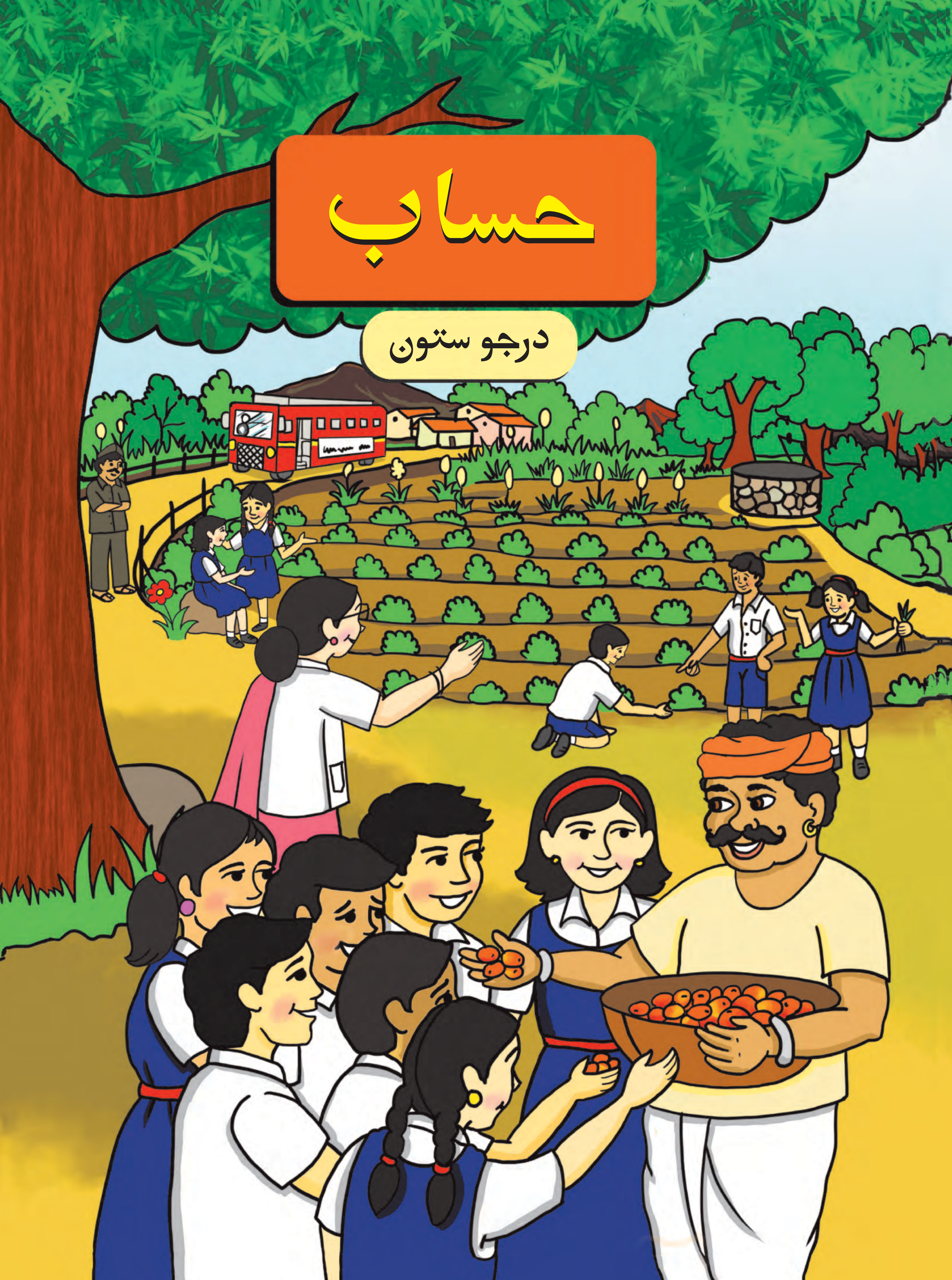
حساب

درجو ستون



ڀارتيہ سنوڌان

باب - چوٿون الف

بنيادي فرض

قلم 51A

ٻُنيادي فرض : ڀارت جي هرهڪ ناگرڪ جو فرض آهي تہ :

(الف) هوُ ڀارت جي سنوڌان کي مڃيندو، اُن جي قومي جهنڊي، قومي تراني، آدرشن ۽ سنسٿا جي عزت ڪندو.

(ب) آدرش ويچارن، جن آزاديءَ جي لڙائيءَ لاءِ همٿايو ۽ اُتساهہ ڏوڪيو، اُنهن جي سنڀال ۽ پوئواري ڪندو.

(ٻ) ڀارت جي ايڪتا، اکنڊتا ۽ سمپورڻتا جي رکشا ڪندو.

(ڀ) ديش جي حفاظت ڪندو ۽ وقت پوڻ تي ديش سيوا ۾ ٽپي پوندو.

(پ) سڀني ماڻهن ۾ هڪ ايڪتا جي ڀاونا پيدا ڪندو، جيڪا ڌرم، ڀاشا، ڪيتروار جي ڀيدڀاءُ کان پري هوندي. اَهڙيون رسمون جيڪي عورت ذات خلاف هونديون، اُنهن جو بهشڪار ڪندو.

(ت) ڀارت جي جامع سنسڪرتي ۽ شاندار ورثي جي حفاظت ڪندو ۽ مُلهہ سمجهندو.

(ٿ) قدرتي ماحول جهڙوڪ جهنگل، ڍنڍون، نديون، جهنگلي-زندگي اِنهن جو بچاءُ ڪندو ۽ سڀني پراڻين لاءِ دردمندي رکندو.

(ٽ) وگيانڪ درشٽي، اِنساني مُلهہ، جاچ جوُچ ۽ سڌاري جي ڀاونا کي اَهميت ڏيندو.

(ث) عام ملڪيت کي سلامت رکندو ۽ هنسا کان پري رهندو.

(ٺ) شخصي ۽ گڏيل مشغولين جي سڀني کيترن ۾ اَڳتي وڌڻ جي لڳاتار ڪوشش ڪندو جئن ملڪ اَڳتي وڌندو رهي ۽ ڪاميابيءَ جي اوچاين کي ڇُهي.

(ڪ) ماءُ يا پيءُ يا پالڪ آهي تہ اُهو ضرور ڏسي تہ پنهنجي ٻار کي تعليم حاصل ڪرڻ جو موقعو ڏيندو. جنهن جي عمر ڇهن ۽ چوڏهن سالن وچ ۾ هجي.

سرڪاري فيصلو نمبر : اپياس ٦ ١ ١ ٢ (پر.ڪر ٦ ١ / ٣ ۴) ايس. ڊي. ۴ تاريخ ٦ ١-۴ ٠- ٢٥ موجب استاپت ڪيل ڪو آرڊينيٽنگ ڪاميٽيءَ جي تا. ٧ ١-٣-٣ جي ميٽنگ ۾ هي درسي ڪتاب طيءِ ڪرڻ لاءِ مختصر منظوري ڏني ويئي.

حساب

درجو ستون

مهاراشٽر راجيه پاٺيه پُستڪ نرمتي وَ اڀياسڪرم سنشوڌن منڊل، پُڻي

پنهنجي سمارٽ فون ۾ DIKSHA APP ذريعي درسي ڪتاب جي پهرين صفحي واري Q.R. Code ذريعي Digital درسي ڪتاب ۽ هرهڪ سبق ۾ آيل Q.R. Code ذريعي ان سبق بابت پڙهڻ / پڙهائڻ لاءِ ڪارائتيون لنڪس ملنديون.

چاپو پهريون، 2017:
سڌاريل چاپو :2022

© مهاراشٽرا راجيه پائيه پُستڪ نرمتي وَ اڀياس ڪرم سنشوڌن منڊل،
پڻي ۴۱۱۰۰۴.
مهاراشٽرراجيه پائيه پُستڪ نرمتي وَ اڀياس ڪرم سنشوڌن منڊل، هن ڪتاب جا سڀ حق واسطا محفوظ ٿو رکي. منڊل جي ڊائريڪٽرجي لکيل اجازت کانسواءِ هن ڪتاب جو ڪوبه ٽڪر ڇپائي نٿو سگهجي.

حساب وشيه ماهر ڪاميٽي

ڊاڪٽر منگلا نارڙيڪر (اَڌيڪش)
ڊاڪٽر جئشري آتري (ميمبر)
شري رماڪانت سرودي (ميمبر)
شري داداسو سرڙي (ميمبر)
شري سنديپ پنڇ ڀائي (ميمبر)
شريمتي لتا ٽڙيڪر (ميمبر)
(شريمتي اُجولاگوڊ بولي (ميمبر - سيڪريٽري)

حساب وشيه ڪاريه گٽ ميمبر

شري اُميش ريڙي
شري چندن ڪلڪرني
شري اَنيتا جاوي
شري ڀاگيشوري چوهاڻ
شري پوجا جاڌو
شري آلپا پريٽ
شري ڪلياڻ ڪڙيڪر
شري سنديش سوناوڻي
شري سجيت شندي
شري هنومنت جگتاپ
شري شرپاد ديشپانڊي
شري پرتاپ ڪاشد
شري ڪاشيرام بوساني
شري پپو گاڙي
شري انسار شيخ
شري راما وهنياڙڪر
شري پرمود ڊومبري
شري پرڪاش جهينڊي
شريمتي پراجڪتا گوڪلي
(نينڊ ڊنل ميمبر)

شري ساگر سڪڙي
شري شريڪانت رتنپارکي
شري سوريڪانت شهاڻي
شري سريش داتي
شريمتي سُوَرنا ديشپانڊي
شري پرڪاش ڪاپسي
شري سليم هاشمي
شريمتي آريا ڀڙي
شري ملند ڀاڪري
شري گيانيشور ماشاڙڪر
شري لڪشمڻ داوڻڪر
شري سڌير پاٽيل
شري گڻيش ڪولتي
شري راجارام ڀنڊگر
شريمتي روهڻي شِرڪي
شري بنسي هوالي
شري پرديپ گوڊسي
شري رويندر ڪنداري
شري راجيندر چوڌري

پرڪاشڪ
وويڪ اُتم گوساوي، ڪنٽرولر
پائيه پستڪ نرمتي منڊل، پرڀاديوي، ممبئي-۲۵.

مکيه سنيوجڪ : شريمتي اُجولا شريڪانت گوڊبولي
انچارج آفيسر حساب،
پائيه پستڪ منڊل پڻي

ٻاهريون صفحو ۽ سجاوٽ : ڌنشوري موڪاشي،
ڪمپيوٽر آريکن : شري سنديپ ڪوڙي، ممبئي
چترڪار: ڌنشوري موڪاشي
نرمتي : شري سچيتانند آڦڙي
مکيه نرمتي اَڌڪاري،
شري سنجيه ڪانبلي، نرمتي اڌڪاري
شري پرشانت هرڻي، نرمتي سهايڪ

سنيوجڪ : شريمتي ڪيتڪي جاني
(انچارج آفيسر - سنڌي)
سنيوجن سهايه: شريمتي گيتا گڻيش ٺاڪر
(ڪاپي رائيٽر - سنڌي)
ترجمو ڪندڙ: شري اشوڪ ڪملداس مکتا
چڪاس ڪندڙ: شري وجيه راجڪمار منگلاڻي
ٽائيپسيٽنگ: شريمتي شوڀا رام لعلچنداڻي
ڪاغذ: VO جي. ايس. ايم ڪريم وو.
ڇاپيندڙ : N/PB/2017-18/1,000
پرنٽنگ آرڊر: ATHARVA PRINT CREATION,PUNE

ڀارت جو سنوڌان

ديباچو

اسين ڀارت جا لوڪ، ڀارت کي هڪُ مڪمل طور خودمُختيار سماجوادي سَرو ڌرم ۽ سم-ڀاوَ وارو لوڪشاهي گڻراجيہ بڻائڻ لاءِ گنڀيرتا سان فيصلو ڪري ۽ انهيءَ جي سڀني ناگرڪن کي :

سماجڪ، آرٿڪ ۽ راڄنيتڪ نياءُ، ويچار، اظهار، وشواس، شرڌا ۽ اُپاسنا جي آزادي؛ درجي ۽ موقعي جي سمانتا؛ خاطريءَ سان حاصل ڪرائڻ ۽ اُنهن سڀني ۾ شخصي سؤمان ۽ راشٽر جي ايڪتا توڙي اکنڊتا جي خاطري ڏيندڙ ڀائيچارو وڌائڻ لاءِ.

اسان جي هن سنوڌان سڀا ۾ اڄ تاريخ ڇويهين نومبر، ١٩٤٩ جي ڏينهن، هن ذريعي هيءُ سنوڌان سويڪار ڪري، اُن کي قانون جي روپ ۾ پاڻ کي ارپڻ ڪريون ٿا.

راشٽر گيت

جَنَ گَڻَ مَنَ اَڌينايَڪ جَيَہ هي،
ڀارَتَ ڀاڳِيہ وڌاتا
پَنجابَ، سِنڌ، گُجراتَ، مَراٺا،
دراوڙَ، اُتڪَلَ، بَنگَ،
وِنڌيَہ، هِماچَلَ، يَمُنا، گَنگا،
اُڇَلَ، جل ڌِ تَرَنگَ،
تَوَ شُڀَ نامي جاڳي،
تَوَ شُڀَ آشيس ماڳي،
گاهي تَوَ جَيَہ - گاٿا،
جَنَ گَڻَ - مَنگَلَ دايَڪ جَيَہ هي
ڀارت ڀاڳِيَہ وڌاتا،
جَيَہ هي، جَيَہ هي، جَيَہ هي،
جَيَہ جَيَہ جَيَہ جَيَہ هي،

پرِتگيا

’ڀارت منهنجو ديش آهي. سڀ ڀارتواسي منهنجا ڀائر ۽ ڀينر آهن.

مونکي پنهنجي ديش لاءِ پيار آهي ۽ مونکي ان جي شاندار ۽ طرح طرح جي ورثي تي گوُرو آهي. مان سدائين ان جي لائق ٿيڻ جو جتن ڪندو رهندس.

مان پنهنجن مٽن مائٽن، اُستادن ۽ سڀني بزرگن جو سنمان ڪندس ۽ هر ڪنهن سان فضيلت ڀريو ورتاءُ ڪندس .

مان پرتگيا ٿو ڪريان تہ مان پنهنجي ديش ۽ ديشواسين سان سچو ٿي رهندس. انهن جي ڪلياڻ ۽ آسودگيءَ ۾ ئي منهنجو سک سمايل آهي.‘

پرستاونا

شاگرد دوستو،

توهان سيني جو درجي ستين ۾ سواگت آهي، پهرين درجي کان ڇهين درجي تائين توهان حساب اڀياس ڪيا آهن درجي ستين حساب وشيہ جو درسي ڪتاب توهان جي هٿن ۾ ڏيندي اسان کي بيحد خوشي ٿي رهي آهي.

اسان کي لڳي ٿو تہ حساب وشيہ هڪ وندرائيندڙ وشيہ هجي، توهان چڱيءَ طرح سمجهي سگهو، توهان کي نئون گيان ملي ۽ نوان نوان سوال حل ڪرڻ ۾ توهان کي مزو اچي، اِن لحاظ کان درسي ڪتاب ۾ ڪجھ مشغوليون ۽ بناوتون ڏنل آهن. اُنهن کي توهان ضرور ڏسو. اُنهن ۾ ڪهڙو لُطف آهي، ڪهڙيون نيون خاصيتون آهن، اُهي ڏسو پاڻ ۾ هڪ ٻئي سان چرچا ڪري نوان وشيہ سمجهي سگهجن ٿا. جُدا جُدا شڪليون وين شڪليون ۽ اِنٽرنيٽ اِنهن جي مدد سان حساب سولا ٿين ٿا. جيڪڏهن وشيہ کي برابر سمجهبو تہ حساب بلڪل ڏکيا نہ آهن.

اِها اُميد آهي تہ ڪتاب ۾ ڏنل هرهڪ باب توهان چڱيءَ طرح ڌيان ڏيئي پڙهندا. جيڪڏهن ڪٿي سمجهڻ ۾ ڏکيائي ٿئي تہ توهان اڏياپڪ، مائٽ يا ٻين شاگردن جي مدد وٺي سمجهو. حساب ڪهڙي طريقي حل ڪجن، ساڳئي نموني اُن جي ڪهڙي فارمولا آهي، اِهو توهان اُهي طريقا واپرائي مثال حل ڪرڻ جو اڀياس ڪريو، اِهو اهم آهي اڀياس ۾ ڏنل مثال سمجهي پاڻ ٻيا مثال تيار ڪريو. هن درسي ڪتاب ۾ وڌيڪ سطح وارا مثال تاري- نشان وسيلي ڏيکاريل آهن. چوڪنڊن ۾ ڏنل مسودو، اڳتي اڀياس لاءِ ڏاڍو ڪمائتو آهي.

پهرين کان وٺي سڪيل حساب، توهان کي اڳتي لڳاتار اِستعمال ڪرڻا آهن مثال جوڙ، ڪٽ، ضرب ونڊ، اهي توهان کي ڪڏهن بہ وسارڻا نہ آهن - برابر نہ -

اِنهن جو اڀياس ڪريو. اِهي سڀ ڪريائون مثال حل ڪرڻ وقت ڪيترائي دفعا ڪرڻيون پونديون آهن.

ستين درجي جي حسابن جي ڪتاب ۾ ڪيترين ئي بنيادي ويچار-ڌارائون ڏنل آهن. اُنهن کي چڱيءَ طرح سمجهڻ سان اڳتي درجن ۾ حساب سمجهڻ ڏاڍا سولا ٿيندا. هلو - چڱو هاڻي - هي ڪتاب، حساب سمجهائڻ ۾ توهان دوست ٿئي ٿو يا نہ - اُهو ڏسو.

(ڊاڪٽر سُنيل مگر)
سنچالڪ
مهاراشٽر راجيہ پاٺيہ پُستڪ
نرمتي و اڀياسڪرم سنشوڌن منڊل پڻي.

پڻي :
تاريخ : ۲۸ مارچ ۲۰۱۷
ڀارتيہ سوريہ تاريخ : ۷ چيٽ ۱۹۳۹

درجو ستون - حساب علمي حاصلات

سکڻ سيکارڻ ۾ پڊايل تعليمي ترتيب

سکڻ- سيکارڻ جي ڪريا ۾ شخصي/جوڙو/گروپ ۾ مشغولي ڪرائڻ.

ڏنل حوالي موجب سچا انگي عدد، انُهن مٿان ضرب ۽ ونڊ جا قائدا جاچڻ اِهي عددي-ليڪ يا اَڏاوت جي مدد سان ڪرڻ :

مثال 3x2=6

3x1=3

3x0=0

3x(-1)=-3

3x(-2)=-6

اِهو عدد 1 ڪان گهٽ آهي

اِهو عدد 3 ڪان گهٽ ٿيو.

مطلب واڌو سچي انگ سان ڪاٽو سچو انگي عدد ضرب ڪرڻ سان ڪاٽو سچو انگي عدد ملي ٿو.

مطلب 3x(-3)=-9

مثال :

(a) 1/4 x 1/2 اِهو 1/2 x جو 1/4= 1/8

(b) 1/2 ÷1/4 اِهو (1/2 ۾ 1/4)

روزاني وهنوار جا مثال ڇڏائڻ لاءِ چتر ڪيدي يا ڪاغذ جا موڙ ڪري اٽپور عددن ۾ ضرب ۽ ونڊ ڏيکارڻ.

- وڻ جي ڏهه سچا هڪ ياڱي ۽ ميٽر ساڄي پاسي يا پندرهن سچا ۽ ياڱي تي ميٽر کابي پاسي: اَهڙا عدد اُبتڙ پاسي ڪٽي اٽپور عددن بابت ضرورت لاءِ حالتن جي چرچا ڪرڻ.
- ساڳيو عدد هر گهڙي ضرب ڪرڻ بدران، اُن جو ننڍو روپ ڻاهڻ مثال $2x2x2x2x2x2=2^6$
- ڦير ۽ اِستر عدد اِنهن ڪي هلائڻ ۽ جدا جدا ڪريائون اِستعمال ڪرڻ جدا حالتن ۾ آلجبرا پد تيار ڪرڻ.
- مساوت تيار ڪرڻ لاءِ روزاني زندگيءَ جا مثال ڪم آڻڻ ۽ مساوت جا ٻئي پاسا ساڳيا ڪري ملھ لهڻ.
- ساڳئي قسم جون شيون جوڙ/ ڪٽ ڪرڻ لاءِ عام مثال ڪم آڻڻ. مثال 3 ڪاپيون 5 ڪاپيون ملائڻ سان گهٽيون ڪاپيون ٿينديون.
- ريشو ۽ سيکڙو اِهاويچارڈارا سمجهائڻ (برابر- ريشو)
- نفعو- نقصان، سادو وياج، انهن تي روزمره جا مثال، سيکڙي جو اِستعمال ريشي جو اِستعمال.
- عام نوڪي ٽبڪي وارين ڪندن جا مثال سمجهائڻ (ڪئنچي، رستن جو جوڙ X ۽ T اکر وغيره)

علمي حاصلات

شاگردن لاءِ

07.71.01	ٻن سچن عددي انگن ۾ ضرب ۽ ونڊ.
07.71.02	اٽپور عددن ۾ ضرب ۽ ونڊ مثال $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ مطلب $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ ساڱي نموني $\frac{1}{4} \div \frac{1}{2}$ مطلب $\frac{1}{2}$ ۾ $\frac{1}{4}$ ڪيترا دفعا.
07.71.03	ڏهائي اَٽپورن ۾ ضرب ۽ ونڊ.
07.71.04	منتق عددن جو لاڳاپو هوندڙ روزاني زندگيءَ جا سوال ڇڏائڻ .
07.71.05	وڏن عددن ۾ ضرب ۽ ونڊ ڪرڻ لاءِ قوت نمائون ڪم آڻڻ.
07.71.06	روزاني زندگي جا مثال ڪٽي، مساوتون ڻاهڻ ۽ حل ڪرڻ.
07.71.07	آلجبرا ڪالڪ- جوڙ ۽ ڪٽ
07.71.08	ريشي ۾ يا بنا ريشي (عدد) سڃاڻڻ. مثال $\frac{15}{45}$ ۽ $\frac{40}{120}$ اِهي عدد ساڳيا آهن ڇا مطلب 15 ,45 ,40 ۽ 120اِهي پروپورشن ۾ آهن ڇا.
07.71.09	ڏهائي اَٽپور ۽ سادن اَٽپور جي بدل - سدل
07.71.10	خاصيتن جي آڌار تي ليڪي جوڙ، پورڪ، تتمهه، پرواريون ڪندون ۽ اُبتڙ ڪندون اِنهن جي ورهاست ڪرڻ. هرهڪ جوڙي ۾ هڪ ماپ ڏنل آهي تہ ٻي ڪند جي ماپ مقرر ڪرڻ.
07.71.11	ٽڪنڊي جون ٻہ ڪندون مليل آهن. ٽين ڪند جي ماپ لهڻ.
07.71.12	چورس ۽ مستطيل شڪل جي ايراضي لهڻ.
07.71.13	روزاني وهنوار جي آزمودن مان حاصل ڪيل ڄاڻ جو مڌيان لهڻ.
07.71.14	ڪالم گراف تي ڄاڻ لکڻ. مثال اونهاري جي ييت ۾ ٽڌ ۾ بجلي جو واهپو گهٽ، پهرين ڏهن چڪن ۾ هڪ ٽيم جون ڪيل رنسون.
07.71.15	ٽڪنڊي ۾ ڪند آڏي ۽ پاسي تي عمود ڪيڻ.
07.71.16	پاسا ۽ ڪندون ڏنل تہ ٽڪنڊو ڪيڻ.
07.71.17	ڪند، تڪر ۽ گول جي هڪ جهڙائي سمجهڻ.
07.71.18	مفرد جزا ڇڏائي ن.ع.پ.اُ ۽ و.ع.و لهڻ.

سکڻ سيکارڻ ۾ ٻڌايل تعليمي ترتيب	علمي حاصلات
• ڪنڊن جا جوڙا - اُنهن جون شڪليون ڪيئي جدا جدا خاصيتيون سمجهڻ. • جدا جدا ڪنڊن جي جوڙن ۾ لاڳاپو سمجهڻ، ٽڪنڊي جون ڪنڊون ۽ اُنهن جي پاسن وچم لاڳاپو سمجهڻ اِن لاءِ حساب جا ساڌن ڪم آڻڻ. • جدا جدا ٽڪنڊا ڪيڻ ۽ اُنهن جون ڪنڊون ماپي جاچ ڪرڻ. • ٽڪنڊي جي ٻاهرين ڪنڊ جون خاصيتون سمجهڻ ۽ پائٿا گورس سڌيان سمجهڻ. • پهريائين نهڪڻ جو نتيجو ڪيڻ ۽ پوءِ هڪ ٻئي مٿان رکي نهڪڻ سمجهڻ. • ڪمپاس ۽ ڦٽيءَ جي مدد سان ٽڪنڊا ڪيڻ. • حاصل ڪيل ڄاڻ جي ڏيان لهڻ. ڄاڻ کي خاڪي ۾ ورهائڻ. • حاصل ڪيل ڄاڻ مان اَڳتي بابت نتيجو ڪيڻ. • ٽڪنڊي جي ٻن پاسن جو جوڙ ٽئين پاسي کان وڏيڪ هوندو آهي. اِها خاصيت سمجهڻ.	07.71.19 ٽڪنڊي جون ٻاهريون ڪنڊون سڃاڻڻ. 07.71.20 گهٽڪنڊي جي اَندرين ڪنڊن جي جوڙ لاءِ فارمولا تيار ڪرڻ. 07.71.21 جزا لهي (مفرد) ٻيو مول لهڻ. 07.71.22 ڏنل ڄاڻ تي ڪالم گراف ڪيڻ ۽ پڙهڻ. 07.71.23 پائيواري جا مثال سمجهڻ. 07.71.24 گول جي گرد ماپ فارمولا سمجهڻ ۽ اِستعمال ڪرڻ. 07.71.25 گول ۾ ننڍي ڪمان، وڏي ڪمان، سڃاڻڻ. 07.71.26 ٽڪنڊي جي ايراضي فارمولا تيار ڪرڻ. 07.71.27 ڪعب ۽ مستطيل بلاڪ جا مٿاچڙا ڪيڻ. 07.71.28 پائٿاگورس سڌيان اِستعمال ڪرڻ ۽ گوني ڪنڊ ٽڪنڊي جا پاسا لهڻ. 07.71.29 وستار ڪرڻ. 07.71.30 ٻہ پدي جو وستار ڪرڻ. 07.71.31 ٻہ پدي جا جزا لهڻ.

اَڏياپڪن لاءِ مُدا

درجي ستين ۾ درسي ڪتاب وشيہ حساب جو سٺي نموني اِستعمال لازمي آهي اهو ڪلاس ۾ سوال- جواب، عملي ڪم، بحث - مباحث، شاگردن جو گفتگو اِنهن علحدن ماڌيمن وسيلي ڪتاب ڪمائنتو بڻائي سگهجي ٿو. اِنڪري درسي ڪتاب کي چڱيءَ طرح پڙهيو وڃي. درسي ڪتاب ۾ اسانجي پسگردائي، جاگرافي، وگيان، ارٿ - شاستر اِنهن سڀني وشين جو حساب سان ميل - ميلاپ ڏيکاريو ويو آهي. اهڙن انيڪ وشين ۾ حسابن جون ويچارڌارائون ڪارگر هونديون آهن، اهو اڏياپڪ ٻارن کي ڏيکارين. اِن مان حسابن جو وهنوار ۾ ڪيترو واهپو آهي، اهو ظاهر ٿيندو. ساڳئي وقت حسابن جي اهميت شاگرد سمجهندا. حسابن جون ويچار ڌارائون اَڀياس ۾ ڏنل مثالن تي اڏياپڪ نوان مثال تيار ڪن ۽ شاگردن کي حل ڪرڻ لاءِ ڏين ساڳئي وقت شاگرد ٻہ پاڻ نوان مثال تيار ڪن. اڏياپڪ شاگردن کي همٿائيندا.

شاگرد ٻہ خاص سطح جا حساب تاري- نشان وسيلي ڏيکاريل آهن. 'وڌيڪ ڄاڻ لاءِ' اِن سري زير ٿوري ڄاڻ ڏنل آهي. جيڪا شاگردن کي اڳتي درجن ۾ حساب سکڻ ۾ مددگار ٿيندي.

فهرست

پاڱو پهريون

1. جاميٽريءَ جا جوڙجڪ .... 1 کان 10
2. سڄن -انگي عددن ضرب ۽ ونڊ .... 11 کان 14
3. و.عا.و ۽ ن.عا.پ.اُ .... 15 کان 23
4. ڪنڊون ۽ ڪنڊن جا جوڙا .... 24 کان 33
5. منتق عدد ۽ اُنهن مٿان ڪارروايون .... 34 کان 42
6. قوت نمائون .... 43 کان 50
7. گڏيل ڪالم گراف. .... 51 کان 54
8. آلجبرا جا ڪالڪ ۽ اُنهن تي ڪارروايون .... 55 کان 60

گڏيل اڀياس 1 .... 61 کان 62

پاڱو ٻيون

9. سڌي نسبت ۽ اُبتي نسبت .... 63 کان 68
10. بئنڪ ۽ سادو وياج .... 69 کان 74
11. گول .... 75 کان 79
12. گرد ماپ ۽ ايراضي .... 80 کان 86
13. پائٿاگورس جو سڌيان .... 87 کان 90
14. آلجبرا جون فارمولائون - وستار .... 91 کان 94
15. عدد-شاستر .... 95 کان 99

گڏيل اڀياس 2 100

جواب .... 101 کان 104

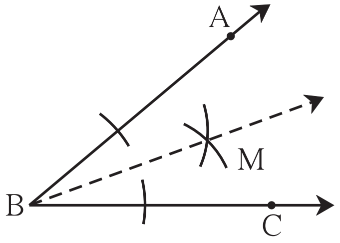
جاميٽريءَ جا جوڙجڪ

پاڳو پھريون

ذرا ياد ڪريو

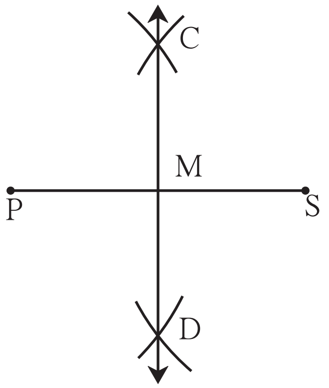
- اسان گذريل درجي ۾ ٽڪرڪنڊ، ڪنڊ -آڏڪ وغيرھ ايپاس ڪيو آھي. اسان ڪنڊ جي ماپ ڏگرين ۾ ماپيندا آھيون. ∠**ABC** جي ماپ °**40** ھوندي اُھا چاڻ اسان $m\angle ABC = 40^\circ$ ائين لکنداسين.

ڪنڊ -اڏڪ (Angle bisector)



پرواري شڪل ۾ ∠**ABC**، ڏنل آھي ڪنڊ-اڏڪ ڪنڊ کي پورن ٻن حصن ۾ ورھائي ٿو. ڇا ڪرڻو **BM** اھو ∠**ABC** جو اڏڪ آھي ڇا؟

ليڪ ٽڪرجو عمودي اڏڪ (Perpendicular bisector of a line segment)



4 س.م. ڊيگھہ وارو ھڪ ليڪ - ٽڪر **PS** ڪيو ۽ اُن جو عمودي اڏڪ ڪيو اُن کي ليڪ CD نالو ڏيو.

- ليڪ CD، عمودي اڏڪ آھي، اھو جاچڻ لاءِ ڇا ڪبو؟

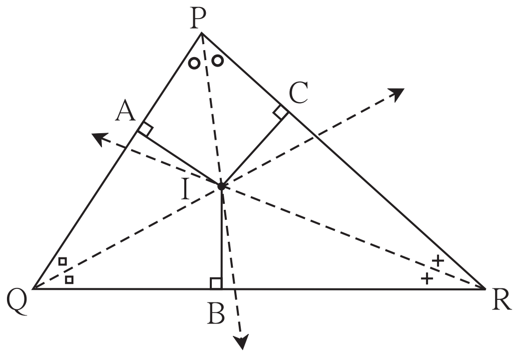
$m\angle CMS = \square^\circ$

- $l(PM) = l(SM)$

چاڻي وٺون

ٽڪنڊي جي ڪنڊ اڏڪن جون خاصيتون

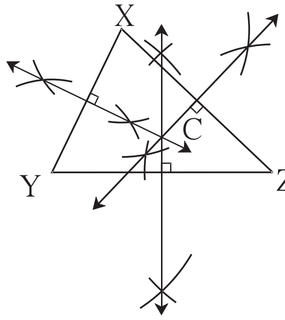
مشغولي :

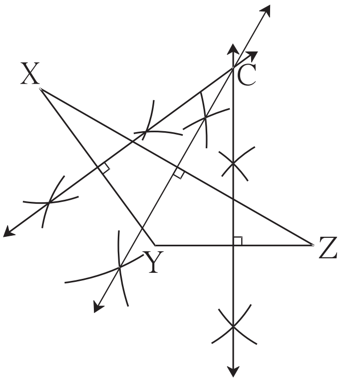


1. ΔPQR ڪنھن بہ ماپ جو ڪيو
2. ڪمپاس جي مدد سان ٽڪنڊي جي ٽنھي ڪنڊن جا اڏڪ ڪيو.(ٽڪنڊي جا ٽيئي ڪنڊ اڏڪ، اڳتي وڌائڻ سان ھڪ ھم-چيدي ٽٻڪي وٽ ملندا آھن)
3. اھي ٽيئي ڪنڊ -اڏڪ ھڪ ئي ٽٻڪي وٽ ڪپين ٿا، يعني اُھي ھم ڏاري آھن. اھو ڏيان ۾ رکو. اُنھن جي ڪپيندڙ ٽٻڪي کي **I** نالو ڏيو
4. ٽڪنڊي ۾ **I** کان ٽڪنڊي جي ٽنھي پاسن **PQ**، **QR** ۽ **PR** تي سلسيلوار **IA**، **IB**، **IC** عمود ڪيو. اھي ٽيئي عمود ماپيو ڇا ٽو نظراچي؟ **IC = IB = IA** جو آزمودو وٺو.

ٽڪنڊي جي پاسن جي عمودي-اڌڪن جون خاصيتون

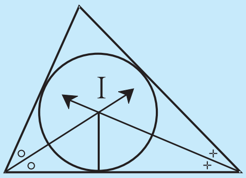
مشغولي



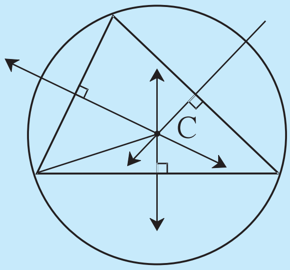


1. پٽي جي مدد سان هڪ سوڙهي ڪنڊ ٽڪنڊو ۽ هڪ ويڪري ڪنڊ ٽڪنڊو ڪيو. ڪمپاس جي مدد سان هرهڪ ٽڪنڊي جي پاسن جا عمودي اڌ ڪيو.
2. هرهڪ ٽڪنڊي جا عمود-اڌ هڪ ئي ٽپڪي تي ڪپيندڙ آهن ڇا اهو جاچيو :
3. ٽُڪنڊي جي پاسن جا عمودي اڌ جنهن ٽپڪي وٽ پاڻ ۾ملن ٿا اُن کي نالو ڏيو C ٽپڪي کان نوڪي ٽپڪي تائين مفاصلو ماپيو. ڇا تو نظر اچي؟ CX = CY = CZ اهو آزمودو وٺو.
4. عمودي-اڌڪن جو هم چيدي ٽپڪو ڪئي آهي، ان جي چڪاس ڪريو.

وڌيڪ ڄاڻ لاءِ



1) ٽڪنڊي جا ڪنڊ اڌڪ عام ٽپڪي وٽ ڪپيندڙ (هم چيدي) يعني هم ڏاري ليڪون (Concurrent) آهن. اُنهن جي هم چيدي ٽپڪي کي I ارد مرڪز (Incentre) چئبو آهي اهو I اکر وسيلي ڏيکاريل آهي.



2) ٽڪنڊي جي پاسن جا عمودي اڌڪ عام ٽپڪي وٽ ڪپيندڙ (هم چيدي) آهن. اُنهن جي هم چيدي ٽپڪي کي گرد مرڪز (Circumcentre) چئبو آهي. اهو C اکر وسيلي ڏيکاريل آهي.

اپياس 1

1) هيٺ ڏنل ماپن جا ليڪ ٽُڪر ڪيو ۽ اُنهن جا عمودي اڌ ڪيو.
(1) 5.3 س.م. (2) 6.7 س.م. (3) 3.8 س.م.

2) هيٺ ڏنل ماپن جون ڪندون ڪيو ۽ اُنهن جا اڌ ڪيو.
(1) 105° (2) 55° (3) 90°

3) هڪ ويڪري ڪنڊ ٽڪنڊو ۽ هڪ گوني ڪنڊ ٽڪنڊو ڪيو. هرهڪ ٽڪنڊي جا ڪنڊ -اڌ ڪيو هرهڪ ٽڪنڊي ۾ڪنڊ-اڌڪن جو هم چيدي ٽپڪو ڪيو. اُنهن جو هم-چيدي ٽپڪو ڪٿي آهي؟

4) هڪ گوني ڪنڊ ٽڪنڊو ڪيو. اُن جي پاسن جا عمودي -اڌ ڪيو. اُنهن جو هم چيدي ٽپڪو ڪٿي آهي؟

*5) مٿئلي پيٽر ۽ سلما، اهي ٽيئي هڪ شهر جي جدا جدا جڳهين تي رهندا آهن اُنهن جي گهرڪان ساڳئي مفاصلي تي هڪ دڪان آهي اهو شڪل جي مدد سان ڏيکارڻ لاءِ جاميٽري ۾ جو ڪهڙو جوڙجڪ استعمال ڪبو؟ سمجهائي ڏيو.

چاڪي وٺون

ٽڪنڊي جو جوڙجڪ

مشغولي ڪجهه ڪنڊن ۽ پاسن جون ماپون ملڻ سان ڇا ٽڪنڊو ڪڍي سگهبو؟

$\triangle$ABC ڪيو جنهن ۾ l (AB) = 4س.م.
l(BC) =3س.م.

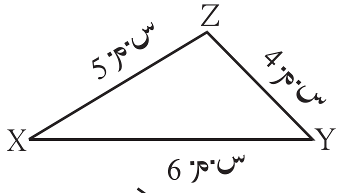
- اهڙو ٽڪنڊو ڪيڏي سگهبو ڇا؟
- ان شرط تي ته ڪيترائي ٽڪنڊا ڪيڏي سگهبا. اهو آزمودو وٺو.
- ملندڙ ڄاڻ تي صرف هڪ ئي ٽڪنڊو ڪيڏي سگهجي ان لاءِ اڃا ٻي ڄاڻ ڪهڙو ضروري آهي؟

ڪنهن به عمارت ٺهرائڻ کان -اڳواٽ، اُن عمارت جي رچنا سڀ کان پهريائين ڪاغذ مٿان ڪيڏي ويندي آهي. اُن عمارت جي ننڍي شڪل ڏسڻ سان ئي، اُنهن جي ليڪن جي آڌار تي عمارت ٺهرائي سگهبي. ساڳئي نموني جاميٽري جي ڪنهن به جوڙجڪ لاءِ پهريان هڪ ڪچي شڪل تيار ڪبي ته اُهو جوڙجڪ ڪيڻ ۾ مدد ملندي. جوڙجڪ ۾ڪاروائيءَ جو سلسلو مقرر ٿئي ٿو.

1) ٽڪنڊي جي ٽنهي پاسن جي ڊيگهه ملڻ تي ٽڪنڊو ڪيڻ

مثال : $\triangle$XYZ ڪيو جنهن ۾ l(XY) = 6 س.م. l(YZ) = 4 س.م. l (XZ) = 5 س.م.
ڏنل ڄاڻ موجب اندازي سان مناسب ڪچي شڪل ڪيڏي سگهجي ٿي. مثال ۾ XY جي ڊيگهه سيني کان وڏي آهي. انڪري ڪچي شڪل ۾اهو پايو ڏيکاريو.

انڪري ڪچي شڪل ۾اهو پايو ڏيکاريو.

