 'r', விட்டம் 'd', சுற்றளவு 'c' எனில், $\frac{\text{சுற்றளவு (c)}}{\text{விட்டம் (d)}} = \pi$ $\boxed{c = \pi d}$

ஆனால் $d = 2r$ $\therefore c = \pi \times 2r$ அல்லது $\boxed{c = 2\pi r}$

எ.கா. ஒரு வட்டத்தின் விட்டம் 14 செ.மீ. எனில் அதன் சுற்றளவு காண்.

தீர்வு: வட்டத்தின் விட்டம் d = 14 செ.மீ.
வட்டத்தின் சுற்றளவு $= \pi d$

$$c = \frac{22}{7} \times 14$$

$\therefore$ வட்டத்தின் சுற்றளவு = 44 cm

எ.கா. ஒரு வட்டத்தின் ஆரம் 35 செ.மீ. எனில் அதன் சுற்றளவை காண்.

தீர்வு: வட்டத்தின் ஆரம் r = 35 செ.மீ.
வட்டத்தின் சுற்றளவு $= 2\pi r$

$$c = 2 \times \frac{22}{7} \times 35$$

$\therefore$ வட்டத்தின் சுற்றளவு = 220 செ.மீ.

எ.கா. ஒரு வட்டத்தின் சுற்றளவு 198 செ.மீ. எனில் அதன் ஆரம் மற்றும் விட்டத்தை கண்டுபிடி.

தீர்வு: வட்டத்தின் சுற்றளவு $c = 2\pi r$

$$198 = 2 \times \frac{22}{7} \times r$$

$$r = 198 \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22}$$

ஆரம் = 31.5 செ.மீ.

$\therefore$ விட்டம் = 2 × 31.5 = 63 செ.மீ.

எ.கா. ஒரு வட்டத்தின் சுற்றளவு 62.80 செ.மீ. ஆகும். π = 3.14 என எடுத்துக்கொண்டு வட்டத்தின் விட்டத்தைக் காண்.

தீர்வு: வட்டத்தின் சுற்றளவு $c = \pi d$ செ.மீ.

$$62.80 = 3.14 \times d$$

$$\frac{62.80}{3.14} = d$$

$$20 = d$$

$\therefore$ விட்டம் = 20 செ.மீ.

எ.கா. ஒரு வட்ட வடிவ நிலத்தின் ஆரம் 7.7 மீட்டர் ஆகும். அவ்விடத்தைச் சுற்றி கம்பிகளிலான 3 சுற்றுகள் கொண்ட வேலியிட மீட்டருக்கு 50 ரூபாய் வீதம் எவ்வளவு செலவாகும்?

தீர்வு: வட்டவடிவ நிலத்தின் சுற்றளவு $= 2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 7.7 = 48.4$

ஒரு சுற்று வேலியிட தேவைப்படும் கம்பியின் நீளம் = 48.4 மீ.

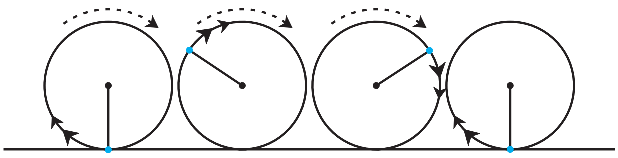
ஒரு சுற்று வேலியிட ஆகும் செலவு = கம்பியின் நீளம் × ஒவ்வொரு மீட்டருக்கான செலவு

= 48.4 × 50

= 2420 ரூபாய்

$\therefore$ 3 சுற்றுகள் வேலிக்கான செலவு = 3 × 2420 = 7260 ரூபாய்

எ.கா. ஒரு பேருந்து சக்கரத்தின் விட்டம் 0.7 மீ. ஆகும். இரு ஊர்களுக்கிடையில் 22 கி.மீ. தொலைவை நிறைவு செய்ய சக்கரம் எத்தனை சுற்றுகள் சுற்றும்?



தீர்வு: சக்கரத்தின் சுற்றளவு $= \pi d$

$$= \frac{22}{7} \times 0.7$$

$= 2.2$ மீ.

ஒத்த உறுப்புகளின் விகிதத்தை கண்டுபிடிக்க அவற்றின் அலகுகள் சமமாக்கப்பட வேண்டும்.
22 கி.மீ. = 22 × 1000 = 22000 மீ.

அதாவது சக்கரம் ஒரு சுற்றை நிறைவு செய்யும்போது 2.2 மீட்டர் தொலைவை கடக்கிறது. (1 சுற்று = 1 சுற்றளவு)

$$\text{சக்கரத்தின் மொத்தச் சுற்றுகள்} = \frac{\text{தொலைவு}}{\text{சுற்றளவு}} = \frac{22000}{2.2} = \frac{220000}{22} = 10000$$

22 கி.மீ. தொலைவை நிறைவு செய்வதற்கு பேருந்தின் சக்கரம் 10000 சுற்றுகள் சுற்றும்.

பயிற்சித் தொகுப்பு 42

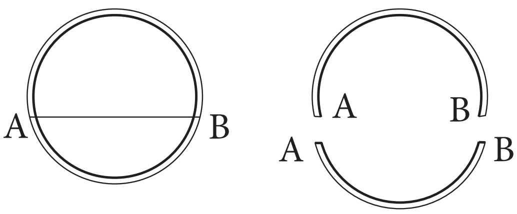
1. கீழேயுள்ள அட்டவணையை நிறைவு செய்.

வரிசை எண்	ஆரம் (r)	விட்டம் (d)	சுற்றளவு (c)
(i)	7 செ.மீ.	....	....
(ii)	....	28 செ.மீ.	....
(iii)	....	....	616 செ.மீ.
(iv)	....	....	72.6 செ.மீ.

2. ஒரு வட்டத்தின் சுற்றளவு 176 செ.மீ. எனில் அதன் ஆரத்தைக் கண்டுபிடி.
3. ஒரு வட்டவடிவ பூங்காவின் ஆரம் 56 மீ. ஆகும். பூங்காவைச் சுற்றிலும் கம்பிகளிலான 4 சுற்று வேலி போடுவதற்கு ஒரு மீட்டருக்கு 40 ரூபாய் வீதம் எவ்வளவு செலவாகும்?
4. ஒரு மாட்டு வண்டிச் சக்கரத்தின் விட்டம் 1.4 மீ. ஆகும். அம்மாட்டு வண்டி 1.1 கி.மீ. தொலைவை நிறைவு செய்ய அதன் சக்கரம் எத்தனை சுற்றுகள் சுற்றும்?

நினைவு கூர்வோம்.

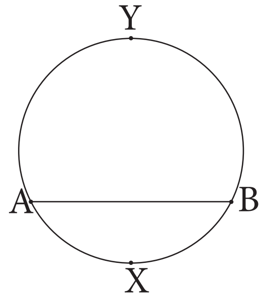
வட்டத்தின் வில் (Arc of the Circle)



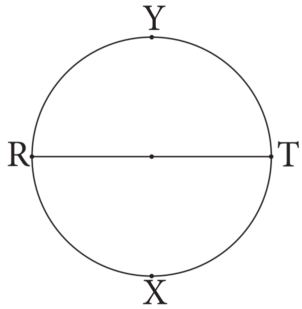
அருகில் நெகிழியிலான வட்ட வளையல் காட்டப்பட்டுள்ளது. வளையல் A மற்றும் B புள்ளிகளில் உடைகிறது எனில் படத்தில் வளையலின் ஒவ்வொரு துண்டும் வட்டத்தில் என்னவென்று அழைக்கப்படுகிறது?

கற்போம்.

அருகிலுள்ள படத்தில் நாண் AB ஆல் வட்டத்தில் இரு பகுதிகள் உருவாகியுள்ளன. இவற்றுள் வில் AXB சிறியதாக இருப்பதால் இது **சிறிய வில்** என்றும், வில் AYB பெரியதாக இருப்பதால் இது **பெரியவில்** என்றும் அழைக்கப்படுகிறது. சிறியவில் AXB வில் AB என்றும் எழுதப்படுகிறது.



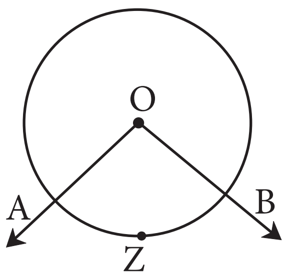
ஒரு வட்டத்தின் இரண்டு விற்கள் பொதுவான முனைப் புள்ளிகளைப் பெற்று மேலும் அவை ஒரு முழு வட்டத்தை உருவாக்கினால் அவ்விற்கள் ஒன்றுக்கொன்று தொடர்புடைய விற்கள் என அழைக்கப்படுகின்றன. இங்கு வில் AYB மற்றும் வில் AXB ஆகியவை ஒன்றுக்கொன்று தொடர்புடைய விற்கள் ஆகும்.



அருகிலுள்ள படத்தில் நாண் RT வட்டத்தின் விட்டம் ஆகும். விட்டத்தினால் இரு சம விற்கள் உருவாகின்றன. அவை **அரைவட்ட விற்கள்** என்று அழைக்கப்படுகின்றன என்பதை கவனத்தில் கொள்.

✸ மையக் கோணம் மற்றும் வில்லின் அளவு (Central Angle and the Measure of an Arc)

அருகிலுள்ள படத்தில் வட்ட மையம் 'O' ஆனது $\angle AOB$ இன் உச்சி ஆகும். வட்ட மையத்தை முனையாகக் கொண்ட கோணம் **மையக் கோணம்** என்றழைக்கப்படுகிறது. படத்தில் $\angle AOB$ ஆனது வில் AZB இன் தொடர்புடைய மையக் கோணம் ஆகும். **வட்டவில்லால் உருவான மையக் கோணத்தின் அளவு அவ்வில்லின் அளவாக எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது.**

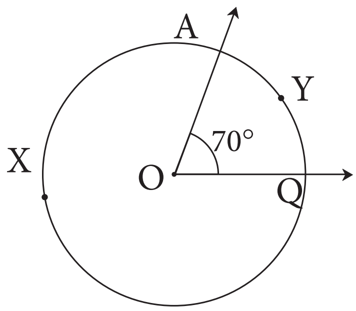


✸ சிறிய வில்லின் அளவு

அருகிலுள்ள படத்தில் $\angle AOQ$ என்ற மையக் கோணத்தின் அளவு $70°$ ஆகும்.

$\therefore$ சிறிய வில் AYQ இன் அளவு $70°$ ஆகும்.

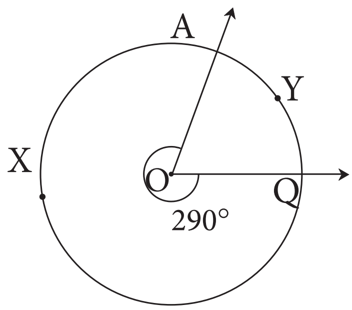
$\therefore$ m(வில் AYQ) $= 70°$ என எழுதப்படுகிறது.



✸ பெரிய வில்லின் அளவு

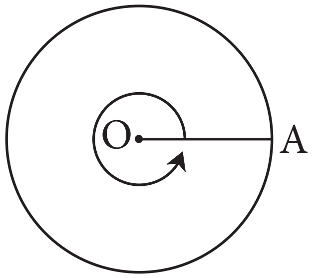
பெரிய வில்லின் அளவு $= 360°$ - தொடர்புடைய சிறிய வில்லின் அளவு.

$\therefore$ படத்தில் பெரியவில் AXQ இன் அளவு $= 360° - 70° = 290°$ ஆகும்.



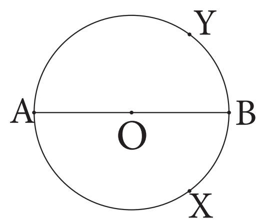
✸ வட்டத்தின் அளவு

அருகிலுள்ள படத்தில் காட்டியவாறு வட்டத்தின் ஆரம் OA கடிகார முட்களின் எதிர்த் திசையில் முழுக் கோணத்தில் சுற்றுகிறது. இப்போது உருவாகும் கோணம் 360° அளவு ஆகும். அது A என்ற புள்ளியில் ஒரு வட்டத்தை நிறைவு செய்கிறது. வட்டத்தினால் உருவான மையக் கோணம் 360° ஆகும்.
∴ முழு வட்டத்தின் அளவு 360° ஆகும்.



✸ அரைவட்ட வில்லின் அளவு

இப்போது படத்திலுள்ள அரைவட்ட வில் AXB மற்றும் அரைவட்டவில் AYB ஆகியவற்றின் அளவுகளைத் தீர்மானி.



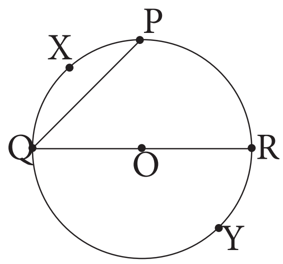
நான் அறிகிறேன்.

- சிறிய வில்லின் அளவு அதனோடு தொடர்புடைய மையக் கோணத்தின் அளவிற்கு சமமாக உள்ளது.
- பெரிய வில்லின் அளவு = 360° - தொடர்புடைய சிறிய வில்லின் அளவு.
- அரைவட்ட வில்லின் அளவு = 180°.

பயிற்சித் தொகுப்பு 43

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடு.
   வில் AXB மற்றும் வில் AYB ஆகியவை ஒன்றுக்கொன்று தொடர்புடையன. மேலும் *m*(வில் AXB) = 120° எனும்போது *m*(வில் AYB) எவ்வளவு? ☐
   (i) 140° (ii) 60° (iii) 240° (iv) 160°

2. ‘O’வை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தில் சில விற்கள் காட்டப்பட்டுள்ளன. அவற்றுள் வட்டத்தில் சிறிய விற்கள், பெரிய விற்கள் மற்றும் அரைவட்ட விற்கள் ஆகியவற்றின் பெயர்களை எழுது.



3. O-வை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தில் சிறிய வில் PXQ வின் அளவு 110° ஆகும் எனில் பெரியவில் PYQ வின் அளவைக் கண்டுபிடி.

ICT Tools or Links

Geogebra software-ஐ பயன்படுத்தி மையக்கோணம் மற்றும் விற்களின் பல்வேறு அளவுகள் ஆகியவற்றிற்கிடையேயான தொடர்புகளை move optionஐ பயன்படுத்தி அறிந்துகொள்.

12 சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவு

நினைவு கூர்வோம்.

சுற்றளவு (Perimeter)

ஒரு மூடிய வடிவத்தின் அனைத்து பக்க நீளங்களின் கூட்டுத் தொகையே அவ்வடிவத்தின் சுற்றளவு ஆகும்.

ஒரு பல்கோண வடிவத்தின் சுற்றளவு = அதன் அனைத்து பக்க நீளங்களின் கூட்டுத் தொகை.

$\therefore$ சதுரத்தின் சுற்றளவு = 4 × பக்கம்

a பக்கத்தை உடைய சதுரத்தின் சுற்றளவு = $4a$

செவ்வகத்தின் சுற்றளவு = 2 நீளம் + 2 அகலம்

நீளம் l மற்றும் அகலம் b ஐ உடைய செவ்வகத்தின் சுற்றளவு = $2l + 2b$

எ.கா. ஒரு செவ்வகத்தின் சுற்றளவு 64 செ.மீ. ஆகும். அதன் நீளம் 17 செ.மீ. எனில் அதன் அகலம் எவ்வளவு?