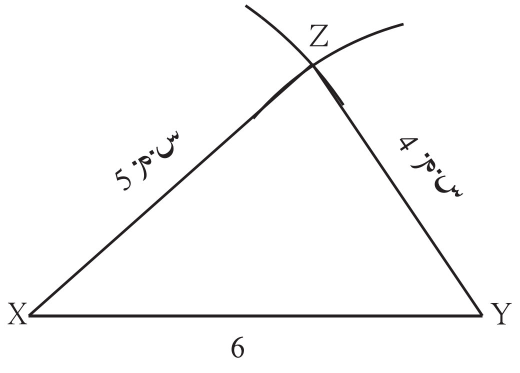


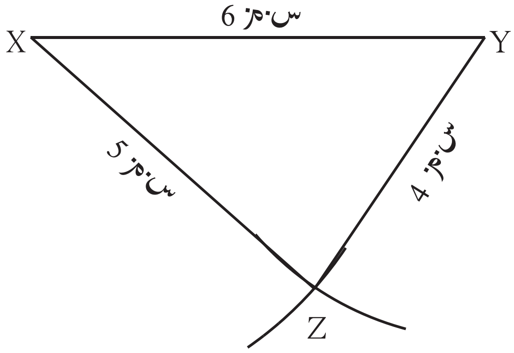
1) ڪچي شڪل ۾ٽڪر XY اهو 6 س.م. ڊيگهه جو پايو ڪنيل آهي.

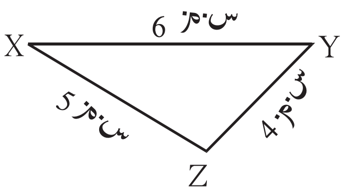
2) ٽڪر XZ جي ڊيگهه 5 س.م. آهي. ڪمپاس ۾5 س.م مفاصلو ڪٽي، ڪمپاس جي لوهي نوڪ X مٿان رکي XY جي هڪ پاسي هڪ ڪمان ڪيڏي.

3) ڪمپاس ۾4 س.م. مفاصلو ڪٽي، لوهي نوڪ Y مٿان رکي اڳ نڪتل ڪمان کي ڪپيندڙ ڪمان ڪيڏي اُن عام ٽپڪي کي Z نالو ڏنو. ٽڪر XZ ۽ ٽڪر YZ ڪيڏيا.

پايي جي ٻئي پاسي ڪمان ڪيڏي ٽڪنڊي جو جوڙجڪ ڏيکاريل آهي.







1) هيٺ ڏنل ماپن موجب چوڪنڊا ڪيو.

(a) $\triangle ABC$ ۾ $l(AB) = 5.5$ س.م.

$l(BC) = 4.2$ س.م، $l(AC) = 3.5$ س.م.

(b) $\triangle STU$ ۾ $l(ST) = 7$ س.م، $l(TU) = 4$ س.م، $l(SU) = 5$ س.م.

(c) $\triangle PQR$ ۾ $l(PQ) = 6$ س.م.

$l(QR) = 3.8$ س.م، $l(PR) = 4.5$ س.م.

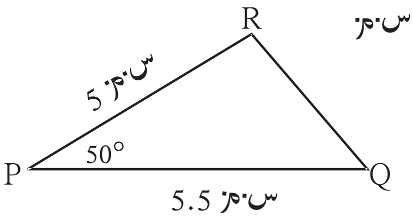
2) پايو 5 س.م. ۽ ٻچيل هرهڪ پاسي جي ڊيگهه 3.5 س م ڪٽي هڪ ٻپورپاسو ٽڪنڊو ڪيو

3) 6.5 س.م. پاسو ڪٽي هڪ ٽپور- پاسو ٽڪنڊو ڪيو.

4) توهان پاڻ ماپون ڪڍو. هڪ ٽپورپاسو ٽڪنڊو، هڪ ٻپورپاسو ٽڪنڊو ۽ هڪ اڻ پور پاسو ٽڪنڊو ڪيو.

(II) ٽڪنڊي ۾ ٻه پاسا ۽ انهن ۾ سمايل ڪنڊ ملڻ تي ٽڪنڊو ڪيڻ

مثال $\triangle PQR$ ڪيو جنهن ۾ $l(PQ) = 5.5$ س.م، $M\angle P=50^\circ$، $l(PR) = 5$ س.م. (ڪچي شڪل ڪيڏي، اُن ۾ مليل ڄاڻ ڏيکاريل آهي $\angle P$ سوڙهي ڪنڊ آهي. انڪري اُها ڪچي شڪل ۾ ساڳئي نموني ڏيکاريل آهي.)

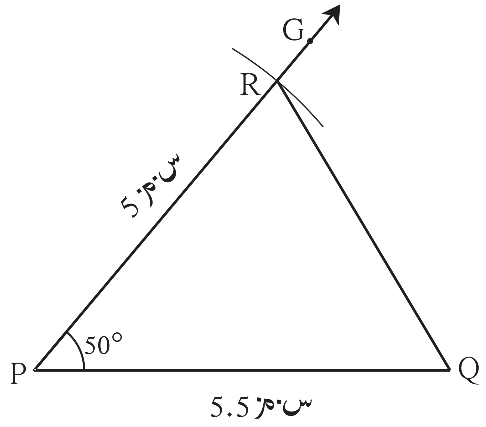


شڪل ڪيڻ جا ڏاڪا

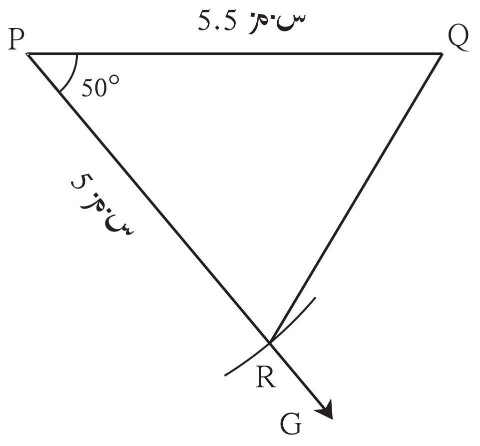
1) ڪچي شڪل ۾ ڏيکاريل ٽڪر PQ اهو 5.5 س.م. جو پايو ڪنيو.

2) ڪرڙو PQ ڪڍيو جيئن $m\angle GPQ = 50$ هجي.

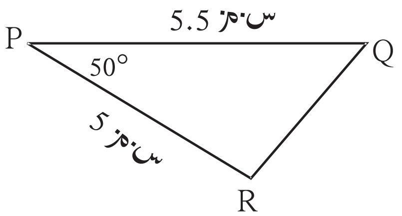
3) ڪمپاس ۾ 5 س.م. مفاصلو ڪٽي، اُن جي لوهي نوڪ P وٽ رکي ڪرڙي PQ کي ڪپيندڙ ڪمان ڪڍي اُن عام ٽٻڪي کي R نالو ڏنو. ٽٻڪي Q کي ٽٻڪي R سان جوڙيو. $\triangle PQR$ مناسب ٽڪنڊو تيار ٿيو.



ڪرڙو PG اهو ٽڪر PQ جي ٻئي پاسي ڪڍي سگهبو آهي هاڻي ڪچي شڪل اُن نموني ڪڍو اُن جهڙو $\triangle PQR$ تيار ڪيو.



ڪچي شڪل



اڀياس 3

⦿ هيٺ ڏنل ماپن موجب ٽڪنڊا ڪيو

1) $\triangle MAT$ ۾ $l(MA) = 5.2$ س.م.، $m\angle A = 80^\circ$، $l(AT) = 6$ س.م.

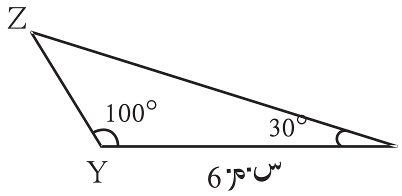
2) $\triangle NTS$ ۾ $m\angle T = 40^\circ$، $l(NT) = l(TS) = 5$ س.م.

3) $\triangle FUN$، $l(FU) = 5$ س.م.، $l(UN) = 4.6$ س.م.، $m\angle U = 110^\circ$

4) $\triangle PRS$ ۾ $l(RS) = 5.5$ س.م.، $l(RP) = 4.2$ س.م.، $m\angle R = 90^\circ$

(III) ٻہ ڪنڊون ۽ انهن ۾ سمايل پاسي جي ڏيگهہ ملڻ تي ٽڪنڊو ڪڍڻ

مثال $\triangle XYZ$ ڪڍو جنهن ۾ $l(XY) = 6$ س.م.، $m\angle ZXY = 30^\circ$، $m\ XYZ = 100^\circ$ اهو ويڪري ڪنڊ ٽڪنڊو آهي اهڙي نموني ڪچي شڪل ڏيکاريل آهي.



ڪچي شڪل

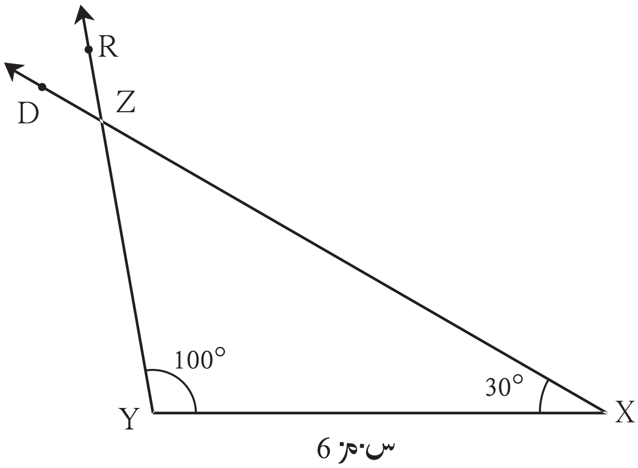
شڪل ڪڍڻ لاءِ ڏاڪا

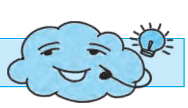
1) ڪچي شڪل موجب ٽڪر XY اهو 6 س.م. پايو ڪنيو.

2) ڪرڙو YR اهڙي نموني ڪڍيو جيئن $m\angle XYR = 100^\circ$

3) ٽڪر XY جي جنهن پاسي ٽٻڪو R آهي، انُ پاسي ڪرڙو XD اهڙي نموني ڪڍيو جيئن $m\angle YXD = 30^\circ$، YR ۽ XD ڪرڙن جي ڪپيندڙ ٽٻڪي کي Z نالو ڏنو. $\triangle XYZ$ اهو مناسب ٽڪنڊو تيار ٿيو.

4) پايي جي ٻئي پاسي بہ اهڙو ٽڪنڊو ڪڍي سگهجي ٿو. ان جو آزمودو وٺو





ذرا دماغ لڳايو

مثال : $\triangle ABC$ ۾ $m\angle A = 60$، $m\angle B = 40$ ۽ $l(AC) = 6$ س.م. آهي ڇا توهان ٽڪنڊو ڪڍي سگهو ٿا ڇا؟ ٽڪنڊي ڪڍڻ لاءِ اڃا وڌيڪ ڪهڙي ڄاڻ گهربل آهي؟ انُ ڄاڻ حاصل ڪرڻ لاءِ ڪهڙي خاصيت ڪم ايندي؟ ڪچي شڪل ڪڍي، اُها لهو.

ٽڪنڊي جي ٽنهي ڪنڊن جي ماپن جي جوڙ واري خاصيت ياد ڪريو اها خاصيت ڪم آئي ۾ AC کي سمائيندڙ $\angle A$ ۽ $\angle C$ ڪنڊن جون ماپون ملنديون ڇا؟

اڀياس 4

⊙ هيٺ ڏنل ماپن موجب ٽڪنڊا ڪڍو

1) $\triangle SAT$ ۾ $l(AT) = 6.4$ س.م
$m\angle A = 45°$ $m\angle T = 105°$

2) $\triangle MNP$ ۾ $l(NP) = 5.2$ س.م،
$m\angle N = 70°$، $m\angle P = 40°$

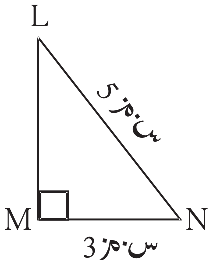
3) $\triangle EFG$ ۾ $l(EG) = 6$ س.م
$m\angle F = 65°$، $m\angle G = 45°$

4) $\triangle XYZ$ ۾ $l(XY) = 73$ س.م،
$m\angle X = 34°$، $m\angle Y = 95°$

(IV) هئپاٽينيوز ۽ هڪ پاسي جي ڏيگھه ملڻ تي ڳوني ڪنڊ ٽڪنڊو ڪڍڻ

ٽڪنڊي ۾ هڪ ڪنڊ ڳوني هوندي آهي ته اُن کي ڳوني ڪنڊ ٽڪنڊو چئبو آهي. اها اسان کي ڄاڻ آهي اهڙي ٽڪنڊي ۾ ڳوني ڪنڊ جي سامهون واري پاسي کي هئپاٽينيوز چئبو آهي.

مثال $\triangle LMN$ ڪڍو جنهن ۾ $m\angle LMN = 90°$ هئپاٽينيوز 5 س.م، $l(MN) = 3$ س.م

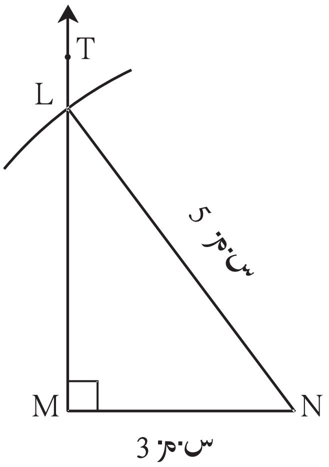


ڏنل ڄاڻ موجب ڪچي شڪل ڪڍو

ڪچي شڪل

$m\angle LMN = 90°$ انڪري ڳوني ڪنڊ ٽڪنڊو ڪڍيل آهي ۽ ڳوني ڪنڊ جي نشاني ڏيکاريل آهي. يعني ڏنل ڄاڻ موجب ڪچي شڪل ڪڍي

پڪي شڪل ڪڍڻ جا ڏاڪا.



1) ڪچي شڪل موجب ٽڪر MN اهو پايو 3 س.م. جو ڪڍيو.

2) انڪر MN جي M ٽپڪي وٽ 90° جي ماپ جو ڪرڙو MT ڪڍيو.

3) ڪمپاس ۾ 5 س.م. مفاصلو ڪٽي، لوهي نوڪ N وٽ رکي ڪرڙي MT کي ڪپيندڙ ڪمان ڪڍي. ان عام ٽپڪي کي L نالو ڏنو.

4) پايي جي ٻئي پاسي به اهڙو ٽڪنڊو ڪڍي سگھبو، اهو ڌيان ۾ رکو.

اڀياس 5

هيٺ ڏنل ماپن جي آڌار تي ٽڪنڊا ڪيو.

1) $\triangle MAN$، ۾ $m\angle MAN = 90°$ س.م
$l(AN) = 8$ س.م، $l(MN) = 10$ س.م

2) ڳوني ڪنڊ ٽڪنڊي $\triangle STU$ ۾ هئپاٽينيوز $SU =$ 5 س.م ۽ $l(ST) = 4$ س.م

3) $\triangle ABC$ ۾ $l(AC) = 7.5$ س.م
$m\angle ABC = 90°$، $l(BC) = 5.5$ س.م،

4) $\triangle PQR$ ۾ $l(PQ) = 4.5$ س.م،
$l(QR) = 11.7$ س.م، $m\angle PQR = 90°$ س.م

5) شاگردن کان ٽڪنڊن جي جوڙجڪ لاءِ جدا جدا مثال تيار ڪرائي، اڀياس ڪرايو.

عملي ڪم

هيٺ ڏنل چار موجب ٽڪنڊا ڪڍڻ جي ڪوشش ڪريو

1) $\triangle ABC$ ۾ $m\angle A = 85$، $m\angle B = 115°$، $l(AB) = 5$ س.م.

2) $\triangle PQR$ ۾ $l(QR) = 2$ س.م.، $l(PR) = 2$ س.م.، $l(PQ) = 4$ س.م.

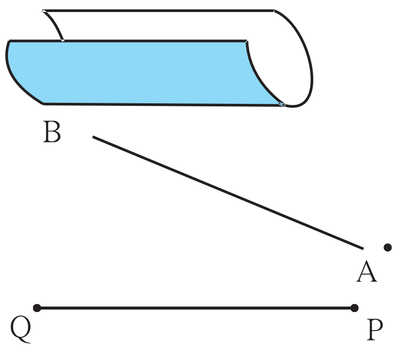
مٿي ڏنل ٽڪنڊا توهان ڪيئي سگهو ٿا ڇا؟ نه ڪيڻ جي حالت ۾ اُن مڪارڻ ڳولهيو.

وڌيڪ ڄاڻ لاءِ :

مثال ABC ڪيو جنهن ۾ $l(BC) = 8$ س.م.، $l(CA) = 6$ س.م.، $m\angle ABC = 40°$، $l(BC) = 8$ س.م سان پايي تي 40° جي ڪنڊ وارو ڪرڻو ڪيو. اُن مٿان $l(AC) = 6$ س.م هجي ته اهڙا A لاءِ به ٽپڪا ملن ٿا. اهو ڪمپاس جي مدد سان آزمودو ڪيو يعني ڏنل چاڻ موجب به جدا جدا شڪل جا ٽڪنڊا ملندا. ٽڪنڊي جون ٽيئي ڪنڊون مليل هجن I ۽ هڪ پاسو مليل هجي ته ٽڪنڊو ڪيئي سگهبو؟ اهڙا گهڻا ٽڪنڊا ڪيئي سگهبا؟

چاڻي وٺون

ليڪ - ٽڪرن جو نهڪڻ (Congruence of segments)



عملي ڪم I : (I) هڪ مستطيل شڪل جو ڪاغذ ڪٽو ان ڪاغذ جا آمهون سامهون پاسا پاڻ ۾ ملايو. اُهي هڪ ٻئي سان پوري طرح ملي اچن ٿا. اهو آزمودو وٺو. فوٽ پٽيءَ جي مدد سان ٽڪر AB جي ڊيگهه ماپيو ۽ ٽڪر PQ جي ڊيگهه ماپيو ۽ لکو

عملي ڪم II : ماپ پٽيءَ جي مدد سان AB جي ماپ لهو ۽ PQ جي ماپ لهو

$l(AB) =$ .... $l(PQ) =$ ....

ٽڪر AB ۽ ٽڪر PQ انهن ليڪ ٽڪرن جي ڊيگهه ساڳئي آهي ڇا؟ اُهي هڪ ٻئي مٿان پوريءَ طرح نه ٿا ملن. هڪ شفاف ڪاغذ AB مٿان رکي، اُن ڪاغذ مٿان ٽڪر AB جي ٽپڪن جي نالن سميت ٽڪر ڪڍيو. شفاف ڪاغذ تي مليل نئون ٽڪر PQ مٿان رکو A ٽپڪو P مٿان، B ٽپڪو Q مٿان نهڪي اچي ٿو اهو آزمودو وٺو.

ان مان اهو نتيجو نڪري ٿو جيڪڏهن ٻن ليڪ ٽڪرن جي ڊيگهه ساڳئي آهي ته اُهي ليڪ ٽڪر پاڻ ۾ پوريءَ طرح ملي اچن ٿا مطلب ته اهي نهڪندڙ آهن. ائين چئبو آهي جيڪڏهن ليڪ ٽڪر AB ۽ ليڪ ٽڪر PQ اهي نهڪندڙ آهن ۽ اُهي ٽڪر AB ≅ ٽڪر PQ ائين لکبو آهي.

اهو مان سمجهو

• جن مليل ليڪ ٽڪرن جي ڊيگهه ساڳئي هوندي، اُنهن ليڪ-ٽڪرن کي نهڪندڙ ليڪ ٽڪر چئبو آهي

❀ جيڪڏهن ٽڪر AB ≅ ٽڪر PQ ته ٽڪر PQ ≅ ٽڪر AB.

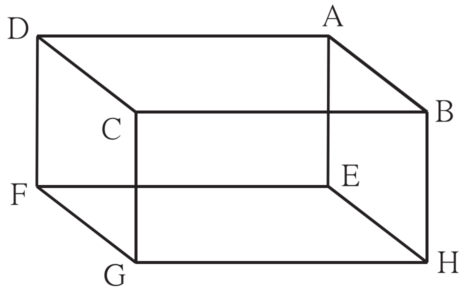
❀ جيڪڏهن ٽڪر AB ≅ ٽڪر PQ ۽ ٽڪر PQ ≅ ٽڪر MN ته ٽڪر AB ≅ ٽڪر MN

مطلب جيڪڏهن هڪ ليڪ ٽڪر ٻئي ليڪ ٽڪر سان ۽ ٻيو ليڪ ٽڪر ٽئين ليڪ ٽڪر سان نهڪندڙ آهي ته پهريون ليڪ ٽڪر ٽئين سان نهڪندڙ هوندو.

عملي ڪم I :

ڪوبہ هڪ ڪوڪٽو اُن جي هرهڪ ڪنارجي ڊيگهہ ماپيو ڪهڙيون ڪنارون هڪ ٻئي سان ٺهڪندڙ آهن. اهو ڏسو

عملي ڪم II : پرواري شڪل ۾ ٺهڪندڙ ليڪ ٽڪرن جا جوڙا لکو



1) ٽڪر AB ≅ ٽڪر DC

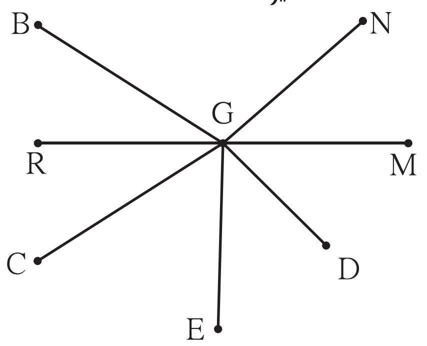
2) ٽڪر AE ≅ ٽڪر BH

3) ٽڪر EF ≅ ٽڪر....

4) ٽڪر DF ≅ ٽڪر....

اڀياس 6

1. هيٺ ڏنل شڪل ۾ ٺهڪندڙ ليڪ ٽڪرن جا جوڙا لکو.



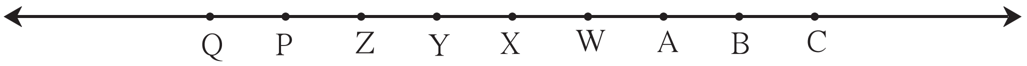
(i) ....

(ii) ....

(iii) ....

(iv) ....

2. هيٺ ڏنل ليڪ ۾ ڪن بہ ٻن لاڳيتن ٽٻڪن جي وچ ۾ ساڳيو مفاصلو آهي اُن موجب خال ڀريو



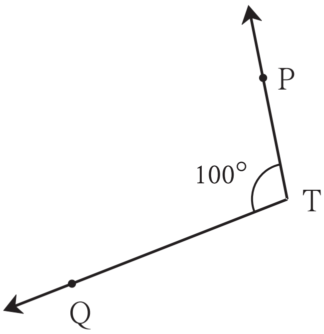
i) ٽڪر AB ≅ ٽڪر....... ii) ٽڪر AP ≅ ٽڪر....... iii) ٽڪر AC ≅ ....

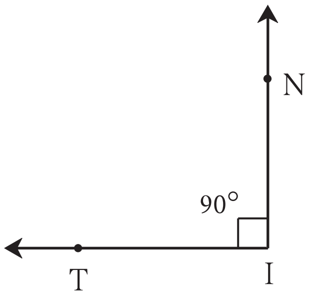
iv) ٽڪر..... ≅ ٽڪر BY v) ٽڪر ≅ ٽڪر YQ vi) ٽڪر BW ≅ ٽڪر.......

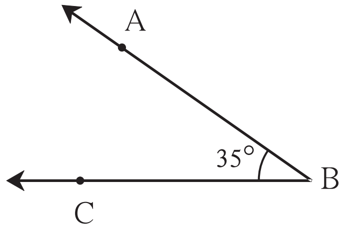
ڄاڻي وٺون

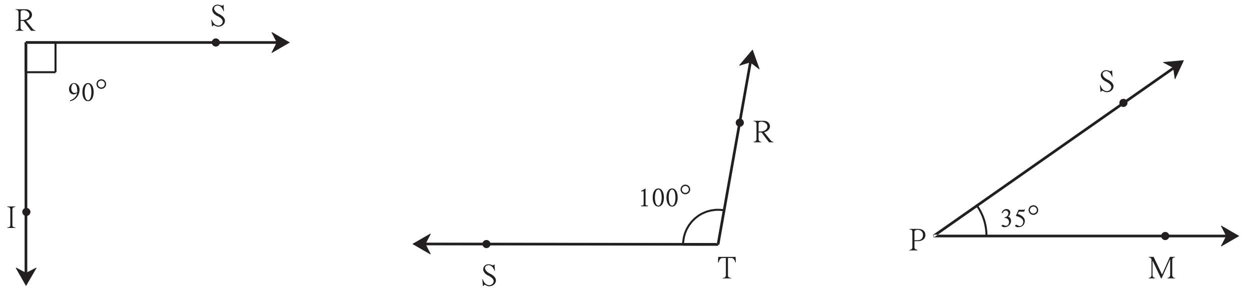
ڪنڊن جو ٺهڪڻ (Congruence of angles)

هيٺ ڏنل ڪنڊن جي چڪاس ڪري ساڳئي ماپ وارين ڪنڊن جا جوڙا لکو:

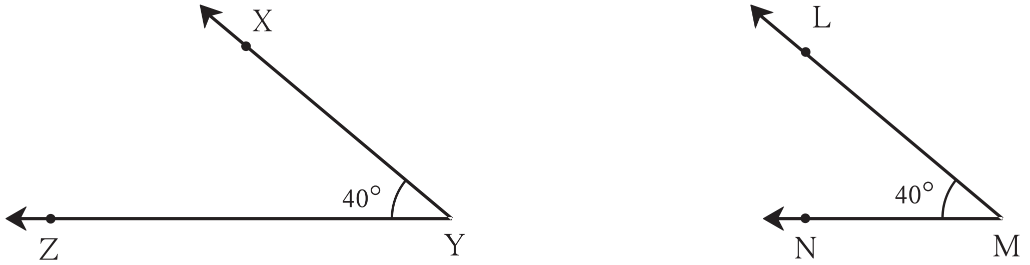








عملي ڪم



شڪل ۾ ڏيکاريل 40° واريون ∠LMN ۽ ∠XYZ ٻہ ڪندون ڪيو. هڪ شفاف ڪاغذ ڪٽي ∠LMN مٿان رکي شفاف ڪاغذ ڪٽي ∠XYZ مٿان رکو ٽپڪو M ٽپڪي Y مٿان، ڪرڙو MN ڪرڙي YZ مٿان رکو جاچيو تہ ڪرڙو ML، اهو ڪرڙي XY سان ملي ٿو، اهو آزمودو وٺو ان مان اهو سمجهہ ۾ ايندو تہ ساڳئي ماپ واريون ڪندون ٺهڪندڙ هونديون آهن. ڪندن جو ٺهڪڻ، پاسن جي ڊيگهہ تي مدار نہ رکندو آهي ڪندن جو ٺهڪڻ ڪندن جي ماپ مٿان مدار رکندو آهي. ∠LMN ۽ ∠XYZ ٺهڪندڙ آهن اهو ∠LMN ≅ ∠XYZ ائين لکبو

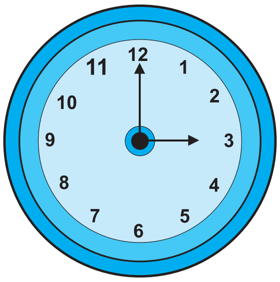
اهو مان سمجهو

- جن ڪندن جي ماپ ساڳئي هوندي آهي اُهي ٻہ ڪندون ٺهڪندڙ هونديون آهن.

جيڪڏهن ∠LMN ≅ ∠XYZ تہ ∠XYZ ≅ ∠LMN

جيڪڏهن ∠LMN ≅ ∠ABC ۽ ∠ABC ≅ ∠XYZ تہ ∠LMN ≅ ∠XYZ

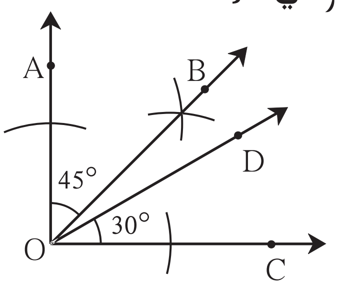
اچو تہ ويچار ڪريون

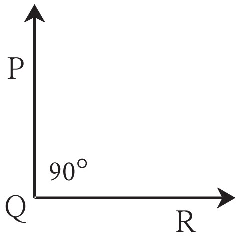


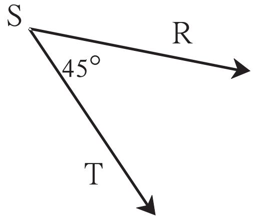
- گهڙيال ۾ ڪهڙا وڏا آهن؟ ☐
- ٻنهي ڪانٽن وچ ۾ ڪهڙن درجن جي ڪند ٺهي آهي؟ ☐
- ان ڪند جي ٺهڪندڙ ڪند گهڙيال جي ڪانٽن وچ ۾ وقت هوندو آهي؟ ☐

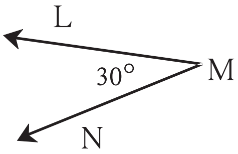
اڀياس 7

⊙ هيٺ ڪجهه ڪندون ڏنل آهن، اُنهن مان نهڪندڙ ڪندن جا جوڙا نشاني ڪم آڻي لکو



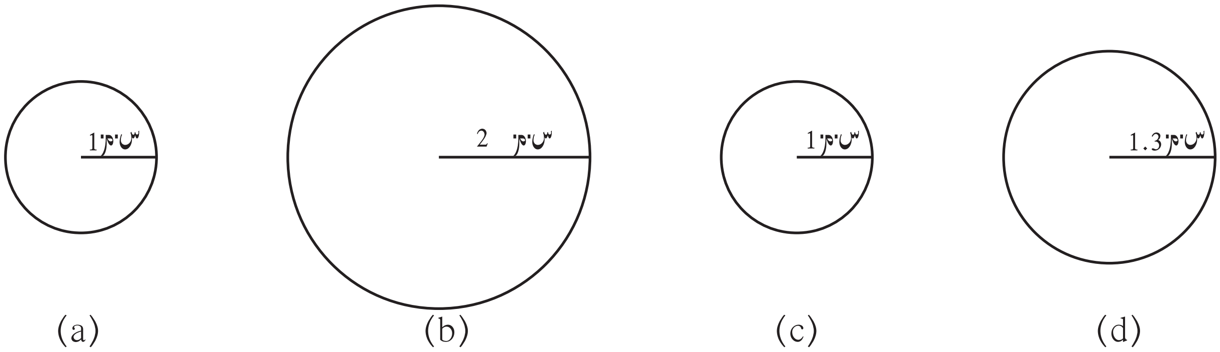






جاڻي وٺون

گولن جو نهڪڻ (Congruence of circles)



عملي ڪم I : متي ڏنل گولن کي جاچيو
متي ڏنل 1 س.م، 2 س.م، 1 س.م، 1.3 س.م. نيم قطر وارا گول هڪ ڪاغذ مٿان ڪڍو ۽ اُهي گول ڪپيو اُهي هاٿي هڪ ٻئي مٿان رکي جاچيو ته ڪهڙا گول پاڻ ۾ نهڪندڙ آهن.

جاچ : 1) شڪل (a) ۽ شڪل (c) ۾ گول هڪ جهڙا آهن.

2) شڪل (b) ۽ (c) ۾ گول هڪ جهڙا نه آهن، شڪل (a) ۽ شڪل (d) ۾ گول هڪ جهڙا نه آهن.

عملي ڪم II : جدا جدا شڪلين پرسائيءِ تولهه واريون چوڙيون ڪٽي، اُنهن ۾ نهڪندڙ چوڙيون ڳولهيو.

عملي ڪم III : وهنوار ۾ توهان کي نهڪندڙ گول ڪٿي نظر ايندا آهن، اُهي ڳولهيو.

عملي ڪم IV : گهر ۾ گول آڪار واريون پليٽون يا وٽيون ڪٽو اُنهن جون ڪناريون ملائي جاچيو ته ڪهڙيون ڪناريون پاڻ ۾ نهڪندڙ آهن

اهو مان سمجهو

- جن گولن جو نيم قطر ساڳيو هوندو آهي، اُهي گول نهڪندڙ هوندا آهن.

ICT Tools or Links

Geogebra Software ۾ Construction tools جي ڪم آڻي ٽڪنڊا ۽ گول ڪيو.

سڄن انگي عددن ۾ ضرب ۽ ونڊ

RI1LTL

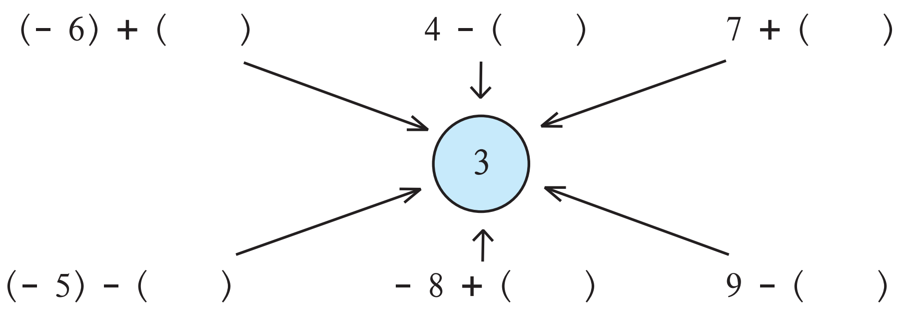
ذرا ياد ڪريو

• ڳڌريل درجي ۾ اسان سڄن اَنگي عددن جو جوڙ ۽ ڪٽ سکيا آهيون. اُنهن جو استعمال ڪري هيٺ خال ڀريو

(1) $5 + 7 = \square$ (2) $10 + (-5) = \square$ (3) $-4 + 3 = \square$

(4) $(-7) + (-2) = \square$ (5) $(+8) - (+3) = \square$ (6) $(+8) - (-3) = \square$

• هيٺ هرهڪ ڪاروائي ۽ جو جواب 3 اچي، ائين برئڪيٽ ۾ خالي جڳهين ۾ مناسب عدد لکو.



چاڪي وٺون

سڄن انگي عددن ۾ ضرب

ميوري اسڪول مان گهر سائيڪل تي موٽي رهي هئي ته سندس سائيڪل پنڪچر ٿي ويئي. پنڪچر ٺهرائڻ لاءِ هن وٽ پورا پئسا نه هيا هن ڪي سُشانت، سنيهل ۽ ڪلپنا، هرهڪ پنج رپيا ڏنا. هن وٽ 15 رپيا ٿيا جن مان هن سائيڪل جي دُرستي ڪرائي اسان قرض نشاني ۽ سان ڏيکاريندا آهيون. يعني ميوري ۽ وٽ (15-) رپيا هئا.

هتي اسان $-15 = (-5) + (-5) + (-5)$

اهي سمجهي ورتا ان مان $3 \times (-5) = -15$ اهو ڏيان ۾ اچي ٿو ٻئي ڏينهن ميوري ۽ 15 رپيا ماءُ کان وٺي آئي ۽ هرهڪ جا پئسا موٽايا ۽ قرض ادا ڪيو.. قرض ڪڍڻ مطلب پئسا ملڻ اهو سمجهي $-(-15) = +15$ اهو ڏيان ۾ رکو.

اسان سڄن عددن جو ضرب ونڊ سکيا آهيون. اها ڪاروائي ڪرڻ لاءِ ڪوڙا تيار ٿيل آهن. هاڻي سڄن انگي عددن جي ضرب جو اڀياس ڪريو يعني ڪاٽو عدد، واڌو عدد ۽ ٻڙي ملائي جيڪو گروهه آهي اُنهن جي عددن جي ضرب ڏسو

$(-3) + (-3) + (-3) + (-3)$

ان جوڙ جو مطلب آهي ته (3-) اهو عدد 4 دفعا ڪٽي ڪيل جوڙ ٿئي ٿو. اُهو (12-) ٿئي ٿو. اهو جوڙ $4 \times (-3) = -12$ ائين لکي سگهجي ٿو. اُن نموني $6 \times (-5) = -30$ $2 \times (-7) = -14$ $8 \times (-7) = -56$

هاڻي (4-) جو ڪوڙو تيار ڪيون ٿا

$(-4) \times 0 = 0$
$(-4) \times 1 = -4$
$(-4) \times 2 = -8$
$(-4) \times 3 = -12$ ↓

اِن اڏاوت ۾ جاچ ڪريو (4 –) جا ضربيندڙ هڪ هڪ ايڪو وڌايو ته ضرب اُپت 4 – کان گهٽجي ٿي.

$(-4) \times (-2) = 8$ ↑
$(-4) \times (-1) = 4$
$(-4) \times 0 = 0$

اها اڏاوت ڪٽي (4 –) جو ڪوڙو مٿئين پاسي ضربجندڙ گهٽ ڪرڻ تي وڌي ٿو اِنڪري اهو ٿئي ٿو. جا ضربيندڙ گهٽجڻ سان ضرب اُپت وڌي ٿي. اهو ڌيان ۾ رکو.

هيٺ (5-) جو ڪوڙو مليل آهي (6-) ۽ (7-) جا ڪوڙا پورا ڪريو

$(-5) \times (-3) = 15$	$(-6) \times (-3) =$ ☐	$(-7) \times (-3) =$ ☐
$(-5) \times (-2) = 10$	$(-6) \times (-2) =$ ☐	$(-7) \times (-2) =$ ☐
$(-5) \times (-1) = 5$	$(-6) \times (-1) =$ ☐	$(-7) \times (-1) =$ ☐
$(-5) \times 0 = 0$	$(-6) \times 0 =$ ☐	$(-7) \times 0 =$ ☐
$(-5) \times 1 = -5$	$(-6) \times 1 =$ ☐	$(-7) \times 1 =$ ☐
$(-5) \times 2 = -10$	$(-6) \times 2 =$ ☐	$(-7) \times 2 =$ ☐
$(-5) \times 3 = -15$	$(-6) \times 3 =$ ☐	$(-7) \times 3 =$ ☐
$(-5) \times 4 = -20$	$(-6) \times 4 =$ ☐	$(-7) \times 4 =$ ☐

اهو مان سمجهو

- ٻن واڌو سڄن انگي عددي جي ضرب واڌو سڄو انگي عدد ٿئي ٿي
- هڪ واڌو ۽ هڪ ڪاٽو سڄن انگي عددن جي ضرب ۾ ڪاٽو سڄو انگي عدد ملي ٿو.
- ٻن ڪاٽو سڄن انگي عددن جي ضرب ۾ واڌو سڄو انگي عدد ملي ٿو

واڌو عدد = (واڌو عدد) x (واڌو عدد)

ڪاٽو عدد = (ڪاٽو عدد) x (واڌو عدد)

ڪاٽو عدد = (واڌو عدد) x (ڪاٽو عدد)

واڌو عدد = (ڪاٽو عدد) x (ڪاٽو عدد)

اڀياس 8

ضرب ڪريو

(i) $(-5) \times (-7)$ (ii) $(-9) \times (6)$ (iii) $(9) \times (-4)$ (iv) $(8) \times (-7)$

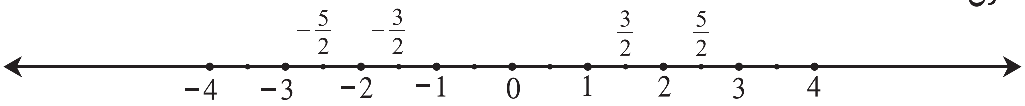
(v) $(-124) \times (-1)$ (vi) $(-12) \times (-7)$ (vii) $(-63) \times (-7)$ (viii) $(-7) \times (15)$

سچن - انگي عددن جي ونڊ

هڪ واڌو سچي-انگي عدد ۾ ٻئي واڌو سچي انگي عدد سان ونڊ جي ڪاروائي اسان کي خبر آهي ونڊ اُپت سچي عدد يا اڌپورعدد ۾ ملندي آهي. اها پڻ اسان کي خبر آهي

جيئن $6 \div 2 = \frac{6}{2} = 3, \quad 5 \div 3 = \frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}$

عدد ليڪ تي ٻڙيءَ جي کاٻي پاسي اسان ڪاٽو سچا انگي عدد ڏيکاري سگهون ٿا. اُن نموني اُنهن جا حصا به ڏيکاري سگهون ٿا.