தீர்வு: செவ்வகத்தின் அகலம் x செ.மீ. என்க.

2 நீளம் + 2 அகலம் = சுற்றளவு.

2 (நீளம் + அகலம்) = 64

$$2(17 + x) = 64$$

$$\frac{2(17+x)}{2} = \frac{64}{2}$$

$$17 + x = 32$$

$$x = 15$$

செவ்வகத்தின் அகலம் 15 செ.மீ. ஆகும்.

எ.கா. நீளம் 28 செ.மீ. மற்றும் அகலம் 20 செ.மீ. உடைய ஒரு செவ்வகத்தின் சுற்றளவு ஒரு சதுரத்தின் சுற்றளவிற்கு சமமாக உள்ளது எனில் அச்சதுரத்தின் பக்கம் எவ்வளவு?

தீர்வு: செவ்வகத்தின் சுற்றளவு=2(நீளம்+அகலம்)

$= 2\ (28 + 20)$

$= 96$

சதுரத்தின் பக்கம் a எனும்போது $4a = 96$

சதுரத்தின் சுற்றளவு = 96

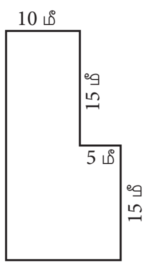
$$4a = 96$$

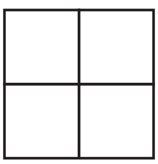
$$\therefore\ a = \frac{96}{4} = 24$$

சதுரத்தின் பக்கம் 24 செ.மீ. ஆகும்.

பயிற்சித் தொகுப்பு 42

1. ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலம் இரட்டிப்பாகிறதெனில், அச்செவ்வகத்தின் சுற்றளவு மூல செவ்வகத்தின் சுற்றளவிற்கு எத்தனை மடங்காக இருக்கும்?
2. ஒரு சதுரத்தின் பக்கம் மும்மடங்காகிறதெனில் அதன் சுற்றளவு மூல சதுரத்தின் சுற்றளவிற்கு எத்தனை மடங்காகும்?
3. அருகில் ஒரு மைதானத்தின் படம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதில் பக்கங்களின் நீளங்களின் அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அதிலிருந்து மைதானத்தின் சுற்றளவைக் காண்.





4. ஒரு மீட்டர் நீளமுடைய சதுர துணியிலிருந்து படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு நான்கு சம வடிவிலான கைக்குட்டைகள் உருவாக்கப்பட்டன. அனைத்து கைக்குட்டைகளின் நான்கு பக்கங்களிலும் லேஸ் வைத்து தைக்க எவ்வளவு நீளமான லேஸ் தேவைப்படும்.?

நினைவு கூர்வோம்.

பரப்பளவு (Area)

- சதுரத்தின் பரப்பளவு = பக்கம் × பக்கம் = $(\text{பக்கம்})^2$
- செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = நீளம் × அகலம் = $l \times b$

பரப்பளவு சதுர மீட்டர், சதுர செ.மீ., சதுர கி.மீ. போன்ற அலகுகளால் அளக்கப்படுகிறது.

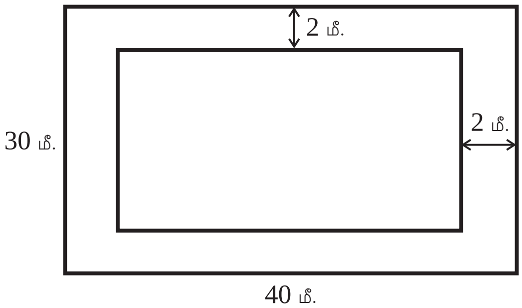
செயல்- I

கோ-கோ, கபடி, டென்னிஸ், பூப்பந்து போன்ற விளையாட்டுகளுக்காக அமைக்கப்பட்ட மைதானங்களின் நீளம் மற்றும் அகலங்களை அளவிடு. அவற்றின் சுற்றளவுகள் மற்றும் பரப்பளவுகளைக் கண்டுபிடி.

செயல்- II

அனிருத்தாவின் வீட்டிலுள்ள ஒரு சுவற்றிற்கு வண்ணம் தீட்ட வேண்டும். சுவற்றின் நீளம் 7 மீ. மற்றும் அகலம் 5 மீட்டர் ஆகும். வண்ணம் தீட்டுவதற்கு சதுர மீட்டருக்கு 120 ரூபாய் கட்டணமாக கூறுகிறாரெனில் அவர் வண்ணம் தீட்டுபவருக்கு எவ்வளவு ரூபாய் கொடுக்க வேண்டும் என்பதைத் தீர்மானி.

எ.கா. 40 மீ நீளம் மற்றும் 30 மீ அகலமுடைய ஒரு செவ்வக தோட்டத்தின் எல்லையைச் சுற்றி உட்புறத்தில் 2 மீ அகலமுடைய பாதை அமைக்க வேண்டும். அப்பாதையின் மேல் 25 செ.மீ × 20 செ.மீ. அளவுடைய தரை ஓடுகள் பதிக்க வேண்டுமெனில் அத்தகைய தரை ஓடுகள் எத்தனை தேவைப்படும்?



ஓடுகள் பதிக்கப்பட வேண்டிய பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்போம்.

தோட்டத்தின் பரப்பளவு = 40 × 30 = 1200 ச.மீ.

பாதை நீங்கலாக உள்ள தோட்டத்தின் பரப்பளவு = 36 × 26 = 936 ச.மீ.

100 செ.மீ. = 1 மீ.
25 செ.மீ. = $\frac{25}{100}$ மீ.

∴ தரை ஓடுகள் பதிக்கப்பட வேண்டிய பகுதி = 1200 - 936 = 264 ச.மீ.

ஒவ்வொரு தரை ஓட்டின் பரப்பளவு = $\frac{25}{100} \times \frac{20}{100} = \frac{1}{20}$ ச.மீ.

ஒரு தரை ஓட்டின் பரப்பளவு $\frac{1}{20}$ ச.மீ.

எனில் 264 ச.மீ. இடத்தில் பதிப்பதற்கு தேவையான தரை ஓடுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்போம்.

$$\text{தரை ஓடுகளின் எண்ணிக்கை} = \frac{\text{இடத்தின் மொத்த பரப்பளவு}}{\text{ஒரு தரை ஓட்டின் பரப்பளவு}}$$

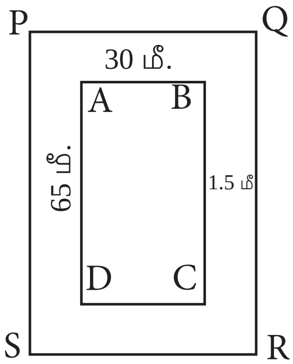
$$= 264 \div \frac{1}{20}$$

$$= 264 \times 20 = 5280$$

எனவே 5280 தரை ஓடுகள் தேவைப்படும்.

எ.கா. ஒரு செவ்வக விளையாட்டு மைதானத்தின் நீளம் 65 மீ. மற்றும் அகலம் 30 மீ. ஆகும். அவ்விளையாட்டு மைதானத்தின் வெளிப்புறத்தில் நான்கு பக்கங்களிலும் 1.5 மீ. அகலமுள்ள பாதை உள்ளது. அப்பாதையின் பரப்பளவைக் காண்.

தீர்வு: எடுத்துக்காட்டிலுள்ள மைதானம் செவ்வக வடிவமுடையதாகும்.



□ ABCD ஆனது விளையாட்டு மைதானம் ஆகும். அதைச் சுற்றி 1.5 மீ. அகலத்தில் பாதை உள்ளது.

□ ABCD இன் அனைத்து பக்கங்களிலும் 1.5 மீ. தொலைவில் அமைந்த □ PQRS என்ற செவ்வகத்தைப் பெறுகிறோம்.

செவ்வகம் PQRS இன் நீளம் = 65 + 1.5 + 1.5 = 68 மீ.

செவ்வகம் PQRS இன் அகலம் = 30 + 1.5 + 1.5 = 33 மீ.

பாதையின் பரப்பளவு = செவ்வகம் PQRS இன் பரப்பளவு - செவ்வகம் ABCD இன் பரப்பளவு

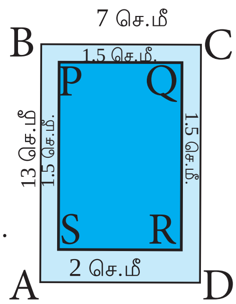
$= 68 \times 33 - 65 \times 30 = \square - \square = \square$ ச.மீ.

கலந்துரையாடுவோம்.

- மேலேயுள்ள எடுத்துக்காட்டில் பாதையின் பரப்பளவை வேறு முறையில் காணமுடியுமா?

எ.கா. ஒரு கைபேசியின் நீளம் 13 செ.மீ. மற்றும் அகலம் 7 செ.மீ. ஆகும். இதில் PQRS என்ற திரை, படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு உள்ளதெனில் திரையின் பரப்பளவு யாது?

தீர்வு: கைபேசியின் முனைகளால் உருவான செவ்வகம் ABCD எனக் கருதுவோம். அதன் நீளம் 13 செ.மீ. மற்றும் அகலம் 7 செ.மீ. ஆகும். AB, BC மற்றும் DC ஆகிய பக்கங்களில் 1.5 செ.மீ. தொலைவு நீங்கலாக மற்றும் DA பக்கத்தில் 2 செ.மீ. தொலைவு நீங்கலாக உருவாகும் செவ்வகம் PQRS எனக் கொள்வோம்.



செவ்வகம் PQRS இன் நீளம் = □ செ.மீ.

செவ்வகம் PQRS இன் அகலம் = □ செ.மீ.

திரையின் பரப்பளவு = செவ்வகம் PQRS இன் பரப்பளவு = ... × .... = □ ச.செ.மீ.

செயல்

வெவ்வேறு அளவுகளை உடைய கைபேசிகளை பார். அவற்றின் திரைகளின் பரப்பளவுகளைக் கண்டுபிடி.

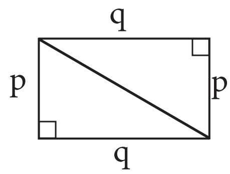
பயிற்சித் தொகுப்பு 45

1. ஒரு சதுரத்தின் பக்கம் 12 செ.மீ. எனில் அதன் பரப்பளவைக் காண்.
2. ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் 15 செ.மீ. மற்றும் அகலம் 5 செ.மீ. எனில் அதன் பரப்பளவைக் காண்.
3. ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு 102 ச.செ.மீ. ஆகும். அதன் நீளம் 17 செ.மீ. எனில் சுற்றளவு எவ்வளவு?
4*. ஒரு சதுரத்தின் பக்கம் மும்மடங்காகிறதெனில் அதன் பரப்பளவு மூல சதுரத்தின் பரப்பளவோடு ஒப்பிடும்போது எத்தனை மடங்காக இருக்கும்?

கற்போம்.

செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு (Area of a Right-angled Triangle)

செயல்: ஒரே அளவுடைய இரு செங்கோண முக்கோணங்களை வெட்டியெடு. அவற்றை படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு இணை. ஒரு செவ்வகம் உருவாவதைக் காண். முக்கோணங்களின் செங்கோணத்தை அமைக்கும் பக்கங்களான p மற்றும் q ஆகியவையே செவ்வகத்தின் பக்கங்களாகவும் உள்ளன. படத்திலிருந்து செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = 2 × செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு என்பதை நாம் காண்கிறோம்.



$\therefore$ 2 × செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $= p \times q$

$\therefore$ செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $= \dfrac{p \times q}{2}$

நான் அறிகிறேன்.

- செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $= \dfrac{1}{2}$ × செங்கோணத்தை அமைக்கும் பக்கங்களின் பெருக்குத் தொகை.

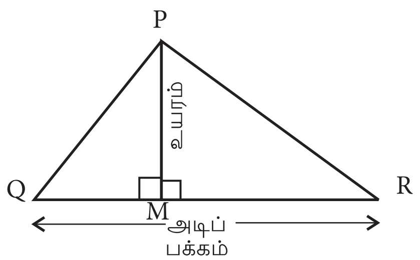
செங்கோண முக்கோணத்தில் செங்கோணத்தை அமைக்கும் இரு பக்கங்களுள் ஒரு பக்கம் அடிப்பக்கம் என எடுத்துக் கொள்ளப்படும்போது செங்கோணத்தை அமைக்கும் அடுத்த பக்கம் அதன் உயரமாக உள்ளது.

செங்கோண முக்ககோணத்தின் பரப்பளவு $= \dfrac{1}{2}$ அடிப்பக்கம் × உயரம்

ΔABC ஏதேனும் ஒரு முக்கோணம் எனில் எந்த பக்கத்தையும் அடிப்பக்கமாக எடுத்துக் கொள்ளலாம். அப்பக்கத்தின் எதிர் உச்சி புள்ளியிலிருந்து அடிப்பக்கம் வரையிலான நீளத்தின் அளவு அம் முக்கோணத்தின் உயரமாகும்.

ΔPQR எனும் ஏதேனும் ஒரு முக்கோணத்தில் QR ஐ அடிப்பக்கமாக எடுத்துக்கொள். PM என்பது Pயிலிருந்து அடிப்பக்கம் QR மீது வரையப்பட்ட செங்குத்துக் கோட்டுத்துண்டு ஆகும்.

படம் 1 : புள்ளி M, கோ.து. QR மீது அமைந்துள்ளது



ΔPMR மற்றும் ΔPMQ செங்கோண முக்கோணங்கள் ஆகும்.

$A(\Delta PQR) = A(\Delta PMQ) + A(\Delta PMR)$

$= \dfrac{1}{2} \times l(QM) \times l(PM) + \dfrac{1}{2} \times l(MR) \times l(PM)$

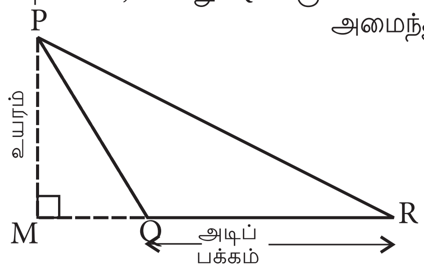
$= \dfrac{1}{2}\,[l(QM) + l(MR)] \times l(PM)$

$= \dfrac{1}{2}\,l(QR) \times l(PM)$

$= \dfrac{1}{2}$ × அடிப்பக்கம் × உயரம்

$A(\Delta PQR) = \dfrac{1}{2}$ × அடிப்பக்கம் × உயரம்

படம் 2 : புள்ளி M, கோ.து. QR க்கு வெளியில்-அமைந்துள்ளது



ΔPMR மற்றும் ΔPMQ செங்கோண முக்கோணங்கள் ஆகும்.

$A(\Delta PQR) = A(\Delta PMR) - A(\Delta PMQ)$

$= \dfrac{1}{2} \times l(MR) \times l(PM) - \dfrac{1}{2} \times l(MQ) \times l(PM)$

$= \dfrac{1}{2}\,[l(MR) - l(MQ)] \times l(PM)$

$= \dfrac{1}{2} \times l(QR) \times l(PM)$

$= \dfrac{1}{2}$ × அடிப்பக்கம் × உயரம்

$A(\Delta PQR) = \dfrac{1}{2}$ × அடிப்பக்கம் × உயரம்

நான் அறிகிறேன்.

முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times$ அடிப்பக்கம் $\times$ உயரம்

எ.கா. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் செங்கோணத்தை அமைக்கும் பக்கங்கள் 3.5 செ.மீ. மற்றும் 4.2 செ.மீ. எனில் அம்முக்கோணத்தின் பரப்பளவைக் காண்.

தீர்வு: செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு

$= \frac{1}{2} \times$ செங்கோணத்தை அமைக்கும் பக்கங்களின் நீளங்களின் பெருக்குத் தொகை

$= \frac{1}{2} \times 3.5 \times 4.2$

$= 7.35$ ச.செ.மீ.

எ.கா. ஒரு முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கம் 5.6 செ.மீ. மற்றும் உயரம் 4.5 செ.மீ. எனில் அம்முக்கோணத்தின் பரப்பளவு எவ்வளவு?

தீர்வு: முக்கோணத்தின் பரப்பளவு

$= \frac{1}{2} \times$ அடிப்பக்கம் $\times$ உயரம்

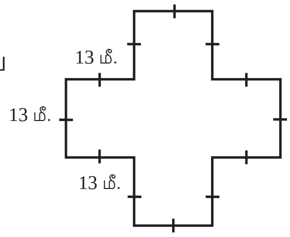
$= \frac{1}{2} \times 5.6 \times 4.5$

$= 12.6$ ச.செ.மீ.^{2}

(ச.செ.மீ. என்பதை செ.மீ.^{2} என்றும் எழுதலாம்).

பயிற்சித் தொகுப்பு 46

1. ஒரு நாள்காட்டியின் பக்கம் 45 செ.மீ. நீளமும் 26 செ.மீ. அகலமும் உடையதெனில் அப்பக்கத்தின் பரப்பளவு எவ்வளவு?
2. ஒரு முக்கோணத்தின் உயரம் 3.6 செ.மீ. மற்றும் அடிப்பக்கம் 4.8 செ.மீ. எனில் அம் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு யாது?
3. ஒரு செவ்வக வடிவத் துண்டுநிலத்தின் நீளம் 75.5 மீ. அகலம் 30.5 மீட்டராக உள்ளது. ஒரு சதுர மீட்டருக்கு 1000 ரூபாய் வீதம் அத்துண்டுநிலத்தின் விலை யாது?
4. ஒரு செவ்வக அரங்கின் நீளம் 12 மீ. அகலம் 6 மீ. எனில் அவ்வரங்கத்தின் தளத்தை 30 செ.மீ. பக்க அளவுள்ள சதுர தரை ஓடுகளால் நிரப்ப எத்தனை தரை ஓடுகள் வேண்டும்? மாறாக, 15 செ.மீ. பக்க அளவுடைய தரை ஓடுகளால் நிரப்ப எத்தனை தரை ஓடுகள் வேண்டும்?
5. அருகிலுள்ள படத்தில் காட்டியுள்ள அளவுகளுடைய தோட்டத்தின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவைக் கண்டுபிடி.

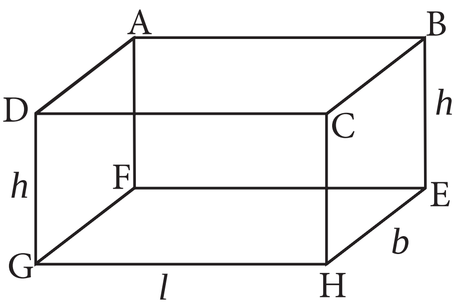


கற்போம்.

புறப்பரப்பு (Surface Area)

எந்த ஒரு முப்பரிமாணப் பொருளின் எல்லா முகப்பு பரப்புகளின் கூட்டுத் தொகையே அப்பொருளின் புறப்பரப்பு ஆகும்.

✸ கனச் செவ்வகத்தின் புறப்பரப்பு



- ஒரு கனச் செவ்வகம் ஆறு முகப்புகளை உடையது.
- ஒவ்வொரு முகப்பும் செவ்வகம் ஆகும்.
- செவ்வகத்தின் எதிரெதிர் முகப்புகள் சம பரப்பை உடையன.
- ஒவ்வொரு முனையும் அது சந்திக்கும் மற்ற இரு முனைகளுக்கு செங்குத்தாக உள்ளது.
- கனச் செவ்வகத்தின் கிடைமட்ட முகப்பின் நீளம் l எனவும் அகலம் b எனவும் அதன் செங்குத்து பக்கத்தின் உயரம் h எனவும் கொள்வோம்.

செவ்வகம் ABCD இன் பரப்பளவு = செவ்வகம் GHEF இன் பரப்பளவு = நீளம் x அகலம் = $l \times b$

செவ்வகம் ADGF இன் பரப்பளவு = செவ்வகம் BCHE இன் பரப்பளவு = அகலம் x உயரம் = $b \times h$

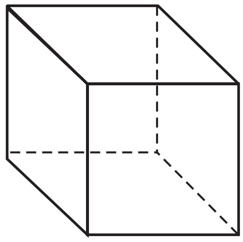
செவ்வகம் CHGD இன் பரப்பளவு = செவ்வகம் ABEF இன் பரப்பளவு = நீளம் x உயரம் = $l \times h$

கனச் செவ்வகத்தின் மொத்த புறப்பரப்பு = அனைத்து செவ்வகப் பரப்பளவுகளின் கூட்டுத்தொகை.

கனச் செவ்வகத்தின் மொத்த புறப்பரப்பு = 2 (நீளம் × அகலம் + அகலம் × உயரம் + நீளம் × உயரம்)

$= 2 (l \times b + b \times h + l \times h) = 2 (lb + bh + lh)$

✷ கனச்சதுரத்தின் புறப்பரப்பு



- கனச்சதுரம் 6 முகப்புகளை உடையது.
- ஒவ்வொரு முகப்பும் சதுரமாகும்.
- அனைத்து முகப்புகளின் பரப்பும் சமமாகும்
- சதுரத்தின் பக்கம் l எனக் கொள்வோம்.
- கனச் சதுரத்தின் ஒரு முகப்பின் பரப்பளவு = சதுரத்தின் பரப்பளவு
- கனச் சதுரத்தின் மொத்த புறப்பரப்பு = 6 சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூட்டுத்தொகை

$= 6 \times$ பக்கம்^{2}

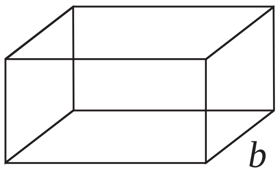
$= 6 \times l^2$

எ.கா. நீளம் 1.5 மீ., அகலம் 1.2 மீ மற்றும் உயரம் 1.3 மீ அளவுடைய உலோகத் தகட்டினாலான மூடிய கனச் செவ்வக வடிவுடைய பெட்டி தயார் செய்வதற்கு எவ்வளவு உலோகத் தகடு தேவைப்படும்?

தீர்வு: பெட்டியின் நீளம் = l = 1.5 மீ, அகலம் = b = 1.2 மீ, உயரம் = h = 1.3 மீ.

பெட்டியின் புறப்பரப்பு = $2 (l \times b + b \times h + l \times h)$

$= 2 (1.5 \times 1.2 + 1.2 \times 1.3 + 1.5 \times 1.3)$



$= 2 (1.80 + 1.56 + 1.95)$

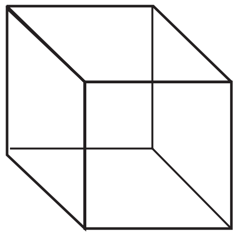
$= 2 (5.31)$

$= 10.62$ ச.மீ.

பெட்டி தயார் செய்வதற்கு மொத்தம் 10.62 ச.மீ. உலோகத் தகடு தேவைப்படும்.

எ.கா. ஒரு கனச் சதுர பெட்டியின் பக்கம் 0.4 மீ ஆகும். அப்பெட்டியின் வெளிப்பரப்பிற்கு வர்ணம் தீட்டுவதற்கு சதுரமீட்டருக்கு 50 ரூபாய் வீதம் எவ்வளவு செலவாகும்?

தீர்வு: பக்கம் = l = 0.4 மீ.



கனச்சதுரத்தின் மொத்த பரப்பு $= 6 \times (l)^2$

$= 6 \times (0.4)^2$

$= 6 \times 0.16 = 0.96$ ச.மீ.

1 ச.மீக்கு வர்ணம் தீட்டுவதற்கு செலவு 50 ரூபாய்.

$\therefore$ 0.96 ச.மீக்கு வர்ணம் தீட்டுவதற்கு ஆகும் செலவு $= 0.96 \times 50$

$= 48$ ரூபாய்.

பெட்டியின் வெளிப்பரப்பிற்கு வர்ணம் தீட்ட 48 ரூபாய் செலவு ஆகும்.

பயிற்சித் தொகுப்பு 47

1. கீழேயுள்ள பக்கங்களைக் கொண்ட கனச் சதுரத்தின் மொத்த புறப்பரப்பைக் காண்.
(i) 3 செ.மீ. (ii) 5 செ.மீ. (iii) 7.2 மீ. (iv) 6.8 மீ. (v) 5.5 மீ.

2. கீழே கனச் செவ்வகத்தின் நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் வரிசைமுறையில் தரப்பட்டுள்ளது. அதிலிருந்து அவற்றின் மொத்த புறப்பரப்பைக் காண்.
(i) 12 செ.மீ., 10 செ.மீ., 5 செ.மீ. (ii) 5 செ.மீ., 3.5 செ.மீ., 1.4 செ.மீ.
(iii) 2.5 மீ., 2 மீ, 2.4 மீ (iv) 8 மீ, 5 மீ, 3.5 மீ,

3. ஒரு தீப்பெட்டியின் நீளம் 4 செ.மீ., அகலம் 2.5 செ.மீ. மற்றும் உயரம் 1.5 செ.மீ. ஆகும். அத்தீப் பெட்டிக்கு வெளிப்புறமாக வண்ணக் காகிதத்தை மிகச் சரியாக ஒட்ட வேண்டுமெனில் மொத்தம் எவ்வளவு காகிதம் தேவைப்படும்?

4. ஒரு தோட்டத்திலுள்ள காய்ந்த இலைச் சருகுகளின் குப்பையை தள்ளுவண்டியில் எடுத்துச் செல்ல மூடியில்லாத உலோகப் பெட்டி தயாரிக்க வேண்டும். அதன் நீளம் 1.5 மீ., அகலம் 1 மீ. மற்றும் உயரம் 1 மீ. ஆகும். அதற்கு மொத்தம் எவ்வளவு உலோகத் தகடு தேவைப்படும்? அப்பெட்டியின் உள்ளும் புறமும் துருப்பிடிக்காத வர்ணம் பூச 1 ச.மீக்கு 150 ரூபாய் வீதம் எவ்வளவு செலவாகும்?

கணித வேடிக்கை

சில மூவிலக்க எண்கள் அவற்றின் இலக்கங்களின் பெருக்குத் தொகையினால் மீதியின்றி வகுபடும்.

எ.கா. (i) 175 என்ற எண்ணை எடுத்துக்கொள் 1 × 7 × 5 = 35, $\frac{175}{35} = 5$

(ii) 816 என்ற எண்ணை எடுத்துக்கொள் 8 × 1 × 6 = 48, $\frac{816}{48} = 17$

(iii) 612 என்ற எண்ணை எடுத்துக்கொள் 6 × 1 × 2 = 12, $\frac{612}{12} = 51$

135, 312, 672 போன்றவையும் இவைபோன்ற எண்களாகும். இத்தகைய இன்னும் சில எண்களைக் கண்டுபிடி.

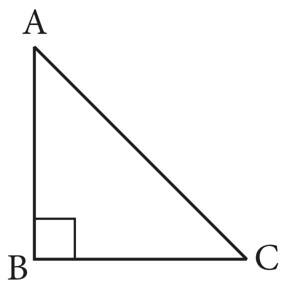
13 பைத்தாகோரஸ் தேற்றம்

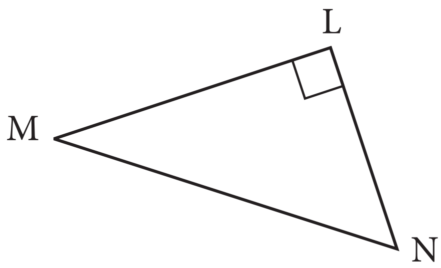
நினைவு கூர்வோம்.

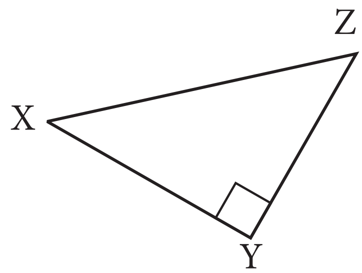
செங்கோண முக்கோணம் (Right-angled Triangle)

ஒரு செங்கோணத்தையுடைய முக்கோணம் செங்கோண முக்கோணம் என்றும், செங்கோணத்திற்கு எதிர்ப்பக்கம் கர்ணம் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது என்பதை நாம் அறிவோம்.

- கீழேயுள்ள செங்கோண முக்கோணங்களில் கர்ணத்தின் பெயரை எழுது.







ΔABC இன் கர்ணம் ☐

ΔLMN இன் கர்ணம் ☐

ΔXYZ இன் கர்ணம் ☐

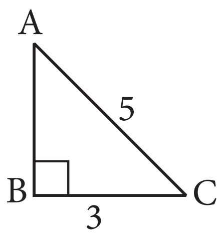
பைத்தாகோரஸ் தேற்றம் (Theorem of pythagoras)

பைத்தாகோரஸ் கி.மு. ஆறாம் நூற்றாண்டின் சிறந்த கிரேக்க கணித மேதை ஆவார். கணிதப் பாடத்தில் இவருடைய பங்களிப்பு மிகப் பெரியதாகும். இவரது புதிய கணித போதனா முறை மிகவும் புகழ்பெற்று விளங்கியது. இவர் பல மாணவர்களை உருவாக்கினார்.

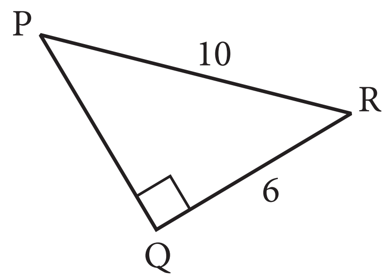
பலநாட்டு மக்கள் செங்கோண முக்கோணம் தொடர்புடைய ஒரு குறிப்பிட்ட தத்துவத்தை மிக நீண்ட காலமாகவே அறிந்திருந்தனர். இது பண்டைய இந்தியாவின் “சுல்வ சூத்திரம்” என்ற நூலில் உள்ளது. இத்தேற்றத்தை பைத்தாகோரஸ் முதலாவதாக நிரூபித்தபடியால் அவரது பெயரால் அழைக்கப்படுகிறது. **செங்கோண முக்கோணத்தில் கர்ணத்தின் வர்க்கம் மற்ற இரு பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத் தொகைக்கு சமமாகும்** என்பதே பைத்தாகோரஸின் தேற்றமாகும்.