هتي $\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}$ عدد، عدد ليڪ تي ڏيکاريل آهي

$\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right), \left(\frac{3}{2},\frac{-3}{2}\right), \left(\frac{-5}{2},\frac{5}{2}\right)$ اهي اُبتڙ عدد جا جوڙا آهن

مطلب $-\frac{5}{2}+\frac{5}{2}=0, \quad \frac{3}{2}+\frac{(-3)}{2}=0, \quad \frac{1}{2}+\frac{-1}{2}=0$

اُبتڙ عددن جي جوڙي کي (اُبتڙ جوڙو) چئبو آهي.

$1 = (-1)\times(-1)$ اهو اسان سمجهو آهي ان مساوت جي ٻنهي پاسن کي (-1) سان ونڊ ڪبي تہ

$\frac{1}{(-1)} = (-1)$ اها مساوت ملندي مطلب $\frac{1}{(-1)}$ اها ونڊ اُپت يعني (-1) آهي، اهو سمجهي وٺو

ان مان $\frac{6}{(-1)} = 6\times\frac{1}{(-1)} = 6\times(-1)$ اهو سمجهجي ٿو.

واڌو سچي - انگي عدد کي ڪاٽو سچي انگي عدد سان ونڊ ڪرڻ

$$\frac{7}{-2} = \frac{7\times1}{(-1)\times2} = 7\times\frac{1}{(-1)}\times\frac{1}{2} = \frac{7}{1}\times(-1)\times\frac{1}{2} = \frac{(7)\times(-1)}{2} = \frac{-7}{2}$$

ڪاٽو سچي انگي عدد کي ڪاٽو سچي انگي عدد سان ونڊ ڪرڻ

$$\frac{-13}{-2} = \frac{(-1)\times13}{(-1)\times2} = \frac{(-1)}{(-1)}\times13\times\frac{1}{2} = (-1)\times\frac{(-1)}{1}\times\frac{13}{2} = 1\times\frac{13}{2} = \frac{13}{2}$$

ان نموني $\frac{-25}{-4} = \frac{25}{4}$, $\frac{-18}{-2} = \frac{18}{2} = 9$

ان مان ڪاٽو سچن - انگي عددن جي ونڊ سمجهي

هڪ سچي انگي عدد کي ٻئي سچي انگي عدد (ٻڙيءَ کان سواءِ) سان ونڊ ڪبي تہ ونڊ اُپت لکڻ وقت ڇيد هميشه واڌو هڻڻ گهرجي. $\frac{11}{3} = \frac{-11}{-3}, \quad \frac{-7}{2} = \frac{7}{-2}$ ائين لکبو آهي.

اهو مان سمجهو

سڄن انگي عددن ۾ونڊ ضرب جي قاعدن وانگرئي آهي.

- ٻن واڌو سڄن انگي عددن جي ونڊ اُپت واڌو عدد هوندي آهي..
- ٻن ڪاٽو سڄن-انگي عددن جي ونڊ اُپت واڌو عدد هوندي آهي.
- واڌو سڄي انگي عدد ۽ ڪاٽو سڄي انگي عدد جي ونڊ اُپت ڪاٽو عدد هوندي آهي.

اڀياس 9

1. هيٺيان مثال حل ڪريو

(i) $(-96) \div 16$ (ii) $98 \div (-28)$ (iii) $(-51) \div 68$ (iv) $38 \div (-57)$

(v) $(-85) \div 20$ (vi) $(-150) \div (-25)$ (vii) $100 \div 60$ (viii) $9 \div (-54)$

(ix) $78 \div 65$ (x) $(-5) \div (-315)$

*2. جنهن جو جواب $\frac{24}{5}$ اچي اهڙن سڄن انگي عددنجون ٽي ونڊ اُپت تيار ڪريو.

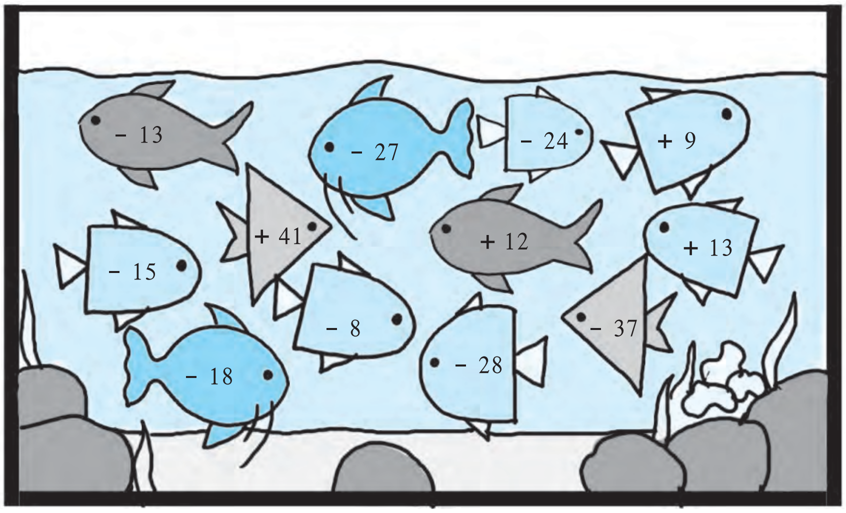
*3. جنهن جو جواب $\frac{-5}{7}$ اچي اهڙن سڄنانگي عددن جون ٽيونڊ اُپت تيار ڪريو

4. هيٺ هڪ تلاءُ ۾ڪو عدد ڏيکاريندڙ مڇيون آهن. ڪي بہ چار جوڙاڪٽو اُنهن جي ضرب ڪريو ساڳئي وقت چار ٻيا جوڙاڪٽي ونڊ ڪريو

مثال :

1. $(-13) \times (-15) = 195$

2. $(-24) \div 9 = \frac{-24}{9} = \frac{-8}{3}$



3 وعاو - ن. عا.ڀ.اُ

ذرا ياد ڪريو

- سڀني کان ننڍو مفرد عدد (Prime Number) ڪهڙو؟
- 1 کان 50 تائين ڪيترا مفرد عدد آهن؟ اُنهن جي ياداشت ٺاهيو.
- هيٺ ڏنل عددن مان، مفرد عددن مٿان گول پايو.

17، 15، 4، 3، 2، 10، 12، 23، 27، 35، 41، 43، 58، 51، 72، 79، 91، 97

سهه مفرد عدد (Co -Prime Number) جڏهن ڪن ٻن عددن جو عام وڏو ونڊيندڙ هڪ هجي اُنهن کي سهه - مفرد عدد چئبو آهي. انهن کي ناتيدار مفرد عدد (Relatively Prime Number) به چئبو آهي. مثال 10 ۽ 21 اهي سهه - مفرد عدد آهن.

10 جا ونڊيندڙ آهن 1، 2، 5، 10 ۽ 21 جا ونڊيندڙ آهي 1، 3، 7، 21 انهن ٻنهي عددن جي ونڊيندڙن ۾ ٺڪي عام ونڊيندڙ آهي.

(3 ،8) ، (4 ،9) ، (21،22)، (22،23)، (23 ،24) اهي سهه - مفرد عدد آهن ٻئي نمبروار عدد سهه - مفرد عدد آهن، جاچ ڪريو.

چاڪي ونئون

چاڙا مفردي عدد يا لاڳيتا مفرد عدد (Twin prime numbers)

جن ٻن مفرد عددن وچ ۾ تفاوت 2 آهي، اُنهن ٻنهي مفرد عددن کي چاڙا مفرد عدد يا لاڳيتا مفرد عدد چئبو آهي. جيئن (3 ، 5) (5 ،7)، (11 ، 13) (29 ، 31) وغيره

اڀياس 10

1. اُهو عدد ڪهڙو آهي جيڪو نه مفرد آهي نه مرڪب؟
2. هيٺ ڏنل سهه - مفرد عددن جا جوڙا سڃاڻو

(i) 8, 14 (ii) 4, 5 (iii) 17, 19 (iv) 27, 15

3. 25 کان 100 تائين مفرد عددن جي لسٽ ٺاهيو. اُهي ڪُل ڪيترا آهن، اُهو لکو.
4. 51 کان 100 تائين جوڙا ڳولهي لکو
5. 1 کان 50 تائين سهه مفرد عددن مان 5 جوڙا ڳولهي لکو.
6. مفرد عددن مان ٻڌي عدد ڪهڙو آهي؟

چاڪي ونئون

عدد جا مفرد جزا (Prime factorisation of a number)

عددن جا وعاو ۽ ن عا ڀ اُلهڻ وقت هڪ تمام سؤلو قاعدو استعمال ڪيو ويندو آهي. ڪهڙي به مرڪب عدد کي اُن جي مفرد عددن جي ضرب اُپٽ جي روپ ۾ لکيو ويندو آهي. اهو قاعدو آهي.

عددن جا مفرد جزا ڪيئن ڪڍجن، اُهو ڏسو

مثال : 24، اهو عدد مفرد جزن جي ضرب اُپت جي روپ ۾ لکو.

ضرب اُپت جي روپ ۾ لکو

2	24
2	12
2	6
3	3
	1

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

جُدا ڪڍڻ جو طريقو

$24 = 2 \times 12$

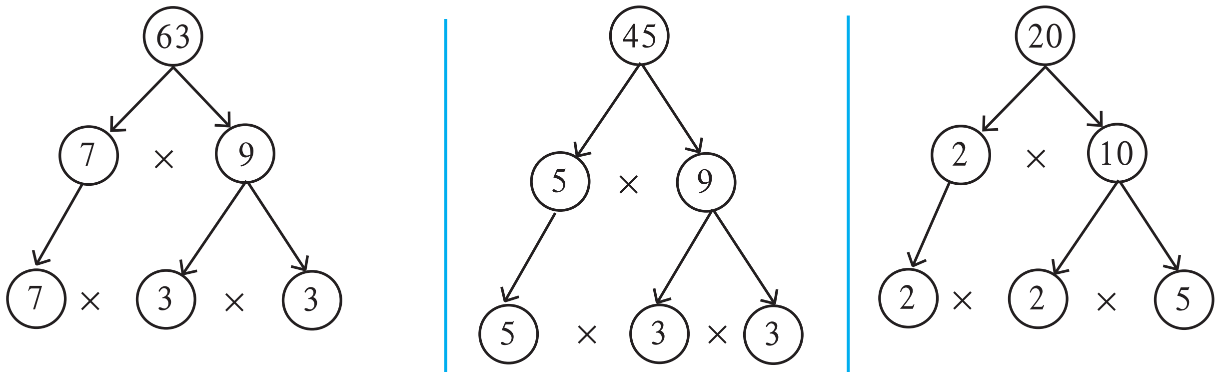
$= 2 \times 2 \times 6$ ...12 جا جُزا ڪڍيل آهي

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$ ...6 جا جُزا ڪڍيل آهن.

2 ۽ 3 اهي معرد جُزا آهن.

> **ڌيان ڏيو:**
> ڏنل عدد کي مفرد عددن جي ضرب اُپت ۾ لکڻ يعني اُن عدد جا مفرد جزا ڪڍڻ

مثال : هيٺ ڏنل عددن کي مفرد عددن جي ضرب اُپت ۾ لکو.



$20 = 2 \times 2 \times 5$

$45 = 5 \times 3 \times 3$

$63 = 7 \times 3 \times 3$

مثال 117 جا مفرد جزا لهو

$117 = 13 \times 9$

$= 13 \times 3 \times 3$

3	117
3	39
13	13
	1

$117 = 3 \times 3 \times 13$

مثال 250 جا مفرد جزا لهو

$250 = 2 \times 125$

$= 2 \times 5 \times 25$

$= 2 \times 5 \times 5 \times 5$

2	250
5	125
5	25
5	5
	1

$250 = 2 \times 5 \times 5 \times 5$

40 جا مفرد جزا ڏسو

ٻيو طريقو	آڏي جوڙجڪ
$40 = 10 \times 4$ $= 5 \times 2 \times 2 \times 2$	$40 = 8 \times 5$ $= 2 \times 2 \times 2 \times 5$

اُڀي جوڙجڪ:

2	40
2	20
2	10
5	5
	1

$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$

اڀياس 11

⊙ هيٺين عددن جا مفرد جزا لهو

(i) 32 (ii) 57 (iii) 23 (iv) 150 (v) 216
(vi) 208 (vii) 765 (viii) 342 (ix) 377 (x) 559

ذرا ياد ڪريو

وڏي ۾ وڏو عام ونبيندڙ (وعالو)

[Greatest Common Divisor, (GCD) or Highest Common Factor (HCF)]

اسان ڏنل واڌو سڄن انگي عددن جو و عا و ۽ ن. عا. پ. اُ سکيا آهيون ڏنل عددن جو و عا و يعني اُنهن عددن جو سڀني کان وڏو عام ونبيندڙ هوندو آهي. هيٺ هرهڪ مثال ۾ عددن جا سڀ ونبيندڙ لهو ۽ و عا و ڪيو.

- هيٺ ڏنل مثالن ۾ عددن جا سڀ ونبيندڙ لکو ۽ وکاو ڪيو

(i) 28, 42 (ii) 51, 27 (iii) 25, 15, 35

چاڻي وٺون

مفرد جزا طريقو: مفرد جزا لهي عددن جو وعاو ڪڍڻ سولو هوندو آهي.

مثال: مفرد جزن طريقي **24** ۽ **32** جو وڏو عام ونبيندڙ لهو.

2	24
2	12
2	6
3	3
	1

$24 = 4 \times 6$
$= \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{2} \times 3$

2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

$32 = 8 \times 4$
$= \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{2} \times 2 \times 2$

هرهڪ عدد ۾ 2 عام ونبيندڙ ٣ دفعا اچي ٿو $= 2 \times 2 \times 2 = 8$

مثال : 195، 312 ۽ 546 انهن جو وعاو لهو

$$195 = 5 \times 39 = 5 \times \underline{3} \times \underline{13}$$

$$312 = 4 \times 78 = 2 \times 2 \times 2 \times 39 = 2 \times 2 \times 2 \times \underline{3} \times \underline{13}$$

$$546 = 2 \times 273 = 2 \times 3 \times 91 = 2 \times \underline{3} \times 7 \times \underline{13}$$

هرهڪ عدد ۾ 3 ۽ 13 اهي عام ونڊيندڙ هڪ دفعو آيل آهن.

∴ جيئن تہ : وعاو = 3 x 13 = 39

مثال 10، 15، 12 انهن جو وعاو لهو

$$10 = 2 \times 5 \qquad 15 = 3 \times 5 \qquad 12 = 2 \times 2 \times 3$$

انهن ۾ ڪو بہ عدد عام ونڊيندڙ نہ آهي انڪري وعاو = 1

مثال : 60، 12 ۽ 36 انهن جو وعاو لهو

$$60 = 4 \times 15 = \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{3} \times 5$$

$$12 = 2 \times 6 = \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{3}$$

$$36 = 3 \times 12 = 3 \times 3 \times 4 = \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{3} \times 3$$

$$\therefore \quad \text{وعاو} = 3 \times 2 \times 2 = 12$$

اهو مثال اُيي جوڙجڪ ۾ ڪيون ٿا هڪ ئي دفعو سڀ عدد لکي مفرد جزا ڪڍون ٿا.

2	60	12	36
2	30	6	18
3	15	3	9
	5	1	3

وعاو =3x2x2 = 12 يا ڏيو

12 اهو 36 ۽ 60 جو ونڊيندڙ آهي.

اهو مان سمجهو

- ڏنل عدد مان هڪ عدد، ٻئي عدد جو ونڊيندڙ هوندو تہ اُهو عدد ئي اُنهن عددن جو وعاو هوندو آهي.
- ڏنل عددن ۾ هڪ بہ مفرد عدد وعاو عام ونڊيندڙ جزو نہ هوندو تہ اُنهن عددن جو وعاو 1 هوندو آهي ڇو تہ 1 اهو اُنهن جو هڪ ئي عام ونڊيندڙ ٿئي ٿو.

✻ وڌيڪ ڄاڻ لاءِ

ٻن لڳيتن ٻڌي عددن جو وعاو 2 هوندو آهي ۽ ٻن لڳيتن اِڪي عددن جو وعاو 1 هوندو آهي. اهو قاعدو جدا جدا عددن جا مثال کڻي چڪاس ڪريو.

وعاو لهڻ لاءِ ونڊ طريقو

مثال: **144** ۽ **252** جو وعاو لهو

```
144)252( 1
   -144
   108)144( 1
      -108
       36)108(3
         -108
          000
```

1) وڏي عدد کي ننڍي عدد سان ونڊ ڪريو

2) ان ونڊ ۾ ملندڙ پاڇيءَ کي اڳواٽ واري ونڊيندڙ سان ونڊيو

3) ڏاڪي 2 ۾ ملندڙ پاڇي ۽ ان کان اڳ واري ونڊيندڙ جي ونڊ ڪريو

4) ان نموني جيستائين پاڇي ٻڙي ملي، تيستائين ونڊون ڪندا رهو

جنهن ونڊ ۾ پاڇي ٻڙي ملي، اُن ونڊ جو ونڊيندڙ ٿيندو ڏنل عددن جو وعاو

$\therefore$ **144** ۽ **252** جو وڪاو = **36**

مثال $\frac{209}{247}$ ان عدد جو ننڍي ۾ ننڍو روپ ڪڍو

ننڍي ۾ ننڍو روپ حاصل ڪرڻ لاءِ ٻنهي عددن جا عام جزا لهبا. ان لاءِ **247** ۽ **209** جو وعاو ونڊ رستي لهنداسين. انهن جو وڪاو آهي **19**

انڪري انس ۽ چيد کي **19** سان ونڊ ڪبي.

```
209)247 ( 1
   -209
    38)209 (5
      -190
       19)38(2
         -38
          00
```

$$\therefore \quad \frac{209}{247} = \frac{209 \div 19}{247 \div 19} = \frac{11}{13}$$

اڀياس 12

1. و عا و لهو

(i) 25, 40 (ii) 56, 32 (iii) 40, 60, 75 (iv) 16, 27

(v) 18, 32, 48 (vi) 105, 154 (vii) 42, 45, 48 (viii) 57, 75, 102

(ix) 56, 57 (x) 777, 315, 588

2. ونڊ طريقي وعاو لهو ۽ ننڍي ۾ ننڍو روپ ڏيو

(i) $\frac{275}{525}$ (ii) $\frac{76}{133}$ (iii) $\frac{161}{69}$

ذرا ياد ڪريو

ننڍي عام پيچ اُپٽ (نہ عا پ اُ) [Least common multiple (LCM)]

اُنهن ۾ هرڪ عدد جو سمائيندڙ ننڍي ۾ ننڍو عدد هوندو آهي

- هيٺ ڏنل عددن جا ڪوڙا لکو ۽ اُنهن جي نہ عا پ اُ لهو

(i) 6, 7 (ii) 8, 12 (iii) 5, 6, 15

چاڻي ونون

مثال 60 ۽ 48 انهن جي نہ عا پ اُلهو

1) هرهڪ عدد جا مفرد جزا لهنداسين.

$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$ $\qquad$ $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$

مٿي ڏنل ضربن ۾ هرهڪ مفرد جزو ڏسنداسين.

2 اهو عدد وڌ ۾ وڌ دفعا آيل آهي (48 جي جزن ۾)

3 اهو عدد وڌ ۾ وڌ 1 دفعو آيل آهي (60 جي جزن ۾)

5 اهو عدد وڌ ۾ وڌ 1 دفعو آيل آهي (60 جي جزن ۾)

∴ نہ ڪا پ اُ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 10 \times 24 = 240$

مثال : 18، 30 ۽ 50 جي ن عا پ اُلهو

$18 = 2 \times 9 = 2 \times 3 \times 3$ $\qquad$ $30 = 2 \times 15 = 2 \times 3 \times 5$ $\qquad$ $50 = 2 \times 25 = 2 \times 5 \times 5$

مٿي ڏنل ضربن ۾ 2، 3، 5 اهي مفرد عدد آهن.

2 اهو عدد وڌ ۾ وڌ ☐ دفعا ، اهو عدد وڌ ۾ وڌ ☐ دفعا

۽ 5 اهو عدد وڌ ۾ وڌ ☐ دفعا آيل آهي.

جيئن ن ڪا پ اُ $= 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 450$ $\quad$ ∴ 18، 30، 50 جي بابت 450 آهي.

مثال 16، 28 ۽ 40 جي ن عا پ اُلهو

اُپي جوڙجڪ

2	16	28	40
2	8	14	20
2	4	7	10
	2	7	5

- وڇيوتا جي ڪسوٽي ڪم آڻي سڀني عددن کي ونڊ ڪندڙ عدد ڳولهيو ۽ اُن سان انُهن عددن جي ونڊ ڪريو اها ساڳئي ڪاروائي، جيستائين ممڪن هجي، ڪندا رهو.
- وڇيوتا جي ڪسوٽي ڪم آڻي سڀني عددن کي ونڊ ڪندڙ عدد ڳولهيو ۽ اُن سان انُهن عددن جي ونڊ ڪريو اها ساڳئي ڪاروائي، جيستائين ممڪن هجي، ڪندا رهو.
- هاڻي مليل عددن مان گهٽ ۾ گهٽ ٻن عددن کي ونڊ ڪندڙ عدد ڳولهي، اُن سان عددن کي ونڊ ڪريو. اها ڪاروائي جيستائين ممڪن هجي، اوترا دفعا ڪريو. جنهن عدد سان ونڊ ٿي نہ سگهي تہ اُهو عدد ساڳيو ئي رکو. 1 کان سواءِ ڪوبہ عام مفرد جزو نہ ملي تہ ونڊ بند ڪريو.
- کاٻي پاسي ڪالم ۾ عددن جي ضرب ڪريو. اُن کي سڀني کان هيٺ قطار ۾ بچيل عددن سان بہ ضرب ڪريو.

∴ ن عا پ اُ $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7 = 560$

مثال : 18 ۽ 30 جي ن عا پ اُ ۽ و عا و لهو. انُهن جي ضرب ۽ ڏنل عددن جي ضرب ڪيو ۽ ڀيٽ ڪريو.

2	18	30
3	9	15
	3	5

وڪاو = 6 = 3 x 2

ن عا پ اُ = 90 = 5 x 3 x 3 x 2

و عا وي ن عا پ اُ = 540 = 90 x 6

ڏنل عددن جي ضرب اُپت = 540 = 30 x 18

جيئن تہ ڏنل عددن جي ضرب اُپت وَعا وي ن عا پ اُ

ان مان ظاهر آهي ته ٻن سڀني عددن جي ضرب اُپت، انُهن ٻن عددن جي و ع و ۽ ن ع پ اُ جي ضرب جي برابر آهي.

ان وڏان جي چڪاس هيٺ ڏنل عددن جي جوڙن ۾ ڏسو:

(15, 48), (14, 63), (75, 120)

مثال: **15**، **45** ۽ **105** انهن جي ن ع پ اُ ۽ وڪاو لهو

3	15	45	105
5	5	15	35
	1	3	7

$15 = \underline{3} \times \underline{5}$

$45 = \underline{3} \times 3 \times \underline{5}$

$105 = \underline{3} \times \underline{5} \times 7$

وڪاو $= 3 \times 5 = 15$

ن ڪا پ اُ $= 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 315$

مثال ٻن انگن وارن ٻن عددن جي ضرب اُپت **1280** آهي ۽ انُهن جو وڪاو **4** آهي ته انُهن جي نه ع پ اُ ڪيتري؟

وعاو x ن ع پ اُ = ڏنل عددن جي ضرب اُپت

$4 \times$ ن ع پ اُ $= 1280$

$\therefore$ ن ع پ اُ $= \frac{1280}{4} = 320$

اڀياس 13

1. ن ع پ اُ لهو

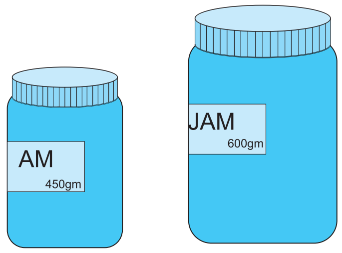
(i) 12, 15 (ii) 6, 8, 10 (iii) 18, 32 (iv) 10, 15, 20 (v) 45, 86
(vi) 15, 30, 90 (vii) 105, 195 (viii) 12, 15, 45 (ix) 63, 81
(x) 18, 36, 27

2. هيٺ ڏنل عددن جو وعاو ۽ نه ع پ اُ لهو انُهن جي ضرب اُپت برابر آهي ڇا؟ چڪاس ڪريو

(i) 32, 37 (ii) 46, 51 (iii) 15, 60 (iv) 18, 63 (v) 78, 104

ن ع پ اُ ۽ و ع و جو اُپيوگ

مثال هڪ دڪان ۾ **450** گرام جَم جي ننڍي بوتل **96** رپين جي آهي ۽ **600** گرام وزن جي جَم بوتل **124** رپيا آهي. ٻڌايو ته ڪهڙي بوتل خريد ڪرڻ فائدي واري آهي؟



حل: اسان هڪ ماپ طريقو سکيو آهي اُن موجب هڪ گرام جَم جي قيمت ڪڍي پيٽ ڪري سگهون ٿا پر ننڍو سمائيندڙ جزو ڪٽڻ بدران وڏو سمائيندڙ جزو ڪٽڻ سؤلو آهي.

450 ۽ **600** جو وعاو **150** آهي اهو استعمال ڪنداسين.

$450 = 150 \times 3, \qquad 600 = 150 \times 4$

∴ ننڍي بوتل ۾ 150 گرام جئم جي قيمت به = $\frac{96}{3}$ 32 رپيا

وڏي بوتل ۾ 150 گرام جئم جي قيمت = $31\frac{124}{4}$ رپيا

∴ 600 گرام جئم واري بوتل خريد ڪرڻ وڌيڪ فائديواري آهي

مثال جوڙ ڪريو : $\frac{11}{35} + \frac{17}{28}$

1 : طريقو حل جوڙ ڪرڻ لاءِ اڀپور عددن جو ڇيد ساڳيو ڪرڻ

مثال $\frac{17}{28}+\frac{11}{35} = \frac{17\times35+11\times28}{28\times35} = \frac{595+308}{28\times35} = \frac{903}{28\times35} = \frac{903}{980} = \frac{129}{140}$

طريقو 2 حل جوڙ ڪرڻ لاءِ 28 ۽ 35 جي ننڍي عام پورائو لهنداسين

ن ع ا پ = $7 \times 4 \times 5 = 140$

$$\frac{17}{28}+\frac{11}{35} = \frac{17\times5}{28\times5}+\frac{11\times4}{35\times4} = \frac{85+44}{140} = \frac{129}{140}$$

ڇيدن جي ضرب ڪرڻ کان اُنهن جي ن ع ا پ اُلهڻ سان جوڙ ڪرڻ سولو ٿيو نه!

مثال : هڪ عدد ڪي 8، 10، 12، 14 انهن عددن سان ونڊ ڪرڻ سان پاڇي 3 بچي ٿي ته اُهو عدد لهو؟

2	8	10	12	14
2	4	5	6	7
	2	5	3	7

ونڊجي عدد لهڻ لاءِ ڏنل ونڊيندڙن جي ن ع ا پ اُلهنداسين

ن ع ا پ = 840 = 7 x3x5x2x2x2

ان ونڊجي کي هر دفعي ملندڙ پاڇي 3 آهي

جيئن ته اُهو عدد = ن ع ا پ + پاڇي =840+3=843

مثال 16، 20، 80 انهن عددن جي ن ع ا پ اُلهو

4	16	20	80
4	4	5	20
5	1	5	5
	1	1	1

2x2x2x2 = 16

5x2x2 = 20

5x2x2x2x2 = 80

ن ع ا پ =80x5x4x4

هتي مزو آيو ڇا؟ هت هڪ 80 ڏنل عددن مان هڪ عدد آهي ۽ 16 ۽ 20 ان عدد جا ونڊيندڙ آهن ان تي ڌيان ڏيو.

ان تي ڌيان ڏيو.

ڏنل عددن مان سڀ کان وڏي عدد جو ٻيا عدد جيڪڏهن ونڊيندڙ هوندا آهن ته اُن وقت اهو وڏي ۾ وڏو عدد، ڏنل عددن جي ن ع ا پ اُٿيندي.

متيون قاعدو هيٺ ڏنل عددن ۾ جاچيو (70، 140، 35) (90، 18)

مثال : سريش، شلاڪا ۽ سنيهل هڪ گول ڊوڙ رستي تي هڪ ئي جڳهه ۽ هڪ ئي وقت ڊوڙڻ شروع ڪيو. اُنهن سلسليوار 16، 24 ۽ 18 منٽن ۾ هڪ چڪر پورو ڪيو. ٻڌايو ته اُهي ٿيئي گهٽ ۾ گهٽ ڪيتري وقت ڪان پوءِ شروعاتي جڳهه تي هڪ دفعو وري گڏ ٿيندا؟

حل : جنهن وقت تي هو گڏ ملندا، اُهو وقت 16، 24 ۽ 18 انهن جي ن عا پ اُ آهي. انڪري اُهو لهڻ لاءِ ن عا پ اُ لهنداسين.

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \qquad 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \qquad 18 = 2 \times 3 \times 3$$

جيئن ته ن ڪا پ $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 144$

144 منٽ يعني 2 ڪلاڪ 24 منٽن ڪان پوءِ اُهي پاڻ ۾ گڏ ملندا.

اڀياس 14

1. مناسب جواب چونڊيو

(i) 120 ۽ 150 جو وعاو ………………… آهي

(1) 30 (2) 45 (3) 20 (4) 120

(ii) هيٺ ڏنل عددن ۾ ڪهڙي ٻن عددن جو و عا و 1 نه آهي

(1) 13, 17 (2) 29, 20 (3) 40, 20 (4) 14, 15

2. وعاو ۽ ن عا پ اُ لهو

(i) 14, 28 (ii) 32, 16 (iii) 17, 102, 170 (iv) 23, 69 (v) 21, 49, 84

3. ن عا پ م لهو

(i) 36, 42 (ii) 15, 25, 30 (iii) 18, 42, 48 (iv) 4, 12, 20 (v) 24, 40, 80, 120

4. هڪ عدد کي 8، 9، 10، 15، 20 انهن عددن سان الڳ الڳ ونڊ ڪرڻ سان پاڇي هر دفعي 5 ملي ٿي ته اُهو عدد لهو.

5. $\frac{437}{551}$, $\frac{221}{247}$, $\frac{348}{319}$ ننڍي ۾ ننڍيو روپ لکو

6. ٻن عددن جي ن عا پ اُ ۽ و عا و سلسليوار 432 ۽ 72 آهي. اُن ٻن عددن مان هڪ عدد 216 آهي ته ٻيو عدد لهو؟

7. ٻن انگن وارن ٻن عددن جي ضرب اُپت 765 آهي ۽ اُنهن جو و عا و 3 آهي ته اُنهن جي ن عا پ اُ لهو

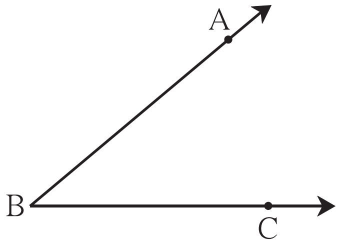
8. هڪ وکرو ڪندڙ وٽ 392 ميٽر 308 ميٽر 490 ميٽر ڊيگهه وارا پلاسٽڪ ڏوريءَ وارا ٽي ريل آهن ڏوري نه بچي اهڙي نموني ٽن ريلن جي ڏوريءَ جا هڪ جيتري ڊيگهه وارا ٽڪرا ڪٽڻ سان وڌ ۾ وڌ ڪيتري ڊيگهه وارو هر هڪ ٽڪرو ٿيندو؟

9*. ٻن لاڳيتن ٻڌي انگن جي نه عا پ اُ 180 آهي اُهي عدد ڪهڙا؟

❑❑❑

4 ڪنڊون ۽ ڪنڊن جا جوڙا

ذرا ياد ڪريو :

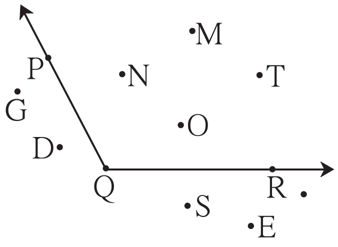


- پرواري ڪنڊ جو نالو لکو....................
- ڪنڊ جي نوڪي ٽپڪي جو نالو لکو ....
- ڪنڊ جي پاسن جا نالا لکو ....
- پاسن مٿان ڏيکاريل ٽپڪن جا نالا لکو ....

ڄاڻي وٺون

ڪنڊ جو اندريون حصو ۽ ٻاهريون حصو

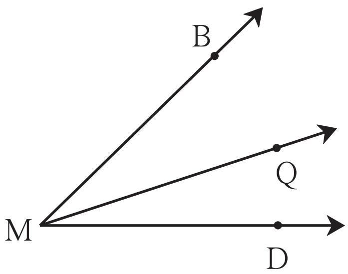
پرواري شڪل ۾ سطح ۾ ڪنڊ جي پاسن مٿان ٽپڪن کان سواءِ ٻيا ٽپڪا، ٽپڪو N، ٽپڪو M، ٽپڪو T ان جهڙن ٽپڪن جي گروهه کي ∠PQR جو اندريون حصو چئبو آهي. (Interior of an angle)



© سطح ۾ جيڪي ٽپڪا ڪنڊ جي پاسن مٿان ۽ ڪنڊ جي اندرين حصي ۾ نہ آهن ٽپڪو G، ٽپڪو D، ٽپڪو E ۽ ان جهڙن ٽپڪن جي گروهہ کي ڪنڊ جو ٻاهريون حصو چئجي ٿو. (Exterior of an angle)

پرواريون ڪنڊون (Adjacent angles)

پرواري شڪل ۾ ڪنڊون ڏسو ∠BMQ ۽ ∠QMD انهن ڪنڊن ۾ ڪرڻو MQ اهو پاسو عام پاسو آهي ۽ M اهو نوڪي ٽپڪو عام آهي. انهن ڪنڊن جي اندرين حصن مان ڪوبہ هڪ ٽپڪو عام نہ آهي اهڙين ڪنڊن کي پرواريون ڪنڊون چئبو آهي.



پرواريون ڪنڊن ۾ هڪ پاسو عام هوندو آهي. اُنهن جو نوڪي ٽپڪو عام ٿئي ٿو. پرواريون ڪنڊن جا اندريان حصا جدا جدا هوندا آهن.

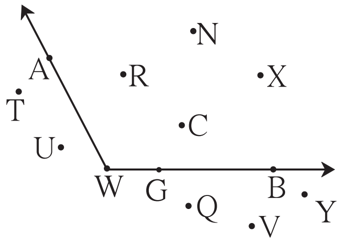
متئين شڪل ۾ ∠BMD ۽ ∠BMQ انهن ڪنڊن ۾ MB عام پاسو آهي پر انهن ڪنڊن جا اندريان حصا الڳ نہ آهن. اهي پرواريون ڪنڊون نہ آهن.

اهو مان سمجهو

- جن ٻن ڪنڊن جو نوڪي ٽِڪو عام هوندو، هڪ پاسو عام هوندو ۽ اُنهن ڪنڊن جا اندريان حصا الڳ هوندا ته اُنهن ڪنڊن کي پرواريون ڪنڊون چئبو

اڀياس 15

(1) شڪل کي ڌيان سان ڏسو ۽ ∠AWB لاءِ ڏنل ٽيبل پوري ڪريو



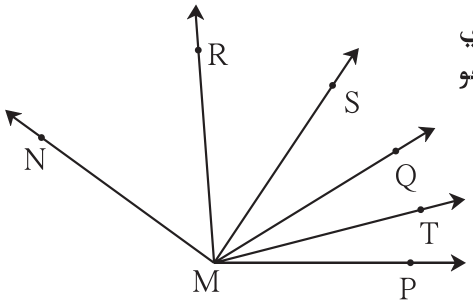
اندرين حصي ۾ ٽِڪن جا نالا	
ٻاهرين حصي ۾ ٽِڪن جا نالا	
ڪنڊ جي پاسن مٿان ٽِڪن جا نالا	

2) هيٺ ڏنل شڪلين ۾ پرواريون ڪنڊن جا نالا لکو

3) ڪنڊن جا جوڙا هيٺ ڏنل آهن ٻڌايو ته اُنهن مان ڪهڙا پرواري ڪنڊن جا آهن؟ جيڪڏهن پرواري ڪنڊن جا جوڙا نه آهن ته اُن جو ڪارڻ لکو

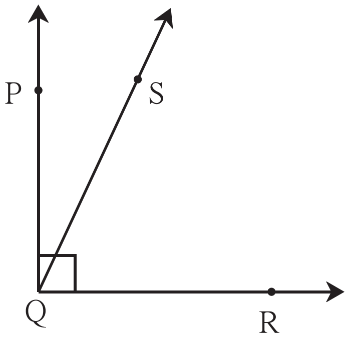
(i) ∠PMQ ۽ ∠RMQ (ii) ∠RMQ ۽ ∠SMR

(iii) ∠RMS ۽ ∠RMT (iv) ∠SMT ۽ ∠RMS



چاڪي وٺون

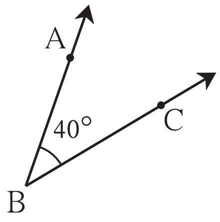
پورڪ ڪنڊون (Complementary angles)

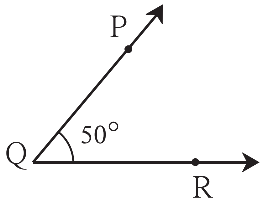


- هڪ گوني ڪنڊ ∠PQR ڪيو
- اُن جي اندرين حصي ۾ ٽِڪو S ڪڍو
- ڪرڻو QS ڪيو گهڻيون ڪُنڊون تيار ٿيون؟
- ∠PQS ۽ ∠SQR انهن ڪنڊن جي ماپن جو جوڙ ڪريو. اهو جوڙ ڪيترو؟
- هرهڪ ڪنڊ جو قسم ڪهڙو؟

جن ٻن ڪنڊن جي ماپن جو جوڙ 90° هوندو آهي، اُهي ڪنڊون هڪ ٻئي جون پورڪ ڪنڊون آهن. ائين چئبو آهي. هتي ∠PQS ۽ ∠SQR اُهي ڪنڊون هڪ ٻئي جون پورڪ ڪنڊون آهن.

مثال : شڪلين ۾ ڪنڊون جاچيو ۽ چوڪنڊن ۾ مناسب عدد لکو





$m\angle ABC = \square^\circ$

$m\angle PQR = \square^\circ$

$m\angle ABC + m\angle PQR = \square^\circ$

$<ABC$ ۽ $<PQR$ انهن جي ماپ جو جوڙ 90° آهي يعنيٖ اهي پورڪ ڪنڊون آهن.

مثال $(a + 15)^\circ$ ۽ $(2a)^\circ$ اهي هڪ ٻئي جون پورڪ ڪنڊون آهن ۽ اُنهن ڪنڊن جون ماپو لهو

حل :

$a + 15 + 2a = 90$

$3a + 15 = 90$

$\therefore 3a = 75$

$\therefore a = 25$

$a + 15 = 25 + 15 = 40^\circ$

$2a = 2 \times 25 = 50^\circ$

مثال : 70° ماپ واري ڪنڊ جي

ڪنڊ جي ماپ ڪيتري؟

حل : سمجهو تہ گهربل پورڪ ڪنڊ جي ماپ آهي x

$90 = x + 70$

$\therefore 90 - 70 = 70 - x + 70$

$\therefore x = 20^\circ$

پورڪ ڪنڊ جي ماپ $= 20^\circ$

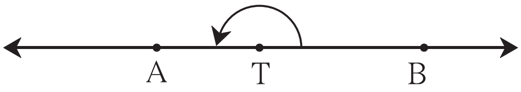
اڀياس 16

1) هيٺ ڪجهہ ڪنڊن جون ماپون ڏنل آهن اُنهن جون پورڪ ڪنڊون لکو

(i) 40° (ii) 63° (iii) 45° (iv) 55° (vi) 20° (vi) 90° (vii) x°

2) $(y - 20)$ ۽ $(y + 30)$ اهي هڪ ٻئي جون پورڪ ڪنڊون آهن تہ هرهڪ ڪنڊ جي ماپ لهو.