செயல் கீழே காண்பிக்கப்பட்டுள்ள உதவிப் படங்களைப் போன்ற கர்ணம் மற்றும் ஒரு பக்கம் கொண்ட செங்கோண முக்கோணத்தை வரை. மூன்றாவது பக்கத்தின் நீளத்தைக் கண்டுபிடி. பைத்தாகோரஸ் தேற்றத்தை சரிபார்.

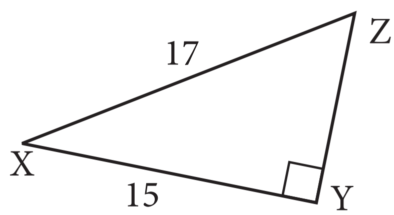
(i)



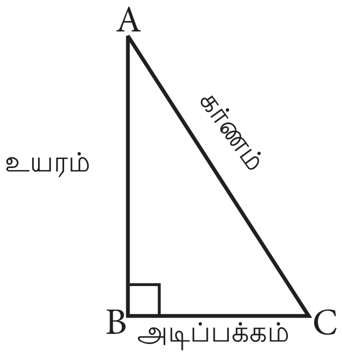
(ii)



(iii)



கற்போம்.



அருகிலுள்ள படத்திலிருந்து பைத்தாகோரஸ் தேற்றத்தை கீழுள்ளவாறு எழுதலாம்.

ΔABC இல் $\angle B$ ஆனது செங்கோணம் எனில்

$[l(AC)]^2 = [l(AB)]^2 + [l(BC)]^2$

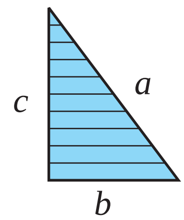
பொதுவாக, செங்கோண முக்கோணத்தில் செங்கோணத்தை அமைக்கும் பக்கங்களுள் ஒரு பக்கம் அடிப்பக்கம் எனவும் அடுத்த பக்கம் உயரம் என்றும் எடுத்துக்கொள்ளப்படுகிறது.

அதன் பின்னர், இத்தேற்றத்தை

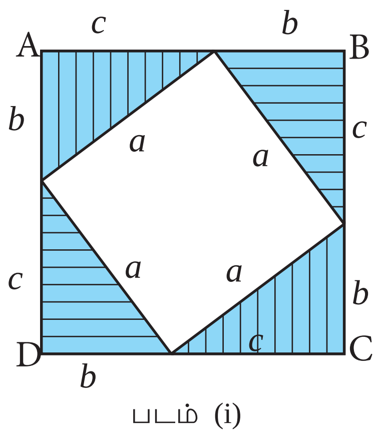
(கர்ணம்)^2 = (அடிப்பக்கம்)^2 + (உயரம்)^2 என்று எழுதலாம்.

பைத்தாகோரஸ் தேற்றத்தை சரிபார்க்க கீழேயுள்ள செயல்களைச் செய்.

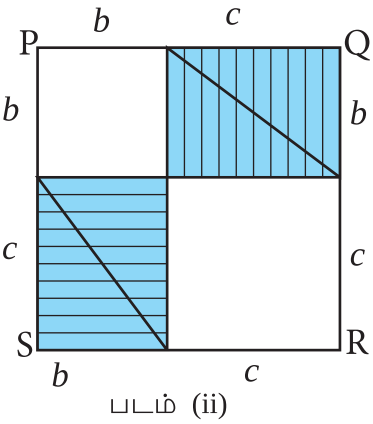
செயல் ஒரு அட்டைத்தாளிலிருந்து சம அளவுடைய 8 செங்கோண முக்கோணங்களை வெட்டியெடு. அதனது பக்கம் எந்தவொரு நீளத்திலும் இருக்கலாம். அம்முக்கோணத்தின் கர்ணம் 'a' அலகு, செங்கோண முக்கோணத்தை அமைக்கும் பக்கம் 'b' அலகு மற்றும் 'c' அலகுகளாக உள்ளன என வைத்துக்கொள்வோம். அம்முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $\frac{bc}{2}$ ஆகும் என்பதை கவனத்தில் கொள்.



இப்போது மற்றொரு அட்டைத்தாளில் (b + c) அலகு பக்கமுடைய இரு சதுரங்களை பென்சிலால் வரை. படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு, வெட்டியெடுத்து 8 முக்கோணங்களுள் 4 முக்கோணங்களை சதுரம் ABCD இல் வை. மீதியுள்ள 4 முக்கோணங்களை படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு சதுரம் PQRS இல் வை. முக்கோணங்களால் மறைக்கப்பட்ட சதுரங்களின் பகுதிகளை கோடுகளிட்டு காட்டு.



படம் (i)



படம் (ii)

படங்களை உற்று நோக்கு படம் (i) இல் காலியான இடத்தில் 'a' பக்கம் உடைய சதுரம் உருவாகி உள்ளது. படம் (ii) இல் காலியான இடத்தில் 'b' மற்றும் 'c' ஆகிய பக்கங்ளையுடைய இரு சதுரங்கள் உருவாகி உள்ளன. இரு சதுரங்களுக்கிடையேயான கோடிடப்பட்ட பகுதி சமமாகும். அதாவது நான்கு செங்கோண முக்கோணங்களின் பரப்பளவுகளுக்கு சமமானதாகும்.

படம் (i) இல் சதுரம் ABCD இன் பரப்பளவு $a^2 + 4 \times$ செங்கோண முக்கோணங்களின் பரப்பளவு

$$= a^2 + 4 \times \frac{1}{2}\, bc$$

$$= a^2 + 2bc$$

படம் (ii) இல் சதுரம் PQRS இன் பரப்பளவு $= b^2 + c^2 + 4 \times$ செங்கோண முக்கோணங்களின் பரப்பளவு

$$= b^2 + c^2 + 4 \times \frac{1}{2}\ bc$$

$$= b^2 + c^2 + 2bc$$

சதுரம் ABCD இன் பரப்பளவு = சதுரம் PQRS இன் பரப்பளவு

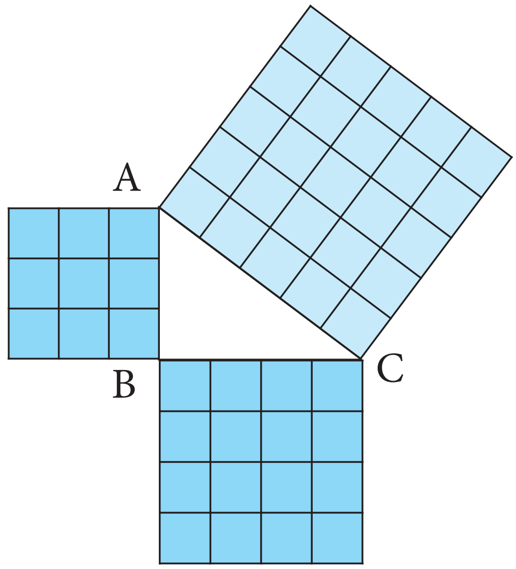
$$\therefore\ a^2 + 2bc = b^2 + c^2 + 2bc$$

$$\therefore\ a^2 = b^2 + c^2$$

கலந்துரையாடுவோம்.

- படம் (i) இல் வெற்றுச் சதுரத்தின் ஒவ்வொரு கோணமும் செங்கோணம் ஆகும் என்பதை கோணமானியைப் பயன்படுத்தாமல் உன்னால் சரிபார்க்க முடியுமா?

செயல் ஒரு அட்டைத்தாளில் 3 செ.மீ., 4 செ.மீ. மற்றும் 5 செ.மீ. அளவுள்ள ஒரு செங்கோண முக்கோணம் வரை. ஒவ்வொரு பக்கத்தின் மேல் ஒரு சதுரத்தை அமை. ஒவ்வொரு சதுரத்தின் பரப்பளவைக் கண்டுபிடித்து பைத்தாகோரஸ் தேற்றத்தை சரிபார்.



பைத்தாகோரஸ் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி இரு பக்கம் கொடுக்கப்பட்ட செங்கோண முக்கோணத்தின் மூன்றாவது பக்கத்தைக் கண்டுபிடிக்க முடியும்.

எ.கா. ΔABC இல், $\angle C = 90°$, $l(AC) = 5$ செ.மீ. மற்றும் $l(BC) = 12$ செ.மீ. எனில் $l(AB)$ எவ்வளவு?

தீர்வு: செங்கோண முக்கோணம் ABC இல், $\angle C = 90°$.
எனவே பக்கம் AB கர்ணம் ஆகும்.
பைத்தாகோரஸ் தேற்றப்படி,

$$l(AB)^2 = l(AC)^2 + l(BC)^2$$

$$= 5^2 + 12^2$$

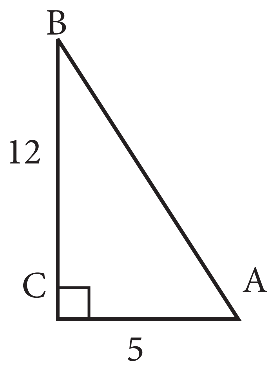
$$= 25 + 144$$

$$\therefore\ l(AB)^2 = 169$$

$$\therefore\ l(AB)^2 = 13^2$$

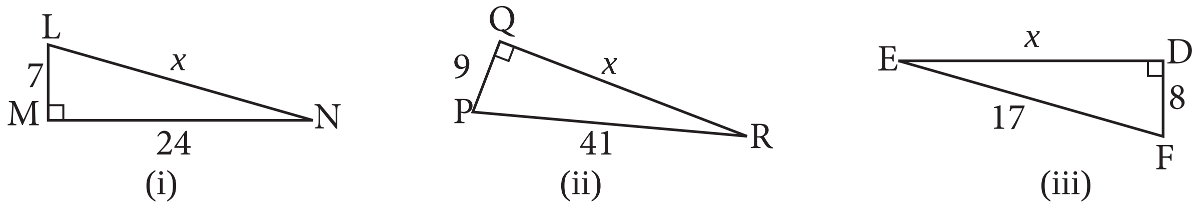
$$\therefore\ l(AB) = 13$$

$\therefore$ கோட்டுத்துண்டு AB இன் நீளம் = 13 செ.மீ.



பயிற்சித் தொகுப்பு 48

1. கீழேயுள்ள படங்களைப் பார்த்து 'x' இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடி.



2. செங்கோண ΔPQR இல் $\angle P = 90°$, $l(PQ) = 24$ செ.மீ. மற்றும் $l(PR) = 10$ செ.மீ எனில் கோட்டுத்துண்டு QR இன் நீளத்தைக் கண்டுபிடி.

3. செங்கோண ΔLMN இல் $\angle M = 90°$, $l(LM) = 12$ செ.மீ. மற்றும் $l(LN) = 20$ செ,மீ. எனில் கோட்டுத்துண்டு MN ன் நீளத்தைக் கண்டுபிடி.

4. 15 மீ நீளமுள்ள ஒரு ஏணி தரையிலிருந்து 5 மீட்டர் உயரத்தில் ஒரு ஜன்னல் வரை எட்டுகிறது எனில் சுவரின் அடிப்பக்கத்திற்கும் ஏணியின் அடி முனைக்கும் இடையிலுள்ள தூரம் எவ்வளவு என்பதைக் காண்.

கற்போம்.

இயல் எண்களின் மூவெண் தொகுதியில் மிகப் பெரிய எண்ணின் வர்க்கமானது மற்ற இரு எண்களின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத் தொகைக்கு சமமெனில் அம்மூவெண்கள் **பைத்தாகோரஸ் மூவெண் தொகுதி** என்று அழைக்கப்படுகின்றன. ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் நீளங்கள் அத்தகைய மூவெண்களை அமைக்குமெனில் அம்முக்கோணம் செங்கோண முக்கோணமாகும்.

எ.கா. (7, 24, 25) ஆகிய எண்களின் தொகுதி பைத்தாகோரஸ் மூவெண் தொகுதி ஆகுமா?

தீர்வு: $7^2 = 49$, $24^2 = 576$, $25^2 = 625$

$\therefore\ 49 + 576 = 625$

$\therefore\ 7^2 + 24^2 = 25^2$

7, 24 மற்றும் 25 ஆகியவை பைத்தாகோரஸ் மூவெண் தொகுதி ஆகும்.

செயல்: 1 முதல் 50 வரையுள்ள எண்களில் பைத்தாகோரஸ் மூவெண் தொகுதிகளை கண்டறி.

பயிற்சித் தொகுப்பு 49

1. கீழே சில மூவெண் தொகுதிகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவற்றில் பைத்தாகோரஸ் மூவெண் தொகுதிகளைக் காண்.

   (i) 3, 4, 5 (ii) 2, 4, 5

   (iii) 4, 5, 6 (iv) 2, 6, 7

   (v) 9, 40, 41 (vi) 4, 7, 8

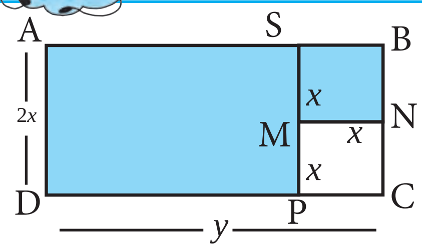
2. கீழே சில முக்கோணங்களின் பக்கங்கள் தரப்பட்டுள்ளன. அவற்றிலிருந்து எந்த முக்கோணம் செங்கோண முக்கோணமாகும் என்பதைக் கண்டுபிடி.

   (i) 8, 15, 17 (ii) 11, 12, 15 (iii) 11, 60, 61 (iv) 1.5, 1.6, 1.7

   (v) 40, 20, 30

14 இயற்கணித வாய்பாடுகள் - வர்க்கங்களின் விரிவாக்கம்

நினைவு கூர்வோம்.



அருகிலுள்ள படத்தில் செவ்வகம் ABCD காட்டப்பட்டுள்ளது. இச்செவ்வகத்தின் நீளம் y அலகுகள் மற்றும் அகலம் $2x$ அலகுகள் ஆகும். இச்செவ்வகத்திலிருந்து x அலகுகள் பக்கமுடைய ஒரு சதுரம் வெட்டியெடுக்கப்படுகிறது. வண்ணமிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவை கண்டுபிடிக்க இயற்கணிதக் கோவைகளின் செயல்பாடுகளை நாம் பயன்படுத்தலாம். செவ்வகம் ABCD இன் பரப்பளவை A(□ ABCD) என எழுதுவோம்.

வண்ணமிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு = A(□ ABCD) - A(□ MNCP) = $2xy - x^2$

வண்ணமிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு = A(□ ASPD) + A(□ SBNM) = $(y - x) \times 2x + x^2$

$= 2xy - 2x^2 + x^2$

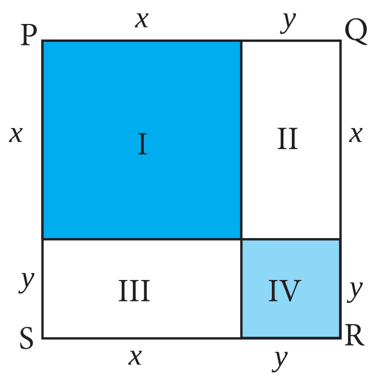
$= 2xy - x^2$

கற்போம்.