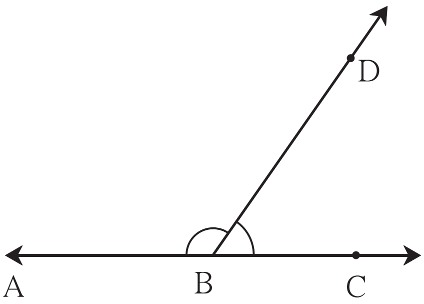
ليڪ AB مٿان T هڪ ٽٻڪو آهي



- $\angle ATB$ ڪنڊ جو قسم ڪهڙو؟
- اُن جي ماپ ڪيتري؟

تتمهہ ڪنڊون (Supplementary angles)

- پرواري شڪل ۾ ليڪ AC ڏنل آهي. اُن مٿان ٽٻڪي B کان ڪرڻو BD نڪتل آهي. هتي گهٽيون ڪنڊون آهن؟

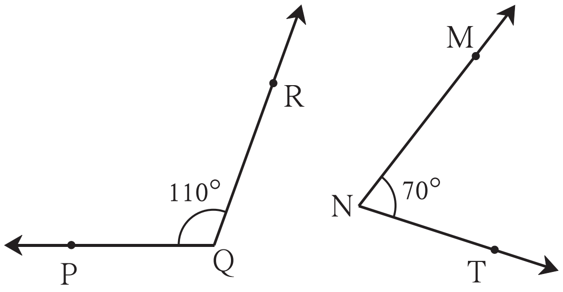


- $m\angle ABD = \square^\circ$ ، $m\angle DBC = \square^\circ$
- $m\angle ABD + m\angle DBC = \square^\circ$

جن ٻن ڪنڊن جي ماپن جو جوڙ 180 هوندو آهي. اُهي هڪ ٻئي جون تتمهہ ڪنڊون آهن

ائين چئبو آهي هتي $\angle ABD$ ۽ $\angle DBC$ اهي هڪ ٻئي جون تتمهہ ڪنڊون آهن.

مثال : هيٺ شڪلين ۾ ڪندون ڌيان سان ڏسو ۽ چوڪندن ۾ مناسب عدد لکو



- $m\angle PQR =$ ☐ $m\angle MNT =$ ° ☐ °
- $m\angle PQR + m\angle MNT =$ ☐ °

∠PQR ۽ ∠MNT اهي پاڻ ۾ تتمھ ڪندون آهن

مثال :

135° ماپ واري ڪنڊ جي تتمھ ڪنڊ ڪيڏو

حل سمجھو تہ 135° ماپ واري ڪنڊ جي تتمھ P° آهي

$135^\circ + P = 180^\circ$

$135^\circ + P = 180^\circ - 135^\circ$

$P = 45^\circ$

135° ماپ واري ڪنڊ جي تتمھ آهي 45°

مثال :

(a+30) ۽ (29°) اهي هڪ ٻئي جون تتمھ ڪندون آهن تہ هرهڪ ڪنڊ جي ماپ لهو

حل

$a + 30^\circ + 2a = 180^\circ$

$\therefore 3a = 180^\circ - 30^\circ$

$\therefore a = 50^\circ$

$\therefore a + 30^\circ = 50^\circ + 30^\circ = 80^\circ$

$2a = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$

اُنهن ڪندن جون ماپون اُهي 80° ۽ 100°

ابياس 17

1. هيٺ ڏنل ڪندن جي تتمھ ڪندن جون ماپون لهو

(i) 15° (ii) 85° (iii) 120° (iv) 37° (v) 108° (vi) 0° (vii) a°

2. هيٺ ڪجھ ڪندن جون ماپون ڏنل آهن اُنهن مان پورڪ ڪندن ۽ تتمھ ڪندن جوڙا تيار ڪريو.

$m\angle B = 60^\circ$	$m\angle N = 30^\circ$	$m\angle Y = 90^\circ$	$m\angle J = 150^\circ$
$m\angle D = 75^\circ$	$m\angle E = 0^\circ$	$m\angle F = 15^\circ$	$m\angle G = 120^\circ$

3. △XYZ ۾ $m\angle Y = 90^\circ$، ∠X ۽ ∠Z انهن ڪندن جو لاڳاپو لکو

4. پورڪ ڪندن جي جوڙي ۾ 40° جو تفاوت آهي تہ اُنهن ڪندن جون ماپون لهو.

5. □PTNM هڪ مستطيل آهي تہ تتمھ ڪندن جا جوڙا لکو

*6. جيڪڏهن $m\angle A = 70^\circ$ تہ ∠A جي پورڪ ڪنڊ ۽ تتمھ ڪنڊ جي ماپ ڪيتري؟

7. ∠A ۽ ∠B اهي تتمھ ڪندون آهن. $m\angle B = (X + 20)^\circ$ تہ $m\angle A$ ڪيتري؟

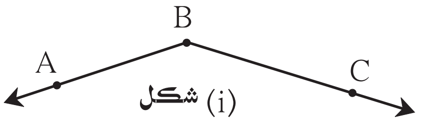
اچو تہ ويچار ڪريون

هيٺ ڏنل نيمن بابت ويچار ڪريو نيم برابر هجن تہ مثال ڏيو ٻي حالت ۾ ڪارڻ ٻڌايو.

- ٻہ سوڙهيون ڪنڊيون هڪ ٻئي جون پورڪ ڪنڊون ٿي سگهن ٿيون.
- ٻہ سوڙهيون ڪنڊون هڪ ٻئي جون تتمهہ ڪنڊون ٿي سگهن ٿيون.
- ٻہ گوني ڪنڊيون هڪ ٻئي جون پورڪ ڪنڊون ٿي سگهن ٿيون.
- ٻہ گوني ڪنڊون هڪ ٻئي جون تتمهہ ڪنڊون ٿي سگهن ٿيون.
- هڪ سوڙهي ڪنڊ ۽ هڪ ويڪري ڪنڊ هڪ ٻئي جون پورڪ ڪنڊون ٿي سگهن ٿيون.
- هڪ سوڙهي ڪنڊ ۽ هڪ ويڪري ڪنڊ هڪ ٻئي جون تتمهہ ڪنڊون ٿي سگهن ٿيون.

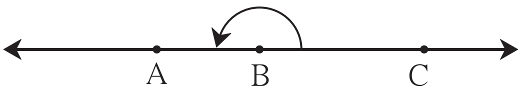
ڄاڻي وٺون

اُبتڙ ڪرڻا (Opposite rays)



شڪل (i)

پرواري شڪل ۾ ڪرڻن جا نالا ٻڌايو ڪرڻن جا منڍ ٽپڪن جو نالو ٻڌايو شڪل (i) ۾ ڪنڊ جو نالو لکو.



شڪل (ii)

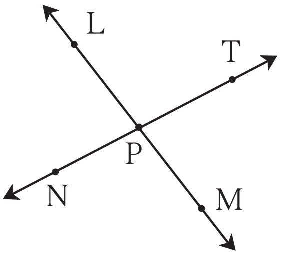
پرواري شڪل (ii) ۾ ڪنڊ جو نالو لکو شڪل ۾ B اهو منڍ ٽپڪو هجي، اهڙن ڪرڻن جا نالا لکو.

شڪل (i) ۾ ڪرڻو BC ۽ ڪرڻو BA هڪ ويڪري ڪنڊ ناهن ٿا پر شڪل (ii) ۾ ڪرڻو BC ۽ BA ملي هڪ سڌي ڪنڊ ناهين ٿا. ان حالت ۾ چئبو تہ ڪرڻو BC ۽ ڪرڻو BA هڪ ٻئي جا اُبتڙ ڪرڻا آهن.

اهو مان سمجهو

- جن ٻن ڪرڻن جو منڍ ٽپڪو عام هجي ۽ اُنهن ڪرڻن مان هڪ ليڪ تيار ٿئي تہ اُنهن ڪرڻن کي هڪ ٻئي جا اُبتڙ ڪرڻا چئبو آهي.

اڀياس 18



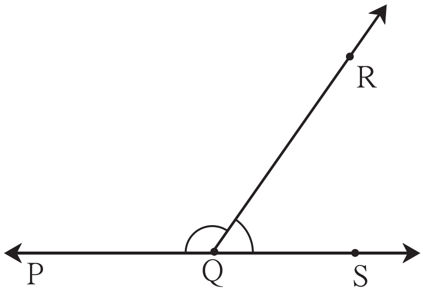
1) پرواري شڪل ۾ اُبتڙ ڪرڻن جا نالا لکو

2) ڪرڻو PN ۽ ڪرڻو PT اهي اُبتڙ ڪرڻا آهن ڇا؟ سبب ٻڌايو.

ڄاڻي وٺون

جاچ ڪريو ۽ ڳولهيو

ڪُنڊن جو ليڪي جوڙو (Angles in linear pair)



- پرواري شڪل ۾ ڪنڊن جا نالا لکو
- ڪنڊن جو جوڙو ڪهڙي قسم جو آهي؟
- ڪنڊن جا غير عام پاسا ڪهڙا آهن.
- $m\angle PQR = \square^\circ$
- $m\angle RQS = \square^\circ$
- $m\angle PQR + m\angle RQS = 180^\circ$

شڪل ۾ $\angle PQR$ ۽ $\angle RQS$ اهي پرواريون ڪنڊون آهن. ساڳئي وقت اُهي تتمھ ڪنڊون به آهن اُنهن جا غير عام پاسا هڪ ٻئي جا اُبتڙ ڪرڻا آهن مطلب ته هڪ ليڪ تيار ڪن ٿا. انهن ڪنڊن کي ڪنڊن جو ليڪي جوڙو چئبو آهي. ڪنڊن جي ليڪي جوڙي ۾ ڪنڊن جي ماپن جو جوڙ 180° هوندو آهي.

اهو مان سمجھو

- اُهي ٻه ڪنڊون جن ۾ هڪ پاسو عام هجي ۽ غير عام پاسا هڪ سڌي ليڪ تيار ڪن ۽ انهن ڪنڊن کي ڪنڊن جو ليڪي جوڙو چئبو آهي. ليڪي جوڙي جي ڪنڊن جي ماپن جو جوڙ 180 هوندو آهي ليڪي جوڙي جون ڪنڊون هڪ ٻئي جون تتمھ ڪنڊون هونديون آهن.

عملي ڪم: اسٽرا يا سڌي تيليون ڪٽي ايپاس ڪرڻ لاءِ ڪنڊن جا جوڙا تيار ڪريو.

ايپاس 19

هيٺ ڏنل بيانن موجب ڪنڊن جا جوڙا ڪڍو نه ڪڍڻ جي حالت ۾ ڪارڻ لکو

i) پورڪ ڪنڊون پر پرواريون نه هجن

ii) ليڪي جوڙو ڪنڊون پر تتمھ نه هجن

iii) تتمھ ڪنڊون پر ليڪي جوڙو نه هجن

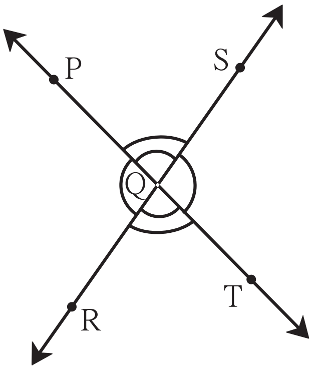
iv) پرواريون ڪنڊون پر ليڪي جوڙو نه هجن.

v) نه پورڪ ڪنڊون هجن نه پرواريون ڪنڊون هجن

vi) ليڪي جوڙو ڪنڊون جيڪي پورڪ ڪنڊون هجن

جاچ ڪريو ۽ ڳولهيو

اُبتڙ ڪنڊون (Vertically opposite angles)



پرواري شڪل ۾ ليڪ PT ۽ ليڪ RS اهي Q ٽيڪي وٽ هڪ ٻئي کي ڪپين ٿيون چار ڪنڊون تيار ٿيون آهن. $\angle PQR$ اها ڪنڊ ڪرڻو QP ۽ ڪرڻو QR مان تيار ٿي آهي. QP ۽ QR انهن ڪرڻن جا اُبتڙ ڪرڻا سلسليوار QT ۽ QS ڪرڻا آهن، انهن اُبتڙ ڪرڻن مان تيار ٿيل ڪنڊ آهي $\angle SQR$ يعني $\angle SQT$ اها $\angle PQR$ جي اُبتڙ ڪنڊ آهي. ائين چئبو آهي.

اهو مان سمجهو

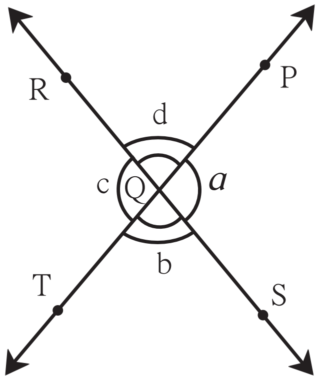
- جن ٻن ڪرڻن مان ڪنڊ تيار ٿئي اُن جي اُبتڙ ڪرڻن مان تيار ٿيل ڪنڊ ٻيهرين ڪنڊ جي اُبتڙ ڪنڊ هوندي آهي.

چاڪي وٺون

اُبتڙ ڪندن جون خاصيتون :

- ڏنل شڪل ۾ $\angle PQS$ جي اُبتڙ ڪنڊ ڪهڙي؟

شڪل ۾ $m\angle PQS = a$، $m\angle SQT = b$، $m\angle TQR = c$، $m\angle PQR = d$ ڪري سمجهون.



$\angle PQS$ ۽ $\angle SQT$ اهي ڪندن جي ليڪي جوڙي ۾ آهن.

$\therefore a + b = 180°$

ساڳئي نموني $\angle SQT$ ۽ TQR اهي ڪندن جي ليڪي جوڙي ۾ آهن

$\therefore b + c = 180°$

$\therefore a + b = b + c$

$\therefore a = c \ldots\ldots\ldots$ (ٻنهي پاسن کان b ڪٽ ڪرڻ)

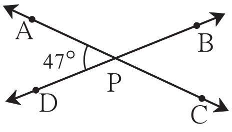
$\therefore$ $\angle PQS$ ۽ $\angle TQR$ ٺهڪندڙ آهن ساڳئي نموني $m\angle PQR = m\angle SQT$

مطلب $\angle SQT$ ۽ $\angle PQR$.∴ پڻ ٺهڪندڙ آهن.

اهو مان سمجهو

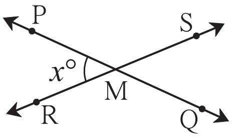
جڏهن ٻه ليڪون هڪ ٻئي کي ڪنهن هڪ ٽٻڪي وٽ ڪپين ٿيون ته ٺهندڙ اُبتڙ ڪندن جون ماپون برابر هونديون آهن.

اڀياس 20



1) ليڪ AC ۽ ليڪ BD هڪ ٻئي کي P ٽٻڪي وٽ ڪپين ٿيون.

$m\angle APD = 47°$ ته $\angle APB = C$، $\angle BPC$ ۽ $\angle CPD$ جون ماپون لکو



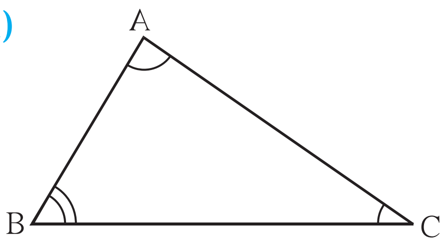
2) ليڪ PQ ۽ ليڪ RS هڪ ٻئي کي M ٽٻڪي وٽ ڪپين ٿيون.

$m\angle PMR = x°$ ته $\angle PMS = \angle SMQ$ ۽ $\angle QMR$ جون ماپون لکو

چاڪي وٺون

گهڻ ڪنڊي جون اندريون ڪنڊون
(Interior angles of a polygon)

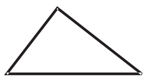
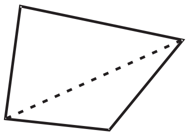
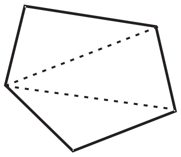
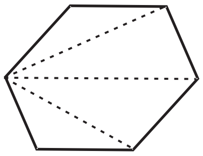
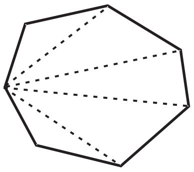
ٽڪنڊي جو اندريون ڪنڊيون



ΔABC ۾ $\angle A$، $\angle B$ ۽ $\angle C$ اهي اندريون ڪنڊون آهن.

- $m\angle ABC + m\angle BAC + m\angle ACB = \square°$

هيٺ ڏنل ياداشت چڪاس ڪريو ۽ نتيجو ڪڍو

پاسن جو عدد	شڪل جو نالو	شڪل جي بيهڪ	ٽُڪنڊن جو عدد	ڪُنڊن جي ماپ
3	ٽڪنڊو		1	$180^\circ \times 1 = \square$
4	چوڪنڊو		2	$180^\circ \times 2 = \square$
5	پنج ڪُنڊو		3	$180^\circ \times 3 = \square$
6	ڇهه ڪُنڊو		4	$180^\circ \times \square = \square$
7	ست ڪُنڊو		5	
8	اٺ ڪُنڊو		6	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	n پاسي واري شڪل		(n - 2)	$180^\circ \times (n - 2)$

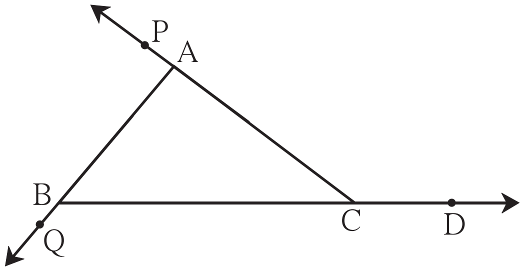
ڌيان رهي ته گهڻڪنڊي جي شڪل ۾ مٿئين نموني تيار ٿيل ٽڪنڊن جو انداز گهڻڪنڊي جي پاسن جي اندازکان ٻه گهٽ ٿيندو آهي.

اهو مان سمجهو

- n پاسي گهڻڪنڊي جي اندرين ڪنڊن جو جوڙ = $(n-2) \times 180^\circ$

جاڳي ونون

ٽڪنڊي جي ٻاهرين ڪنڊ
(Exterior angle of a triangle)

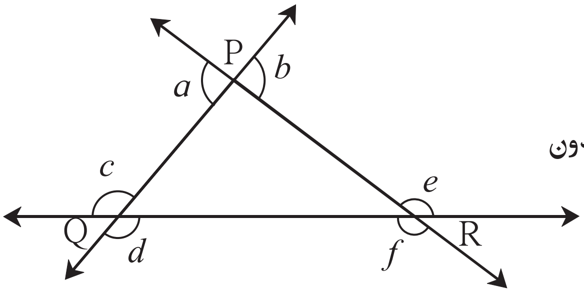


$\triangle ABC$ جي پاسي BC کي ۾ڏيکاريل شڪل $\angle ACD$ نموني وڌائبو ته $\angle ACD$ اها نئين ڪنڊ ٽڪنڊي کان ٻاهر تيار ٿئي ٿي.

$\angle ACD$ اها $\triangle ABC$ جي ٻاهرين ڪنڊ آهي. $\angle ACD$ ۽ $\angle ACB$ اهي ليڪي جوڙي جون ڪنڊون آهن. $\angle PAB$ ۽ $\angle QBC$ ٽڪنڊي جون ٻاهريون ڪنڊون آهن.

اهو مان سمجهو

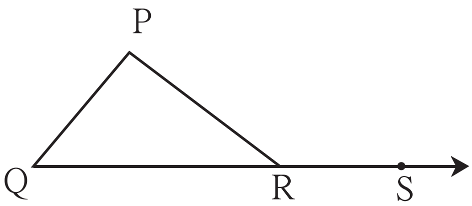
- ٽڪنڊي جي هڪ پاسي وڌائڻ سان جيڪا ڪنڊ ٽڪنڊي جي اندرين پرواري ڪنڊ سان ليڪي جوڙو ٺاهي ٿي، اُن ڪنڊ کي ٽڪنڊي جي ٻاهرين ڪنڊ چئبو آهي.



مثال پرواري شڪل ۾ ٽڪنڊي جون سڀ ٻاهريون ڪنڊون ڏيکاريل آهن. a، b، c، d، e، f اها $\triangle PQR$ جون ٻاهريون ڪنڊون آهن. هرهڪ ٽڪنڊي ۾ان نموني ڇهه ٻاهريون ڪنڊون هونديون آهن.

جاڳي ونون

(Extertor angle of a triangle) ٽڪنڊي جي ٻاهرين ڪنڊ



پرواري شڪل ۾ $\angle PRS$ $\triangle PQR$ جي ٻاهرين ڪنڊ آهي $\angle PRQ$ اها پرواري اندرين ڪنڊ آهي. ٻيون ٻه اندريون ڪنڊون يعني $\angle P$ ۽ $\angle Q$ $\angle PRS$ کان پري ڪنڊون آهن $\angle P$ ۽ $\angle Q$ $\angle PRS$ جون پريون اندريون ڪُنڊون چئبو آهي.

$m\angle P + m\angle Q + m\angle PRQ = \square^\circ$ .... (ٽڪنڊي جي ٽنهي ڪندن جو جوڙ)

$m\angle PRS + m\angle PRQ = \square^\circ$ .... (ليڪي جوڙو ڪندون)

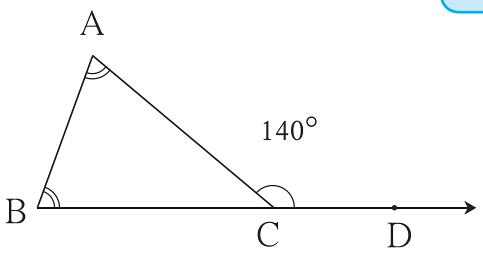
$\therefore\ m\angle P + m\angle Q + m\angle PRQ = m\angle PRS + m\angle PRQ$

$\therefore\ m\angle P + m\angle Q = m\angle PRS$ (ٻنهي پاسن کان وڌائڻ $m\angle PRQ$)

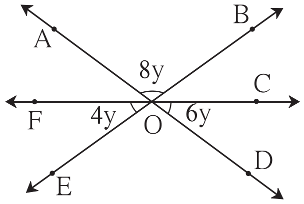
اهو مان سمجهو

- ٽڪنڊي جي ٻاهرين ڪنڊ جي ماپ، اُن جي پري وارين اندرين ڪنڊن جي ماپن جي جوڙ برابر ٿيندي آهي.

اڀياس 21



1) $\angle ACD$ اها $\triangle ABC$ جي ٻاهرين ڪنڊ آهي $\angle A$ ۽ $\angle B$ انهن جي ماپ هڪ جهڙي آهي جيڪڏهن $m\angle ACD = 140°$ $\angle A$ ۽ $\angle B$ جي ماپ لهو.



2) ڀر واري شڪل ۾ ڪنڊن جون ماپون ڏسي، اُن موجب بچيل ٽنهي ڪنڊن جون ماپون لهو

* 3) $\triangle ABC$ ان ڀپورپاسي ٽڪنڊي ۾ $\angle A$ ۽ $\angle B$ ساڳئي ماپ واريون آهن. $\angle ACD$ اها $\triangle ABC$ جي ٻاهرين ڪنڊ آهي $\angle ACB$ ۽ $\angle ACD$ جي ماپ سلسليوار $(3x - 17)°$ ۽ $(8x + 10)°$ آهي ته $\angle ACB$ ۽ $\angle ACD$ جون ماپون لهو. $\angle A$ ۽ $\angle B$ انهن جي به ماپ لهو.

ICT Tools or Links

- Geogebra جي مدد سان هڪ منڊ ٽڪي مان ٻہ ڪرڻا ڪيو. Move Option جو استعمال ڪري ڪرڻن کي گهمايو. هڪ خاص حالت ۾ اُهي اُبتڙ ڪرڻا تيار ٿين ٿا. ان جي چڪاس ڪريو..
- ليڪي جوڙو ڪنڊون تيار ڪريو. عام پاسو ۾ move ڪري جدا جدا ليڪي جوڙو ڪنڊن جو آزمودو وٺو.
- Geogebra ۾ Polygon tools جو استعمال ڪري جدا جدا گهڻڪنڊن جون شڪليون ڪيو ۽ اُنهن جي اندرين ڪنڊن جي ماپن واري خاصيت جاچيو.

5 منتق عدد ۽ اُنهن مٿان ڪارروايون

RIT9YJ

چاڪي وٺون

منتق عدد (Rational numbers)

گذريل درجي ۾ اسان 1، 2، 3، 4... انهن ڳڻپ عددن مطلب قدرتي عددن جو اڀياس ڪيو آهي. قدرتي عدد، ٻڙي ۽ قدرتي عددن جي اُبتڙ عددن کي ملائي تيار ٿيل عددن جي گروهه کي سڄا -انگي عدد چئبو آهي،

اها اسان کي ڄاڻ آهي. ساڳئي نموني $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{11}$ انهن اڻ پورڻن کان به واقف آهيون.

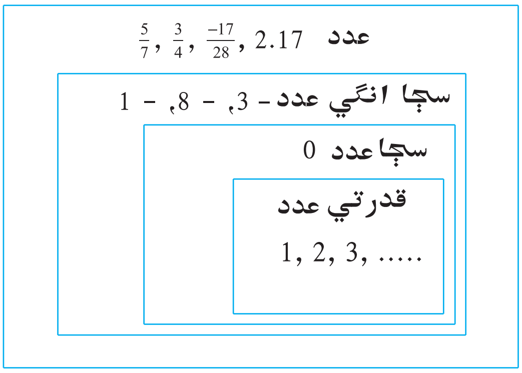
سڄا انگي عدد اڻپورن عدد، انهن عددن کي ملائي ٺهندڙ ڪو عدد گروهه آهي ڇاهڙو ويچار ڪنداسين.

$0 = \frac{0}{2}$, $-3 = \frac{-3}{1}$, $7 = \frac{7}{1}$, $4 = \frac{12}{3}$ اهي سڀ سڄا انگي عدد اسان $\frac{m}{n}$ روپ ۾ لکي سگهون ٿا.

اهي سڀ سڄا انگي عدد اسان $\frac{m}{n}$ روپ ۾ لکي سگهون ٿا. اها اسان کي ڄاڻ آهي ۽ **m** کهڙو به سڄو انگي عدد هجي ۽ **n** کهڙو به غير ٻڙي سڄو انگي عدد هجي ته $\frac{m}{n}$ ان عدد کي منتق عدد چئبو. اهڙي نموني منتق عددن جو گروهه مٿين سڀني قسمن جي عددن جي گروهن کي سمائي ڇڏي ٿو.

خالي جڳهيون پوريون ڪيو

	−3	$\frac{3}{5}$	−17	$-\frac{5}{11}$	5
قدرتي عدد	×				✓
سڄا انگي عدد	✓				
منتق عدد	✓				



منتق عددن مٿان ڪارروايون

منتق عدد انس ۽ ڇيد واپرائي وهنواري اڀپور ۾ لکيو ويندو آهي. يعني ۾ منتق عددن مٿان ڪارروايون اڀپورن مٿان ڪاروائن وانگر ٿينديون آهن.

(1) $\frac{5}{7} + \frac{9}{11} = \frac{55+63}{77} = \frac{118}{77}$

(2) $\frac{1}{7} - \frac{3}{4} = \frac{4-21}{28} = \frac{-17}{28}$

(3) $2\frac{1}{7} + 3\frac{8}{14} = \frac{15}{7} + \frac{50}{14}$

$= \frac{30}{14} + \frac{50}{14}$

$= \frac{80}{14} = \frac{40}{7}$

(4) $\frac{9}{13} \times \frac{4}{7} = \frac{9\times4}{13\times7} = \frac{36}{91}$

(5) $\frac{3}{5} \times \frac{(-4)}{5} = \frac{3\times(-4)}{5\times5} = \frac{-12}{25}$

(6) $\frac{9}{13} \times \frac{26}{3} = \frac{3\times2}{1} = \frac{6}{1}$

ذرا ياد ڪريو

هڪ عدد کي ٻئي عدد سان ونڊ ڪرڻ مطلب اُن عدد جي ضرب اُبتڙ سان ضرب ڪرڻ ٿيندو آهي.

اسان ڏٺو آهي $\frac{5}{6}$ ۽ $\frac{6}{5}$ ، $\frac{2}{11}$ ۽ $\frac{11}{2}$ ضرب - اُبتڙ عددن جا جوڙا آهن.

$\left(\frac{-2}{7}\right) \times \left(\frac{-7}{2}\right) = 1$; $\left(\frac{-4}{5}\right) \times \left(\frac{-5}{4}\right) = 1$ ساڳئي نموني $\left(\frac{-5}{4}\right)$ ۽ $\left(\frac{-4}{5}\right)$ ۽

$\left(\frac{-7}{2}\right)$ ۽ $\left(\frac{-2}{7}\right)$ عددن جو جوڙو آهي $\frac{-5}{4}$ ۽ $\frac{-4}{5}$ اهي هڪ ٻئي جا

ضرب - اُبتڙ آهن ۽ $\frac{-7}{2}$ ۽ $\frac{-2}{7}$ اهي پڻ هڪ ٻئي جا ضرب - اُبتڙ آهن.

ڌيان ڏيو

مثال $\frac{-11}{9}$ ۽ $\frac{9}{11}$ انهن جي ضرب آهي يعني $\frac{-11}{9}$ ، $\frac{9}{11}$ اهو ضرب -اُبتڙ عددن جو جوڙو نه آهي.

اچو تہ ويچار ڪريون

اسان جدا جدا عدد گروهن جي خاصيت ڏسون اُن بابت گروپ ۾ چرچا ڪري اڳتي ڏنل ياداشت پوري ڪريو. قدرتي عدد گروهہ سچا انگي عدد گروهہ ۽ منتق عدد گروهہ سامهون ڏيان ۾ رکي هرهڪ گروهہ سامهون جوڙ، ڪٽ، ضرب ۽ ونڊ جون ڪاروايون ڪرڻ بعد ملندڙ نتيجو (✓) يا (×) ان نشاني وسيلي ڏيکاريو ٻڙي ۽ سان ونڊ نہ ڪري سگهبي اهو ڌيان ۾ رکو.

- قدرتي عددن جو جوڙ ڪنداسين جيڪڏهن جوڙ جو جواب قدرتي عدد ملي ٿو تہ قدرتي عددن جي گروهہ اڳيان جوڙ واري چوڪنڊي ۾ ✓ اها نشاني لکبي.
- ٻن قدرتي عددن جي ڪٽ ڪنداسين جيڪڏهن ڪٽ جو جواب هميشهہ قدرتي عدد نہ ايندو.

چو تہ 10-7 = 3- اهڙا بيشمار مثال آهن انڪري ڪٽ واري چوڪنڊي ۾ (x) اها نشاني لکبي.

خاڪي ۾ (x) لکڻ وقت اُن جو ڪارڻ سمجهايو. (x) جو ڪارڻ مثالن وسيلي ڏيڻ بيشمار مثالن مان هڪ ڏنل آهي.

عدد گروهہ	جوڙ	ڪٽ	ضرب	ونڊ
قدرتي عدد	✓	× $(7 - 10 = -3)$	✓	× $(3 \div 5 = \frac{3}{5})$
سچا انگي عدد				
منتق عدد				

اهو مان سمجھو

- قدرتي عدد گروهه اهو جوڙ ۽ ضرب ڪاروائين لاءِ آهي پر ڪٽ ۽ ونڊ ڪاروائين لاءِ نه به اُهي مطلب ڀن قدرتي عددن جي ڪٽ يا ۽ ونڊ جو جواب قدرتي عدد هجي ائين نه آهي.
- سچا-انگي عدد گروهه اهو جوڙ ۽ ضرب ڪاروائين لاءِ آهي پر ڪٽ ۽ ونڊ ڪاروائين لاءِ نه آهي.
- منتق عدد گروهه اهو جوڙ ڪٽ، ضرب ۽ ونڊ انهن سڀني ڪاروائين لاءِ آهي فقط ٻڙي ۽ سان ونڊ نه ٿي ڪري سگهجي.

اڀياس 22

1. هيٺ ڏنل منتق عددن جو جوڙ ڪريو

(i) $\frac{5}{36} + \frac{6}{42}$ (ii) $1\frac{2}{3} + 2\frac{4}{5}$ (iii) $\frac{11}{17} + \frac{13}{19}$ (iv) $2\frac{3}{11} + 1\frac{3}{77}$

2. هيٺ ڏنل منتق عددن جي ڪٽ ڪريو

(i) $\frac{7}{11} - \frac{3}{7}$ (ii) $\frac{13}{36} - \frac{2}{40}$ (iii) $1\frac{2}{3} - 3\frac{5}{6}$ (iv) $4\frac{1}{2} - 3\frac{1}{3}$

3. هيٺ ڏنل منتق عددن جي ضرب ڪريو

(i) $\frac{3}{11} \times \frac{2}{5}$ (ii) $\frac{12}{5} \times \frac{4}{15}$ (iii) $\frac{(-8)}{9} \times \frac{3}{4}$ (iv) $\frac{0}{6} \times \frac{3}{4}$

4. هيٺ ڏنل عددن جا ضرب-اُبتڙ لکو

(i) $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{-3}{8}$ (iii) $\frac{-17}{39}$ (iv) 7 (v) $-7\frac{1}{3}$

5. هيٺ ڏنل منتق عددن جي ونڊ ڪريو

(i) $\frac{40}{12} \div \frac{10}{4}$ (ii) $\frac{-10}{11} \div \frac{-11}{10}$ (iii) $\frac{-7}{8} \div \frac{-3}{6}$ (iv) $\frac{2}{3} \div (-4)$

(v) $2\frac{1}{5} \div 5\frac{3}{6}$ (vi) $\frac{-5}{13} \div \frac{7}{26}$ (vii) $\frac{9}{11} \div (-8)$ (viii) $5 \div \frac{2}{5}$

چاڪي وٺون

اچو ته ويچار ڪريون

- 2 کان 9 تائين، انهن قدرتي عددن وچ گهٽا قدرتي عدد آهن؟ اُهي لکو.
- (-4) کان 5 تائين، ڪهڙا سچا انگي عدد آهن ۽ اُهي لکو.
- $\frac{1}{2}$ ۽ $\frac{3}{4}$ وچ ڪهڙا منتق عدد آهن؟

مثال $\frac{1}{2}$ ۽ $\frac{4}{7}$ انهن منتق عددن جي وچ ۾ منتق عدد ڳولهيون، اُن لاءِ انهن عددن جا ڇيد ساڳيا ڪيون

$\frac{1}{2} = \frac{1\times7}{2\times7} = \frac{7}{14}$ ، $\frac{4}{7} = \frac{4\times2}{7\times2} = \frac{8}{14}$

7 ۽ 8 اهي لاڳيتا قدرتي عدد آهن پر $\frac{7}{14}$ ۽ $\frac{8}{14}$ اهي لاڳيتا منتق عدد آهن ڇا؟

ڪنهن بہ منتق عدد جو ڇيد وڏو ڪرڻ سان اُن جو انس بہ وڏو ٿيندو.

$\frac{7}{14} = \frac{70}{140}$ ، $\frac{8}{14} = \frac{80}{140}$ . . . (انس ۽ ڇيد کي 10 سان ضرب ڪرڻ)

هاڻي $\frac{80}{140} < \frac{79}{140} < \dots\dots < \frac{70}{140} < \frac{71}{140}$ هتي $\frac{7}{14}$ ۽ $\frac{8}{14}$ جي وچ ۾ گهڻا عدد هلندا؟

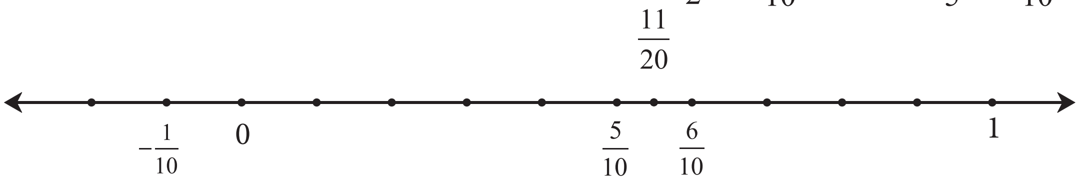
ساڳئي نموني $\frac{7}{14} = \frac{700}{1400}$ ، $\frac{8}{14} = \frac{800}{1400}$ . . . (انس ۽ ڇيد کي 100 سان ضرب ڪرڻ)

يعني $\frac{700}{1400} < \frac{701}{1400} \dots\dots < \frac{799}{1400} < \frac{800}{1400}$

ان مان منتق عددن جو روپ جن ۾ وڏو ڇيد هجڻ واري ساڳئي ملهہ واري عددن ۾ ڪرڻ سان اُنهن جي درميان وڌيڪ وڌيڪ منتق عدد ڏيکاري سگهجن ٿا.

مثال، $\frac{1}{2}$ ۽ $\frac{3}{5}$ انهن منتق عددن وچ ۾ عددن جو انداز لهڻ $\frac{1}{2}$ ۽ $\frac{3}{5}$ انهن منتق عددن جو پهريائين ساڳيو ڇيد ڪنداسين.

جئين $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ ، $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$,



انهن ٽپڪن کي جوڙيندڙ ليڪ ٽڪر جو وچ ٽپڪو لهبو. اُهو ٽپڪو ڪهڙو عدد ڏيکاري ٿو، اُهو ڏسنداسين.

$\frac{11}{20} = \left(\frac{5}{10}+\frac{6}{10}\right)\frac{1}{2}$ هاڻي اهو ٽپڪو ان ليڪ ٽڪر جو مڌيہ ٽپڪو آهي ڇو تہ

ساڳئي نموني، $\frac{6}{10} - \frac{11}{20} = \frac{12-11}{20} = \frac{1}{20}$ ساڳئي نموني $\frac{11}{20} - \frac{5}{10} = \frac{11-10}{20} = \frac{1}{20}$

∴ $\frac{5}{10}$ ۽ $\frac{6}{10}$ انهن جي وچ وارا عدد لهبا آهن. $\frac{11}{20}$ وچ ۾ عدد آهي مطلب $\frac{1}{2}$ ۽ $\frac{3}{5}$ اهڙي طريقي

$\frac{11}{20}$ عدد آهي اهڙي طريقي $\frac{1}{2}$ ۽ $\frac{11}{20}$ ۽ $\frac{11}{20}$ ۽ $\frac{3}{5}$ انهن جي وچ وارا عدد لهبا آهن.

اهو مان سمجهو

• ٻن منتق عددن درميان بيشمار منتق عدد هوندا آهن

اڀياس 23

⊙ هيٺ ڏنل ٻن منتق عددن درميان منتق عدد لکو.

(i) $\frac{2}{7}$, $\frac{6}{7}$ (ii) $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{3}$ (iii) $-\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ (iv) $\frac{7}{9}$, $-\frac{5}{9}$

(v) $\frac{-3}{4}$, $\frac{+5}{4}$ (vi) $\frac{7}{8}$, $\frac{-5}{3}$ (vii) $\frac{5}{7}$, $\frac{11}{7}$ (viii) 0, $\frac{-3}{4}$

✸ وڌيڪ ڄاڻ لاءِ

جيڪڏهن **m** هڪ سڄو انگي عدد آهي ته $m+1$ اهو لڳيتو وڏو سڄو انگي عدد هوندو آهي. m ۽ $m+1$ وچ ۾ ڪ به سڄو انگي عدد نه هوندو آهي. سلسلي ۾ نه هوندڙ ڪهڙن به ٻن سڄن انگي عددن وچ ۾ سچا انگي عدد ڳڻي سگهبا آهن، ان جو آزمودو وٺو ۽ ڪهڙن به ٻن منتق عددن وچ ۾ بيشمار منتق عدد هوندا آهن.

ذرا ياد ڪريو

ڏهائي اڀپورن جي ضرب ۽ ونڊ ڪيئن ڪبي آهي، اها اسان کي خبر آهي.

$$\frac{35.1}{10} = 35.1 \times \frac{1}{10} = \frac{351}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{351}{100} = 3.51$$

$$\frac{35.1}{100} = \frac{35.1}{1} \times \frac{1}{100} = \frac{351}{10} \times \frac{1}{100} = \left(\frac{351}{1000}\right) = 0.\ 351$$

$$35.1 \times 10 = \frac{351}{10} \times 10 = 351.0$$

$$35.1 \times 1000 = \frac{351}{10} \times 1000 = \left(\frac{351000}{10}\right) = 35100.0$$

ان مان سمجهه ۾ اچي ٿو ته ڏهائي اڀپورکي **100** سان ونڊ ڪرڻ يعني ڏهائيءَ واري نشانيءَ کي ٻه جڳهيون کاٻي پاسي ڪڍي، **1000** سان ضرب ڪرڻ وقت اُها نشاني ٽي جڳهيون ساڄي پاسي ڪڍجي. اهي، ونڊ ۽ ضرب ڪرڻ لاءِ نيم ڏاڍا ڪمائتا آهن. ڏهائي اڀپور ۾ اڀپورواري حصي ۾ ڪيترين به ٻڙين لکندا سين يا سڄي حصي جي اڳيان ڪيترين به ٻڙين لکندا سين ته اُن ڏهائي اڀپور جو ملهه نه بدلجندو.

$$1.35 = \frac{135}{100} \times \frac{100}{100} = \frac{13500}{10000} = 1.3500$$

$$0.35 = \frac{35}{100} \times \frac{1000}{1000} = \frac{35000}{100000} = 0.35000$$

اِن جو اِستعمال ڪيئن ٿيندو آهي اهو ڏسو $1.35 = 001.35$

$$\frac{1.35}{100} = \frac{001.35}{100} = 0.0135$$

جاچي وٺو

منتق عددن جو ڏهائي اڻپور ۾ ڏيکارڻ (Decimal representation of rational numbers)

مثال $\frac{7}{4}$ اهو منتق عدد ڏهائي اڻپور ۾ لکو

$$\begin{array}{r} 1.75 \\ 4\overline{)7.000} \\ -\ 4\ \ \ \ \ \\ \hline 30\ \ \ \\ -\ 28\ \ \ \\ \hline 20\ \\ -\ 20\ \\ \hline 00\ \end{array}$$

(1) $7 = 7.0 = 7.000$ (اڻپور واري حصي ۾ ڪيترين به ٻڙين ڏيئي سگهجن ٿيون.)

(2) **7** کي **4** سان ونڊ ڪرڻ سان **1** ونڊ اُپت ايندو ۽ پاڇي **3** بچندي. ان ٽن جي اڳيان ٻڙي لاهي رکبي اهي **30** ٿيندا. ان کي **40** سان ونڊ ڪبي ته جواب **7** ايندو. پر اهو اڻپور وارو حصو آهي انڪري اهو ڏهائي واري نشاني کان پوءِ لکبو. هاڻي ونڊڻي ۾ اچا به هڪ ٻڙي هيٺ لاهبي ۽ ونڊ پوري ڪبي. ان ونڊ ۾ اڻپور واري حصي کان پوءِ ڏهائي جي نشانيءَ جو استعمال ڪيل آهي

مثال $2\frac{1}{5}$ ان کي ڏهائي اڻپور ۾ لکو

$2\frac{1}{5} = \frac{11}{5}$ ان کي ڏهائي اڻپور ۾ بدلائڻ جا ٽي طريقا سمجهنداسين.

$\frac{1}{5}$ جو ڏهائي اڻپور

(I)

$$\begin{array}{r} 0.2 \\ 5\overline{)1.0} \\ -\ 0\ \ \ \\ \hline 10 \\ -\ 10 \\ \hline 00 \end{array} \qquad \frac{1}{5} = 0.2$$

(II)

$$\begin{array}{r} 2.2\ \ \ \ \\ 5\overline{)11.000} \\ -\ 10\ \ \ \ \ \ \ \\ \hline 010\ \ \ \ \\ -\ 10\ \ \ \ \\ \hline 00\ \ \ \ \end{array}$$

(III)

$$\frac{11}{5} = \frac{11\times 2}{5\times 2} = \frac{22}{10} = 2.2$$

$$\frac{11}{5} = 2.2$$

$$\therefore\ 2\frac{1}{5} = 2.2$$

مثال $\frac{-5}{8}$ ان منتق عدد کي ڏهائي اڻپور ۾ لکو.

$\frac{5}{8}$ جو ڏهائي اڻپور 0.625 ملندو. $\therefore\ \frac{-5}{8} = -\,0.625$

مٿين سڀني مثالن ۾ پاڇي ٻڙي آئي آهي. ونڊ جي ڪاروائي پوري ٿي آهي. منتق عددن جي انهن ڏهائي اڻپورن کي ختم ٿيل ڏهائي اڻپور چئبو آهي.

مثال : ڪن منتق عددن جو ڏهائي اڻپورا لڳ آهي، اُهو ڏسنداسين

(i) $\frac{5}{3}$ ان عدد کي ڏهائي اڻپور ۾ بدلايو

$$\begin{array}{r} 1.66 \\ 3\overline{)5.00} \\ -\ 3 \\ \hline 2\ 0 \\ -\ 1\ 8 \\ \hline 20 \\ -\ 18 \\ \hline 2 \end{array}$$

$\therefore \frac{5}{3} = 1.666.......$

$\therefore \frac{5}{3} = 1.\dot{6}$

(ii) $\frac{2}{11}$ ان عدد کي ڏهائي اڻپور ۾ بدلايو

$$\begin{array}{r} 0.18 \\ 11\overline{)2.00} \\ -\ 0 \\ \hline 20 \\ -\ 11 \\ \hline 90 \\ -\ 88 \\ \hline 20 \end{array}$$

$\therefore \frac{2}{11} = 0.1818.......$

$\therefore \frac{2}{11} = 0.\overline{18}$

(iii) $2\frac{1}{3}$ جو ڏهائي اڻپور لکو $2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$

$$\begin{array}{r} 2.33 \\ 3\overline{)7.00} \\ -\ 6 \\ \hline 1\ 0 \\ -\ 9 \\ \hline 10 \\ -\ 9 \\ \hline 01 \end{array}$$

$2\frac{1}{3} = 2.33...$

$\therefore 2\frac{1}{3} = 2.\dot{3}$

(vi) $\frac{5}{6}$ کي ڏهائي اڻپور ۾ بدلايو

$$\begin{array}{r} 0.833 \\ 6\overline{)50} \\ -\ 48 \\ \hline 020 \\ -\ 18 \\ \hline 020 \\ -\ 18 \\ \hline 02 \end{array}$$

$\frac{5}{6} = 0.833...$

$\therefore \frac{5}{6} = 0.8\dot{3}$

مٿين سڀني مثالن ۾ ونڊ جي ڪاروائي پوري نه ٿي ٿئي، ڏهائي واري نشانيءَ جي ساڄي پاسي هڪ انگ يا ڪجهه انگن جو گروهه هرگهڙيءَ اچي ٿو. انهن ڏهائي اڻپورن کي وارائتا ڏهائي اڻپور چئبو آهي.

جن ڏهائي اڻپورن ۾ ڏهائي ساڄي پاسي هڪ ئي انگ هرگهڙيءَ اچي ٿو ته اُن مٿان ٽپڪو ڏبو آهي. جيئن $2\frac{1}{3} = 2.33... = 2.\dot{3}$ اهڙي نموني جيڪڏهن ڏهائيءَ واري نشانيءَ جي ساڄي پاسي ڪجهه انگن جو گروهه هرگهڙيءَ اچي ٿو ته اُنهن انگن جي گروهه مٿان ليڪ-ٽڪر ڏبو آهي. $\frac{5}{6} = 0.8\dot{3}$ ۽ $\frac{2}{11} = 0.1818........ = 0.\overline{18}$

اهو مان سمجهو

• ڪجهه منتق عددن جا ڏهائي اڻپور ختم ٿيل ڏهائي اڻپور هوندا آهن ته ڪجهه منتق عددن جا ڏهائي اڻپور وارائتا ڏهائي اڻپور هوندا آهن.

اچو ته ويچار ڪريون

• ڇا منتق عدد جي ڇيد کي ونڊ نه ڪري سگهڻ وارو ختم ٿيل ڏهائي اڻپور هوندو آهي. اهو جاچيو.

اڀياس 24

⊙ هيٺ ڏنل منتق عددن جو ڏهائي اڀپور لکو

(i) $\frac{13}{4}$ (ii) $\frac{-7}{8}$ (iii) $7\frac{3}{5}$ (iv) $\frac{5}{12}$ (v) $\frac{22}{7}$ (vi) $\frac{4}{3}$ (vii) $\frac{7}{9}$

اچو ته ويچار ڪريون

جوڙ ڪٽ، ضرب ۽ ونڊ انهن نشانين جي استعمال ڪري لکيل عدد جي بيهڪ يعني پداولي ٿيندي آهي.

$72 \div 6 + 2x2$ اها پداولي ڇڏايو ۽ جواب ڪڍو

سريش جو طريقو

$72 \div 6 + 2 \times 2$
$= 12 + 2 \times 2$
$= 12 + 4$
$= 16$

منيش جو طريقو

$72 \div 6 + 2 \times 2$
$= 12 + 2 \times 2$
$= 14 \times 2$
$= 28$

ٻئي جواب جدا جدا آيا. ڇاڪاڻ ته ٻنهي جدا جدا سلسلو ڪٽي ڪاروائي ڪئي. جنهن ڪري جواب به جدا جدا آيو اڻين نه ٿئي انڪري ڪاروائين ۾ سلسلي جا ڪجهه نيم مقرر ڪيا ويا اُنهن اُهي نيم پالڻ سان هڪ ئي جواب ملندو. اُهي نيم ڏسو. ڪڏهن ڪڏهن فقط ضرب يا ونڊ نه هئڻ واري ڪا ڪاروائي پهريان ئي ڪرڻ گهرجي اها اُميد ڪئي وڃي ٿي اُن وقت پداولي ۾ برئڪيٽ جو استعمال ڪبو آهي.

پداولي ڇڏائڻ جا نيم

1) جيڪڏهن پداولي ۾ هڪ کان وڌيڪ ڪاروايون هجن ته ضرب ۽ ونڊ اهي ڪاروايون هجن ته ضرب ۽ ونڊ اهي ڪاروايون کاٻي کان ساڄي طرف جنهن سلسلي ۾ اچن، اُن ئي سلسلي ۾ ڪرڻ گهرجن.

2) پوءِ جوڙ ۽ ڪٽ جي ڪاروائي کاٻي کان ساڄي طرف، جنهن سلسلي ۾ هجن، اُن ئي سلسلي ۾ ڪرڻ گهرجن.

3) برئڪيٽ ۾ هڪ وڌيڪ ڪاروايون هئڻ تي مٿيان به نيم پالڻ گهرجن.

مٿيان نيم ڪتب آڻي منيش جو طريقو برابر آهي، اهو سمجهه ۾ اچي ٿو $\therefore\ 72 \div 6 + 2 \times 2 = 16$

هيٺيون پداوليون ڇڏايو

مثال

$40 \times 10 \div 5 + 17$
$= 400 \div 5 + 17$
$= 80 + 17$
$= 97$

مثال

$80 \div (15 + 8 - 3) + 5$
$= 80 \div (23 - 3) + 5$
$= 80 \div 20 + 5$
$= 4 + 5$
$= 9$

مثال

$$2 \times \{25 \times [(113 - 9) + (4 \div 2 \times 13)]\}$$
$$= 2 \times \{25 \times [104 + (4 \div 2 \times 13)]\}$$
$$= 2 \times \{25 \times [104 + (2 \times 13)]\}$$
$$= 2 \times \{25 \times [104 + 26]\}$$
$$= 2 \times \{25 \times 130\}$$
$$= 2 \times 3250$$
$$= 6500$$

مثال

$$\frac{3}{4} - \frac{5}{7} \times \frac{1}{3}$$
$$= \frac{3}{4} - \frac{5}{21}$$ (پهرياڻي ضرب)
$$= \frac{3\times21-5\times4}{84}$$ (پوءِ ڪٽ)
$$= \frac{63-20}{84} = \frac{43}{84}$$

ڌيان ڏيو

ڪاروائين جو سلسلو چڱيءَ طرح هجي، اُن لاءِ هڪ ڪان وڌيڪ دفعا برئڪيٽن جو استعمال ڪرڻو پوندو آهي اُن لاءِ سادي برئڪيٽ (   ) چوڪندي برئڪيٽ [   ] وروڪڙ برئڪيٽ{   }ڪتب آڻبي آهي. سلسلو چڏائڻ لاءِ سڀ کان پهرياڻين اندرئين برئڪيٽ واري ڪاروائي ڪبي آهي، پوءِ ٻاهرين برئڪيٽ واري ڪاروائي سلسلي موجب ڪبي آهي.

اڀياس 25

هيٺيون پداوليون چڏايو

1. $50 \times 5 \div 2 + 24$
2. $(13 \times 4) \div 2 - 26$
3. $140 \div [(-11) \times (-3) - (-42) \div 14 - 1)]$
4. $\{(220 - 140) + [10 \times 9 + (-2 \times 5)]\} - 100$
5. $\frac{3}{5} + \frac{3}{8} \div \frac{6}{4}$

عملي ڪم: چوڪندي ڇڏل انگ ۽ نشانيون ڪم آڻي اهڙي پداولي تيار ڪريو جنهن جو ملهه 112 هجي.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	+ × ÷ -

* وڌيڪ ڄاڻ جي لاءِ:

پداولي چڏائڻ ۾ نشانين جو سلسلو

برئڪيٽ ←	جو ←	ونڊ ←	ضرب ←	جوڙ ←	ڪٽ
( )	×	÷	×	+	-
برئڪيٽ ڪرڻ جي ڪريا	جو ڪرڻ جي ڪريا مثال $\frac{1}{4}$ 200 $= 200 \times \frac{1}{4}$	ونڊ ڪرڻ جي ڪريا	ضرب ڪرڻ جي ڪريا	جوڙ ڪرڻ جي ڪريا	ڪٽ ڪرڻ جي ڪريا

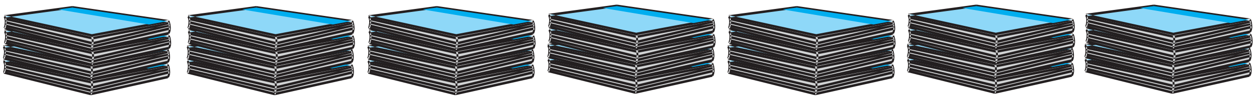
RJ3617

6 قوت نمائون

ذرا ياد ڪريو

7 ٻارن کي هرهڪ لاءِ چارڪاپيون ڏنيون ويون

ڪل ڪاپيون = 4+4+4+4+4+4+4=28



هتي جوڙ جي ڪاروائي ڪيترائي دفعا ڪيل آهي

هڪ ئي عدد کي گهڻائي دفعا جوڙڻ بدران ضرب ڪري سگهجي ٿي

ڪل ڪاپيون = 4+4+4+4+4+4+4=7x4=28

ڄاڻي وٺون

پايو ۽ قوت نما (Base and Index)

هاڻي 2 عدد اهو گهڻائي دفعا ڪٽي ضرب ڪرڻ لاءِ توري ۾ ڪيئن رچنا ڪبي، اُهو ڏسنداسين.

2x2x2x2x2x2x2x2 هتي 8 دفعا 2 ڪٽي ضرب ڪيل آهي

ان کي توري ۾ 2^8 لکيو آهي هتي 2^8 ضرب جو قوت نما روپ آهي. ان ۾ 2 پايو آهي ۽ 8 قوت نما آهي.

8 ⟶	قوت نما
2 ⟶	پايو

مثال $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5$ هتي 5^4 قوت نما عدد آهي پايو 5 ۽ قوتنما 4 آهي

5^4 قوت نما آهي ان کي 5^4 جي قوت نما يا 5 جي چوٿين سگهه ڪري پڙهبو آهي

ان نموني 5 کهڙو به عدد هجي $a \times a \times a \times \dots\dots\dots \ (m \text{ دفعا}) = a^m$

ان کي a جي قوت نما m يا a سگهه m ڪري پڙهبو آهي.

$\therefore 5^4 =$ 5x5x5x5= 625 يعني 5^4 ان قوت نما جو ملهه 625 آهي

ساڳئي نموني $\frac{-8}{27} = \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} =$ مطلب $\left[\frac{-2}{3}\right]^3$ جو ملهه $\frac{-8}{27}$ آهي

$7^1 = 7,\ 10^1 = 10$ ڪنهن به عدد جي پهرين سگهه معنيٰ اهو ئي عدد ٿيندو آهي.

عدد جي پهرين سگهه جي حالت ۾ قوت نما نه لکبي آهي. جيئن $5^1 = 5$ ، $a^1 = a$

اڀياس 26

1. هيٺ ڏنل ياداشت پوري ڪريو

	قوت نما عدد	پايو	قوت نما	ضرب جو روپ	مُلهه
(i)	3^4	3	4	$3 \times 3 \times 3 \times 3$	81
(ii)	16^3				
(iii)		(-8)	2		
(iv)				$\frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7}$	$\frac{81}{2401}$
(v)	$(-13)^4$				

2. ملهه لکو:

(i) 2^{10} (ii) 5^3 (iii) $(-7)^4$ (iv) $(-6)^3$ (v) 9^3

(vi) 8^1 (vii) $\left(\frac{4}{5}\right)^3$ (viii) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$

ٻي سگهه ۽ ڪعب (Square and cube)

$3^2 = 3 \times 3$

3^2 جو پڙهڻ 3 جي ٻي سگهه

يا 3 جو چورس ڌيان ۾ رکو

$5^3 = 5 \times 5 \times 5$

5^3 جو پڙهڻ: 5 جي ٽين سگهه

يا 5 جو ڪعب

ڌيان ڏيو: ڪنهن به عدد جي ٻي سگهه مطلب ان عدد جو چورس

ڪنهن به عدد جي ٽين سگهه مطلب اُن عدد جو ڪعب

چاڪي وٺون

ساڳئي پايي وارن قوت نماعددن ۾ ضرب

مثال $2^4 \times 2^3$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$= 2^7$

ان مان $2^4 \times 2^3 = 2^{4+3} = 2^7$

مثال $(-3)^2 \times (-3)^3$

$= (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$

$= (-3)^5$

ان مان $(-3)^2 \times (-3)^3 = (-3)^{2+3} = (-3)^5$

مثال $\left(\frac{-2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{-2}{5}\right)^3 = \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) = \left(\frac{-2}{5}\right)^5$

ان مان $\left(\frac{-2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{-2}{5}\right)^3 = \left(\frac{-2}{3}\right)^{2+3} = \left(\frac{-2}{5}\right)^5$

اهو مان سمجهو

• جيڪڏهن a هڪ منتق عدد آهي m ۽ n اهي واڌوسڇا انگي عدد آهن ۽ تہ $a^m \times a^n = a^{m+n}$

ايڀياس 27

سادو روپ لکو

(i) $7^4 \times 7^2$ (ii) $(-11)^5 \times (-11)^2$ (iii) $\left(\frac{6}{7}\right)^3 \times \left(\frac{6}{7}\right)^5$

(iv) $\left(-\frac{3}{2}\right)^5 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^3$ (v) $a^{16} \times a^7$ (vi) $\left(\frac{P}{5}\right)^3 \times \left(\frac{P}{5}\right)^7$

چاڪي وٺون

ساڳئي پايي وارن قوت نما عددن جي ونڊ

مثال $6^4 \div 6^2 = ?$

$$\frac{6^4}{6^2} = \frac{6 \times 6 \times 6 \times 6}{6 \times 6}$$

$= 6 \times 6$

$= 6^2$

$\therefore\ 6^4 \div 6^2 = 6^{4-2} = 6^2$

مثال $(-2)^5 \div (-2)^3 = ?$

$$\frac{(-2)^5}{(-2)^3} = \frac{(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)}{(-2)\times(-2)\times(-2)}$$

$= (-2)^2$

$\therefore\ (-2)^5 \div (-2)^3 = (-2)^2$

اهو مان سمجهو

• جيڪڏهن a غيرٻڙي منتق عدد آهي m ۽ n اهي واڌوسڇا انگي عدد آهن ۽ m>n تہ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

a^0 جو مطلب

$a \neq 0$

$\frac{a^m}{a^m} = 1$

$\frac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^0$

$\therefore\ \boxed{a^0 = 1}$

a^{-m} جو مطلب

$a^{-m} = a^{-m} \times 1$

$= a^{-m} \times \frac{a^m}{a^m}$

$= \frac{a^{-m+m}}{a^m}$

$= \frac{a^0}{a^m} = \frac{1}{a^m}$

$\boxed{a^{-m} = \frac{1}{a^m}}$

$a^{-m} = \frac{1}{a^m} \quad \therefore \quad a^{-1} = \frac{1}{a}$

$a \times a^{-1} = 1$ ساڳئي نموني $a \times \frac{1}{a} = 1$

$\therefore\ a^{-1}$ مطلب a اهو جو ضرب جي اُبتڙ آهي

اِن نموني $\frac{5}{3}$ اهو جو ضرب جي اُبتڙ آهي $\frac{3}{5}$

$\therefore\ \boxed{\left(\frac{5}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{5}}$

مثال $\left(\frac{4}{7}\right)^{-3}$ جو قوت نما عدد لهنداسين.

$$\left(\frac{4}{7}\right)^{-3} = \frac{1}{\frac{4}{7}\times\frac{4}{7}\times\frac{4}{7}} = \frac{1}{\frac{64}{343}} = \frac{343}{64} = \left(\frac{7}{4}\right)^{3}$$

اهو مان سمجهو

- ان مان ظاهر آهي جيڪڏهن $a \neq 0,\ b \neq 0$ ۽ m واڌو سچو انگي عدد آهي تہ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^{m}$

هيٺ مثال حل ڪرڻ سان کهڙو نيم ملي ٿو، اُهو ڏسنداسين

مثال $(3)^4 \div (3)^6$

$$= \frac{3^4}{3^6}$$

$$= \frac{3\times3\times3\times3}{3\times3\times3\times3\times3\times3} = \frac{1}{3^2}$$

$$\therefore\ 3^4 \div 3^6 = 3^{4-6} = 3^{-2}$$

مثال $\left(\frac{3}{5}\right)^2 \div \left(\frac{3}{5}\right)^5$

$$= \frac{\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}}{\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}} = \frac{1}{\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}} = \frac{1}{\left(\frac{3}{5}\right)^3}$$

$$\therefore\ \left(\frac{3}{5}\right)^2 \div \left(\frac{3}{5}\right)^5 = \left(\frac{3}{5}\right)^{2-5} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$$

اهو مان سمجهو

- جيڪڏهن **a** غيرٻڙي منتق عدد آهي **m** ۽ **n** اهي سچا انگي عدد آهن ۽ تہ **m>n** تہ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

چاڪي وٺون

پايو **(-1)** هجي ۽ قوت نما سچو انگي عدد هجي تہ ڇا ٿيندو؟ اُهو ڏسو

$$(-1)^6 = \underline{(-1)\times(-1)}\times\underline{(-1)\times(-1)}\times\underline{(-1)\times(-1)} = 1\times1\times1 = 1$$

$$(-1)^5 = \underline{(-1)\times(-1)}\times\underline{(-1)\times(-1)}\times(-1) = 1\times1\times(-1) = -1$$

جيڪڏهن **m** ٻڌي عدد هوندو تہ **$(-1)^m = 1$** ۽ **m** اڪي عدد هوندو تہ **$(-1)^m = -1$**

اڀياس 28

1. سادو روپ لکو

(i) $a^6 \div a^4$ (ii) $m^5 \div m^8$ (iii) $p^3 \div p^{13}$ (iv) $x^{10} \div x^{10}$

2. ملهہ لهو

(i) $(-7)^{12} \div (-7)^{12}$ (ii) $7^5 \div 7^3$ (iii) $\left(\frac{4}{5}\right)^3 \div \left(\frac{4}{5}\right)^2$ (iv) $4^7 \div 4^5$

چاڪي وٺو

ٻن عددن جي ضرب ۽ ونڊ ڪرڻ ۾ قوت نمائون

هيٺ ڏنل مثال جاچيو ۽ ڏسو تہ ڪهڙو نيم ملي ٿو؟

مثال

$$(2 \times 3)^4$$

$$= (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3)$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^4$$

مثال

$$\left(\frac{4}{5}\right)^3$$

$$= \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5}$$

$$= \frac{4 \times 4 \times 4}{5 \times 5 \times 5} = \frac{4^3}{5^3}$$

اهو مان سمجهو

جيڪڏهن a ۽ b غيرٻڙي عدد آهن ۽ m هڪ سچو انگي عدد آهي تہ

$$(1) \quad (a \times b)^m = a^m \times b^m \qquad (2) \quad \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

مطلب سگهم جي بہ سگهم $\left(a^m\right)^n$

مثال

$$\left(5^2\right)^3$$

$$= 5^2 \times 5^2 \times 5^2$$

$$= 5^{2+2+2}$$

$$= 5^{2 \times 3}$$

$$= 5^6$$

مثال

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$\left(7^{-2}\right)^{-5} = \frac{1}{\left(7^{-2}\right)^5}$$

$$= \frac{1}{7^{-2} \times 7^{-2} \times 7^{-2} \times 7^{-2} \times 7^{-2}}$$

$$= \frac{1}{7^{(-2) \times 5}}$$

$$= \frac{1}{7^{-10}} = 7^{10}$$

مثال

$$\left(\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\right)^3$$

$$= \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{5}\right)^{(-2)+(-2)+(-2)} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-6}$$

$$\left(a^m\right)^n = a^m \times a^m \times a^m \times \ldots\ldots\ldots n \text{ دفعا} = a^{m+m+m \ldots\ldots\ldots n \text{ دفعا}} = a^{m \times n}$$

متي ڏنل مثالن مان نئون نيم ملي ٿو.

اهو مان سمجهو

- جيڪڏهن a غيرٻڙي منتق عدد آهي m ۽ n اهي سچا انگي عدد آهن تہ $\left(a^m\right)^n = a^{m \times n} = a^{mn}$

ڌيان ڏيو:

جيڪڏهن **a** ۽ **b** غير ٻڙي عدد آهن ۽ **m** هڪ سچو انگي عدد آهي تہ

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $a^m \div a^n = a^{m-n}$
- $a^1 = a$
- $a^0 = 1$
- $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$
- $(ab)^m = a^m \times b^m$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$
- $(a^m)^n = a^{mn}$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$

اڀياس 29

1 سادو روپ لکو

(i) $\left[\left(\frac{15}{12}\right)^3\right]^4$ (ii) $(3^4)^{-2}$ (iii) $\left(\left(\frac{1}{7}\right)^{-3}\right)^4$ (iv) $\left(\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\right)^{-3}$ (v) $(6^5)^4$

(vi) $\left[\left(\frac{6}{7}\right)^5\right]^2$ (vii) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}\right]^5$ (viii) $\left[\left(\frac{5}{8}\right)^3\right]^{-2}$ (ix) $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^6\right]^1$ (x) $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}\right]^2$

2. هينيان عدد واڌو قوت نما واپرائي لکو

(i) $\left(\frac{2}{7}\right)^{-2}$ (ii) $\left(\frac{11}{3}\right)^{-5}$ (iii) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-3}$ (iv) $(y)^{-4}$

حساب مون سان گڏ سائنس ۽ آڪاشي وديا

(1) ڌرتي ۽ چنڊ وچ ۾ مفاصلو 38,40,00,000 ميٽر آهي اهو عدد قوت نما روپ ۾ لکي سگهبو ڇا؟ اهو مفاصلو قوت نما روپ ۾ هينئين نموني لکبو.

384 000 000	=	384×10^6
38 4000000	=	38.4×10^7
(درجيوارنمونو) 3 84000000	=	3.84×10^8

(2) آڪسيجن جي اڻي جو قطر ملي ميٽر ۾ ڏنل آهي.

0.000000000000356 = 3.56×10^{-14}

(3) هيٺ ڏنل عددن کي درجيوار نموني لکو

سج جو قطر= 1400000 ميٽر

روشنيءَ جي تور= 30000000 ميٽر سيڪنڊ

(4) پرواري شڪل ۾ Googol اهو عدد ڏيکاريل آهي. اهو 10 جي سگهہ روپ ۾ لکڻ جي ڪوشش ڪريو.

ڪوبہ وڏو عدد يا تمام ننڍو عدد لکڻ ۾ هڪ انگہ وارو سچو انگي عدد ڏهائي اڳپور عدد ۽ 10 جي سگهہ جي روپ ۾ لکبو آهي اُن کي ڏنل عدد جو درجيوار (Standard form) نمونو چئبو آهي.

Googol

10000000000000000000000000
0000000000000000000000000
0000000000000000000000000
0000000000000000000000000

ذرا ياد ڪريو

پورڻ ٻي سگهه عدد جو ٻيو مول لهڻ
(To Find square root of a perfect square number)

ڏنل عدد کي اُن ئي عدد سان ضرب ڪرڻ مطلب اُن عدد جي ٻي سگهه

مثال $6 \times 6 = 6^2 = 36$

$6^2 = 36$ اهو **6** جي ٻي سگهه **36** آهي.اهو ائين پڙهيو آهي

مثال $(-5) \times (-5) = (-5)^2 = 25$

$\mathbf{25 = (-5)^2}$ اهو **(-5)** جي ٻي سگهه **25** آهي، اهو ائين پڙهبو آهي

چاڪي وٺو

✸ ڏنل عددن جو ٻيو مول لهڻ

مثال $3 \times 3 = 3^2 = 9$ اها ڄاڻ **9** جو ٻيو مول **3** آهي

ان روپ ۾لکبي آهي ٻيو مول لاءِ $\sqrt{\ }$ نشاني ڪم آڻبي آهي $\sqrt{9}$ مطلب **9** جو ٻيو مول

$\therefore \sqrt{9} = 3$

مثال $7 \times 7 = 7^2 = 49$ $\quad \therefore \sqrt{49} = 7$

مثال $64 = 8 \times 8 = 8^2$ مطلب $\sqrt{64} = 8$

$(-8) \times (-8) = (-8)^2 = 64$ مطلب **64** جو ٻيو مول **(-8)** آهي

جيڪڏهن **x** اهو واڌو عدد آهي ته اُن جي ٻيو مول ٻه جواب ايندا. $\sqrt{x}$ ۽ $-\sqrt{x}$

اُهي اسان اڪثر واڌو ٻيو مول بابت ويچارڪندا آهيون

مثال 81 جو ٻيو مول لهو

$81 = 9 \times 9 = -9 \times -9$ $\quad \therefore \sqrt{81} = 9$ ۽ $-\sqrt{81} = -9$

اسان واڌو ٻيو مول سوچيندا آهن.

✸ ڏنل عدد جو جزن طريقي ٻيو مول لهڻ **(To Find the Square root by Factorisation Method)**

مثال 144 جو ٻيو مول لهو

ڏنل عدد جا مفرد جزا ڪڍي ساڳين مفرد جزن جا جوڙا ناهيو.

2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

$$144 = 2 \times 72$$
$$= 2 \times 2 \times 36$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 18$$
$$= \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{3 \times 3}$$

ٻيو مول لهڻ لاءِ ساڳئي مفرد جزن جا جوڙا تيار ڪريو هرهڪ جوڙي لاءِ هڪ عدد کڻي ضرب ڪريو

$\sqrt{144} = 2 \times 2 \times 3 = 12$ $\quad \therefore \sqrt{144} = 12$

مثال 324 جو ٻيو مول لهو

ٻيو مول لهڻ لاءِ ساڳئي مفرد جزن جا جوڙا تيار ڪريو هرهڪ جوڙي لاءِ هڪ عدد کڻي ضرب ڪريو

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$$\begin{aligned} 324 &= 2 \times 162 \\ &= 2 \times 2 \times 81 \\ &= 2 \times 2 \times 3 \times 27 \\ &= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 9 \\ &= \underline{2 \times 2} \times \underline{3 \times 3} \times \underline{3 \times 3} \end{aligned}$$

$$\sqrt{324} = 2 \times 3 \times 3 = 18$$

$$\therefore \sqrt{324} = 18$$

اڀياس 30

⊙ ٻيو مول لهو

(i) 625 (ii) 1225 (iii) 289 (iv) 4096 (v) 1089

✸ وڌيڪ ڄاڻ لاءِ (ونڊ طريقي ٻيو مول لهڻ)

(1) 9801 اِن نموني سان ڪڍو

	99
9	$\overline{98}\,\overline{01}$
+ 9	− 81
189	1701
+ 9	− 1701
198	0000

$\sqrt{9801} = 99$

(2) 19321 اِن نموني سان ڪڍو

	139
1	$\overline{1}\,\overline{93}\,\overline{21}$
+ 1	− 1
23	093
+ 3	− 69
269	2421
+ 9	− 2421
278	0000

(3) 141.61 اِن نموني سان ڪڍو

	11.9
1	$\overline{1}\,\overline{41}.\overline{61}$
+ 1	− 1
21	041
+ 1	− 21
229	2061
+ 9	− 2061
238	0000

جنهن عدد جا مفرد جزا وڏا هوندا آهن ۽ اُهي لهڻ ڏکيا هوندا آهن تہ اهڙي عدد جو ٻيو مول لهڻ لاءِ اهو طريقو ڪمائتو آهي.

هاڻي $\sqrt{137}$ ڏسو

	11.7
1	$\overline{1}\,\overline{37}.\overline{00}$
+ 1	−1
21	037
+ 1	− 21
227	1600
+ 7	− 1589
234	11

$$\sqrt{137} > 11.7$$

$$(11.8)^2 = 139.24$$

$$\therefore 11.7 < \sqrt{137} < 11.8$$

ان نموني جي پاسي وارو عدد $\sqrt{137}$ ڳولهڻو پوي ٿو. جيڪڏهن عدد جو ٻيو مول پورڻ عدد نہ آهي اُن جو ٻيو مول لهڻ لاءِ پرواري ڏهائي اڪيوران طريقي حاصل ٿئي ٿو.

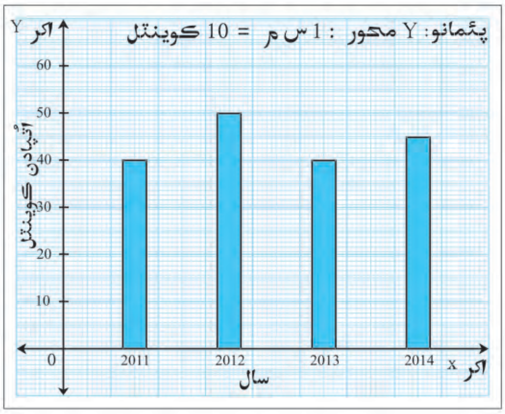
گڏيل ڪالم گراف

اچو، ويچار ڪريون

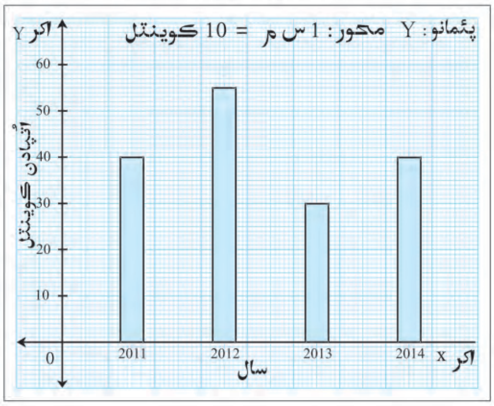
جوڙ جي بابت

اجيم ۽ وجيم، انهن جو ڪيتيءَ ۾ ڪڻڪ جي پيدائش ڪئنٽالن ۾ ڪيتري آهي، اها هيٺ ٻن ڪالف گرافن ۾ ڏيکاريل آهي. اُنهن جي چڪاس ڪريو

وجيم جي اناج پئدائش

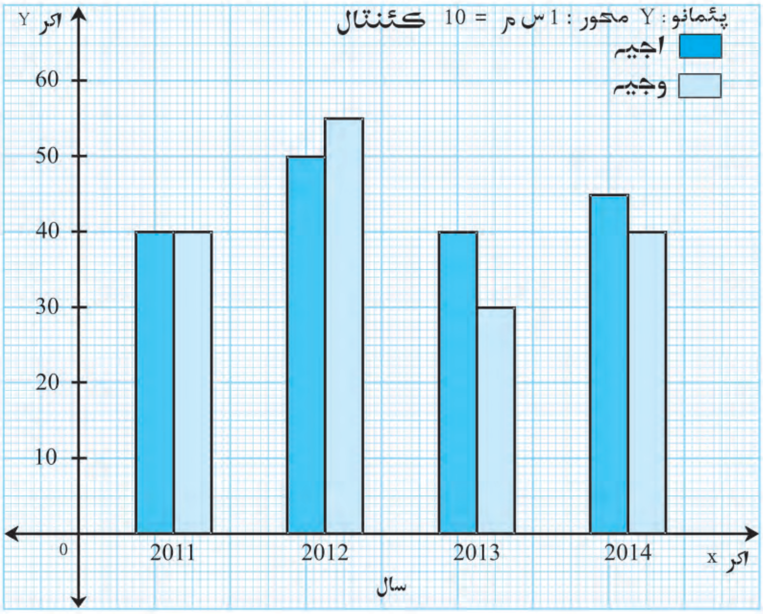


اجيم جي اناج پئدائش



ٻنهي ڪالم گرافن جي ڇاڻ هڪ ئي گراف ۾ ڏيئي سگهجي ٿي ڇا، اُهو ڏسنداسين پوءِ اجيم ۽ وجيم جي ڪڻڪ پئدائش جي ڀيٽ سولي نموني ڪري سگهبي ۽ ساڳئي وقت گهٽ جڳهه ۾ وڌيڪ ڇاڻ ڏيئي سگهجي. اهڙي قسم جي ڪالم گراف کي گڏيل گراف چئبو آهي.

اجيم ۽ وجيم جي اناج پئدائش



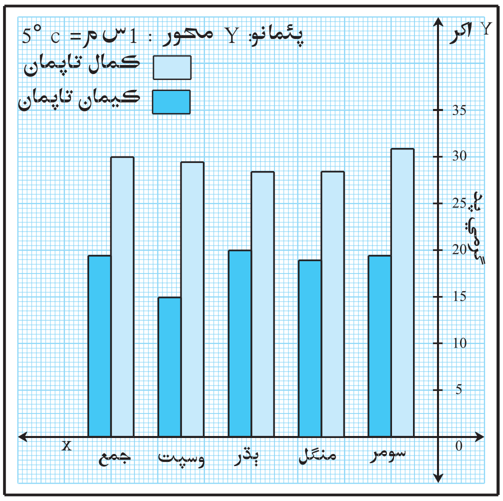
گڏيل ڪالم گراف جاچي، هيٺ ڏنل سوالن جا جواب ڏيو

- ڪهڙي سال ٻنهي جي ڪڻڪ پئدايش ساڳئي آهي؟
- سال 2014 ۾ ڪنهن جي ڪڻڪ پئدايش وڌيڪ آهي؟
- سال 2013 هرهڪ جي ڪڻڪ پئدايش ڪيتري؟

گڏيل ڪالم - پڙهڻ

ڳڊيل ڪالم - پڙهڻ

پڻي شهر جو پنجن ڏينهن جو گهٽ ۾ گهٽ ۽ وڌ ۾ وڌ گرمي پد (°C) ۾ ڏنل آهي. ڳڊيل گراف جاچي سوالن جا جواب ڏيو گهٽ ۾ گهٽ وڌ ۾ وڌ



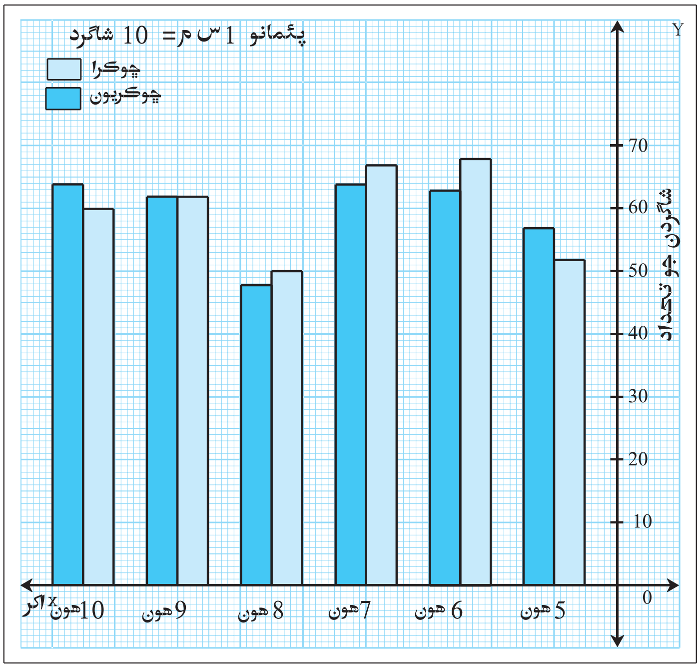
- X محور تي ڪهڙي ڄاڻ ڏنل آهي؟
- Y محور ڪهڙي ڄاڻ ڏنل آهي؟
- سڀني کان وڌيڪ گرمي پد ڪهڙي ڏينهن تي آهي؟
- گهٽ ۾ گهٽ گرمي پد ڪهڙي ڏينهن سڀني کان وڌيڪ آهي؟
- وسپت ڏينهن وڌ ۾ وڌ گهٽ ۾ گهٽ گرمي پد ۾ فرق ڪيترو؟
- ڪهڙي ڏينهن وڌ ۾ وڌ ۽ گهٽ ۾ گهٽ گرمي پد ۾ فرق سڀني کان وڌيڪ آهي؟

ڄاڻي وٺون

ڳڊيل ڪالم گراف (Joint bar graph) ڪيئن

هڪ اسڪول جي ڇوڪرن ۽ ڇوڪرين جو تعداد ڏنل آهي. اُن ڄاڻ موجب ڳڊيل ڪالم گراف تيار ڪريو.