வர்க்கங்களின் விரிவாக்கம்

இயற்கணிதக் கோவையை பெருக்குவதால் கிடைக்கும் கோவையே அப்பெருக்குத் தொகையின் விரிவாக்கம் ஆகும். குறிப்பிட்ட வகை கோவைகளின் விரிவாக்கத்தை உடனடியாக எழுதுவதற்கு சில வாய்பாடுகள் உருவாக்கப்பட்டுள்ளன. அவற்றுள் சில வாய்பாடுகளை நாம் பார்ப்போம்.

செயல் I



- அருகிலுள்ள படத்தில் PQRS என்ற சதுரத்தின் பக்கம் $(x + y)$ ஆகும்.

  ∴ A (□ PQRS) = $(x + y)^2$

  PQRS என்ற சதுரம் I, II, III மற்றும் IV ஆகிய செவ்வகப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளன. PQRS என்ற சதுரத்தின் பரப்பளவு செவ்வகம் I, II, III மற்றும் IV ஆகியவற்றின் பரப்புகளின் கூட்டுத் தொகை ஆகும்.

∴ A (□ PQRS) = A (செவ்வகம் I) + A (செவ்வகம் II) + A (செவ்வகம் III) + A (செவ்வகம் IV)

$(x + y)^2 = x^2 + xy + xy + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$

∴ $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

இப்போது $(x + y)^2$ இயற்கணிதக் கோவைப்படி பெருக்குவோம்.

$(x + y)(x + y) = x(x + y) + y(x + y)$

$= x^2 + xy + yx + y^2$ ∴ $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$(x + y)$ என்ற ஈருறுப்புக்கோவையின் வர்க்கம் காணும் போது கிடைக்கும் இயற்கணித கோவையானது சதுரத்தின் பரப்பளவு காணும்போது கிடைக்கும் கோவைக்கு சமமாக உள்ளது. ∴ $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ என்பது ஈருறுப்புக் கோவையின் வர்க்க விரிவாக்கத்திற்கான வாய்பாடு ஆகும்.

செயல் II அருகிலுள்ள படத்தில் ‘a’ பக்கமுடைய PQRS என்ற சதுரம் 2 சதுரங்களாகவும் 2 செவ்வகங்களாகவும் பிரிக்கப்பட்டுள்ளன. அதாவது $(a - b)$ பக்கமுடைய சதுரம் b பக்க முடைய சதுரம் மற்றும் $(a - b)$ மற்றும் b பக்கங்களுடைய 2 செவ்வகங்கள்.

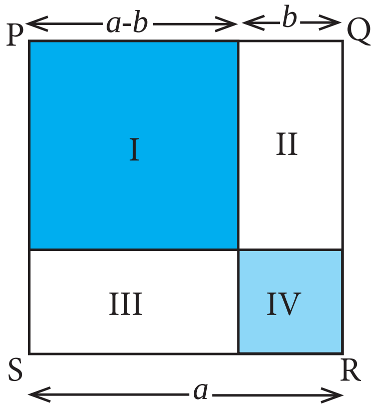
A (சதுரம் I) + A (செவ்வகம் II) + A (செவ்வகம் III) + A (சதுரம் IV) = A ($\square$ PQRS)

$(a - b)^2 + (a - b)\,b + (a - b)\,b + b^2 = a^2$

$(a - b)^2 + 2ab - 2b^2 + b^2 = a^2$

$(a - b)^2 + 2ab - b^2 = a^2$

$\therefore (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$



இயற்கணிதக் கோவைகளை பெருக்கி வாய்பாடை தயார் செய்வோம்.

$(a - b)^2 = (a - b) \times (a - b)$
$= a\,(a - b) - b\,(a - b)$
$= a^2 - ab - ab + b^2$
$= a^2 - 2ab + b^2$

நான் அறிகிறேன்.

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

வர்க்க விரிவாக்க வாய்பாடில் a மற்றும் b க்கு பதிலாக எந்த எண்களையும் மாற்றி அவற்றை நாம் சரிபார்க்க முடியும்.

அதாவது $a = 5,\ b = 3$, எனில்

$(a + b)^2 = (5 + 3)^2 = 8^2 = 64$

$a^2 + 2ab + b^2 = 5^2 + 2 \times 5 \times 3 + 3^2$
$= 25 + 30 + 9 = 64$

$(a - b)^2 = (5 - 3)^2 = 2^2 = 4$

$a^2 - 2ab + b^2 = 5^2 - 2 \times 5 \times 3 + 3^2$
$= 25 - 30 + 9 = 4$

கீழேயுள்ள மதிப்புகளைக் கொண்டு வர்க்க விரிவாக்க வாய்பாடுகளை சரிபார்.

(i) $a = -7,\ b = 8$ (ii) $a = 11,\ b = 3$ (iii) $a = 2.5,\ b = 1.2$

விரிவுபடுத்து.

எ.கா. $(2x + 3y)^2$
$= (2x)^2 + 2(2x) \times (3y) + (3y)^2$
$= 4x^2 + 12xy + 9y^2$

எ.கா. $(5x - 4)^2$
$= (5x)^2 - 2(5x) \times (4) + 4^2$
$= 25x^2 - 40x + 16$

எ.கா. $(51)^2$
$= (50 + 1)^2$
$= 50^2 + 2 \times 50 \times 1 + 1 \times 1$
$= 2500 + 100 + 1$
$= 2601$

எ.கா. $(98)^2$
$= (100 - 2)^2$
$= 100^2 - 2 \times 100 \times 2 + 2^2$
$= 10000 - 400 + 4$
$= 9604$

பயிற்சித் தொகுப்பு 50

1. விரிவுபடுத்து.

   (i) $(5a + 6b)^2$ (ii) $\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{3}\right)^2$ (iii) $(2p - 3q)^2$ (iv) $\left(x-\frac{2}{x}\right)^2$

   (v) $(ax + by)^2$ (vi) $(7m - 4)^2$ (vii) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$ (viii) $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2$

2. $(8 - \frac{1}{x})$ என்ற ஈறுருப்புக் கோவையின் வர்க்கம் கீழேயுள்ளவற்றில் எதுவாகும்? தகுந்த விடையை எழுது.

   (i) $64 - \frac{1}{x^2}$ (ii) $64 + \frac{1}{x^2}$ (iii) $64 - \frac{16}{x} + \frac{1}{x^2}$ (iv) $64 + \frac{16}{x} + \frac{1}{x^2}$

3. $m^2n^2 + 14mnpq + 49p^2q^2$ என்ற வர்க்க விரிவாக்கம் கீழேயுள்ளவற்றுள் எக்கோவையினுடையதாகும்?

   (i) $(m + n)(p + q)$ (ii) $(mn - pq)$ (iii) $(7mn + pq)$ (iv) $(mn + 7pq)$

4. விரிவாக்க வாய்பாடைப் பயன்படுத்தி மதிப்புகளைக் காண்.

   (i) $(997)^2$ (ii) $(102)^2$ (iii) $(97)^2$ (iv) $(1005)^2$

கற்போம்.

*** $(a + b)$ $(a - b)$ இன் விரிவாக்கம்**

$$\begin{aligned}(a + b)(a - b) &= (a + b) \times (a - b)\\ &= a(a - b) + b(a - b)\\ &= a^2 - ab + ba - b^2\\ &= a^2 - b^2\\ (a + b)(a - b) &= a^2 - b^2\end{aligned}$$

நான் அறிகிறேன்.

- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

எ.கா. $(3x + 4y)(3x - 4y) = (3x)^2 - (4y)^2 = 9x^2 - 16y^2$

எ.கா. $102 \times 98 = (100 + 2)(100 - 2) = (100)^2 - (2)^2 = 10000 - 4 = 9996$

பயிற்சித் தொகுப்பு 51

1. விரிவாக்க வாய்பாடைப் பயன்படுத்தி கீழேயுள்ளவற்றைப் பெருக்கி எழுது.

   (i) $(x + y)(x - y)$ (ii) $(3x - 5)(3x + 5)$

   (iii) $(a + 6)(a - 6)$ (iv) $\left(\frac{x}{5}+6\right)\left(\frac{x}{5}-6\right)$

2. விரிவாக்க வாய்பாடைப் பயன்படுத்தி மதிப்புகளைக் காண்.

   (i) 502×498 (ii) 97×103 (iii) 54×46 (iv) 98×102

கற்போம்.

இயற்கணிதக் கோவைகளை காரணிப்படுத்துதல்

நாம் முழு எண்களைக் காரணிப்படுத்த கற்றுள்ளோம். இப்போது இயற்கணிதக் கோவையை காரணிப்படுத்தும் செயலைக் காண்போம். முதலில் ஒருறுப்புக் கோவையை காரணிப்படுத்துவோம்.

$15 = 3 \times 5$, அதாவது 3 மற்றும் 5 ஆகியவை 15 இன் காரணிகளாகும்.

அதுபோலவே $3x = 3 \times x$, அதாவது 3 மற்றும் x ஆகியவை $3x$ இன் காரணிகளாகும்.

$5t^2$ என்ற கோவையைக் காண்க. $5t^2 = 5 \times t^2 = 5 \times t \times t$

$1, 5, t, t^2, 5t, 5t^2$ ஆகிய அனைத்தும் $5t^2$ இன் காரணிகளாகும்.

$6\,ab^2 = 2 \times 3 \times a \times b \times b$

ஒருறுப்புக் கோவையை காரணிப்படுத்தும்போது முதலில் குணகத்தை காரணிப்படுத்துக. அதன் பின்னர் மாறிப் பகுதியைக் காரணிப்படுத்துக.

பயிற்சித் தொகுப்பு 52

⊙ கீழேயுள்ள கோவைகளை காரணிப்படுத்தி பெருக்கல் வடிவில் எழுது.

(i) $201\ a^3 b^2$ (ii) $91\ xyt^2$ (iii) $24\ a^2 b^2$ (iv) tr^2s^3.

கற்போம்.

ஈருறுப்புக் கோவையைக் காரணிப்படுத்துதல்

$4xy + 8xy^2$ என்ற ஈருறுப்புக் கோவையில் ஒவ்வொரு உறுப்பின் காரணிகள் 4, x மற்றும் y ஆகும்.

$\therefore\ 4xy + 8xy^2 = 4(xy + 2xy^2) = 4x\ (y + 2xy) = 4xy\ (1 + 2y)$

ஈருறுப்பின் பொதுக் காரணிகளைக் கண்டுபிடித்து அவற்றை அடைப்புக் குறியீட்டிற்கு வெளிப் பக்கத்தில் பெருக்கல் வடிவில் எழுதி நாம் ஈருறுப்பு கோவைகளைப் காரணிப்படுத்துகிறோம்.

$9a^2bc + 12abc^2 = 3\ (3a^2bc + 4abc^2) = 3abc\ (3a + 4c)$ என்றவாறு காரணிப்படுத்துகிறோம்.

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ என்ற வாய்பாடு நமக்குத் தெரியும்.

இதிலிருந்து $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ என்ற காரணி கிடைக்கிறது.

காரணிப்படுத்து.

எ.கா. $a^2 - 4b^2 = a^2 - (2b)^2$
$= (a + 2b)\ (a - 2b)$

எ.கா. $3a^2 - 27b^2 = 3(a^2 - 9b^2)$
$= 3(a + 3b)\ (a - 3b)$

பயிற்சித் தொகுப்பு 53

⊙ பின்வரும் கோவைகளை காரணிப்படுத்து.

(i) $p^2 - q^2$ (ii) $4x^2 - 25y^2$ (iii) $y^2 - 4$ (iv) $p^2 - \frac{1}{25}$

(v) $9x^2 - \frac{1}{16}y^2$ (vi) $x^2 - \frac{1}{x^2}$ (vii) $a^2b - ab$ (viii) $4x^2y - 6x^2$

(ix) $\frac{1}{2}y^2 - 8z^2$ (x) $2x^2 - 8y^2$

15 புள்ளியியல்

கற்போம்.

சராசரி

அஸ்மிதா திங்கள் முதல் சனிக்கிழமை வரை தினமும் வீட்டிலிருந்து பள்ளிக்கு மிதிவண்டியில் சென்றடைய எத்தனை நிமிடங்களாகின்றன என்பவை பற்றிய தகவல் கீழேயுள்ள அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

கிழமை	திங்கள்	செவ்வாய்	புதன்	வியாழன்	வெள்ளி	சனி
நிமிடங்கள்	20	20	22	18	18	20

மேற்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து அவள் சில தினங்களில் 18 நிமிடங்களும் சில தினங்களில் 20 நிமிடங்களும் ஒரேயொரு நாளில் 22 நிமிடங்களும் எடுத்திருக்கிறாள் என்பது தெரிய வருகிறது. இந்த 6 பள்ளி நாட்களையும் நாம் கருத்தில் கொள்ளும்போது அவள் பள்ளி சென்றடைய தினமும் தோராயமாக எத்தனை நிமிடங்கள் எடுத்துக் கொள்கிறாள்?

கணிதத்தில் இத்தகைய தோரயமான மதிப்பீடுகளைக் காண்பதற்கு சராசரியைக் கண்டுபிடிக்கிறோம். இங்கு 6 தினங்களின் நிமிடங்களின் கூடுதலைக் கண்டு அக்கூட்டுத் தொகையை 6 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் எண் அவள் தோராயமாக தினமும் எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் ஆகும். இதுவே அனைத்து ஆறு எண்களின் சராசரி ஆகும்..

$$\text{சராசரி} = \frac{\text{ஆறு தினங்களில் பள்ளி செல்வதற்கு எடுத்துக் கொள்ளப்பட்ட நிமிடங்களின் கூட்டுத்தொகை}}{\text{மொத்த நாட்கள்}}$$

$$= \frac{20 + 20 + 22 + 18 + 18 + 20}{6} = \frac{118}{6} = 19\frac{2}{3}$$

அஸ்மிதா பள்ளி சென்றடைவதற்கு சராசரியாக $19\frac{2}{3}$ நிமிட நேரம் தினமும் எடுத்துக் கொள்கிறாள்.

எடுத்துக்காட்டு: ஒரு பள்ளியில் மாணவர்களின் வீடு பள்ளியிலிருந்து எவ்வளவு தொலைவில் உள்ளது என்பதைக் கண்டறிய கணக்காய்வு செய்யப்பட்டது. அதில் ஆறு மாணவர்களின் வீட்டிலிருந்து பள்ளிவரைக்கான தொலைவு கீழே தரப்பட்டுள்ளது. அத்தொலைவுக்கான சராசரியைக் கண்டுபிடி.

950 மீ., 800 மீ., 700 மீ., 1.5 கி.மீ., 1 கி.மீ., 750 மீ.

தீர்வு: மாணவர்களின் வீட்டிலிருந்து பள்ளிவரைக்குமுள்ள தொலைவின் சராசரியைக் கண்டுபிடிக்க அனைத்துத் தொலைவுகளையும் ஒரே அலகில் அளவிட வேண்டும்.

$$\text{சராசரி} = \frac{\text{ஆறு மாணவர்களின் வீட்டிற்கும் பள்ளிக்குமிடையிலான தொலைவின் கூட்டுத் தொகை}}{\text{மொத்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை}}$$

1 கி.மீ. = 1000 மீ.
1.5 கி.மீ. = 1500 மீ.

$$= \frac{950 + 800 + 700 + 1500 + 1000 + 750}{6} = \frac{5700}{6} = 950 \text{ மீ.}$$

மாணவர்களின் வீட்டிற்கும் பள்ளிக்குமிடையேயான தொலைவின் சராசரி 950 மீட்டர் ஆகும்.

கலந்துரையாடுவோம்.

எ.கா. ருத்துஜா ஒரு வாரத்தின் ஏழு நாட்களும் “கயிறு தாவல்" பயிற்சி மேற்கொண்டாள். ஒவ்வொரு நாளும் ஒரு நிமிடத்தில் அவள் கயிற்றில் தாவிய எண்ணிக்கை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

60, 62, 61, 60, 59, 63, 58

$$\text{சராசரி} = \frac{\text{ஏழு நாட்களின் தாவல்களின் கூட்டுத் தொகை}}{\text{மொத்த நாட்களின் எண்ணிக்கை}}$$

$$= \frac{\square + \square + \square + \square + \square + \square + \square}{7} = \frac{\square}{\square}$$

ஒரு நிமிடத்தில் செய்த தாவல்களின் சராசரி = 60.42

எந்த அளவுகுறித்த தகவல் தேவையோ அதை தரப்பட்ட பல எடுத்துக்காட்டுகளிலுள்ள தரவில் இருந்து பெறுகிறோம். அவற்றை அளவீடுகள் அல்லது கணிப்பெண்கள் என்கிறோம்.

தாவல்கள் இயல் எண்களால் அளவிடப்படும் என்பதை நாம் அறிவோம். எந்த நாளிலும் முழுமைபெறாத தாவல் செய்யப்பட்டதில்லை. ஆயினும் அவற்றின் சராசரி பின்னங்களில் வரலாம்.

நான் அறிகிறேன்.

$$\text{சராசரி} = \frac{\text{கொடுக்கப்பட்ட தரவிலுள்ள அனைத்து கணிப்பெண்களின் கூட்டுத் தொகை}}{\text{மொத்த கணிப்பெண்களின் எண்ணிக்கை}}$$

செயல்

- வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களை 10 பேர் கொண்ட குழுக்களாக்கி ஒவ்வொரு குழுவிலும் மாணவர்களின் சராசரி உயரத்தைக் கண்டுபிடி.
- வகுப்பாசிரியர் உதவியுடன் வருகைத் தாளைப் பெற்று ஒரு வாரத்திற்கான சராசரி வருகையைக் கண்டுபிடி.

பயிற்சித் தொகுப்பு 54

1. ஒரு நகரில் ஒரு வாரத்தில் பெய்த மழைப் பொழிவு மில்லி மீட்டரில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதிலிருந்து வாரத்தில் பொழிந்த மழையின் சராசரியைக் கண்டுபிடி.
9, 11, 8, 20, 10, 16, 12

2. ஒரு பள்ளி ஆண்டுவிழாவில் பெண்கள் சுயவுதவிக் குழு தமது தின்பண்டங்களின் கடைகளை அமைத்திருந்தது. ஒவ்வொரு மணிக்கும் விற்பனை முறையே ₹ 960, ₹ 830, ₹945, ₹800, ₹847, ₹970 என்றவாறு இருந்ததெனில் மணிக்கு சராசரி விற்பனை எவ்வளவு ரூபாயாகும்?

3. விதர்பாவில் 5 வருட மழைப் பொழிவின் பதிவு கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது. அதிலிருந்து மழைப் பொழிவின் 5 வருட சராசரியைக் கண்டுபிடி.
900 மி.மீ., 650 மி.மீ., 450 மி.மீ., 733 மி.மீ., 400 மி.மீ.

4. ஒரு விவசாயி கால்நடைத் தீவனமுடைய சாக்குகளைக் கொண்டு வந்தார். அவற்றின் எடைகள் கி.கி.இல் கீழே தரப்பட்டுள்ளன எனில் சாக்குகளின் சராசரி எடையைக் கண்டுபிடி.
49.8, 49.7, 49.5, 49.3, 50, 48.9, 49.2, 48.8

கற்போம்.

நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணை (Frequency Distribution Table)

சில நேரங்களில், சேகரிக்கப்பட்ட தரவுகளில் சில கணிப்பெண்கள் (Scores) பலமுறை வருகின்றன. **ஒரு தரவில் எத்தனை முறை ஒரு குறிப்பிட்ட கணிப்பெண் வருகிறதோ அதுவே அக்கணிப்பெண்ணின் நிகழ்வெண் என்றழைக்கப்படுகின்றது.** அத்தகைய நேரங்களில் நிகழ்வெண்களின் அட்டவணை தயார் செய்யப்படுகிறது. இவ்வட்டவணையில் கணிப்பெண்கள், புள்ளியியல் சரிபார்க்கும் குறிகள் மற்றும் நிகழ்வெண் ஆகிய மூன்று நிரல்கள் உள்ளன.

1. முதல் நிரலில் சிறிய எண்கள் தொடங்கி பெரிய எண்கள் வரை ஏறு வரிசையில் கணிப்பெண்களை எழுது. எடுத்துக்காட்டு 1, 2, 3, 4, 5, 6 என்ற எண்களை ஒன்றன் கீழ் ஒன்று என்ற வரிசையில் அமை.
2. தரவிலுள்ள கணிப்பெண்ணை வரிசை முறைப்படி வாசித்து அட்டவணையில் இரண்டாம் நிரலில் கணிப்பெண்ணுக்கு எதிரில் ‘।’ என்ற புள்ளியியல் சரிபார்க்கும் அடையாளத்தை இடு. எ.கா. கணிப்பெண் ‘3’ என வாசித்தால் இரண்டாவது நிரலில் 3க்கு முன்னால் புள்ளியியல் சரிபார்க்கும் குறியை இடு. நான்கு புள்ளியியல் சரிபார்க்கும் குறிகளை |||| இதைப்போன்று இடு. ஆனால் ஐந்தவாது । ஐ ~~||||~~ என்று இடு. இது மொத்த புள்ளியியல் சரிபார்க்கும் குறிகளை எண்ணுவதை எளிதாக்குகிறது.
3. ஒவ்வொரு கணிப்பெண்ணுக்கு முன்னாலுள்ள புள்ளியியல் சரிபார்க்கும் குறிகளை கணக்கிட்டு அடுத்த நிரலில் அதாவது மூன்றாவது நிரலில் பதிவு செய். இவ்வெண்ணே கணிப்பெண்ணின் நிகழ்வெண் ஆகும்.
4. இறுதியாக அனைத்து நிகழ்வெண்களையும் கூட்ட வேண்டும். அவற்றின் கூட்டுத்தொகை N என்ற எழுத்தால் குறிப்பிடப்படுகிறது. இக்கூட்டுத்தொகை மொத்த கணிப்பெண்களின் எண்ணிக்கைக்கு சமமாக உள்ளது.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரவுகளிலிருந்து நிகழ்வெண் அட்டவணை தயார் செய்தல்

எ.கா. ஒரு வகுப்பிலுள்ள சில மாணவர்களின் வீட்டிலிருந்து பள்ளிவரைக்கான தொலைவு கி.மீ.இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதிலிருந்து 1, 3, 2, 4, 5, 4, 1, 3, 4, 5, 6, 4, 6, 4, 6 நிகழ்வெண் அட்டவணை எவ்வாறு தயார் செய்வது என்பதைப் பார்ப்போம்.

கணிப்பெண்	சரிபார்க்கும் குறி	நிகழ்வெண்
1	||	2
2	|	1
3	||	2
4	~~||||~~	5
5	||	2
6	|||	3
	மொத்த நிகழ்வெண்கள் N = 15	

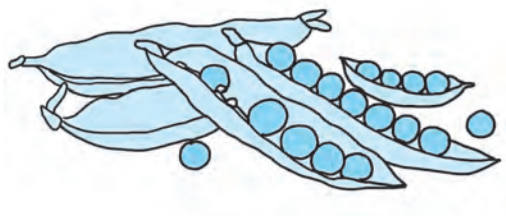
ஒரு கணிப்பெண் எண்ணப்பட்டுவிட்டது என்பதை குறிப்பிட அதை அடித்துவிடு. கீழேயுள்ள கணிப்பெண்களின் பட்டியல் முதல் மூன்று கணிப்பெண்கள் ஏற்கனவே எண்ணப்பட்டுவிட்டன என்பதை காட்டுகிறது.
(~~1~~, ~~3~~, ~~2~~, 4, 5, 4, 1, 3, 4, 5, 6, 4, 6, 4, 6)

கணிதம் எனது நண்பன்: வீட்டிலும், சந்தையிலும்.

பிரியாவின் அம்மா சந்தையிலிருந்து பட்டாணி வாங்கி வந்து அவற்றை விதை உறையிலிருந்து பிரிக்கத் தொடங்கினார். பிரியா அருகில் அமர்ந்து கணிதப் பாடத்தை படித்துக் கொண்டிருந்தாள். அவளது கவனம் அம்மா பிரித்தெடுக்கும் பட்டாணிக்குச் சென்றது. அவள் சில விதை உறைகள் 4 விதைகளையும் மற்றும் சில 7 விதைகளையும் கொண்டிருந்ததைக் கண்டாள். அதன்பின் அவள் 50 விதை உறைகளை எடுத்து பிரித்தாள். ஒவ்வொரு விதை உறையிலுமுள்ள விதைகளின் எண்ணிக்கையை பதிவு செய்தாள்.

பிரியா பட்டாணி விதைகளின் நிகழ்வெண் அட்டவணையைத் தயார் செய்தாள்.

விதை உறையிலுள்ள பட்டாணி விதைகளின் எண்ணிக்கை	சரிபார்க்கும் குறி	நிகழ்வெண்
2	𝍸 𝍷𝍷𝍷	8
3	𝍸 𝍸 𝍸	15
4	𝍸 𝍸 𝍷𝍷	12
5	𝍷𝍷	2
6	𝍸 𝍷𝍷	7
7	𝍷𝍷𝍷	3
8	𝍷𝍷𝍷	3
	மொத்த நிகழ்வெண்	N = 50



4, 3, 2, 4, 3, 4, 3, 3, 2, 8
2, 3, 3, 4, 3, 4, 4, 5, 2, 8
8, 2, 5, 3, 4, 4, 3, 6, 2, 3
4, 4, 3, 3, 2, 6, 4, 4, 7, 2
3, 6, 3, 6, 6, 6, 7, 6, 7, 3

அம்மா : ஒரு உறையிலுள்ள சராசரி பட்டாணி விதைகளின் எண்ணிக்கையை உன்னால் கண்டு பிடிக்க முடியுமா?

பிரியா : 50 உறைகளிலுள்ள பட்டாணிகளை கூட்ட வேண்டும். அவற்றின் கூட்டுத் தொகையை 50 ஆல் வகுக்க வேண்டும். அது ஒரு கடினமான வேலை.

அம்மா : அதை நாம் எளிதாக்குவோம். நிகழ்வெண் அட்டவணையில் 2 விதைகள் எத்தனை உறையில் உள்ளன. 3 விதைகள் எத்தனை உறையில் உள்ளன இது போன்ற தரவுகள் இருக்கின்றன அல்லவா?

பிரியா : ஆமாம்! 2 விதைகள் 8 உறைகளிலும் 3 விதைகள் 15 உறைகளிலும் 4 விதைகள் 12 உறைகளிலும் இருப்பது போன்ற தரவுகள் உள்ளன. இப்போது எனது கவனத்திற்கு வருகிறது. 2×8, 3×15, 4×12 இது போன்ற பெருக்கலை செய்து அவற்றை கூட்டினால் அந்த 50 எண்ணிக்கைகளின் கூட்டுத் தொகை கிடைக்கும்.

அம்மா : ஏழு எளிய பெருக்கலை செய்வதும் அவற்றை கூட்டுவதும் எளிதல்லவா! மிகப் பெரிய தரவுகள் இருக்கும்போது நிகழ்வெண் அட்டவணை இவ்வாறு பயன்படுகிறது.

பிரியா : மொத்த கணிப்பெண்களின் கூட்டுத் தொகை 206 ஆகும்.

எனவே சராசரி $= \frac{206}{50} = 4.12.$

அம்மா : ஒவ்வொரு பட்டாணி விதை உறையிலும் முழு எண்ணிக்கையில் விதைகள் உள்ளன. ஆனால் அவற்றின் சராசரி பின்னமாக இருக்கலாம். இங்கு ஒவ்வொரு விதை உறையிலும் பொதுவாக 4 விதைகள் உள்ளன என்று கூற முடியும்.

நான் அறிகிறேன்.

- கணிப்பெண்களை அட்டவணைப்படுத்த எளிய முறை சரிபார்க்கும் குறிகளை பயன்படுத்துவதேயாகும்.
- நிகழ்வெண்களை குறிக்கும் சரிபார்க்கும் குறிகளின் எண்ணிக்கையுடைய அட்டவணையே நிகழ்வெண் அட்டவணை என்று அழைக்கப்படுகிறது.
- கணிப்பெண்களின் எண்ணிக்கை பெரிதாக இருக்கும்போது நிகழ்வெண் அட்டவணை அவற்றின் சராசரியைக் கண்டுபிடிக்க பயன்படுகிறது.

பயிற்சித் தொகுப்பு 55

1. ஒரு வகுப்பிலுள்ள 30 மாணவர்களின் உயரங்கள் செ.மீ. இல் தரப்பட்டுள்ளது. அதிலிருந்து நிகழ்வெண் அட்டவணை தயார் செய்.
   131, 135, 140, 138, 132, 133, 135, 133, 134, 135, 132, 133, 140, 139, 132, 131, 134, 133, 140, 140, 139, 136, 137, 136, 139, 137, 133, 134, 131, 140

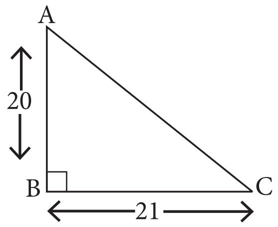
2. ஒரு குடியிருப்பில் 50 குடும்பங்கள் உள்ளன. ஒவ்வொரு குடும்பத்திலுள்ள நபர்களின் எண்ணிக்கை கீழே தரப்பட்டுள்ளன அதிலிருந்து நிகழ்வெண் அட்டவணை தயார் செய்.
   5, 4, 5, 4, 5, 3, 3, 3, 4, 3, 4, 2, 3, 4, 2, 2, 2, 2, 4, 5, 1, 3, 2, 4, 5, 3, 3, 2, 4, 4, 2, 3, 4, 3, 4, 2, 3, 4, 5, 3, 2, 3, 2, 3, 4, 5, 3, 2, 3, 2

3. ஒரு தாயம் 40 தடவை உருட்டப்பட்டது. அதன் மேற்பாகத்தில் கிடைக்கும் எண்கள் பதிவு செய்யப்பட்டன. அதிலிருந்து நிகழ்வெண் அட்டவணை தயார் செய்.
   3, 2, 5, 6, 4, 2, 3, 1, 6, 6, 2, 3, 5, 3, 5, 3, 4, 2, 4, 5, 4, 2, 6, 3, 3, 2 4, 3, 3, 4,
   1, 4, 3, 3, 2, 2, 5, 3, 3, 4

4. ஒரு விடுதியில் ஒவ்வொரு உணவு வேளையின்போது 30 மாணவர்களுக்கு தேவைப்படும் போளிகளின் எண்ணிக்கை கீழே தரப்பட்டுள்ளது. அதிலிருந்து நிகழ்வெண் அட்டவணை தயார் செய்.
   3, 2, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 4, 5, 2, 3, 4, 3, 2, 5, 4, 4, 4, 3, 3, 2, 2, 2, 3, 4, 3, 2, 3, 2

சராசரியானது மருத்துவப் பிரிவு, புவியியல், பொருளாதாரம், சமூக அறிவியல் போன்ற அறிவியலின் அனைத்துப் பிரிவுகளிலும் பயன்படுகிறது.