درجو	5 هون	6هون	7 هون	8هون	9 هون	10 هون
ڇوڪرا	52	68	67	50	62	60
ڇوڪريون	57	63	64	48	62	64



ڳڊيل ڪالم گراف

1) گراف پني تي X محور ۽ Y محور ۽ اُنهن جو ڪپيندڙ ٽبڪو ڏيکاريو.

2) ٻن ڳڊيل ڪالمن وچ ۾ ساڳيو مفاصلو ڪٽي محور تي درجو ڏيکاريو

3) Y محور لاءِ پئمانو مقرر ڪريو.

جيئن 1 ايڪو = 10 شاگرد Y محور تي شاگردن جو تعداد ڏيکاريو.

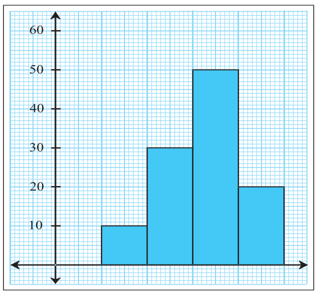
4) پئمانو مقرر ڪريو. هرهڪ درجي تي ڇوڪرن ۽ ڇوڪرين جو انداز ڏسي اوچائي مقرر ڪري ڪالم ڪيو. ٻئي ڪالم جدا جدا نظر اچن، ان ٻنهي لاءِ جدا جدا رنگ واپرايو.

اهو مان سمجهو

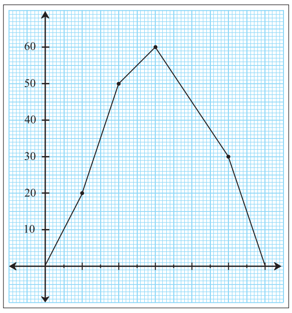
- گڏيل ڪالم گراف ۾ هڪ ئي ايڪو ڏيکارڻ لاءِ ڪالمن جي ويڪر هڪ جهڙي هئڻ گهرجي.
- لڳيتن ٻن ڪالمن ۾ مفاصلو ساڳيو هئڻ گهرجي.
- گڏيل ڪالم گراف ڀيٽ ڪرڻ جي اڀياس لاءِ ڪتب ايندو آهي.

حساب مون سان گڏ اخبار، ماهوار چاڙ کي پيش ڪرڻ

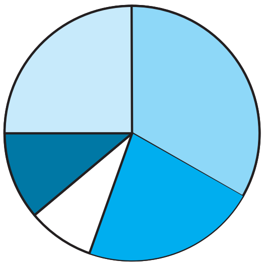
اخبار ۾ جدا جدا قسمن جا گراف گڏ ڪري، انُهن تي بحث ڪريو.



1. مستطيل گراف



2. ليڪ گراف



3. گول گراف

ICT Tools or Links

ڪنهن به چاڙ کي پيش ڪرڻ لاءِ گڏيل ڪالم گراف بدران جدا جدا گراف استعمال ڪيا ويندا آهن.

Geogebra ،Matica graph ،MS-Excel

اڀياس 31

1) انترراشٽريه وڻ دوس ڏينهن ٻن اسڪولن طرفان لڳايل ٻوٽن جو انداز هيٺ ٽيبل ڏنل آهي. اُن جو گڏيل ڪالم گراف ڪيو.

اِسڪول / قسم	بادام	انب	نم	اشوڪ	گلموهر
نوتن وديالیہ	40	60	72	15	42
مهاجن وديالیہ	42	38	60	25	40

2) هڪ جيوس سينٽرتي چنڇر ۽ آرتوار ڏينهن جدا جدا ميون جو جيوس وٺندڙ گراهڪن جو انداز هيٺ ٽيبل ۾ ڏنل آهي. اُن چاڙ جو گڏيل ڪالم گراف ڪيو.

ڏينهن / ميوو	موسمبي	نارنگي	صوف	اناس
چنڇر	43	30	56	40
آرتوار	59	65	78	67

3) گرام پنچايت جي پنجن ووٽنگ بوٿن ۾ ھيٺين نموني ووٽنگ ٿي. اُن موجب گڏيل ڪالم گراف ڪيو.

ماڻھو / بوٿ	1	2	3	4	5
مرد	200	270	560	820	850
عورتون	700	240	340	640	470

4) ڀارت جي پنجن مکيه شھرن جو وڌ ۾ وڌ ۽ گھٽ ۾ گھٽ گرمي پد °C ۾ ھيٺ ڏنل آھي گڏيم ڪالم گراف ڪيو.

گرمي پد / شھر	دھلي	ممبئي	ڪولڪتا	ناگپور	ڪپورتلا
وڌ ۾ وڌ گرمي پد	35	32	37	41	37
گھٽ ۾ گھٽ گرمي پد	26	25	26	29	26

5) ھيٺ خاڪي ۾ سرڪاري دواخاني ۾ سولاپور، پڻي ھڪ ڏينھن ٽيڪا ڪرڻ ڪيل ٻارن جو تعداد ڏنل آھي. اُن جو گڏيل ڪالم گراف ڪيو.

شھر / ٽيڪاڪرڻ	ڊي پي ٽي	پوليو	ننڊي ماتا	سائي
شولاپور	65	60	65	63
پڻي	89	87	88	86

6) مھاراشٽرا ۽ گجرات ۾ پڙھيل ماڻھن جو انداز سيڪڙي ۾ ڏنل آھي. اُن جو گڏيل ڪالم گراف ڪيو.

راجيه / سال	1971	1981	1991	2001	2011
مھاراشٽر	46	57	65	77	83
گجرات	40	45	61	69	79

حسابن جو مزو

$$1 + 3 = 2^2$$

$$1 + 3 + 5 = 3^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$$

اھڙي نموني 1+3+5+5..... $(2n-1) = n^2$ اھو سوتر ملندو ڇا؟ ......

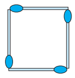
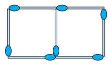
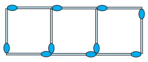
اھو سوتر $n = 5, 6, 7, 8$ ڪم آڻي چڪاس ڪريو

سائنس جي تجربخاني ۾ تجربن جي نتيجن لکڻ ۾ ساڳئي نموني جاگرافي، ارٿ شاسترانھن ۾ پڻ گڏيل ڪالم گراف جو استعمال ٿيندو آھي.

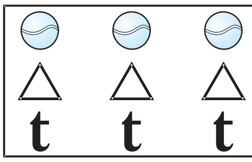
جاڳي وٺون

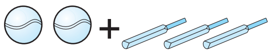
آلجبرا جا ڪالڪ (Algebraic expressions)

- هيٺ ڏنل تيلين جي رچنا ڏسو ۽ اڏاوت جاچيو

تيلين جي رچنا				......	..	......	..	......
چورس	1	2	3	4	..	10	..	n
تيلين جو انداز	4	7	10	13	..	......	..	......
	$3+1$	$6+1$	$9+1$	$12+1$	..	......	..	......
	$3\times 1+1$	$3\times 2+1$	$3\times 3+1$	$3\times 4+1$		$3\times 10+1$		$3\times n+1$

مٿي ڏنل اڏاوت مان ظاهر ٿئي ٿو تہ تيلين جو انداز = 3x چورس جو انداز + 1 چورسن جو انداز بدلجندو رهي ٿو اُهو 2، 3، 4..
10... انهن مان ڪوبہ ٿي سگهي ٿو. چورسن جو انداز جيڪڏهن معلوم نہ آهي ۽ اُن جي بدران ڏيڪاريل آهي.
n اهو ڦيرائتو (Variable) آهي. 3x n+1 = 3n+1 اهو آلجبرا جو ڪالڪ آهي.


= 3 بال
= 3 ٽڪنڊا
$= 3t$


= ☐ بال + ☐ ٻئٽون

= ☐ انب + ☐ زيتون

$x + x + y + y + y = 2x + 3y$

مستطيل جي گرد ماپ $= 2l + 2b$
$= 2(l + b)$

اهو مان سمجهو

- 2 (l + b) (2x+3y) 3t 3n+1 اهي سڀ آلجبرا جا ڪالڪ آهن جنهن ۾ n، t، x، y، 1، b اهي ڦيرائتا آهن.

چاڻي وٺون

3x، ان ڪالڪ ۾ 3 اهو x جو ڳڻڪ آهي

-15t ۾ (-15) اهو ڳڻڪ آهي.

جنهن ڪالڪ ۾ فقط ضرب جي ڪاروائي هجي اُن کي (term) پد چئبو آهي.

آلجبرا جي ڪالڪ ۾ هڪ پد يا گهڻن ئي پدن جو جوڙ هوندو آهي.

پد	ڳڻڪ	ڦيرائتا
$11mn$	11	m, n
$-9x^2y^3$	-9	x, y
$\frac{5}{6}p$	$\frac{5}{6}$	p
a	1	a

مثال : آلجبرا ڪالڪ $4x^2 - 2y + \frac{5}{6}xz$ ان ڪالڪ ۾ $4x^2$ پهريون پد آهي. اُن جو ڳڻڪ 4 آهي. $-2y$ اهو ٻيو پد آهي اِن جو ڳڻڪ (-2) آهي. $\frac{5}{6}xz$- اهو ٽيون پد آهي. سندس ڳڻڪ $\frac{5}{6}$ آهي.

ڌيان ڏيو

- $15 - x$ ان آلجبرا ڪالڪ ۾ ٻه پد آهن. پهريون پد 15 هڪ عدد آهي.

$\therefore 15 - x = 15 + (-x)$ ٻيو پد -x آهي. ان x ڦيرائتي ۾ جو ڳڻڪ (-1) آهي.

- جنهن پد ۾ ڦيرائتو ۽ اُن جي قوت نما ساڳيا هوندا آهن. اهڙي پد کي هڪ جهڙا پد چئبو آهي.

هڪ جهڙا پد (Like terms)

(i) $2x, \ 5x, \ -\frac{2}{3}x$ (ii) $-5x^2y, \ \frac{6}{7}yx^2$

علحدا پد (Unlike terms)

(i) $7xy, \ 9y^2, \ -2xyz, \ 8mn, \ 8m^2n^2, \ 8m^3n$

آلجبرا ڪالڪن جا قسم (Types of algebraic expressions)

ڪالڪ ۾ پدن جي تعداد موجب اُن ڪالڪ جو نالو مقرر ڪبو آهي. هڪ پد هوندو تہ اُن کي هڪپدو ڪالڪ ٻن پدن واري ڪالڪ کي ٻہ پدو ڪالڪ ٽن پدن واري ڪالڪ کي ٽپدو ۽ ٽن کان وڌيڪ پدن واري ڪالڪ کي گهڻپدو ڪالڪ اٿين نالا ڏنا ويندا آهن.

هڪ پدو	ٻپدو	ٽپدو	گهڻپدو
$4x$	$2x - 3y$	$a + b + c$	$a^3 - 3a^2b + 3ab - b^3$
$\frac{5}{6}m$	$2l + 2b$	$x^2 - 5x + 6$	$4x^4 - 7x^2 + 9 - 5x^3 - 16x$
-7	$3mn - 5m^2n$	$8a^3 - 5a^2b + c$	$5x^5 - \frac{1}{2}x + 8x^3 - 5$

اڀياس 32

⊙ هيٺ ڏنل پدن کي انداز موجب هڪ پدو، ٻہ پدو، ٽپدو ۽ گهڻپدو انهن ۾ ورهايو.

(i) $7x$ (ii) $5y - 7z$ (iii) $3x^3 - 5x^2 - 11$ (iv) $1 - 8a - 7a^2 - 7a^3$

(v) $5m - 3$ (vi) a (vii) 4 (viii) $3y^2 - 7y + 5$

ذرا ياد ڪريو

آلجبرا ڪالڪن جو جوڙ (Addition of algebraic expressions)

✸ هڪ پدن جو جوڙ (Addition of monomials)

مثال : 3 زيتون 4 زيتون = (4+3) = 7زيتون مثال : = $7x = (3+4)x = 3x + 4x$

هڪ جهڙن پدن جو جوڙ شين جي جوڙ ڪرڻ وانگر ٿيندو آهي.

مثال : جوڙ ڪريو

(i) $-3x - 8x + 5x = (-3 - 8 + 5)x = -6x$

(ii) $\frac{2}{3}ab - \frac{5}{7}ab = (\frac{2}{3} - \frac{5}{7})\ ab = \frac{-1}{21}\ ab$

(iii) $-2p^2 + 7p^2 = (-2 + 7)p^2 = 5p^2$

> ويچار ڪريو
>
> 3x+ 4y ڪيترا
>
> 3 زيتون ۽ 4 انب = 7 زيتون؟
>
> 7m-2x = 5m؟

✸ ٻپدن جو جوڙ (Addition of binomial expressions)

مثال

آڏو جوڙجڪ

$(2x + 4y) + (3x + 2y)$

$= 2x + 3x + 4y + 2y$

$= 5x + 6y$

اُڀو جوڙجڪ

$$\begin{array}{r} 2x + 4y \\ + \quad 3x + 2y \\ \hline 5x + 6y \end{array}$$

هڪ جهڙن پدن جي جوڙ ڪرڻ وقت اُنهن جا گڏ ڪري جوڙ ڪريو، پوءِ ڦيرائتولڪبو آهي.

مثال جوڙ ڪريو $9x^2y^2 - 7xy$; $3x^2y^2 + 4xy$

آڏو جوڙجڪ

$(9x^2y^2 - 7xy) + (3x^2y^2 + 4xy)$

$= 9x^2y^2 - 7xy + 3x^2y^2 + 4xy$

$= (9x^2y^2 + 3x^2y^2) + (-7xy + 4xy)$

$= 12x^2y^2 - 3xy$

اُڀو جوڙجڪ

$$\begin{array}{r} 9x^2y^2 - 7xy \\ + \quad 3x^2y^2 + 4xy \\ \hline 12x^2y^2 - 3xy \end{array}$$

ٿوري خبرداري وٺو!

3x+7y اهي ٻئي پد هڪ جهڙا پد نہ آهن. انڪري اُنهن جو جوڙ ٿيندو 3x+7y يا 7y+ 3x

اڀياس 33

⊙ جوڙ ڪريو

(i) $9p + 16q$; $13p + 2q$

(ii) $2a + 6b + 8c$; $16a + 13c + 18b$

(iii) $13x^2 - 12y^2$; $6x^2 - 8y^2$

(iv) $17a^2b^2 + 16c$; $28c - 28a^2b^2$

(v) $3y^2 - 10y + 16$; $2y - 7$

(vi) $-3y^2 + 10y - 16$; $7y^2 + 8$

ذرا ياد ڪريو

آلجبرا ڪالڪن جي ڪٽ (Subtraction of algebraic expressions)

سڀني انگي عددن ۾ ڪٽ ڪرڻ وقت هڪ سڀي انگي عدد مان ٻيو سڀو انگي عدد ڪٽ ڪرڻ مطلب پهرين سڀي انگي عدد ۾ ٻئي سڀي انگي عدد جو اُبتڙ عدد ملائڻ. اهو اسان سکيا آهيون اهو نيم ڪتب آڻي آلجبرا ڪالڪن جي ڪٽ ڪنداسين.

مثال :
$$18 - 7$$
$$= 18 + (-7) = 11$$

مثال :
$$9x - 4x$$
$$= [9 + (-4)]x = 5x$$

مثال : پهرين ڪالڪ مان ٻيو ڪالڪ ڪٽ ڪريو

$$16x + 23y + 12z \; ; \; 9x - 27y + 14z$$

آڏو جوڙجڪ

$$(16x + 23y + 12z) - (9x - 27y + 14z)$$
$$= 16x + 23y + 12z - 9x + 27y - 14z$$
$$= (16x - 9x) + (23y + 27y) + (12z - 14z)$$
$$= 7x + 50y - 2z$$

اُڀو جوڙجڪ

$$\begin{array}{r} 16x + 23y + 12z \\ - \quad \oplus 9x \ominus 27y \oplus 14z \\ - \quad + \quad - \\ \hline 7x + 50y - 2z \end{array}$$

جيڪو ڪالڪ ڪٽ ڪرڻو آهي اُن جي هرهڪ پد جي نشاني بدلائڻي آهي.

اڀياس 34

⊙ پهرين ڪالڪ مان ٻيو ڪالڪ ڪٽ ڪريو

(i) $(4xy - 9z) \; ; \; (3xy - 16z)$ (ii) $(5x + 4y + 7z) \; ; \; (x + 2y + 3z)$

(iii) $(14x^2 + 8xy + 3y^2) \; ; \; (26x^2 - 8xy - 17y^2)$

(iv) $(6x^2 + 7xy + 16y^2) \; ; \; (16x^2 - 17xy)$ (v) $(4x + 16z) \; ; \; (19y - 14z + 16x)$

ڄاڻي وٺون

آلجبرا ڪالڪن جي ضرب (Multiplication of algebraic expressions)

✸ هڪ پدي جي هڪ پدي سان ضرب

مثال
$$3x \times 12y$$
$$= 3 \times 12 \times x \times y$$
$$= 36xy$$

مثال
$$(-12x) \times 3y^2$$
$$= -12 \times 3 \times x \times y \times y$$
$$= -36xy^2$$

مثال
$$2a^2 \times 3ab^2$$
$$= 2 \times 3 \times a^2 \times a \times b^2$$
$$= 6a^3 b^2$$

مثال
$$(-3x^2) \times (-4xy)$$
$$= (-3) \times (-4) \times x^2 \times x \times y$$
$$= 12x^3y$$

ٻن هڪ پدن جي ضرب ڪرڻ وقت پهريان ڳڻڪن (نشانين سان گڏ) جي ضرب پوءِ ڦيرائتن جي ضرب ڪرڻ گهرجي.

✸ ٻپدي کي هڪ پدي سان ضرب

مثال

$x\ (x + y)$

$= x \times x\ +\ x \times y$

$= x^2 + xy$

مثال

$(7x - 6y) \times 3z = 7x \times 3z - 6y \times 3z$

$= 7 \times 3 \times x \times z - 6 \times 3 \times y \times z$

$= 21xz - 18yz$

✸ ٻپدي کي ٻپدي سان ضرب

مثال

$$
\begin{array}{r}
3x + 4y \\
\times\ \ 5x + 7y \\
\hline
15x^2 + 20xy \qquad\qquad \\
+ 21xy + 28y^2 \\
\hline
15x^2 + 41xy + 28y^2
\end{array}
$$

$(3x + 4y)\ (5x + 7y)$

$= 3x\ (5x + 7y) + 4y\ (5x + 7y)$

$= 3x \times 5x + 3x \times 7y + 4y \times 5x + 4y \times 7y$

$= 15x^2 + 21xy + 20xy + 28y^2$

$= 15x^2 + 41xy + 28y^2$

هڪ مستطيل شڪل کيتي ۾ جي ڊگهه (2x+7) م ۽ ويڪر (x+2) م آهي ته کيتيءَ جي ايراضي لکو

مستطيل شڪل کيتيءَ جي ايراضي = ڊيگهه x ويڪر

$= (2x + 7) \times (x + 2)$

$= 2x\ (x + 2) + 7\ (x + 2)$

$= 2x^2 + 11x + 14$

مستطيل شڪل کيتيءَ جي ايراضي $(2x^2 + 11x + 14)$ چورس ميٽر

اڀياس 35

1. ضرب ڪريو

(i) $16xy \times 18xy$ (ii) $23xy^2 \times 4yz^2$

(iii) $(12a + 17b) \times 4c$ (iv) $(4x + 5y) \times (9x + 7y)$

2. هڪ مستطيل جي ڊيگهه (8x+5) س.م ۽ ويڪر (5x+3) س.م. آهي ته اُن مستطيل جي ايراضي لکو.

ذرا ياد ڪريو

هڪ ڦيرائتي واريون مساوتون (Equations in one variable)

- هيٺيون مساوتون حل ڪريو

(1) $x + 7 = 4$ (2) $4p = 12$ (3) $m - 5 = 4$ (4) $\dfrac{t}{3} = 6$

ڄاڻي وٺو

مثال

$2x + 2 = 8$

$\therefore\ 2x + 2 - 2 = 8 - 2$

$\therefore\ 2x = 6$

$\therefore\ x = 3$

مثال

$3x - 5 = x - 17$

$3x - 5 + 5 - x = x - 17 + 5 - x$

$\therefore\ 2x = -12$

$\therefore\ x = -6$

مثال : هڪ مستطيل جي ڊيگهه اُن جي ويڪر جي ٻيڻ کان 1 س.م. وڌيڪ آهي اُن مستطيل جي گرد ماپ 50 س.م. آهي تہ اُن جي ڊيگهه ڪيتري؟

سمجهو تہ مستطيل جي ويڪر آهي x س.م.

∴ ڊيگهہ = (2x+1) س.م. ڏنل ڄاڻ موجب

مستطيل جي گرد ماپ = 2 x ويڪر + 2 x ڊيگهہ

$$2\ (2x + 1) + 2x = 50$$
$$\therefore\ 4x + 2 + 2x = 50$$
$$6x + 2 = 50$$
$$6x = 50 - 2$$
$$\therefore\ 6x = 48 \ \therefore\ x = 8$$

ويڪر=8 س.م.

ڊيگهہ 2x+1 = 2x8+1= 17 س.م.

مستطيل جي ڊيگهہ = 17 س.م.

مثال : هڪ قدرتي عدد ۽ سندس لاڳيتي اڳتي واري عدد جو جوڙ 69 آهي. تہ اُهي قدرتي عدد لکو.

سمجهو تہ هڪ قدرتي عدد آهي x

لاڳيتو عدد (x+1) ڏنل ڄاڻ موجب

$$(x) + (x + 1) = 69$$
$$\therefore\ x + x + 1 = 69$$
$$\therefore\ 2x + 1 = 69$$
$$2x = 69 - 1$$
$$\therefore 2x = 68 \therefore\ x = 34$$

قدرتي عدد 34 ۽ لاڳيتو عدد 1+ 34=35، اُهي

قدرتي عدد: 34 ۽ 35

ڌيان ڏيو

حل ڪيل مثالن مان سمجهہ ۾ اچي ٿو تہ مساوات ۾ هڪ پد ٻئي پاسي ڪڻڻ سان سندس نشاني بدلائجي پوي ٿي.

اڀياس 36

1) (17x+134) -(3x-11y)اهو حل ڪريو ۽ مناسب جواب چونڊيو

i) 7x-12y ii) -14x-54y iii) -3(5x+4y) iv) -2(7x-12)

2) $(-15x^3yz^2)$ x $(23x^2y^3z)$ جو جواب ...... ٿيندو.

i) $-345x^5y^4z^3$ ii) $345x^2y^3z^5$ iii) $145x^3y^2z$ iv) $170x^3y^2z$

3) هيٺ ڏنل مساواتون حل ڪريو

(i) $4x + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$ (ii) $10 = 2y + 5$ (iii) $5m - 4 = 1$

(iv) $6x - 1 = 3x + 8$ (v) $2\ (x - 4) = 4x + 2$ (vi) $5\ (x + 1) = 74$

4) راڪيش جي عمرسونيا جي عمرکان 5 سال گهٽ آهي اُنهن ٻنهي جي عمرجو جوڙ 27 سال آهي تہ هرهڪ جي عمر ڪيتري؟

5) هڪ باغ ۾ چموءَ جا وڻ، اشوڪ جي وڻن کان 60 وڌيڪ لڳل آهن. هتي ٻنهي قسمن جا ڪل 200 وڻ آهن تہ چموءَ جا وڻ ڪيترا لڳل آهن؟

6) شيانگيءَ وٽ جيترا 50 رپين جا نوٽ آهن اُن کان ٻيڻا 20 رپين جا نوٽ آهن. هن وٽ ڪل 2700 رپيا آهن تہ 50 رپين جا نوٽ ڪيترا؟

*7) وراٽ روهت کان ٻيڻيون رنسون ڪيون. ٻنهي جون رنسون ڊبل سينچري کان ٻہ گهٽ هيون تہ ٻنهي جون رنسون ڪيتريون.

گڏيل اڀياس - 1

1. هيٺيان مثال چڏايو

(i) $(-16) \times (-5)$ (ii) $(72) \div (-12)$ (iii) $(-24) \times (2)$

(iv) $125 \div 5$ (v) $(-104) \div (-13)$ (vi) $25 \times (-4)$

2. مفرد جزا لهي هيٺ ڏنل عددن جو و عا و ۽ ن عا پ اُ لهو

(i)75, 135 (ii) 114, 76 (iii) 153, 187 (iv) 32, 24, 48

3*. سادي صورت ۾ آڻيو

(i) $\frac{322}{391}$ (ii) $\frac{247}{209}$ (iii) $\frac{117}{156}$

4. هيٺين عددن جو ٻيو مول لهو

(i) 784 (ii) 225 (iii) 1296 (iv) 2025 (v) 256

5. هڪ چونڊ ۾ 4 ووٽنگ بوٿ ڏنل آهن. هرهڪ بوٿ تي زالن ۽ مردن طرفان ڏنل ووٽن جو انداز هيٺ خاڪي ۾ ڏنل آهي اُن چاٽ موجب گڏيل ڪالم گراف ڪڍو

ووٽنگ بوٿ	نوودير وديالير	وديا نڪيتن اِسڪول	سِٽي هاءِ اِسڪول	ايڪلوير اِسڪول
زالون	500	520	680	800
مرد	440	640	760	600

6. پداوليون چڏايو

(i) $45 \div 5 + 20 \times 4 - 12$ (ii) $(38 - 8) \times 2 \div 5 + 13$

(iii) $\frac{5}{3} + \frac{4}{7} \div \frac{32}{21}$ (iv) $3 \times \{ 4 [85 + 5 - (15 \div 3)] + 2 \}$

7. حل ڪريو

(i) $\frac{5}{12} + \frac{7}{16}$ (ii) $3\frac{2}{5} - 2\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{12}{5} \times \frac{(-10)}{3}$ (iv*) $4\frac{3}{8} \div \frac{25}{18}$

8. △ABC ڪيو جنهن ۾ m<A=55° = m<B=60° ۽ l(AB)=5.9 س.م.

9. △XYZ ڪيو جنهن ۾ l(XY)= 3.7 س.م. l(YZ) = 7.7 س.م. l(XZ) = 6.3 س.م.

10. △PQR ڪيو جنهن ۾ m<P=80 ، m<Q=70 ۽ l(QR) = 5.7 س.م.

11. △EFG ڪيو جنهن ۾ l(FG)= 5 س.م. m<EFG = 90° = l(EG) = 7 س.م

12. △LMN ڪيو l(MN) = 6.2 س.م m<LMN = 60 ، l(MN) = 4 س.م.

13. هيٺ ڏنل ڪندن جون پورڪ ڪندون لهو

(i) 35° (ii) a° (iii) 22° (iv) $(40-x)$°

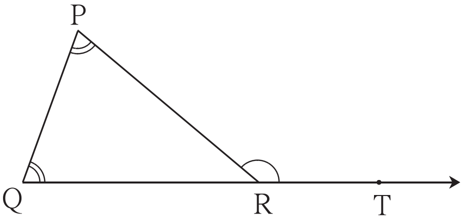
14. هيٺ ڏنل ڪندن جون تتمھ ڪندون لهو

(i) 111° (ii) 47° (iii) 180° (iv) $(90-x)$°

15. هيٺيون شڪليون ڪيو

i) ٻہ پرواريون ڪندون ii) ٻہ تتمھ ڪندون پر اُهي پرواريون ڪندون نہ هجن. iii) ٻہ پرواريون پورڪ ڪندون

16. PQR ۾ <P ۽ <Q ساڳئي ماپ واريون ڪنڊون آهن.
جيڪڏهن m<PRQ = 70 ته هيٺ ڏنل ڪنڊن جو ملهه لکو



(i) $m\angle PRT$ (ii) $m\angle P$ (iii) $m\angle Q$

17. سادي صورت ۾ آڻيو

(i) $5^4 \times 5^3$ (ii) $\left(\frac{2}{3}\right)^6 \div \left(\frac{2}{3}\right)^9$ (iii) $\left(\frac{7}{2}\right)^8 \times \left(\frac{7}{2}\right)^{-6}$ (iv) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \div \left(\frac{5}{4}\right)$

18. ملهه لکو

(i) $17^{16} \div 17^{16}$ (ii) 10^{-3} (iii) $(2^3)^2$ (iv) $4^6 \times 4^{-4}$

19. حل ڪريو

(i) $(6a-5b-8c) + (15b+2a-5c)$ (ii) $(3x+2y)(7x-8y)$

(iii) $(7m-5n) - (-4n-11m)$ (iv) $(11m-12n+3p) - (9m+7n-8p)$

20. هيٺ ڏنل مساواتون حل ڪريو

(i) $4(x + 12) = 8$ (ii) $3y + 4 = 5y - 6$

گهڻ متبدل جواب

I. سوال هيٺ ڏنل سوالن جا متبدل جواب ڏنل آهن. اُنهن مان مناسب متبدل جواب چونڊيو

(1) ٽڪنڊي جي ٽنهي ڪندن جا اڌڪ هڪ ئي ٽپڪي وٽ ملن ٿا. اُن چيدي ٽپڪي کي .... چئبو آهي.

(1) نوڪ (2) چيدي ٽپڪو (3) اڌ مرڪز (4) گرد مرڪز

2. $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^{-3}\right]^4 =$ ....

(i) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-7}$ (ii) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-10}$ (iii) $\left(\frac{7}{3}\right)^{12}$ (iv) $\left(\frac{3}{7}\right)^{20}$

3. $\left(\frac{3}{2}\right) - \frac{1}{3} \div 5$ ان جو سادو روپ.................... آهي

(i) 3 (ii) 5 (iii) 0 (iv) $\frac{1}{3}$

4. $3x - \frac{1}{2} = \frac{5}{2} + x$ ان مساوات جو حل .... آهي.

(i) $\frac{5}{3}$ (ii) $\frac{7}{2}$ (iii) 4 (iv) $\frac{3}{2}$

5*. هيٺ ڏنل پداولين مان ڪهڙي پداوليءَ جو ملهه 37 آهي؟

(i) $10 \times 3 + (5 + 2)$ (ii) $10 \times 4 + (5 - 3)$

(iii) $8 \times 4 + 3$ (iv) $(9 \times 3) + 2$

اچو تہ ويچار ڪريون

سڌي نسبت (سڌو پروپورشن) (Direct proportion)

اسان گذريل درجي ۾ ٻن عددن جي ڀيٽ ريشي جي روپ ۾ ڪيئن ڪجي، اُهو سکيا آهيون.

مثال : هيٺ ڏنل چترڏسو. هتي گول ۾ قطروسيلي گول جا ڀاڱا ڏيکاريل آهن.

(D) (C) (B) (A)

هتي قطرن جو انداز ۽ تيار ٿيل ڀاڱن جي انداز وچ ۾ ڪو لاڳاپو نظر اچي ٿو ڇا.

- شڪل (A) ۾ هڪ قطر جي ڪري گول جا ☐ ڀاڱا ٿيا آهن.
- شڪل (B) ۾ ٻن قطرن جي ڪري گول جا ☐ ڀاڱا ٿيا آهن.
- شڪل (D) ۾ چار قطرن ڪري گول جا ☐ ڀاڱا ٿيا آهن.

$\frac{\text{قطرن جو انداز}}{\text{ڀاڱن جو انداز}} = \frac{4}{8} = \frac{3}{6} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ هتي قطرن جو انداز ۽ ڀاڱن جي انداز جو ريشو استر (مقرر عدد) آهي

مثال هڪ نگرپالڪا اسڪول ۾ شاگردن کي ملندڙ ڪاپين جو انداز هيٺ خاڪي ۾ ڏيکاريل آهي.

ٻار	15	12	10	5
ڪاپيون	90	72	60	30

$\frac{\text{ٻارن جو انداز}}{\text{ڪاپين جو انداز}} = \frac{1}{6} = \frac{5}{30} = \frac{10}{60} = \frac{12}{72} = \frac{15}{90} =$

مطلب هتي اهو ريشو 1:6 استر يعني مقرر (constant) آهي.

مٿيئن ٻنهي مثالن ۾ ائين ڏسڻ اچي ٿو تہ قطرن جو انداز وڌڻ سان گول ۾ ڀاڱن جو انداز بہ وڌي ٿو ۽ ساڳئي نموني شاگردن جو انداز گهٽجڻ سان ڪاپين جو انداز پڻ گهٽجي ٿو. قطرن جو انداز ۽ ڀاڱن جو انداز اهي سڌي پروپورشن ۾ آهن ساڳئي نموني شاگردن جو انداز ۽ ڪاپين جو انداز سڌو پروپورشن آهي.

عملي ڪم :

✸ موٽر سائيڪل ۾ پرايل پيٽرول ۽ اُن جي طئہ ڪيل مفاصلو، سڌي پروپورشن جو مثال آهي ڇا؟ ويچار ڪريو.

✸ وڪيان ۾ روز مرهہ وهنوار ۾ سڌي پروپورشن ۾ بدلجندڙ عددن جا مثال آهن ڇا؟ اُنهن بابت چرچا ڪريو.

مثال : 10 پينن جي قيمت 60 رپيا ۽ اهڙن 13 پينن جي قيمت ڪيترا رپيا؟

سمجهو تہ 13 پينن جي قيمت آهي X روپيا

پينن جو عدد ۽ اُنهن جي قيمت سڌي پروپورشن ۾ آهي اُنهن جو ريشو لهي مساوات ملندي.

$$\frac{10}{60} = \frac{13}{x}$$

$$\therefore \quad 10x = 780$$

$$x = 78$$

13 پينن جي قيمت 78 رپيا

ايپياس 37

1) v ڪلوگرام بصر 140 رتہ 12 ڪلوگرام بصر ڪيترن رپين ۾ ملندا؟

2) 600 رپين ۾ 15 دسترملن ٿا. تہ 1280 رپين ۾ ڪيترا دسترملندا؟

3) روز 13 ڪہ 500 گرام ۾ 9 ڳانين کي خوراڪ پوري ٿئي ٿي تہ اُن نموني 12 ڳانين جي ڪل ڪيتري خوراڪ لڳندي؟

4) 12 ڪئنٽال ۾ سويابين 36000 روپين ۾ ملي ٿي تہ 8 ڪئنٽال سويابين جي قيمت ڪيتري؟

5) ہن موبائيلن جي قيمت 16000 رپيا ہہ اهڙا 13 موبائيل خريد ڪبا تہ ڪل ڪيترا رپيا لڳندا؟

چاڻي وٺون

اُبتو پروپوشن (Inverse proportion)

وڻ پوکڻ لاءِ 90 کڏا کرڻا آهن. اُن لاءِ ڪي واليئنٽر گڏ ٿيا آهن هڪ والنٽير روز هڪ کڏو کوٽي ٿو. 15 واليئنٽرن کي اُهي کڏا کوٽڻ لاءِ $6 = \frac{90}{15}$ ڏينهن لڳن ٿا. ١٠ واليئنٽري کي $9 = \frac{90}{10}$ ڏينهن لڳندا. واليئنٽرن جو عدد ۽ کڏا کوٽڻ لاءِ لڳندڙ ڏينهن اهي سڌي پروپوشن ۾ آهن ڇا؟

جيڪڏهن واليئنٽرن جو اندازو گهٽجندو تہ وڌيڪ ڏينهن لڳندا. اُن جي اُبتڙ واليئنٽرن جو انداز وڌندو تہ ڪم جا گهٽا ڏينهن وٺندا. هتي واليئنٽر ۽ ڏينهن انهن عددن جي ضرب اُپٽ استر آهي ان کي اُبتو پروپورشن (اُبتي نسبت) چئبو آهي.

مثال سمجهو, ٺڏا کي هڪ گروپ مان 48 مثال حل ڪرڻا آهن. روز هڪ مثال حل ڪرڻ سان کيس 18 ڏينهن لڳندا.

جيڪڏهن روز 8 مثال حل ڪندي تہ سپ مثال حل ڪرڻ لاءِ کيس $6 = \frac{48}{8}$ ڏينهن لڳندا.

روز 12 مثال حل ڪرڻ سان کيس $4 = \frac{48}{12}$ ڏينهن لڳندا.

روز حل ڪيل مثال ۽ ڪل لڳندڙ ڏينهن اهي اُبتي پروپورشن ۾ آهن اُنهن جي ضرب اُپٽ استر آهي.

$48x1 = 12 x4 = 8x6$ اهو ڌيان ۾ رکو.

مثال : هڪ وڏي پيٽ ٺاهڻ لاءِ 15 مزورن کي 8 ڪلاڪ لڳن ٿا پڇايو تہ 12 مزورن کي اُهو ڪم ڪرڻ لاءِ ڪيترا ڪلاڪ لڳندا؟

حل : مزورن جو انداز وڌڻ سان ڪم لاءِ لڳندڙ ڪلاڪ گهٽ ٿيندا. اهو اُبتي نسبت جو مثال آهي. سمجهو تہ 12 مزورن کي لڳن ٿا x ڪلاڪ

مزدورکي x ڪلاڪ لڳندا اٿين سمجهو

12مزدورکي 8 ڪلاڪ لڳندا

15مزدورکي x ڪلاڪ لڳندا

$$12 \times x = 15 \times 8$$

$$\therefore \quad 12x = 120$$

$$\therefore \quad x = 10$$

انڪري 12مزورن کي پيٽ ٺاهڻ لاءِ 10 ڪلاڪ لڳندي

مثال : ڪلاس ۾ 40 صفحا هٿ سان اٺڻ لکڻ جو ڪم شروع ٿيو. هڪ شاگرد انگہ تيار ڪرڻ ۾ 80 ڏينهن وٺي ٿو پڇايو تہ 4 شاگرد ساڳيو ڪم ڪرڻ لاءِ ڪيترا ڏينهن وٺندا؟

حل ساڳيو ڪم ڪرڻ لاءِ وڌيڪ شاگرد هوندا تہ گهٽ ڏينهن لڳندا. يعني شاگردن جو عدد ۽ ڏينهن جو عدد اهو اُبتي نسبت جو مثال آهي. سمجهو تہ 4 شاگرد وٺن ٿا xڏينهن

شاگرد	ڏينهن
1	80
4	x

$$4x = 80 \times 1$$

$$x = \frac{80}{4}$$

$\therefore \quad x = 20$ 4 شاگرد 20 ڏينهن وٺندا.

مثال : هڪ اسڪول جي ستين درجي جا شاگرد سئرلاءِ هڪ رهڻ ويا. اُن وقت اُنهن جا ڪجهہ آزمودا ڏسي جاچيو.

هرهڪ آزمود سڏي نسبت ۾ آهي يا اُبتي نسبت ۾ اُهو لکو.

- سئرلاءِ هرهڪ ٻارکان 60 رپيا ورتا ويا ڪل 45 شاگرد هئا يعني ڪل رپيا جمع ٿيا. جيڪڏهن ٥٠ شاگرد هئا تہ رپيا ☐ جمع ٿيا ٠

 شاگردن جو انداز ۽ جمع ٿيل رقم ☐ جو مثال آهي.

- اسڪول پرسان هڪ مناڻيءِ واري سئرلاءِ 90 لڏون ڏنا.

 45 شاگرد سئرلاءِ ويا تہ هرهڪ کي ☐ لڏون مليا

 30 شاگرد سئرلاءِ ويا تہ هرهڪ کي ☐ لڏون مليا

 شاگردن جو انداز ۽ ملندڙ لڏون، اهو ☐ نسبت آهي..

- اسرجي جڳهہ اسڪول کان 120 ڪ.م. آهي.

 بس جي رفتار40 ڪ.م. في ڪلاڪ سان ڪل ☐ ڪلاڪ لڳا

 واپس اچڻ وقت بس جي رفتار 60 ڪ.م. في ڪلاڪ هئي تہ ڪل ☐ ڪلاڪ لڳا.

 بس جي رفتار ۽ لڳندڙ وقت، اهو ☐ نسبت آهي.

• ڪڙمي پنهنجي 180 وڻن جا ٻير جمع ڪيا

هن 45 شاگردن ۾ هڪ جيترا اُهي ورهايا ته هرهڪ شاگرد کي ☐ ٻير مليا

جڪڏهن 60 شاگرد هجن ها ته هرهڪ کي ☐ ڳوٽيون مليون.

شاگرد جو انداز ۽ هرهڪ کي مليل ڳوٽيون، اهو ☐ نسبت آهي.

اڀياس 38

1) هڪ کيت ۾ گاهه ڪٽڻ لاءِ 5 مزورن کي 12 ڏينهن لڳن ٿا ته 6 مزورن کي ڪيترا ڏينهن لڳندا؟ 15 مزدورن کي ڪيترا ڏينهن لڳندا؟

2) موهن روز 40 صفحا جو هڪ ڪتاب پڙهيو اُهو 10 ڏينهن ۾ پورو ڪيو. جيڪڏهن هن کي اهو ڪتاب 8 ڏينهن ۾ پورو ڪرڻو آهي ته ڪيس هرروز ڪيترا صفحا پڙهڻا پوندا؟

3) ميري ءَ جي سائيڪل هلائڻ جي رفتار 6 ڪ.م. في ڪلاڪ آهي. هن کي 12 ڪ.م. مفاصلي تي ماسي ءَ جي گهر وڃڻو آهي ته هن کي ڪيترا ڪلاڪ لڳندا؟ جيڪڏهن هن جي سائيڪل جي رفتار 4 ڪ.م. في ڪلاڪ ٿئي ٿي ته ڪيس ڪيترو وقت لڳندو؟

4) هڪ سرڪاري گُدام ۾ اناج 4000 ماڻهن لاءِ 30 ڏينهن هلي ٿو. ته اُهو اناج 6000 ماڻهن لاءِ ڪيترا ڏينهن هلندو؟

چاڪي وٺون

ڀائيواري (Partnership)

ڪو به ڌنڌو شروع ڪرڻ لاءِ جڳهه ڪچي مال وغيره لاءِ پئسا کپندا آهن، ان رقم کي پونجي يا موڙي يا سيڙپ چئبو آهي ڪيترائي دفعا ٻه يا ٻن کان وڌيڪ ماڻهو ملي اُها پونجي ڏڪ ڪندا آهن. معني اُهو ماڻهو ڀائيواري ڪري ڌنڌو شروع ڪندو آهي. ڀائيواري ءَ ۾ ڌنڌو ڪرڻ لاءِ ڀائيوارن کي بئنڪ ۾ گڏيل کاتو کولائڻو پوندو آهي. ڀائيواري ءَ ۾ ڌنڌو ڪرڻ جنهن حصي رسي ءَ ۾ ڀائيوارن پونجي لڳائي هجي اُن ئي حصي رسي ءَ ۾ ڌنڌي مان ٿيل نفعو يا نقصان پاڻ ۾ ورهائيندا آهن.

مثال : رام ۽ شيام نمبروار 2100 ۽ 2800 رپونجي لڳائي هڪ ڌنڌو شروع ڪيو. اُنهن کي 3500 رنفعو ٿيو. اُهو ڪيئن ورهائيندا.

حل : پونجي ءَ جو ريشو لهنداسين . $2100:2800$ مطلب $\frac{3}{4} = \frac{2100}{2800}$ مطلب پونجي ءَ جي نسبت 3 ڀاڱي 4 حصو آهي.

نفعي جي ورهاست ڪرڻي آهي سمجهو ته رام جو نفعو 3x ۽ شيام جو نفعو 4x

$\therefore\ 3x + 4x = 3500$ 3500 رپيا نفعو ٿيو

$\therefore\ 7x = 3500 \qquad \therefore\ x = 500$

رام جو نفعو 3x = 3x500= 1500 رپيا شيام جو نفعو 4x = 4x500= 2000 رپيا

مثال: هڪ ڌنڌي ۾ چنميي ۽ سئيم ڪل 130000 رپيا 3:2 ۾ پونجي لڳائي ته هرهڪ جي لاڳت ڪيتري؟ ان ڌنڌي ۾ کين 36000 رپيا نفعو ٿيو ته هرهڪ جو نفعو لهو.

حل : چنميي ۽ سئيم جي پونجي ءَ جو ريشو آهي 3:2 ان ڪري نفعي جو ريشو ٿيندو 3:2

سمجھو تہ چنميہ جي لاڳت 3y ۽ سئمر جي لاڳت 2y آھي

$3y + 2y$ = ڪل لاڳت

$\therefore 5y = 130000$

$\frac{5y}{5} = \frac{130000}{5}$ .....

$\therefore y = 26000$

∴ چنميہ جي لاڳت = $3y$

$= 3 \times 26000$

$= 78,000$

سئمر جي لاڳت = $2y$

$= 2 \times 26000$

$= 52000$

چنميئہ جي نفعو $2x$ ۽ سئمر جو نفعو $3x$ آھي

ڪل نفعو = $3x + 2x$

$5x = 36000$

$\frac{5x}{5} = \frac{36000}{5}$ .....

$\therefore x = 7200$

∴ چنميئہ جو نفعو = $3x$

$= 3 \times 7200$

$= 21600$

سئمر جو نفعو = $2x$

$= 2 \times 7200$

$= 14400$

مثال : عبدل، سيجل ۽ سوھم انھن ساھيليءَ کي نمبروار **30** رپيا، **70** رپيا ۽ **50** رپيا ڏنا. ساھيليءَ اُن رقم ۾ **150** رپيا وجھي ڪاغذ، رنگہ وغيرھہ آندا. پوءِ سيني ملي ڪري وزٽ ڪارڊ تيار ڪيا. سڀ وزٽ ڪارڊ وڪڻڻ سان ڪين **420** رپيا نفعو مليو ٻڌايو تہ ھرھڪ کي ڪيترو نفعو مليو.

حل : چئني جي ڪل سيڙپ **300** رپيا آھي. اُن رقم ۾ ساھيليءَ جا **150** رپيا مطلب اڌ سيڙپ لڳل آھي. اُنھن کي **420** رپيا نفعو مليو. ساھيليءَ جو نفعو اڌ يعني **210** رپيا ٿيو. بچيل **210** رپيا نفعو عبدل، سيجل ۽ سوھم ۾ ورھائڻو آھي نمبروار اُنھن جي سيڙپ آھي **30** رپيا، **70** رپيا ۽ **50** رپيا

مطلب **30:70:50** جو ريشو ٿيندو **3:7:5** سمجھو تہ نمبروار ھنن جو نفعو آھي **3k**، **7k**، **5k**

$3k + 7k + 5k = 210$

$\therefore 15k = 210$

$\therefore k = 14$

مطلب عبدل جو نفعو = **3k=3x14=42** رپيا

سيجل جو نفعو = **7k=7x14=98** رپيا سوھم جو نفعو = **5k=5 x k=35** رپيا

مثال: سريتابين، آيشا ۽ ميناڪشي ھرھڪ **2400**، **5200** ۽ **3400** رپيا لڳائي ھڪ ڌنڌو شروع ڪيو. اُنھن کي **50** سيڪڙو نفعو ٿيو تہ اُھا پاڻ ۾ ڪيئن ورھائين؟ جيڪڏھن اُھو نفعو نہ ڪٽي، ايندڙ سال ۾ ڌنڌي لاءِ سيڙپ ۾ ملائجي تہ ھرھڪ جي ايندڙ سال ۾ ڀائيواري ڪيتري ٿيندي؟

حل ڪل سيڙپ: **3400+5200+2400 = 11000** رپيا

ان سيڙپ جو نفعو = **50%**

∴ ڪل نفعو = $5500 = \frac{11000 \times 50}{100}$

سيڙپ جي ريشي موجب ئي نفعو ورھائڻو آھي.

اسان ٻن عددن جو ريشو، ڪنهن عام ونڊيندڙ سان ونڊ ڪري سؤلو ڪري سگهون ٿا.

پائيواريءَ جو ريشو = 2400 : 5200 : 3400

= 24 : 52 : 34 (100 سان ونڊ ڪري)

= 12 : 26 : 17 (2 سان ونڊ ڪري)

سمجهو تہ سريتا ڀين جو نفعو 12P آيشا جو نفعو 26P ۽ ميناڪشيءَ جو نفعو 17P

$$2p + 26p + 17p = 55p = 5500 \therefore p = \frac{5500}{55} = 100 \therefore$$

سريتا ڀين جو نفعو = 12P = 12x100 = 1200 رپيا آيشا جو نفعو = 26P = 26x100 = 2600 رپيا

ميناڪشيءَ جو نفعو = 17P = 17xp = 1700 رپيا

نفعو نہ ڪڍڻ جي حالت ۾ اُهو پائيواريءَ ۾ ملائبو تہ هرهڪ جي نئين پائيواريءَ ايندڙ سال لاءِ ٿيندي

سريتا ڀين = 2400 + 1200 = ₹ 3600

آيشا = 5200 + 2600 = ₹ 7800

ميناڪشي = 3400 + 1700 = ₹ 5100

اچو تہ چرچا ڪريو

- سريتا ڀين، آيشا ۽ ميناڪشي نفعو نہ ڪڍي ايندڙ سال لاءِ اُهو ڌنڌي ۾ سيڙايو تہ ايندڙ سال لاءِ سندن پائيواري جو ريشو لهو.

اڀياس 39

1) سريش ۽ رميش ڪل 144000 رپيا 4:5 ريشي ۾ لڳائي هڪ زمين خريد ڪئي.. ڪجهہ سالن کان پوءِ، اُها زمين وڪڻي ڪل 20 سيڪڙو نفعو ڪمايو. ٻڌايو تہ هرهڪ کي ڪيترو نفعو مليو؟

2) وراٽ ۽ سمراٽ هرهڪ 50000 رپيا ۽ 120000 رپيا سيڙائي هڪ ڌنڌو شروع ڪيو. ان ڌنڌي ۾ کين 20 سيڪڙو نقصان ٿيو تہ هرهڪ کي ڪيترو نقصان ٿيو؟

3) شويتا، پيوش ۽ نڇيڪت، انهن ٽنهي شولاپوري چادرن ۽ ٽوالن جو ڌنڌو ڪل 80000 رپيا لڳائي شروع ڪيو. انُهن ۾ شويتا سيڙپ 30000 ۽ پيوش جي سيڙپ 12000 رپيا هئي.. سال جي پڇاڙيءَ ۾ 24 سيڪڙو نفعو ٻڌايو تہ نڇيڪت جي پائيواري ڪيتري هئي؟ نڇيڪت کي ڪيترو نفعو مليو؟

4) الف ۽ ب ۾ مليل 24500 رپيا نفعو 3:7 ريشي ۾ ورهايا ويا. اُن مان هرهڪ 2 سيڪڙو رقم 'سئنڪ ڪلياڻ نڌي' ۾ ڏني ٻڌايو تہ هرهڪ ڪيتري رقم نِڌيءَ لاءِ ڏني؟

*5) جيا، سيما، نڪل ۽ نليش انهن ڌنڌي ۾ 3:4:7:6 حصي رسيءَ ۾ 36000 رپين جي پائيواري ڪئي ٻڌايو تہ جيا جي سيڙپ ڪيتري؟ انُهن کي ان وهنوار ۾ 12 سيڪڙو نفعو ٿيو ٻڌايو تہ نڪل کي ڪيترو نفعو مليو؟

10 بئنڪ ۾ سادو وياج

RK4P7S

ذرا ياد ڪريو

پئسن جي وهنوار ڪرڻ لاءِ بئنڪ هڪ سرڪاري سنسٿا آهن. بئنڪ ذريعي پئسي جو نيوجن مطلب هڪ ارٿ نيوجن آهي.
بئنڪ ۾ روڪ رپيا رکائڻ ۽ روڪ رپيا ڪڍائڻ جهڙو وهنوار ڪيو ويندو آهي. اُن لاءِ بئنڪ ۾ کاتو کولڻو پوندو آهي. بئنڪ ۾ جدا جدا قسمن جا کاتا هوندا آهن.

ڄاڻي وٺو

جدا جدا کاتا

* **چالو کاتو (Current account)**

چالو کاتو خاص ڪري واپارين ۽ هرروز پئسن جو وهنوار ڪندڙن لاءِ هوندو آهي ان کاتي ۾ کاتيدار ڪيترا به دفعا لين دين ڪري سگهي ٿو. ان کاتي لاءِ بئنڪ پاس بوڪ ۽ طلب ڪرڻ تي چيڪ بوڪ ڏيندي آهي. ان قسم جي کاتي تي بئنڪ وياج نه ڏيندي آهي. چيڪ جي مدد سان پئسا ڀري سگهبا آهن ۽ ڪڍائي سگهبا آهن.

* **بچت کاتو (Savings account)**

کاتيدار کي مقرر رقم رکڻ لاءِ بئنڪ ۾ بچت کاتو کولڻو پوي ٿو. ڪي بئنڪون ٿوري رقم تي به بچت کاتو کوليندڙيون آهن. ان کاتي ۾ هرروز جمع ٿيل بئلنس رقم تي بئنڪ وياج ڏيندي آهي. رکيل رقم ڪيترا دفعا ڪڍائي وڃي ٿي، وياج اُن تي مدار رکندو آهي. ان کاتي لاءِ بئنڪ پاس بوڪ ۽ طلب ڪرڻ تي چيڪ بوڪ ڏيندي آهي.

* **وارائتو کاتو (Recurring account)**

وارائتي کاتي ۾ کاتيدار هر مهني ۾ ڪيتري رقم جمع ٿئي، اهو کاتيدار طئه ڪندو آهي. جمع ٿيل رقم تي بئنڪ وياج ڏيندي آهي. هتي وياج بچت کاتي جي ڀيٽ ۾ وڌيڪ ملندو آهي. ان کاتي ۾ کاتيدار کي ضروري ئي بچت ڪرڻي پوندي آهي .

* **گڏيل کاتو (Joint account)**

بئنڪ ۾ گڏيل کاتو کولڻ جي سهوليت آهي.. زال-مڙس، مائٽ-يار وغيره ساڳئي نموني ڏنڏي ۾ پيائيواري هائوسنگ سوسائٽي، سيوا سنستائون وغيره لاءِ بئنڪ ۾ هڪ کان وڌيڪ شخص اهو کاتو واپرائيندا آهن.

* **مقرر ڊپازٽ (Fixed deposit)**

ڊپازٽ جمع ڪندڙ مقرر ڊپازٽ مقرر مدي لاءِ بئنڪ ۾ جمع ڪري سگهي ٿو. ان ۾ ٻين کاتن جي ڀيٽ ۾ وڌيڪ وياج ملندو آهي. سينئر سٽيزن (بزرگ ناگرڪ) کي مقرر ٿيل وياج کان وڌيڪ وياج ملندو آهي.

اي. ٽي. ايم. ڪريڊٽ ۽ ڊيبٽ ڪارڊ بئنڪ ۾ نه وڃي روڪ رقم حاصل ڪرڻ لاءِ ATM (Automated Teller Machine) ڪارڊ استعمال ڪبا آهن روڪ رقم کانسواءِ وهنوار ۾ ڪريڊٽ ڪارڊ ۽ ڊيبٽ ڪارڊ عرض تي کاتيدارن کي بئنڪ مان ملي سگهن ٿا.

اچو تہ ويچار ڪريو

- توهان بئنڪ جو پاس بوڪ ڏٺو آهي ڇا؟

هيٺ هڪ بئنڪ جي پاس بوڪ جو هڪ صفحو ڏنل آهي، اُن ۾ درج ڪيل چڪاس ڪريو

بقايا BALANCE	رقم جمع ڪئي ويئي AMOUNT DEPOSITED	رقم ڪڍائي ويئي AMOUNT WITHDRAWN	چيڪ نمبر CHEQUE No.	تفصيل PARTICULARS	تاريخ DATE	ليڪ نمبر LINE NO.
7000.00	1500.00			cash	2.2.2016	1.
12000.00	5000.00		232069	cheque	8.2.2016	2.
9000.00		3000.00	243965	cheque	12.2.2016	3.
7500.00		1500.00		self	15.2.2016	4.
7635.00	135.00			interest	26.2.2016	5.

- تاريخ 02.02.16 بئنڪ ۾ جمع ڪيل رقم رپيا بقايا [ ] رپيا
- تاريخ 12.02.16 چيڪ نمبر 243965 ذريعي ڪڍايل بقايا [ ] رقم رپيا
- تاريخ 26.02.16 بئنڪ وياج (انٽريسٽ) ڏنو آهي. اها [ ] رقم رپيا آهي.

ٻچت کاتو ۽ وارائتو کاتو، انهن ۾ اهڙي نموني پاس بوڪ هوندو آهي. اُن ۾ تاريخ انوسار جمع ڪيل رقم، ڪڍايل رقم، بقايا اهي سڀ درج ڪيل هوندا آهن.

عملي ڪم: پنهنجي گهر ۾ وڏي ياتيءَ کان اجازت وٺي، اُن جو پاس -بوڪ ڏسي، سڀ درج ٿيل ڳالهين جو مطلب سمجهو.

ذرا ياد ڪريو

منيشا هڪ ڪامپيوٽر خريد ڪرڻ لاءِ 8 في سيڪڙي بها سان 30000 هزار رپيا هڪ سال لاءِ قرض ورتو. مُدو پورو ٿيڻ تي هن ورتل قرض کان 2400 رپيا وڌيڪ ڀريا.

- ان ڄاڻ تي هيٺ ڏنل چوڪندن ۾ مناسب عدد ڀريو.

مور = ₹ [ ] ، وياج جو اڳهه = ₹ [ ] ، وياج = ₹ ، مدو= [ ] سال

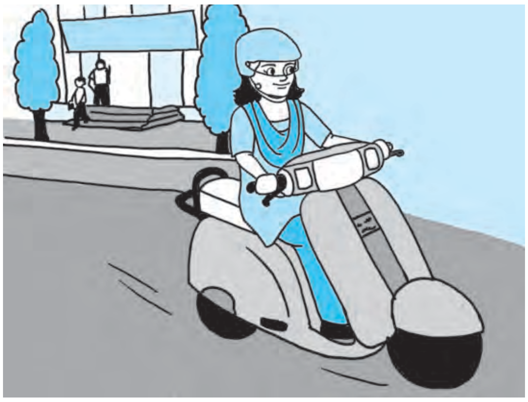
بئنڪ ۾ واپس ڪيل رقم = 2400 + 30000 = [ ]

ڄاڻي وٺو

مٿئين مثال ۾ منيشا بئنڪ ۾ ڪيتري رقم ادا ڪئي. اهو ڪرڻ لاءِ مور ۽ وياج اهي جوڙ ڪيا.

مور + وياج = راس

مثال : نيها هڪ ٻه چاڪي واهن خريد ڪرڻ لاءِ 12 سيڪڙي بها مان بئنڪ مان 50000 رپيا قرض ورتو هڪ سال ڪان پوءِ هن کي بئنڪ کي ڪل ڪيتري رقم واپس ڪرڻي پوندي ؟



حل : مٿئين مثال ۾ ڪل ڪيتري رقم واپس ڪرڻي آهي. اُها رقم لهڻي آهي. معنيٰ راس لهڻي آهي. هتي مور 50000 رپيا آهي. وياج جو اگهه 12 سيڪڙو آهي مطلب 100 رپين تي 1 سال ۾ وياج 12 رپيا وياج ۽ مور جو ريشو لهي مساوت ٺاهي حل لهي سگهجي ٿو.

سمجهو ته 50000 رپين تي وياج آهي x رپيا 100 رپين تي وياج آهي 12 رپيا.

$$\frac{x}{50000} = \frac{12}{100}$$

$$\frac{x}{50000} \times 50000 = \frac{12}{100} \times 50000$$

$$x = 6000$$

بئنڪ کي واپس ڪرڻ واري رقم = مور + وياج

$50000 + 6000 =$

∴ بئنڪ کي ڏيڻ واري رقم = ₹ 56000

مثال آڪاش 8 ف س ب سان 25000 رپيا بئنڪ ۾ 3 سالن لاءِ رکايا. ٻڌايو ته هن کي هر سال گهڻا رپيا وياج ملندو؟ ڪل ڪيترو وياج ملندو؟

حل : هن مثال ۾ مور 85000 رپيا مُدو 3 سال وياج جو اگهه 8 سيڪڙو آهي. 100 رپين تي 1 سال ۾ وياج 8 رپيا آهي.
سمجهو ته 25000 رپين تي 1 سال ۾ وياج آهي x رپيا

$$\frac{x}{25000} = \frac{8}{100}$$

$$\therefore \frac{x}{25000} \times 25000 = \frac{8}{100} \times 25000$$

$$\therefore x = 2000$$

آڪاش کي هڪ سال ۾ وياج ملندو 20000 رپيا

آڪاش کي ڪل وياج ملندو 6000 = 3 x 2000 رپيا

چاڙهي وٺون

سادو وياج لهڻ لاءِ هڪ فارمولا واپرائبي آهي. اُها فارمولا سمجهون. هر سال مقرر ڊپازٽ تي ساڳئي وياج جو اگهہ کي سادو وياج چئبو آهي سمجهو تہ مور ’م‘ آهي. وياج جو اگهہ ’ب‘ آهي. وياج ’و‘ آهي مدو (سال) ’س‘ آهي

1 سال وياج ۾ مور جو ريشو آهي.

$\therefore \quad \frac{\text{و}}{\text{م}} = \frac{\text{ب}}{100} \qquad \therefore \quad \text{و} = \frac{\text{م} \times \text{ب}}{100}$

$\text{’س‘ سالن لاءِ وياج} = \text{و} \times \text{س} = \frac{\text{م} \times \text{ب} \times \text{س}}{100}$

$\therefore \quad \text{اسان سگهياسين} = \frac{\text{م} \times \text{ب} \times \text{س}}{100}$

اڳ وارو مثال فارمولا کم آڻي حل ڪنداسين.

$\text{م} = 25000, \ \text{ب} = 8, \ \text{س} = 3$

$\text{سادو وياج} = \frac{\text{م} \times \text{ب} \times \text{س}}{100}$

$= \frac{25000 \times 8 \times 3}{100}$

$= 6000$ رپيا

اهو مان سمجهو

مور، وياج جو اگهہ (بها)

- $\text{ڪل وياج} = \frac{\text{م} \times \text{ب} \times \text{س}}{100}$ مور = م، وياج جو اگهہ (بها) = ب، مدو (سال) = س

مثال : رميش لعل پنهنجي ٻارجي تعليم لاءِ هڪ بئنڪ مان ۸ في سيڪڙي بها سان ۴ سالن لاءِ قرض ورتو ۾ڏايو تہ هن مُدي پوري ٿيڻ کان پوءِ بئنڪ ۾ ڪيتري رقم واپس ڪئي؟

حل : هن مثال ۾ مور **12000** آهي فارمولا استعمال ڪري وياج لهنداسين.

$\text{م} = 120000, \ \text{ب} = 8.5, \ \text{س} = 4$

$\therefore \quad \text{وياج} = \frac{\text{م} \times \text{ب} \times \text{س}}{100} = \frac{120000 \times 8.5 \times 4}{100}$

$= \frac{120000 \times 85 \times 4}{100 \times 10}$

$= 120 \times 85 \times 4$

$= 40800$

$\text{بئنڪ ۾ واپس ڪيل رقم} = 120000 + 40800 = 160800$ رپيا

اڀياس 40

1) ريشما 1500رپيا اسڪول جي پنپيڙي ۾ 9سيڪڙي بها سان 2 سالن لاءِ رقم رکائي ٻڌايو ته هن کي ڪل ڪيتري رقم ملندي؟

2) چيتالعل هڪ بئنڪ مان 10 سيڪڙي اگهه سان 5 سالن لاءِ 250000 رپيا گهر لاءِ قرض ڪنيو. ٻڌايو ته هن کي هرسال ڪيترو وياج ڏيڻو پوندو؟ ۽ هن کي بئنڪ ۾ ڪل ڪيتري رقم ڀرڻي پوندي؟

3) شريڪانت 85000 رپيا 7 سيڪڙو اگهه سان $2\frac{1}{2}$ سالن لاءِ بچت بئنڪ ۾ رکايا. مُدي جي پڄاڙيءَ ۾ کيس گهڻو سادو وياج ملندو؟

4) 5000 رپين تي 4 سالن لاءِ، ڪنهن وياج جي اگهه سان وياج 1200 رپيا آهي. ٻڌايو ته ساڳئي وياج جي اگهه سان ساڳئي مُدي لاءِ 15000 رپين جو وياج ڪيترو ٿيندو؟

5)پنڪج 150000 رپيا هڪ بئنڪ ۾ 10 سيڪڙي بها سان 2 سالن لاءِ رکايا. ٻڌايو ته کيس ڪل ڪيتري رقم واپس ملندي.

چاڪي وٺون

مور، مُدو، وياج جو اگهه، راس انهن چئن مان 3 ڳالهيون مليل هجن ته چوٿين ڪيئن لهبي. اهو سکندا سين. فارمولا ۾ عددن بدران اکر ڪم آڻي مساوات ٺاهي حل ڪري سگهبو آهي.

مثال مور = 25000 رپيا راس = 31000 مُدو 4 سال وياج اگهه لهو

$$31000 - 25000 = 6000$$

مور = 25000 رپيا ، مُدو = 4 سال، بها = 6000 رپيا ،

هاڻي فارمولا ڪم آڻي وياج جو اگهه لهنداسين.

$$\text{سادو وياج} = \frac{\text{مور} \times \text{مُدو} \times \text{بها}}{100}$$

$$6000 = \frac{25000 \times \text{بها} \times 4}{100}$$

$$\text{بها} = \frac{6000 \times 100}{25000 \times 4}$$

$$\therefore \text{بها} = 6$$

مثال : اُميش ڪا رقم 5 سالن لاءِ 9 في سيڪڙي وياج جي اگهه سان قرض ورتو هن 5 سالن کان پوءِ 17400 رپيا موٽايا. ٻڌايو ته هن ڪيترو قرض ورتو هو؟

$$\text{وياج} = \frac{\text{مور} \times \text{مُدو} \times \text{بها}}{100}$$

اها فارمولا هڪدم مثال حل ڪرڻ لاءِ استعمال نه ڪبي.

چو تہ وياج ۾ مُدو، ٻنهي جي ڄاڻ نہ آهي، پر 100 رپين 5 سالن جي راس ڪيڏي سگهون ٿا اها 145 رپيا آهي. هاڻي مورءِ راس جو ريشو ٻنهي پاسي لکي مساوات ٺاهي حل ڪري سگهبو.

$$\frac{100}{145} = \frac{\text{م}}{17400}$$

$$\therefore \ \text{م} = 12000 = \frac{100 \times 17400}{145}$$

$\therefore$ اُميش 12000 رپيا قرض ورتو

اچو تہ ويچار ڪريون

- فارمولا ڪم آڻي ٽئين قسم جي مساوات ٺاهي، مٿيون حساب حل ڪري سگهبو ڇا؟

اڀياس 41

1) 17000 رپين تي ڪنهن وياج جي اگهہ سان 2 سالن لاءِ وياج 340 رپيا آهي تہ وياج جو اگهہ ٿيندو

(i) 12 % (ii) 15 % (iii) 4 % (iv) 10 %

2) 3000 رپين تي ڪنهن مقرر وياج جي اگهہ تي ڪنهن مقرر مُدي لاءِ وياج 600 رپيا آهي تہ 1500 رپين تي ساڳئي وياج جي اگهہ سان، ساڳئي مُدي تي ڪيترو وياج ٿيندو ؟

(i) 300 رپيا (ii) 1000ر (iii) 700ر، (iv) 500ر

3) جاويد 12000 رپيا 9 سيڪڙي وياج جي اگهہ سان ڪجهہ سالن لاءِ بئنڪ ۾ رکايا. هن هر سال وياج جي رقم ڪڍائي هن ڪي مُدي پوري ٿيڻ کان پوءِ 17400 رپيا مليا. ٻڌايو تہ هن ڪيترن سالن لاءِ رقم رکائي؟

*4) لتا ٻائيءَ گهرو اُديوگہ لاءِ هڪ بئنڪ مان 10 سيڪڙي وياج جي اگهہ سان 2.5 سالن لاءِ، قرض ورتو. هن قرض تي ڪل 10250 رپيا وياج ڀريو. ٻڌايو تہ هن ڪيتري رقم قرض ورتو.

۵) هيٺ ڏنل خاڪي ۾ خال ڀريو

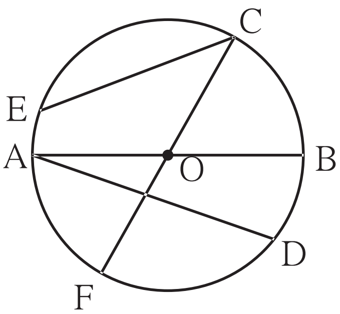
	مور	وياج جو اگهہ (ب)	مدو (وقت)	وياج	راس
(i)	4200	7%	3 سال	......	......
(ii)	......	6%	4 سال	1200	......
(iii)	8000	5%	......	800	......
(iv)	......	5%	......	6000	18000
(v)	......	$2\frac{1}{2}$ %	5 سال	2400	......

عملي ڪم ✱ جدا جدا بئنڪن ۾ ملاقات ڪيو. جدا جدا کاتن تي ملندڙ وياج جي ڄاڻ حاصل ڪريو.

✱ اِسڪولن ۾ اڌياپڪن جي مدد سان بچت بئنڪ تيار ڪريو. اُن کاتي ۾ پئسا جمع ڪري آرٿڪ بچت ڪريو.

گول

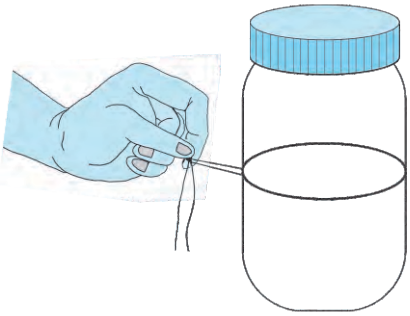
ذرا ياد ڪريو



• پرواري شڪل ۾نيم قطر، زهہ، قطر سڃاڻو ۽ اُنهن جا نالا خاڪي ۾لکو

نيم قطر				
زهہ				
قطر				

گول جو گهيرو (Circumference of a circle)



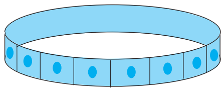
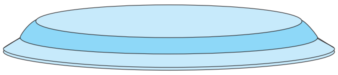
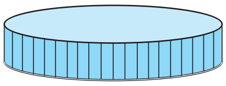
عملي ڪم: (I) : پاڻيءَ جي هڪ بوتل کڻو. اُها ڪاغذ تي رکي، اُن جي تري جو گول ڪڍو. ڌاڳي جي مدد سان گول جو گهيرو ماپيو.

عملي ڪم : (II) ڪنگڻ يا چوڙي جو گهيرو ڌاڳي جي مدد سان ماپيو.

عملي ڪم: (III) ڪا بہ هڪ گول آڪار واري شيءِ کڻي ڌاڳي جي مدد سان گهيرو ماپيو.

چاڪي وٺون

عملي ڪم: (I) هيٺ ڏنل شين جو گهيرو ۽ قطر ماپي گهيري جو قطر سان ريشو خاڪي ۾لکو.

نمبر	شيءِ	گهيرو	قطر	گهيري جو قطر سان ريشو قطر
1.	چوڙي 	19 س م	6 س م	$\frac{19}{6} = 3.16$
2.	ٿالهي 	....	....	....
3.	برنيءَ جو ڍڪ 	....	....	....

خاڪي ۾گهيري جو قطر سان ريشو چڪاس ڪريو اسان کي ڪهڙو نتيجو مليو ٿو؟

ڪنهن به گول جي گهيري جو اُن جي قطر سان ريشو لڳ ڀڳ هڪ مقرر انگ ٿئي ٿو. ان مقرر انگ کي گريڪ اکر π (پاءِ) سان ڏيکاريو آهي. اهو عدد منتق عدد نه آهي. رياضدانن اها ڳالهه ثابت ڪئي آهي. وهنوارم π جو ملهه $\frac{22}{7}$ يا **3.14** ڪٿيو آهي

نيم قطر 'r'، قطر 'd' گهيرو 'c' ته $\pi = \frac{\text{گهيرو } (c)}{\text{قطر } (d)}$ مطلب $c = \pi d$

$d = 2r$ $\therefore c = \pi \times 2r$ مطلب $c = 2\pi r$

مثال : هڪ گول جو قطر **14** س.م. آهي ته اُن جو گهيرو لهو.

حل هتي قطر =**d**= **14**

گهيرو = $c = \frac{22}{7} \times 14$ س.م.

$= 44$ س.م.

مثال : هڪ گول جو نيم قطر **35** س.م. آهي ته اُن جو گهيرو لهو

حل هتي نيم قطر $= r$: 35 س.م.

$= 2\pi r$

$c = 2 \times \frac{22}{7} \times 35$

$\therefore$ 220 س.م.

مثال : هڪ گول جو گهيرو **198** س.م. آهي ته اُن جو نيم قطرءِ قطر لهو

حل. $c = 2\pi r$

$198 = 2 \times \frac{22}{7} \times r$

$r = 198 \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22}$

نيم قطر = 31.5 س.م.

$\therefore$ قطر = 63 س.م. = 2×31.5 س.م.

مثال هڪ گول جو گهيرو **62.80** س.م. آهي.

$\pi = 3.14$ ڪٿي گول جو گهيرو لهو.

حل:

گهيرو، $c = \pi d$

$62.80 = 3.14 \times d$

$\frac{62.80}{3.14} = d$

$20 = d$

$\therefore$ قطر = 20 س.م.

مثال : هڪ گول شڪل جڳهه جو نيم قطر **7.7** ميٽر اُن جڳهه چوڌاري **3** چڪر تار جو لوڙهو لڳائڻ لاءِ **50** روپئي في ميٽر سان ڪيترو خرچ ايندو؟

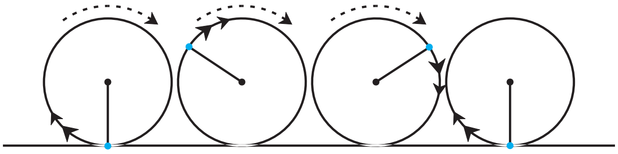
گول شڪل جڳهه جو گهيرو = $2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 7.7 = 48.4$

هڪ چڪر لوڙهو لڳائڻ ۾ تارجي ڊيگهه هڪ چڪرتي خرچ - تارجي ڊيگهه x في ميٽر خرچ

$= 48.4 \times 50$

= 2420 رپيا

$\therefore$ 3 چڪرن لاءِ خرچ $7260 = 3 \times 2420 =$ رپيا



مثال هڪ بس جي ڦيٿي جو قطر 0.7 م آهي. ٻن ڳوٺن وچ۾ مفاصلو 22 ڪ.م. پورو ڪرڻ لاءِ ڦيٿي جا ڪيترا چڪر ٿيندا.

ڦيٿي جو گهيرو	=	πd
	=	$\frac{22}{7} \times 0.7$
	=	2.2 ميٽر

حساب ڪرڻ ۾ ايڪا ساڳيا رکيا آهن.

22 ڪ.م = 22 × 1000 = 22000 ميٽر

ڦيٿو 2.2 ميٽر هلي ٿو مطلب هڪ چڪر پورو ڪري ٿو (1 چڪر = 1 گهيرو)

ڦيٿي جا ڪل چڪر - مفاصلو = $\frac{\text{مفاصلو}}{\text{گهيرو}}$ = $\frac{22000}{2.2}$ = $\frac{220000}{22}$ = 10000

22 ڪ.م مفاصلو پورو ڪرڻ لاءِ بس کي **10000** چڪر لڳندا.

ايپياس 42

1. هيٺيون خاڪو پورو ڪريو

نمبر	قطر (r)	نيم قطر (d)	گهيرو (c)
(i)	7 س م	....	....
(ii)	....	28 س م	....
(iii)	....	....	616 س م
(iv)	....	....	72.6 س م

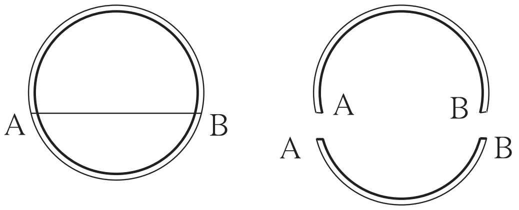
2) هڪ گول جو گهيرو 176 س.م آهي ته اُن جو نيم قطر لکو.

3) هڪ گولاڪار باغ جو نيم قطر 56 ميٽر آهي. باغ جي چوڌاري تار جي چئن چڪرن جو لوڙهو لڳائڻ تي ۴۰ رپيا في ميٽر جي حساب سان ڪيترو خرچ ايندو؟

4) هڪ ڏيڍي گاڏي جي ڦيٿي جو قطر 1.4 ميٽر آهي. اُها ڏيڍي گاڏي 1.1 ڪلوميٽر مفاصلو طئه ڪرڻ لاءِ اُن جي ڦيٿي جا ڪيترا ڦيرا ڏيندا؟

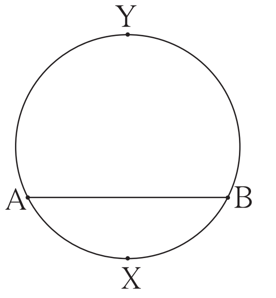
ذرا ياد ڪريو

گول جي ڪمان (Arc of the circle)



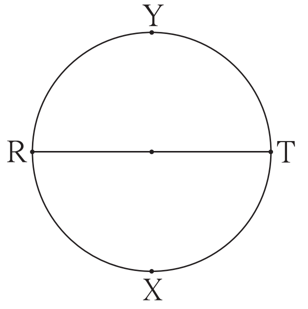
پرواري شڪل ۾ پلاسٽڪ جي هڪ چوڙي ڏيکاريل آهي. سمجهه ته اها چوڙي A ۽ B ٽپڪن تي ٽُٽي پئي، ته چوڙي جي هرهڪ ٽڪري کي گول جي حوالي ڇا چئبو؟

چاڻي وٺون



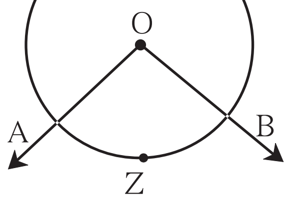
پرواري شڪل ۾ زهہ AB ڪري گول جا ٻہ ڀاڱا ٿيا آهن اُنهن ۾ AXB اها ننڍي ڪمان آهي. اُن کي ننڍي ڪمان چئبو آهي. ڪمان AYB وڏي آهي، اُن کي وڏي ڪمان چئبو آهي.

جن ٻن گول جي ڪمانن جا پڇاڙ ٽٻڪا (End pionts) عام هوندا اُهي ۽ ٻئي ڪمانون ملي گول ٺاهن ٿيون تہ اُنهن ڪمانن کي هڪ ٻئي جون نسبتي ڪمانون چئبو آهي هتي ڪمان AXB ۽ ڪمان AYB اهي هڪ ٻئي جون نسبتي ڪمانون آهن.



پرواري شڪل ۾ RT اهو گول جو قطر آهي. ان ڪري گول جون ٻئي ڪمانون برابر هونديون آهن. انهن کي اڌ گول چئبو آهي. اهو ڌيان ۾ رکو.

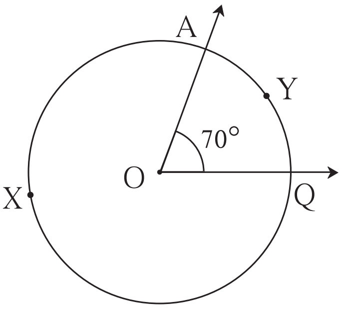
مرڪزي ڪنڊ ۽ ڪمان جي ماپ (Central angle and Measure of an arc)



پري واري شڪل ۾ گول جو مرڪز O آهي اهو ڪنڊ $<AOB$ جو نوڪي ٽٻڪو آهي. گول جو مرڪز جنهن ڪنڊ جو نوڪي ٽٻڪو آهي، اُن ڪنڊ کي مرڪزي ڪنڊ چئبو آهي شڪل ۾ $<AOB$ اها ڪمان AZB جي نسبتي مرڪزي ڪنڊ آهي.

گول جي ڪمان جي ڪيل مرڪزي ڪنڊ جي ماپ اُن ڪمان جي ماپ برابر هوندي آهي.

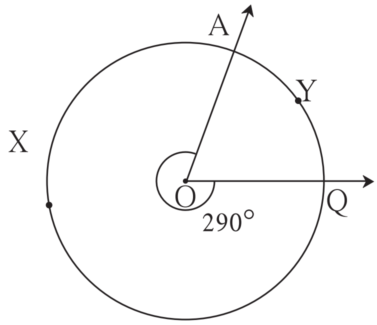
✸ ننڍي ڪمان جي ماپ



1) پرواري شڪل ۾ $<AOQ$ اِن مرڪزي ڪنڊ جي ماپ 70° آهي.

ننڍي ڪمان AYQ جي ماپ 70° آهي.