பல்வகைக் கணக்குகள்: தொகுப்பு 2

1. ஏஞ்சல் 9 p.c.p.a. வட்டி வீதத்தில் 15000 ரூபாயை ஒரு வங்கியில் சில வருடங்களுக்கு நிலையான வைப்புத் தொகையில் வைத்தாள். அவளுக்கு நிலையான வைப்பின் இறுதியில் 5400 ரூபாய் தனிவட்டி கிடைத்ததெனில் அவள் எத்தனை வருடங்களுக்கு தொகையை வைப்பு செய்திருக்கிறாள்?
2. ஒரு சாலையில் தார்போடும் வேலைக்கு 10 ஆட்களுக்கு 4 நாட்கள் ஆகின்றன எனில் 8 ஆட்களுக்கு எத்தனை நாட்கள் ஆகும்?
3. நஸ்ருதினும் மகேஷும் முறையே ₹40,000 மற்றும் ₹60,000 முதலீடு செய்து ஒரு கூட்டு வியாபாரத்தைத் தொடங்கினர். இவ்வியாபாரத்தில் அவர்களுக்கு 30% இலாபம் கிடைத்ததெனில் ஒவ்வொருவருக்கும் எவ்வளவு இலாபம் கிடைத்தது?
4. ஒரு வட்டத்தின் விட்டம் 5.6 செ.மீ. எனில் அதன் சுற்றளவைக் கண்டுபிடி.
5. விரிவுபடுத்து.
   (i) $(2a - 3b)^2$ (ii) $(10 + y)^2$ (iii) $\left(\frac{p}{3}+\frac{q}{4}\right)^2$ (iv) $\left(y-\frac{3}{y}\right)^2$
6. சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி பெருக்கு.
   (i) $(x - 5)(x + 5)$ (ii) $(2a - 13)(2a + 13)$
   (iii) $(4z - 5y)(4z + 5y)$ (iv) $(2t - 5)(2t + 5)$
7. ஒரு மாட்டுவண்டி சக்கரத்தின் விட்டம் 1.05 மீ. சக்கரத்தின் 1000 சுழற்சியில் எவ்வளவு தொலைவை மாட்டு வண்டி கடக்கும்?
8. 40 மீ. நீளமுடைய செவ்வக வடிவ தோட்டத்தின் பரப்பளவு 1000 ச.மீ. ஆகும் எனில் தோட்டத்தின் அகலம் மற்றும் சுற்றளவைக் கண்டுபிடி. இத்தோட்டத்தைச் சுற்றிலும் நுழைவாயிலின் 4 மீட்டர் இடத்தைத் தவிர்த்து 3 சுற்றுகள் கொண்ட வேலிபோட வேண்டும். அதற்கான செலவு ஒரு மீட்டருக்கு 250 ரூபாய் எனில் வேலி போடுவதற்கு ஆகும் செலவைக் கண்டுபிடி.
9. 

   படத்தில் கொடுத்துள்ள தகவலிலிருந்து கர்ணம் AC இன் நீளம் காண். அதுபோலவே ΔABC இன் சுற்றளவைக் கண்டுபிடி.
10. ஒரு கன சதுரத்தின் பக்கம் 8 செ.மீ. எனில் அதன் மொத்தப் புறப்பரப்பு எவ்வளவு?
11. காரணிப்படுத்து. $365y^4z^3 - 146y^2z^4$

பன்முகத் தேர்வு வினாக்கள்

கீழேயுள்ள வினாக்களுக்குத் தகுந்த விடைகளைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுது.

1. 33, 34, 35, x, 37, 38, 39 ஆகிய எண்களின் சராசரி 36 எனில் x இன் மதிப்பு .... ஆகும்.
   (i) 40 (ii) 32 (iii) 42 (iv) 36
2. $(61^2 - 51^2)$ என்ற வர்க்க எண்களின் வேறுபாடு .... ஆகும்.
   (i) 1120 (ii) 1230 (iii) 1240 (iv) 1250
3. 2600 ரூபாய் சமீருக்கும் ஸ்மிதாவிற்குமிடையே 8 : 5 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கப்படுகிறதெனில் ஒவ்வொருவருடைய பங்கு முறையே .... மற்றும் .... ரூபாயாக இருக்கும்.
   (i) ₹ 1500, ₹ 1100 (ii) ₹ 1300, ₹ 900
   (iii) ₹ 800, ₹ 500 (iv) ₹ 1600, ₹ 1000

விடைகள்

பயிற்சித் தொகுப்பு 1 **1.** --- **2.** --- **3.** முக்கோணத்தின் உட்புறத்தில் **4.** செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்தின் மீது **5.** முக்கோணத்தின் வெளிவட்ட மையம் வரைய.

பயிற்சித் தொகுப்பு 2 --- பயிற்சித் தொகுப்பு 3 ---

பயிற்சித் தொகுப்பு 4 --- பயிற்சித் தொகுப்பு 5 ---

பயிற்சித் தொகுப்பு 6 :**(1.** (i) கோ.து MG ≅ கோ.து GR

(ii) கோ.து MG ≅ கோ.து NG

(iii) கோ.து GC ≅ கோ.து GB

(iv) கோ.து GE ≅ கோ.து GR

2. (i) கோ.து AB ≅ கோ.து WA

(ii) கோ.து AP ≅ கோ.து YC

(iii) கோ.து AC ≅ கோ.து PY

(iv) கோ.து PW ≅ கோ.து BY

(v) கோ.து YA ≅ கோ.து YQ

(vi) கோ.து BW ≅ கோ.து ZX)

(மேலுள்ள ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் பல சரியான விடைகள் இருக்கலாம்.)

பயிற்சித் தொகுப்பு 7 : ⊙ $\angle AOB \cong \angle BOC$

$\angle AOB \cong \angle RST$, $\angle AOC \cong \angle PQR$

$\angle DOC \cong \angle LMN$, $\angle BOC \cong \angle RST$

பயிற்சித் தொகுப்பு 8 : ⊙(i) 35 (ii) -54 (iii) -36

(iv) -56 (v) 124 (vi) 84 (vii) 441

(viii) -105

பயிற்சித் தொகுப்பு 9 : **1.** (i) -6 (ii) $\frac{-7}{2}$ (iii) $\frac{-3}{4}$

(iv) $\frac{-2}{3}$ (v) $\frac{-17}{4}$ (vi) 6 (vii) $\frac{5}{3}$ (viii) $\frac{-1}{6}$

(ix) $\frac{6}{5}$ (x) $\frac{1}{63}$ **2.** $24 \div 5$, $72 \div 15$, $-48 \div (-10)$ முதலியன. **3.** $-5 \div 7$, $-15 \div 21$, $20 \div (-28)$ முதலியன.

பயிற்சித் தொகுப்பு 10 : **1.** 1 **2.** 4,5 மற்றும் 17,19

3. 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97 மொத்த பகா எண்கள் 16

4. 59 மற்றும் 61, 71 மற்றும் 73 **5.** (2,3), (5,7), (11,12), (17,19), (29,30) முதலியன. **6.** 2

பயிற்சித் தொகுப்பு 11 : ⊙(i) 2 × 2 × 2 × 2 × 2

(ii) 3 × 19 (iii) 23 (iv) 2 × 3 × 5 × 5

(v) 2 × 2 × 2 × 3 × 3 × 3

(vi) 2 × 2 × 2 × 2 × 13 (vii) 3 × 3 × 5 × 17 (viii) 2 × 3 × 3 × 19 (ix) 13 × 29 (x) 13 × 43

பயிற்சித் தொகுப்பு 12 : **1.** (i) 5 (ii) 8 (iii) 5

(iv) 1 (v) 2 (vi) 7 (vii) 3 (viii) 3

(ix) 1 (x) 21

2. (i) மீ.பெ.வ. 25, எளிய வடிவம் $\frac{11}{21}$

(ii) மீ.பெ.வ. 19, எளிய வடிவம் $\frac{4}{7}$

(iii) மீ.பெ.வ. 23, எளிய வடிவம் $\frac{7}{3}$

பயிற்சித் தொகுப்பு 13 : **1.** (i) 60 (ii) 120 (iii) 288

(iv) 60 (v) 3870 (vi) 90 (vii) 1365 (viii) 180

(ix) 567 (x) 108

2. (i) 1; 1184 (ii) 1; 2346 (iii) 15; 60

(iv) 9; 126 (v) 26; 312

பயிற்சித் தொகுப்பு 14 : **1.** (i) 30 (ii) 40, 20

2. (i) 14; 28 (ii) 16; 32 (iii) 17; 510

(iv) 23; 69 (v) 7; 588

3. (i) 252 (ii) 150 (iii) 1008 (iv) 60 (v)240

4. 365 **5.** (i) $\frac{12}{11}$ (ii) $\frac{17}{19}$ (iii) $\frac{23}{29}$ **6.** 144

7. 255 **8.** 14 மீ **9.** 18 மற்றும் 20

பயிற்சித் தொகுப்பு 15 : **1.** உட்பகுதியிலுள்ள புள்ளிகள் : R, C, N, X

வெளிப்பகுதியிலுள்ள புள்ளிகள் : T, U, Q, V, Y

கோணத்தின் பக்கங்களின் மீதுள்ள புள்ளிகள் : A, W, G, B

2. $\angle ANB$ மற்றும் $\angle BNC$, $\angle BNC$ மற்றும் $\angle ANC$, $\angle ANC$ மற்றும் $\angle ANB$, $\angle PQR$ மற்றும் $\angle PQT$

3. (i) சோடிகள் அடுத்தடுத்தவைகளாகும் (ii) மற்றும் (iii) அடுத்தடுத்தவை இல்லை, ஏனெனில் அவற்றின் உட்பகுதிகள் வெவ்வேறானவை அல்ல (iv) சோடிகள் அடுத்தடுத்தவைகளாகும்.

பயிற்சித் தொகுப்பு 16 : **1.** (i) 50°(ii) 27° (iii) 45° (iv) 35° (v) 70° (vi) 0° (vii) (90-x)°

2. 20° மற்றும் 70°

பயிற்சித் தொகுப்பு 17 : **1.** (i) 165° (ii) 95° (iii) 60° (iv) 143 ° (v) 72° (vi) 180° (vii) (180 - a)°

2. நிரப்புக் கோணச் சோடிகள் : (i) ∠B மற்றும் ∠N (ii) ∠D மற்றும் ∠F (iii) ∠Y மற்றும் ∠E

மிகை நிரப்புக் கோணச் சோடிகள் : (i) ∠B மற்றும் ∠G (ii) ∠N மற்றும் ∠J. **3.** ∠X மற்றும் ∠Z இவை ஒன்றுக்கொன்று நிரப்புக் கோணங்கள் **4.** 65° மற்றும் 25° **5.** (i) ∠P மற்றும் ∠M (ii) ∠T மற்றும் ∠N (iii) ∠P மற்றும் ∠T (iv) ∠M மற்றும் ∠N(v) ∠P மற்றும் ∠N (vi) ∠M மற்றும் ∠T **6.** 160°

7. $m\angle A = (160 - x)°$

பயிற்சித் தொகுப்பு 18 : **1.** கதிர் PL மற்றும் கதிர் PM; கதிர் PN மற்றும் கதிர் PT. **2.** இல்லை. ஏனெனில் கதிர்கள் ஒரு நேர்கோட்டை உருவாக்கவில்லை.

பயிற்சித் தொகுப்பு 19 : ---

பயிற்சித் தொகுப்பு 20 : **1.** $m\angle APB = 133°$, $m\angle BPC = 47°$, $m\angle CPD = 133°$

2. $m\angle PMS = (180 - x)°$, $m\angle SMQ = x°$, $m\angle QMR = (180 - x)°$

பயிற்சித் தொகுப்பு 21 : **1.** $m\angle A = m\angle B = 70°$

2. 40°, 60°, 80° **3.** $m\angle ACB = 34°$, $m\angle ACD = 146°$, $m\angle A = m\angle B = 73°$

பயிற்சித் தொகுப்பு 22 : **1.** (i) $\frac{71}{252}$ (ii) $\frac{67}{15}$ (iii) $\frac{430}{323}$ (iv) $\frac{255}{77}$ **2.** (i) $\frac{16}{77}$ (ii) $\frac{14}{45}$ (iii) $\frac{-13}{6}$ (iv) $\frac{7}{6}$ **3.** (i) $\frac{6}{55}$ (ii) $\frac{16}{25}$ (iii) $-\frac{2}{3}$ (iv) 0

4. (i) $\frac{5}{2}$ (ii) $-\frac{8}{3}$ (iii) $-\frac{39}{17}$ (iv) $\frac{1}{7}$ (v) $-\frac{3}{22}$

5. (i) $\frac{4}{3}$ (ii) $\frac{100}{121}$ (iii) $\frac{7}{4}$ (iv) $-\frac{1}{6}$ (v) $\frac{2}{5}$ (vi) $-\frac{10}{7}$ (vii) $-\frac{9}{88}$ (viii) $\frac{25}{2}$

பயிற்சித் தொகுப்பு23 : ⊙(i) $\frac{3}{7},\frac{4}{7},\frac{5}{7}$ (ii) $\frac{23}{30},\frac{22}{30},\frac{21}{30}$ (iii) $-\frac{9}{15},-\frac{7}{15},\frac{4}{15}$ (iv) $\frac{6}{9},0,-\frac{4}{9}$ (v) $-\frac{2}{4},-\frac{1}{4},\frac{3}{4}$ (vi) $\frac{17}{24},\frac{11}{24},\frac{-13}{24}$ (vii) $\frac{6}{7},\frac{8}{7},\frac{9}{7}$ (viii) $-\frac{1}{8},-\frac{2}{8},-\frac{5}{8}$ போன்றவை.

பயிற்சித் தொகுப்பு 24 : ⊙**1.** 3.25 **2.** - 0.875 **3.** 7.6 **4.** $0.41\dot{6}$ **5.** $3.\overline{142857}$ **6.** $1.\dot{3}$ **7.** $0.\dot{7}$

பயிற்சித் தொகுப்பு 25 : **1.** 149 **2.** 0 **3.** 4 **4.** 60 **5.** $\frac{17}{20}$

பயிற்சித் தொகுப்பு 26 : **1.** -- **2.** (i) 1024 (ii) 125 (iii) 2401 (iv) - 216 (v) 729 (vi) 8 (vii) $\frac{64}{125}$ (viii) $\frac{1}{16}$

பயிற்சித் தொகுப்பு 27 : ⊙(i) 7^6 (ii) $(-11)^7$ (iii) $\left(\frac{6}{7}\right)^8$ (iv) $\left(-\frac{3}{2}\right)^8$ (v) $(a)^{23}$ (vi) $\left(\frac{p}{5}\right)^{10}$

பயிற்சித் தொகுப்பு 28 : **1.** (i) a^2 (ii) m^{-3} (iii) p^{-10} (iv) 1 **2.** (i) 1 (ii) 49 (iii) $\frac{4}{5}$ (iv) 16

பயிற்சித் தொகுப்பு 29 : **1.** (i) $\left(\frac{15}{12}\right)^{12}$ (ii) 3^{-8} (iii) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-12}$ (iv) $\left(\frac{2}{5}\right)^{6}$ (v) 6^{20} (vi) $\left(\frac{6}{7}\right)^{10}$ (vii) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-20}$ (viii) $\left(\frac{5}{8}\right)^{-6}$ (ix) $\left(\frac{3}{4}\right)^{6}$ (x) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-6}$

2. (i) $\left(\frac{7}{2}\right)^{2}$ (ii) $\left(\frac{3}{11}\right)^{5}$ (iii) $\left(\frac{6}{1}\right)^{3}$ அல்லது 6^3 (iv) $\frac{1}{y^4}$

பயிற்சித் தொகுப்பு 30 : **1.** (i) 25 (ii) 35 (iii) 17 (iv) 64 (v) 33

பயிற்சித் தொகுப்பு 31 : ---

பயிற்சித் தொகுப்பு 32 : ⊙ஒருறுப்புக் கோவைகள் = 7 x ; a ; 4

ஈருறுப்புக் கோவைகள் = 5y - 7 z ; 5m - 3

மூவுறுப்புக் கோவைகள் = $3x^3 - 5x^2 - 11$; $3y^2 - 7y + 5$

பல்லுறுப்புக் கோவைகள் = $1 - 8a - 7a^2 - 7a^3$

பயிற்சித் தொகுப்பு 33 : ⊙ (i) $22p + 18q$ (ii) $18a + 24b + 21c$ (iii) $19x^2 - 20y^2$

(iv) $-11a^2b^2 + 44c$ (v) $3y^2 - 8y + 9$
(vi) $4y^2 + 10y - 8$

பயிற்சித் தொகுப்பு 34 : ⊙(i) $xy + 7z$
(ii) $4x + 2y + 4z$ (iii) $-12x^2 + 16xy + 20y^2$
(iv) $-10x^2 + 24xy + 16y^2$
(v) $-12x + 30z - 19y$

பயிற்சித் தொகுப்பு 35 : **1.** (i) $288x^2y^2$ (ii) $92xy^3z^2$
(iii) $48ac + 68bc$ (iv) $36x^2 + 73xy + 35y^2$
2. $(40x^2 + 49x + 15)$ ச.செ.மீ.

பயிற்சித் தொகுப்பு 36 : **1.** $-2(7x + 12y)$
2. $-345x^5y^4z^3$ **3.** (i) 1 (ii) $\frac{5}{2}$ (iii) 1 (iv) 3
(v) -5 (vi) $\frac{69}{5}$ **4.** 16 வருடங்கள், 11 வருடங்கள்
5. 130 **6.** 30 நோட்டுகள் **7.** 132, 66

பல்வகைக் கணக்குகள் தொகுப்பு 1 : **1.** (i) 80
(ii) -6 (iii) -48 (iv) 25 (v) 8 (vi) -100
2. (i) 15; 675 (ii) 38; 228 (iii) 17; 1683
(iv) 8; 96 **3.** (i) $\frac{14}{17}$ (ii) $\frac{13}{11}$ (iii) $\frac{3}{4}$
4. (i) 28 (ii) 15 (iii) 36 (iv) 45
(v) 16 **5.** -- **6.** (i) 77 (ii) 25 (iii) $\frac{49}{24}$
(iv) 1026 **7.** (i) $\frac{41}{48}$ (ii) $\frac{23}{20}$ (iii) -8
(iv) $\frac{63}{20}$ **8.** -- **9.** -- **10.** -- **11.** -- **12.** --
13. (i) 55° (ii) $(90 - a)°$ (iii) 68°
(iv) $(50 + x)°$ **14.** (i) 69° (ii) 133° (iii) 0° (iv) $(90 + x)°$ **15.** -- **16.** (i) 110° (ii) 55° (iii) 55° **17.** (i) 5^7
(ii) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$ (iii) $\left(\frac{7}{2}\right)^2$
(iv) $\left(\frac{4}{5}\right)^3$ **18.** (i) 1 (ii) $\frac{1}{1000}$ (iii) 64
(iv) 16 **19.** (i) $8a + 10b - 13c$
(ii) $21x^2 - 10xy - 16y^2$ (iii) $18m - n$
(iv) $2m - 19n + 11p$ **20.** (i) $x = -10$
(ii) $y = 5$

பன்முகத் தேர்வு வினாக்கள் : **1.** உள்வட்ட மையம்
2. $\left(\frac{7}{3}\right)^{12}$ **3.** 3 **4.** $\frac{3}{2}$ **5.** $10 \times 3 + (5 + 2)$

பயிற்சித் தொகுப்பு 37 : **1.** ₹ 240 **2.** 32 கால்நடைத் தீவனக் கட்டுகள் **3.**18 கி.கி. **4.** ₹ 24000 **5.** ₹ 104000

பயிற்சித் தொகுப்பு 38 : **1.** 10 நாட்கள்; 4 நாட்கள்
2. 50 பக்கங்கள் **3.** 2 மணி நேரம்; 3 மணி நேரம்
4. 20 நாட்கள்

பயிற்சித் தொகுப்பு 39 : **1.** ₹ 12800; ₹ 16000
2. ₹ 10000; ₹ 24000 **3.** ₹ 38000; ₹ 9120
4. ₹ 147; ₹ 343 **5.** ₹ 54000; ₹ 15120

பயிற்சித் தொகுப்பு 40 : **1.** ₹ 1770
2. ₹ 25000; ₹ 375000 **3.** ₹ 14875 **4.** ₹ 3600
5. ₹ 180000

பயிற்சித் தொகுப்பு 41 : **1.** 10% **2.** ₹ 300 **3.** 5 வருடங்கள்
4. ₹ 41000 **5.** (i) ₹ 882, ₹ 5082
(ii) ₹ 5000, ₹ 6200 (iii) 2 வருடங்கள், ₹ 8800
(iv) ₹ 12000, 10 வருடங்கள் (v) ₹ 19200, ₹ 21600

பயிற்சித் தொகுப்பு 42 : **1.** (i) 14 செ.மீ; 44 செ.மீ
(ii) 14 செ.மீ; 88 செ.மீ (iii) 98 செ.மீ; 196 செ.மீ
(iv) 11.55 செ.மீ; 23.1 செ.மீ **2.** 28 செ.மீ
3. ₹ 56320 **4.** 250 சுற்றுகள்

பயிற்சித் தொகுப்பு 43 : **1.** 240°
2. சிறிய விற்களின் பெயர்கள் - வில் PXQ, வில் PR, வில் RY, வில் XP, வில் XQ, வில் QY
பெரிய விற்களின் பெயர்கள் - வில் PYQ, வில் PQR, வில் RQY, வில் XQP, வில் QRX
அரைவட்ட விற்களின் பெயர்கள் - வில் QPR, வில் QYR **3.** 250°

பயிற்சித் தொகுப்பு 44 : **1.** 2 மடங்குகள் **2.** 3 மடங்குகள்
3. 90 மீ **4.** 8 மீ

பயிற்சித் தொகுப்பு 45 : **1.** 144 ச.செ.மீ **2.** 75 ச.செ.மீ **3.** 46 செ.மீ **4.** 9 மடங்குகள்

பயிற்சித் தொகுப்பு 46 : **1.** 1170 ச.செ.மீ **2.** 8.64 ச.செ.மீ **3.** ₹ 2302750 **4.** 800 தரை ஓடுகள்; 3200 தரை ஓடுகள் **5.** 156 மீ; 845 ச.மீ

பயிற்சித் தொகுப்பு 47 : **1.** (i) 54 ச.செ.மீ (ii) 150 ச.செ.மீ (iii) 311.04 ச.மீ (iv) 277.44 ச.மீ (v) 181.5 ச.மீ **2.** (i) 460 ச.செ.மீ (ii) 58.8 ச.செ.மீ (iii) 31.6 ச.மீ (iv) 171 ச.மீ **3.** 39.5 ச.செ.மீ **4.** 6.5 ச.மீ, ₹ 1950

பயிற்சித் தொகுப்பு 48 : **1.** (i) 25 அலகுகள் (ii) 40 அலகுகள் (iii) 15 அலகுகள் **2.** 26 செ.மீ **3.** 16 செ.மீ **4.** 12 மீ

பயிற்சித் தொகுப்பு 49 : **1.** (i) ஆம் (ii) இல்லை (iii) இல்லை (iv) இல்லை (v) ஆம் (vi) இல்லை **2.** (i) ஆம் (ii) இல்லை (iii) ஆம் (iv) இல்லை (v) இல்லை

பயிற்சித் தொகுப்பு 50 : **1.** (i) $25a^2+60ab+36b^2$ (ii) $\frac{a^2}{4}+\frac{ab}{3}+\frac{b^2}{9}$ (iii) $4p^2-12pq+9q^2$ (iv) $x^2-4+\frac{4}{x^2}$ (v) $a^2x^2+2abxy+b^2y^2$ (vi) $49m^2-56m+16$ (vii) $x^2+x+\frac{1}{4}$ (viii) $a^2-2+\frac{1}{a^2}$ **2.** $64-\frac{16}{x}+\frac{1}{x^2}$ **3.** $(mn+7pq)^2$ **4.** (i) 994009 (ii) 10404 (iii) 9409 (iv) 1010025

பயிற்சித் தொகுப்பு 51 : **1.** (i) x^2-y^2 (ii) $9x^2-25$ (iii) a^2-36 (iv) $\frac{x^2}{25}-36$ **2.** (i) 249996 (ii) 9991 (iii) 2484 (iv) 9996

பயிற்சித் தொகுப்பு 52 : ⊙(i) $3\times67\times a\times a\times a\times b\times b$
(ii) $13\times7\times x\times y\times t\times t$
(iii) $2\times2\times2\times3\times a\times a\times b\times b$
(iv) $t\times r\times r\times s\times s\times s$

பயிற்சித் தொகுப்பு 53 : ⊙(i) $(p+q)(p-q)$ (ii) $(2x+5y)(2x-5y)$ (iii) $(y+2)(y-2)$ (iv) $\left(p+\frac{1}{5}\right)\left(p-\frac{1}{5}\right)$ (v) $\left(3x+\frac{1}{4}y\right)\left(3x-\frac{1}{4}y\right)$ (vi) $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x-\frac{1}{x}\right)$ (vii) $ab(a-1)$ (viii) $2x^2(2xy-3x)$ (ix) $\frac{1}{2}(y+4z)(y-4z)$ (x) $2(x+2y)(x-2y)$

பயிற்சித் தொகுப்பு 54 : **1.** 12.29 மி.மீ **2.** ₹ 892 **3.** 626.6 மி.மீ **4.** 49.4 கி.கி.

பயிற்சித் தொகுப்பு 55 : **1.**

உயரம்	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	மொத்தம்
மாண வர்கள்	3	3	5	3	3	2	2	1	3	5	30

2.

நபர்கள்	1	2	3	4	5	மொத்தம்
குடும்பங்கள்	1	13	16	13	7	50

3.

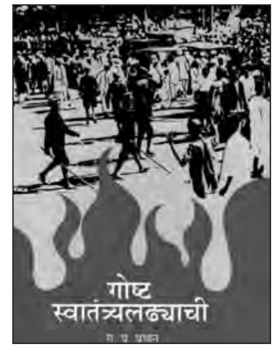
கிடைக்கும் எண்	1	2	3	4	5	6	மொத்தம்
நிகழ்வெண்	2	8	13	8	5	4	40

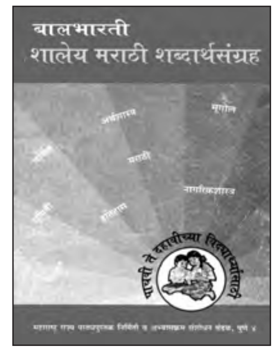
4.

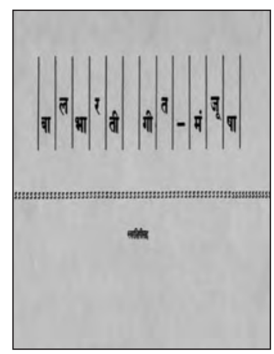
போளிகள்	2	3	4	5	மொத்தம்
மாணவர்கள்	9	10	8	3	30

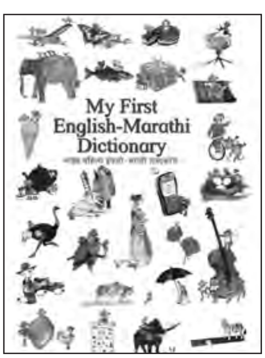
பல்வகைக் கணக்குகள் தொகுப்பு 2 : **1.** 4 வருடங்கள் **2.** 5 நாட்கள் **3.** ₹ 12000; ₹ 18000 **4.** 17.6 செ.மீ **5.** (i) $4a^2-12ab+9b^2$ (ii) $100+20y+y^2$ (iii) $\frac{p^2}{9}+\frac{pq}{6}+\frac{q^2}{16}$ (iv) $y^2-6+\frac{9}{y^2}$ **6.** (i) x^2-25 (ii) $4a^2-169$ (iii) $16z^2-25y^2$ (iv) $4t^2-25$ **7.** 3.3 கி.மீ **8.** 25 மீ; 130 மீ; ₹ 94500 **9.** 29 அலகுகள்; 70 அலகுகள் **10.** 384 செ.மீ² **11.** $73y^2z^3(5y^2-2z)$

பன்முகத் தேர்வு வினாக்கள்: **1.** 36 **2.** 1120 **3.** ₹ 1600, ₹ 1000.









- पाठ्यपुस्तक मंडळाची वैशिष्ट्यपूर्ण पाठ्येत्तर प्रकाशने.
- नामवंत लेखक, कवी, विचारवंत यांच्या साहित्याचा समावेश.
- शालेय स्तरावर पूरक वाचनासाठी उपयुक्त.

पुस्तक मागणीसाठी www.ebalbharati.in, www.balbharati.in संकेत स्थळावर भेट द्या.

साहित्य पाठ्यपुस्तक मंडळाच्या विभागीय भांडारांमध्ये विक्रीसाठी उपलब्ध आहे.

ebalbharati

विभागीय भांडारे संपर्क क्रमांक : पुणे - ☎ २५६५९४६५, कोल्हापूर- ☎ २४६८५७६, मुंबई (गोरेगाव) - ☎ २८७७१८४२, पनवेल - ☎ २७४६२६४६५, नाशिक - ☎ २३९१५११, औरंगाबाद - ☎ २३३२१७१, नागपूर - ☎ २५४७७१६/२५२३०७८, लातूर - ☎ २२०९३०, अमरावती - ☎ २५३०९६५

மகாராஷ்டிர மாநில பாடநூலாக்கம் மற்றும் பாடத்திட்ட ஆய்வுக்கழகம், புனே.

गणित इयत्ता सातवी (तमिळ माध्यम)

₹ 41.00