اهو $m(\text{arc } AYQ) = 70^\circ$ ائين لکبو آهي

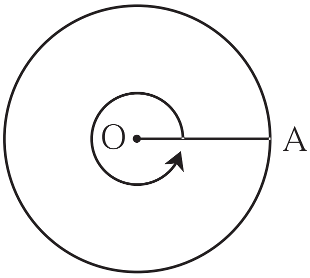


✸ وڏي ڪمان جي ماپ

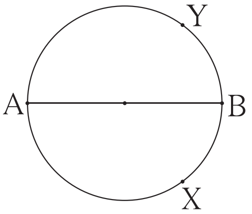
وڏي ڪمان جي ماپ = 360° – نسبتي ننڍي ڪمان جي ماپ

شڪل ۾ وڏي ڪمان AXQ جي ماپ $= 360^\circ - 70^\circ = 290^\circ$ آهي.

✸ شڪل ۾ ڏيکاريل OA گول جو نيم قطر گهڙيال جي ڪانٽن جي اُبتڙ طرف ۾ پوري ڪنڊ تي ڦرڻي ٿو.
اُن وقت ڪنڊ 360° ماپ واري آهي مطلب A چيڙي تائين هڪ گول پورو ٿئي ٿو. گول طرفان ڪيل مرڪزي ڪنڊ 360° آهي اِنڪري گول جي ماپ 360° ٿيندي آهي.



✸ هاڻي شڪل مان اڌ گول ڪمان AXB ۽ اڌ گول AYB جي ماپ لهو.



اهو مان سمجهو

- ننڍي ڪمان جي ماپ سندس نسبتي مرڪزي ڪنڊ جي برابر هوندي آهي.
- وڏي ڪمان جي ماپ = ننڍي ڪمان جي ماپ = 360°
- اڌ گول ڪمان جي ماپ 180° هوندي آهي.

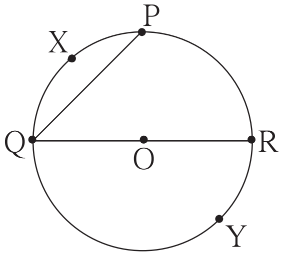
اڀياس 43

1) مناسب متبدل چونڊيو

جيڪڏهن ڪمان AXB ۽ ڪمان AYB اهي هڪ ٻئي جون نسبتي ڪمانون آهن

m(arc AXB)=120° تہ m(arc AYB)=

(i) 140° (ii) 60° (iii) 240° (iv) 160°



2) O مرڪز واري گول ۾ ڪجهہ ڪمانون ڏنل آهن. اُنهن مان ننڍي ڪمان، وڏي ڪمان، اڌ گول ڪمان ڳولهي نالا لکو.

3) O مرڪز واري گول ۾ ننڍي ڪمان PXQ جي ماپ آهي 110° تہ ۾ وڏي ڪمان PYQ جي ماپ لهو.

ICT Tools or Links

Geogebra software جو استعمال ڪري مرڪزي ڪنڊ ۽ ڪمان جون جدا جدا ماپن جو لاڳاپو move option وسيلي لهي، آزمودو وٺو.

12 گرد ماپ ۽ ايراضي

ذرا ياد ڪريو

گرد ماپ (Perimeter)

بند شڪل جي سڀني پاسن جو جوڙ يعني اُن شڪل جي گرد ماپ لهڻ

پاسي شڪل جي گرد ماپ سندس سڀني پاسن جي ڊيگهه جو جوڙ

چورس جي گرد ماپ = پاسو x 4 جيڪڏهن

پاسو a آهي تہ چورس جي گرد ماپ 4a

مستطيل جي گرد ماپ = ويڪر x 2 + ڊيگهه x 2

جيڪڏهن ڊيگهه l آهي ۽ ويڪر b آهي تہ مستطيل جي گرد ماپ = $2l+2b$

مثال هڪ مستطيل جي گرد ماپ 64 س.م. آهي اُن جي ڊيگهه 17 س.م. آهي تہ سندس ويڪر ڪيتري آهي؟

سمجهو تہ مستطيل جي ويڪر آهي x

ويڪر x 2 + ڊيگهه x 2 = گرد ماپ

∴2(17+x) = 64

∴17+x = 64

∴17+x = 32

∴x = 32-17

∴x = 15

ويڪر- 15 س.م.

مثال : 28 س.م. ڊيگهه ۽ 20 س.م. ويڪر هڪ مستطيل جي گرد ماپ هڪ چورس جي گرد ماپ جي برابر آهي تہ اُن چورس جو پاسو ڪيترو؟

(ويڪر + ڊيگهه) 2 = مستطيل جي گرد ماپ

∴ =2(28+20)

∴ =2 x 48

∴ =96

هاڻي سمجهو تہ چورس جو پاسو آهي a س.م.

چورس جي گرد ماپ=96

∴4a = 96

∴a = 96
4

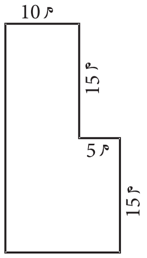
∴a = 24

چورس جو پاسو آهي 24 س.م

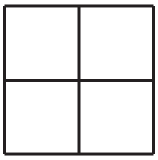
ايپاس 44

1) هڪ مستطيل جي ڊيگهه ۽ ويڪر ٻئي ٻيڻا ڪيا تہ ان مستطيل جي گرد ماپ، اصلي مستطيل جي گرد ماپ جي ڪيتري اوڻ ٿيندي؟

2) هڪ چورس جو پاسو ٽيڻو ڪيو تہ سندس گرد ماپ اصلوڪي چورس جي گرد ماپ جي ڪيتري اوڻ ٿيندي؟



3) پرواري شڪل ۾ ميدان ڏيکاريل آهي. سندس پاسن جي ڊيگهه ڏنل آهي. ميدان جي گرد ماپ لهو.



4) هڪ ميٽر ڊيگهه واري چورس شڪل واري ڪپڙي جو ٽڪر ڪٽي، شڪل ۾ ڏيکاريل چار هڪ جهڙا رومال ڪيا. سڀني رومالن جي پاسن کان ليس لڳائڻ لاءِ ڪيتري ڊيگهه جي ليس لڳندي؟

ذرا ياد ڪريو

ايراضي (Area)

- چورس جي ايراضي - پاسو x پاسو - (پاسو)
- مستطيل جي ايراضي = ويڪري ديگهه - l x b

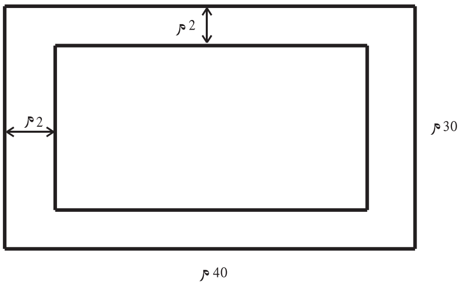
ايراضي هميشهه چورس ميٽر، چورس س.م، چورس ڪ.م وغيرهه ايڪن ۾ ڏيکاربي آهي

مشغولي I :

ڪو-ڪو، ڪبڙي انهن راندين لاءِ ميدان، ٽينس ڪورٽ، بئڊ منٽن ڪورٽ، انهن مان جيڪي ممڪن ٿي سگهن، اُنهن جي ديگهه ويڪر ماپي ايراضي ءِ ڳرد ماپ لهو.

مشغولي II :

انيل کي گهر جي هڪ پٽ کي نئون رنگ هڻائڻو آهي. پٽ جي ديگهه 7 ميٽر ۽ اوچائي 5 ميٽر آهي. رنگ هڻندڙ رنگ هڻڻ جو اگهه 120 رپيا في چورس ميٽر ٻڌايو ته رنگ هڻائڻ ۾ ڪيترا رپيا لڳندا؟



مثال : هڪ مستطيل شڪل باغ جي ديگهه 40 ميٽر ۽ ويڪر 30 ميٽر آهي. اُن جي اندر چوڙاري 2 ميٽر ديگهه جو رستو ٺهرائڻو آهي. اُن رستي تي 20 س.م x 25 س.م شڪل جون ٽائيلس لڳائڻيون آهن. ٻڌايو ته ڪل ڪيتريون ٽائيلس لڳنديون؟

ايراضي هميشهه چورس ميٽر، چورس س.م، چورس ڪ.م وغيرهه ايڪن ۾ ڏيکاربي آهي، ٽائيلس لڳائڻ لاءِ اُن جڳهه جي ايراضي لهنداسين. 1200 چورس ميٽر = 40 x30 = باغ جي ايراضي

1 م = 100س.م
$\frac{25}{100}$ م = 25 س.م

936 چورس ميٽر = 36 x 26 = رستو ڇڏي باغ جي ايراضي

1200 – 936 = ٽائيلس لڳائڻ جي جڳهه 264 چورس ميٽر

هرهڪ لادي ءِ جي ايراضي $\frac{1}{20} = \frac{20}{100} \times \frac{25}{100} =$

هڪ ٽائيل جي ايراضي آهي $\frac{1}{20}$ چ م ته 264 چ ميٽر جڳهه تي لڳندڙ ٽائيلس جو انداز

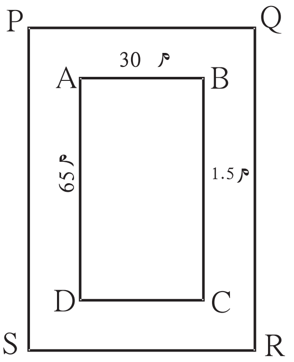
جڳهه جي ڪل ايراضي = $\frac{\text{ٽائيلس جو انداز -}}{\text{هڪ ٽائيل جي ايراضي}}$

$= 264 \div \frac{1}{20}$

$= 264 \times 20 = 5280$

ڪل ٽائيلس لڳنديون 5280

مثال : هڪ مستطيل شڪل جو راند جو ميدان آهي اُن جي ڊيگهه 65 ميٽر ۽ ويڪر 30 ميٽر آهي اُن ميدان جي چئني پاسن کان 1.5 ميٽرويڪرجو رستو آهي اُن رستي جي ايراضي لهو



حل: مثال ۾راند جو ميدان مستطيل شڪل جو آهي. ABCD□ اهو راند جو ميدان آهي. اُن جي چوڏاري 1.5 ميٽرويڪرجو رستو آهي ABCD□ سڄي سيني پاسن کان 1.5 ميٽرمفاصلي تي PQRS□ اهو مستطيل ملندو.

نئين مستطيل PQRS□ جي ڊيگهه - 1.5 + 1.5 + 65 = 68 = 68 ميٽر

PQRS□ جي ويڪر= 1.5+1.5+ 30 = 33

مشطيل ABQ جي ايراضي مشطيل PQRS جي ايراضي رستي جي ايراضي

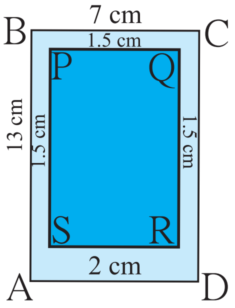
$68 \times 33 - 65 \times 30 =$ ☐ - ☐ = ☐ = چورس ميٽر

اچو تہ ويچار ڪريون

- متئين مثال ۾رستي جي ايراضي جدا طريقي سان لهي سگهبي ڇا؟

مثال : هڪ موبائيل جي ڊيگهہ 13 س.م ۽ ويڪر 7 س.م آهي. اُن مثان PQRS□ اِسڪرين شڪل انوسار ڪيل آهي تہ اسڪرين جي ايراضي لهو

حل : موبائيل جي ڪنارين سان تيارٿيل مستطيل ABCD□ سمجهو ان جو ڊيگهہ 13 س.م ۽ ويڪر 7 س.م آهي. AB، DC، B C انهن پاسن کان 1.5 س.م. ڇڏيل آهي پاسو DA کان 2 س م مفاصلو ڇڏڻ سان مستطيل PQRS□ ٺهي ٿو.



PQRS جي ڊيگهہ = ☐

PQRS جي ويڪر = ☐

مستطيل PQRS جي ايراضي = اِسڪرين جي ايراضي = ☐ x ☐ چ س م

مشغولي : جدا جدا شڪلين جا موبائيل ڪٺو ۽ اُنهن جي اسڪرين جي ايراضي لهو

اڀياس 45

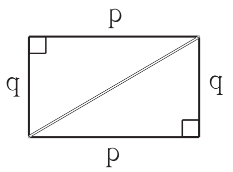
1. هڪ چورس جو پاسو 12 س.م آهي تہ چورس جي ايراضي لهو
2. هڪ مستطيل جي ڊيگهہ 15 س.م. ۽ ويڪر 5 س.م. آهي تہ اُن مستطيل جي ايراضي لهو.
3. هڪ مستطيل جي ايراضي 102 چ. س.م آهي، ان مستطيل جي ڊيگهہ 17 س.م. آهي تہ مستطيل جي گرد ماپ لهو.
*4 هڪ چورس جو پاسو ٽيڻوڪبو تہ اُن جي گرد ماپ، اصلي چورس جي گرد ماپ جي ڪتري اوڻ ٿيندي؟

چاڪي وٺون

گوني ڪند ٽڪنڊي جي ايراضي (Area of right angled triangle)

مشغولي : هڪ ڪُي ماپ وارا ٻه گوني ڪند ٽڪنڊا ڪپيو. اُهي شڪل موجب پاڻ ۾ ملايو. هڪ مستطيل تيار ٿئي ٿو. گوني ڪند ناهيندڙ پاسا p ۽ q ڊيگهه جا آهن. اُهي مستطيل جا پاسا آهن. شڪل مان اڻين نظر اچي ٿو.

مستطيل جي ايراضي = گوني ڪند ٽڪنڊي 2x



∴ pxq =گوني ڪند ٽڪنڊي جي ايراضي 2x

∴ pxq = هڪ گوني ڪند ٽڪنڊي جي ايراضي $\frac{p \times q}{2}$

اهو مان سمجهو

گوني ڪند ٽڪنڊي جي ايراضي = $\frac{1}{2}$ × گوني ڪند ناهيندڙ پاسن جي ڊيگهه جي ضرب اُپت

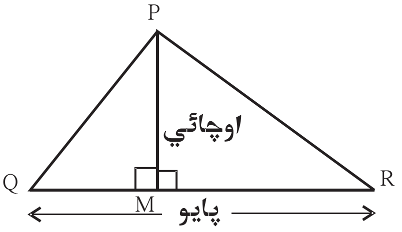
گوني ڪند ٽڪنڊي ۾ گوني ڪند ناهيندڙ پاسن مان هڪ پاسو پايو ۽ سمجهبو ته ٻيو پاسو اوچائي ٿيندو.

گوني ڪند ٽڪنڊي جي ايراضي = $\frac{1}{2}$ پايو x اوچائي

ABC اهو ڪهڙي به قسم جو ٽڪنڊو هجي اُن جو ڪهڙو به پاسو پايو ڪٺبو، اُن پاسي جي سامهون واري نوڪ کان پايي تي نڪرندڙ عمود اُن ٽڪنڊي جي اوچائي ٿيندي.

PQR اهو ٽڪنڊو ڪٺيو، QR پايو ڪٺيو P کان QR تي مٿان PM عمود ڪڍيو

شڪل 1) ٽپڪو M تي QR مٿان آهي.



ΔPMQ ۽ ΔPMR گوني ڪند ٽڪنڊا آهن

$A(\Delta PQR) = A(\Delta PMQ) + A(\Delta PMR)$

$= \frac{1}{2} \times l(QM) \times l(PM) + \frac{1}{2} \times l(MR) \times l(PM)$

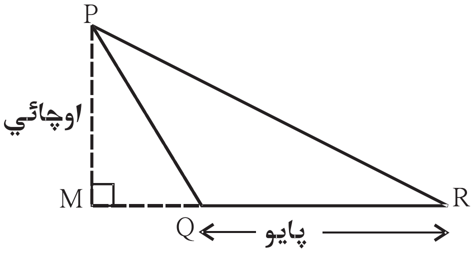
$= \frac{1}{2} [l(QM) + l(MR)] \times l(PM)$

$= \frac{1}{2} l(QR) \times l(PM)$

$= \frac{1}{2} \times$ پايو x اوچائي

$A(\Delta PQR) = \frac{1}{2} \times$ پايو x اوچائي

شڪل 2 ٽپڪو M تي QR ٽڪنڊو ٻاهر آهي.



. ΔPMQ ۽ ΔPMR گوني ڪند ٽڪنڊا آهن

$A(\Delta PQR) = A(\Delta PMR) - A(\Delta PMQ)$

$= \frac{1}{2} \times l(MR) \times l(PM) - \frac{1}{2} \times l(MQ) \times l(PM)$

$= \frac{1}{2} [l(MR) - l(MQ)] \times l(PM)$

$= \frac{1}{2} \times l(QR) \times l(PM)$

$= \frac{1}{2} \times$ پايو x اوچائي

$A(\Delta PQR) = \frac{1}{2} \times$ پايو x اوچائي

اهو مان سمجهو

ٽڪنڊي جي ايراضي = اوچائي x پايو x $\frac{1}{2}$

مثال : هڪ ڳوني ڪنڊ ٽڪنڊي ۾ ڳوني ڪنڊ ٺاهيندڙ پاسا 3.5 س.م ۽ 4.7 س.م آهن

ته اُن ٽڪنڊي جي ايراضي لهو.

حل : ڳوني ٽڪنڊي جي ايراضي = $\frac{1}{2}$ × ڳوني ڪنڊ ٺاهيندڙ پاسن جي ضرب اُپت

$= \frac{1}{2} \times 3.5 \times 4.2$

$= 7.35$

مثال : هڪ ٽڪنڊي جو پايو 5.6 س.م ۽ اوچائي 4.5 س.م آهي ته اُن ٽڪنڊي جي ايراضي لهو

حل : ڳوني ٽڪنڊي جي ايراضي = $\frac{1}{2}$ × ڳوني ڪنڊ ٺاهيندڙ پاسن جي ضرب اُپت

$= \frac{1}{2} \times 5.6 \times 4.5$

= 12.6 س.م^2

اڀياس 46

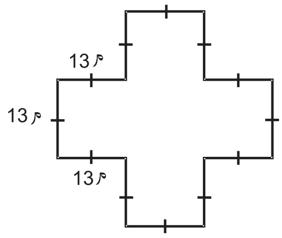
1) هڪ ڪئلينڊر جي پني جي ڊيگهه 45 س.م ۽ ويڪر 26 س.م آهي ته اُن پني جي ايراضي لهو.

2) هڪ ٽڪنڊي جي اوچائي 3.6 س.م ۽ پايو 4.8 س.م آهي ته اُن ٽڪنڊي جي ايراضي لهو.

3) هڪ پلاٽ جي ڊيگهه 75.5 ميٽر ۽ ويڪر 30.5 ميٽر آهي. اُن پلاٽ جو اگهه 1000 رپيا في چورس ميٽر آهي ته پلاٽ جو اگهه لهو

4) هڪ مستطيل سياڳرهه جي ڊيگهه 12 ميٽر ۽ ويڪر 6 ميٽر آهي ان ڪمري ۾ 30 س.م پاسي واريون چورس ٽائيلس لڳائڻيون آهن ته سڄي سياڳرهه ۾ ڪل ڪيترين ٽائيلس لڳنديون؟ ان مثال ۾ چورس لاڊيون 15 س.م. پاسي ڪٽڻ مان ڪيترين ٽائيلس لڳنديون.

5) پرواري شڪل ۾ باغ جو ماپون ڏنل آهن. باغ جي گرد ماپ ۽ ايراضي لهو.

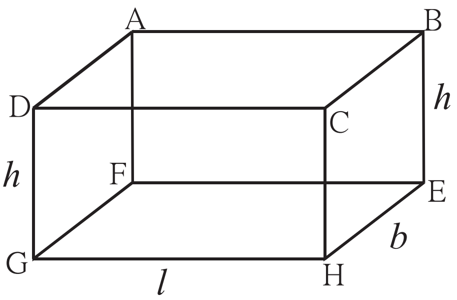


ڄاڻي وٺون

مٿاڇري ايراضي (Surface area)

✸ ڪنهن به ٽ ماپي جسم جي سڀني مٿاڇرن جي ايراضي يعني اُن جسم جي مٿاڇرو ايراضي

- مستطيل بلاڪ کي ڇهه مٿاڇرا هوندا آهن.
- هرهڪ مٿاڇرو مستطيل شڪل جو هوندو آهي.
- آمهون سامهون پاسن جي ايراضي هڪ جهڙي هوندي آهي.
- هرهڪ ڪنارُ اُن کي جوڙيندڙ ٻن ڪنارن جي اوچائي هوندي آهي.
- مستطيل جي آڏي پاسي جي ڊيگهه l ۽ ويڪر b ۽ اوچائي h ڏيکاريو.



مستطيل ABCD جي ايراضي - مستطيل GHEF جي ايراضي ڊيگهه x ويڪر = lxb

مستطيل ADGF جي ايراضي - مستطيل BCHE جي ايراضي ڊيگهه x ويڪر = b x l

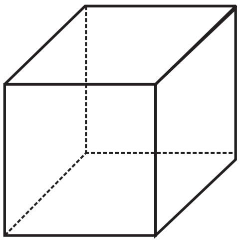
مستطيل CHGD = مستطيل ABEF جي ايراضي ڊيگهه x ويڪر = l x h

مستطيل بلاڪ جي مٿاڇرو ايراضي = سڀني مستطيل جي ايراضين جو جوڙ

مستطيل بلاڪ جي مٿاڇرو ايراضي (ڊيگهه × اوچائي + ويڪر × اوچائي + ويڪر× ڊيگهه)2

$$= 2\ (l \times b + b \times h + l \times h) = 2\ (lb + bh + lh)$$

كعب جي مٿاڇرو ايراضي



- ڪعب کي 6 مٿاڇرو هوندا آهن.
- هرهڪ مٿاڇرو چورس شڪل جو هوندو آهي.
- سڀني مٿاڇرن جي ايراضي هڪ جهڙي هوندي آهي.
- سمجهو ته چورس جو پاسو l آهي
- ڪعب جي هڪ مٿاڇري جي ايراضي - چورس جي ايراضي
- ڪعب جي مٿاڇرو ايراضي = 6 چورس جي ايراضي

= 6 × پاسو ^{2}

$= 6 \times l^2$

مثال : 1.5 ميٽر ڊگهي، 1.2 ميٽر ويڪري ۽ 1.3 ميٽر اوچائي واري هڪ مستطيل بلاڪ ٽين جي بند پيٽي تيار ڪرڻ لاءِ اُن ۾ ڪيترو پترو کپندو؟

حل : پيٽي جي ڊيگهه = l = 1.5 ميٽر، ويڪر = b = 1.2 ميٽر ۽ اوچائي = h= 1.3 ميٽر

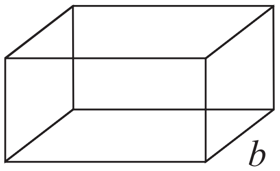
ٽين جي مٿاڇرو ايراضي $= 2\ (l \times b + b \times h + l \times h)$

$= 2\ (1.5 \times 1.2 + 1.2 \times 1.3 + 1.5 \times 1.3)$

$= 2\ (1.80 + 1.56 + 1.95)$

$= 2\ (5.31)$

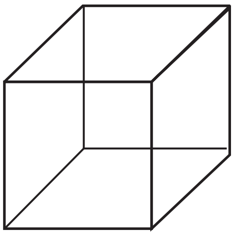
= 10.62 چورس ميٽر



پيٽي تيار ڪرڻ لاءِ 10.62 چ.م. پترو کپندو.

هڪ ڪعب شڪل پيٽيءَ جو پاسو 0.4 ميٽر آهي. اُن پيٽيءَ کي ٻاهران رنگ هڻائڻ تي خرچ 50 رپيا في چورس ميٽر اچي ٿو ٻڌايو ته ڪل ڪيترو خرچ ايندو؟

حل : پاسو $= l = 0.4$ = ميٽر



ڪعب جي مٿاڇرو ايراضي $= 6 \times (l)^2$

$= 6 \times (0.4)^2$

$= 6 \times 0.16 = 0.96$ چ.م.

1 چ.م. جو خرچ 50 رپيا

0.96 چ.م. تي رنگ هڻائڻ جو خرچ =

0.96 x 50 = 48 = 48 رپيا

رنگ هڻائڻ جو خرچ ايندو 48 رپيا

اڀياس 47

1) هيٺ ڪعب جو پاسو ڏنل آهي. هرهڪ ۾ اُن جي متاچڙو ايراضي لهو

(i) 3 س.م (ii) 5 س.م (iii) 7.2 م (iv) 6.8 م (v) 5.5 م

2) هيٺ مستطيل بلاڪ جي نمبروار ڊيگهه، ويڪر ۽ اوچائي ڏنل آهي. هرهڪ جي متاچڙو ايراضي لهو.

(i) 5 س.م، 10 س.م، 12 س.م (ii) 1.4 س.م، 3.5 س.م، 5 س.م (iii) 2.5 س.م، 2 م، 2.4 م (iv) 8 م، 5 م، 3.5 م

3) هڪ باهه پيٽيءَ جي ڊيگهه 4 س.م ويڪر 2.5 س.م ۽ اوچائي 1.5 س.م. اگر اُن باهه پيٽيءَ پاهران رنگين ڪاغذ چپڪائڻو آهي ته ڪل ڪيترو ڪاغذ لڳندو؟

4) هڪ باغ ڏانهن پاڇيون وغيره پهچائڻ لاءِ ٽراليءَ متان بنان ڍڪ پتري پيٽي تيار ڪرائڻي آهي. پيٽيءَ جي ڊيگهه 1.5 ميٽر، ويڪر 1 ميٽر ۽ وچائي 1 ميٽر آهي. اُن لاءِ ڪل ڪيترو پترو لڳندو؟ پيٽيءَ کي اندران توڙي ٻاهران ڪٽ روڪڻ وارو رنگ لڳائڻو آهي. ٻڌايو ته 150 رپيا في چورس ميٽر جي حساب سان رنگ هڻائڻ جو ڪيترو خرچ ايندو.

حسابن ۾ وندر

ڪي ٽي انگي عدد اهڙا هوندا آهن جو اُنهن جي انگن جي ضرب اُپٽ ڪي، اُن عدد سان ونڊائبو

مثال : (i) 175 اهڙي نمونيءَ عدد ، $1 \times 7 \times 5 = 35, \quad \frac{175}{35} = 5$

(ii) 816 اهڙي نمونيءَ عدد ، $8 \times 1 \times 6 = 48, \quad \frac{816}{48} = 17$

(iii) 612 اهڙي نمونيءَ عدد ، $6 \times 1 \times 2 = 12, \quad \frac{612}{12} = 51$

اهڙي نمونيءَ 135، 312، 672 اهي عدد آهي. اهڙا ٻيا عدد ڳولهيو.

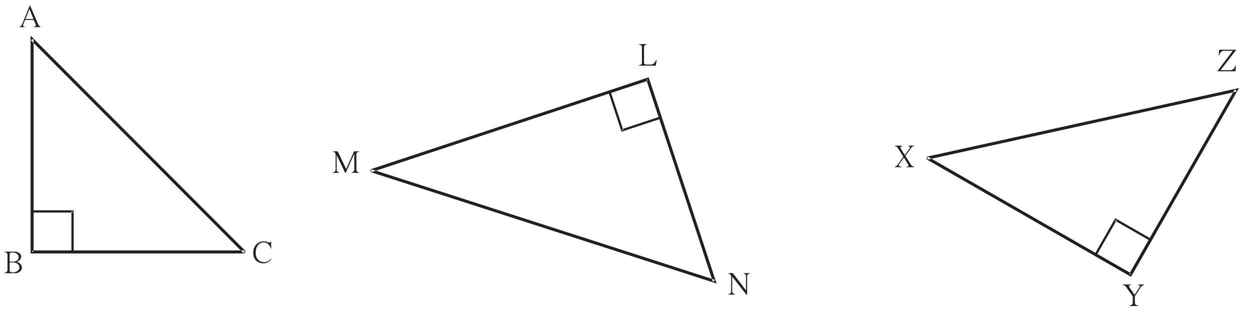
پائٿاگورس جو سڌيان

ذرا ياد ڪريو

گوني ڪنڊ ٽڪنڊو (Right angled triangle)

جنهن ٽڪنڊي ۾ هڪ ڪنڊ گوني هوندي آهي، اُن ٽڪنڊي کي گوني ڪنڊ ٽڪنڊو چئبو آهي. اُن گوني ڪنڊ جي سامهون واري پاسي کي هئپاٽينيوز چئبو آهي. اها اسان کي ڄاڻ آهي

- هيٺ گوني ڪنڊ ٽڪنڊن ۾ هئپاٽينيوز جا نالا لکو



ΔABC جو هئپاٽينيوز ▭ ΔLMN جو هئپاٽينيوز ▭ ΔXYZ جو هئپاٽينيوز ▭

پائٿاگورس جو سڌيان (Theorem of Pythagoras)

عيسوي سنہ کان ڇهہ صديون اڳ گريڪ ۾ پائٿاگورس هڪ مهان علم رياضي ٿي گذريو آهي. علم رياضي ۾ سندس يوگدان ڪافي اهم ڄڻهہ واري ٿو علم رياضي سيکارڻ ڄڻ هن لاءِ راند هئي. هن ڪيترائي شش تيار ڪيا.

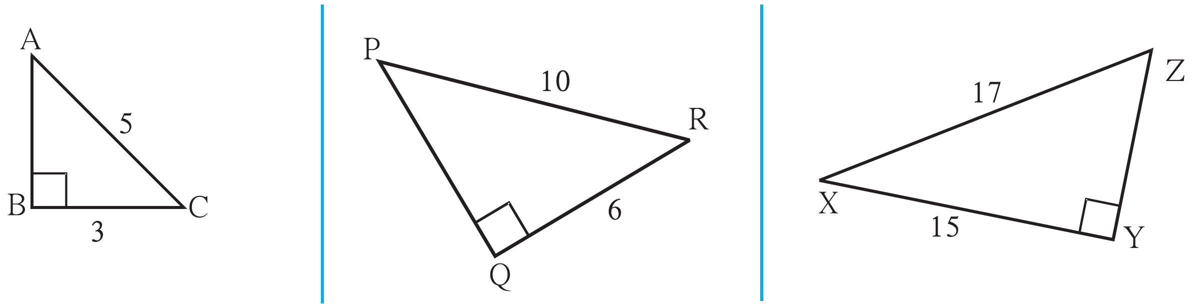
گوني ڪنڊ ٽڪنڊي جي هڪ سڌيان بابت ڪيترن ئي ديش ۾ ماڻهن کي ڄاڻ هئي پارت ۾ شلو سوتر گرنٿ ۾ ان جو ذڪر ڪيل آهي. اُن سڌانت جو سڀ کان پهرين ثابتي پئٿاگورس ڏني انڪري ان سڌيان کي پائٿاگورس جو سڌيان چئبو آهي.

گوني ڪنڊ ٽڪنڊي ۾ هئپاٽينيوز جي ٻي سگهہ، اُن جي باقي ٻن پاسن جي ٻي سگهہ جي جوڙ برابر آهي.

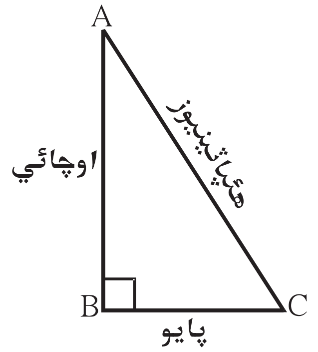
اهو پائٿاگورس جو سڌيان آهي.

مشغولي : هئپاٽينيوز ۽ گوني ڪنڊ ناهيندڙ هڪ پاسو مليل آهي. ڪچي شڪل موجب اُهو ٽڪنڊو ڪڍو. ٽئين پاسي جي ماپ لهو پائٿاگورس جي سڌيان جي چڪاس ڪريو.

(i)   (ii)   (iii)



چاڻي وٺو



پرواري شڪل ۾پائٿاگورس جو سڌيان هيٺين نموني لکبو آهي ABC△

۾B>گوني ڪنڊ آهي

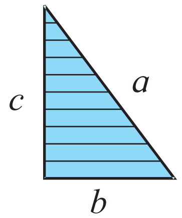
$$[l(AC)]^2 = [l(AB)]^2 + [l(BC)]^2$$

عام طور گوني ڪنڊ ٽڪنڊي ۾گوني ڪنڊ ٺاهيندڙ پاسن مان هڪ کي پايو ڪٺنداسين تہ ٻيو پاسو اوچائي ٿيندو. انڪري اهو سڌيان ٿيندو.

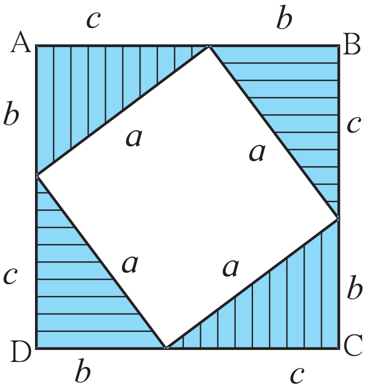
(هئپاٽينيوز)^2 = (پاسو)^2 + (اوچائي)^2

پائٿاگورس جو سڌيان چڪاس ڪرڻ لاءِ هيٺ ڏنل مشغولي ڪريو

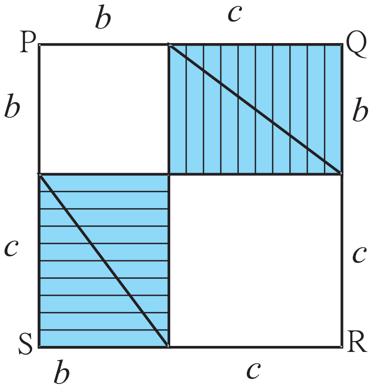
مشغولي



مشغولي : هڪ چارٽ پني تي ساڳئي ماپ وارا 8 گوني ڪنڊ ٽڪنڊا ڪپيو سمجهو تہ اُن ٽڪنڊي جو هئپاٽينيوز آهي 'a' ايڪا ۽ گوني ڪنڊ ٺاهيندڙ پاسا آهن'b' ايڪا ۽ 'c' ايڪا هاڻي چارٽ پني تي (b+c) ايڪا پاسي وارا بہ چورس پينسل سان ڪڍو. شڪل ۾ڏيکاريل نموني موجب پهرياڻين ڪپيل 8 ٽڪنڊن مان 4 ٽڪنڊن چورس ABCD مٿان رکو ۽ باقي بچيل 4 ٽڪنڊا شڪل ۾ڏيکاريل چورس PQRS ۾رکو. ٽڪنڊي جي لڪل حصن مٿان ليڪ پايو.



شڪل (i)



شڪل (ii)

شڪل (i) ۾خالي جڳهہ، جنهن جو پاسو (a) آهي، اهڙو چورس تيار ٿيو آهي. شڪل (ii) ۾خالي جڳهہ ۾ b ۽ c پاسن وارا بہ چورس تيار ٿيا آهن. ٻنهي چورس ۾ليڪ ڏنل حصا هڪ جهڙا يعني چئن گوني ڪنڊ ٽڪنڊن جي ايراضي برابر آهن.

شڪل (i) ۾چورس ABCD جي ايراضي = $a^2 + 4 \times$ گوني ڪنڊ ٽڪنڊن جي ايراضي

$$= a^2 + 4 \times \frac{1}{2}\ bc$$

$$= a^2 + 2bc$$

شڪل (ii) ۾ چورس PQRS جي ايراضي $= b^2 + c^2 + 4 \times$ گوني ڪنڊ ٽڪنڊن جي ايراضي

$$= b^2 + c^2 + 4 \times \frac{1}{2}\ bc$$

$$= b^2 + c^2 + 2bc$$

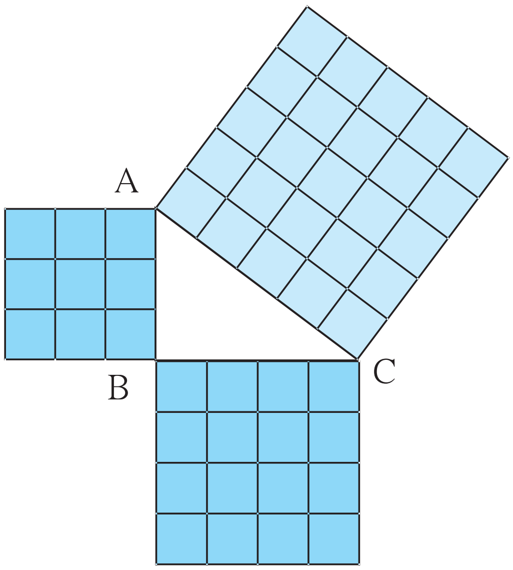
چورس ABCD جي ايراضي = چورس PQRS جي ايراضي

$$\therefore \quad a^2 + 2bc = b^2 + c^2 + 2bc$$

$$\therefore \ a^2 = b^2 + c^2$$

اچو تہ چرچا ڪريون

- شڪل (i) ۾ خالي چوڪندن ۾ هرهڪ ڪنڊ گوني آهي ڇا؟ ڪنڊ ماپي رستي چڪاس ڪريو

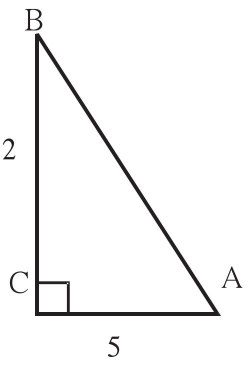


مشغولي : هڪ چارٽ پني تي 3 س.م، 4 س.م ۽ 5 س.م ماپون ڪٽي هڪ ٽڪنڊو ڪيو. هرهڪ پاسي مٿان چورس ڪيو. هرهڪ چورس جي ايراضي لهي پائٿاگورس جو سڌيان سمجهو.

ٽڪنڊي جا ٻہ پاسا ڏنل آهن ٽيون پاسو ڪيڏو آهي.

مثال : $\triangle ABC$ ۾ $\angle C = 90°$، $l(AC) =$ 5 س.م ، $l(BC) =$ 12 س.م تہ $l(AB)$ ڪيترو؟

حل : $\triangle ABC$ ۾ $\angle C$ گوني ڪنڊ آهي مطلب AB هئپاٽينيوز آهي پائٿاگورس جي سڌيان موجب



$$l(AB)^2 = l(AC)^2 + l(BC)^2$$

$$= 5^2 + 12^2$$

$$= 25 + 144$$

$$\therefore \ l(AB)^2 = 169$$

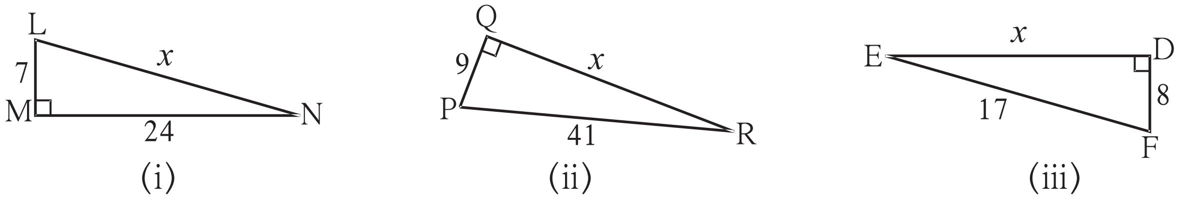
$$\therefore \ l(AB)^2 = 13^2$$

$$\therefore \ l(AB) = 13$$

$\therefore$ جي ڊيگهہ 13 س.م

اڀياس 48

1. هيٺ شڪلين ڏسو (x) جو ملھ لھو



2. ڳوني ٽڪنڊي ΔPQR ۾ $\angle P = 90^\circ$ جي $l(PQ) = 24$ س.م ۽ $l(PR) = 10$س.م ، ته ٽڪر QR جي ڊيگھ لھو

3. ڳوني ٽڪنڊيΔLMN ۾ $\angle M = 90^\circ$ جي $l(LM) = 12$ س.م ۽ $l(LN) = 20$س.م ، ته ٽڪر MN جي ڊيگھ لھو

4. 15م ڊيگھ واري ھڪ ڏاڪڻ زمين کان 9 ميٽر اوچائيءَ تي ھڪ دريءَ تائين پھچي ٿي. تہ پٽ جي پايي ۽ ڏاڪڻ جي ھيٺ پڇڙ ڀڪي وچ ۾ مفاصلو لھو.

چاڪي ونو

جيڪڏھن قدرتي عددن جي ٽرپليٽ ۾ وڏي عدد جي ٻي سگھہ، ٻين عددن جي ٻي سگھہ جي جوڙ برابر ٿيندي آھي تہ اُنھن کي 'پائٿاگورس جو ٽرپليٽ' چئبو آھي. جنھن ٽڪنڊي ۾ پاسن جي ڊيگھہ، ان ٽرپليٽ جي عددن کي ڏيکاري تہ اُھو ٽڪنڊو ڳوني ڪنڊ ٽڪنڊو ھوندو آھي. ھيٺ ڏنل ٽي عدد پائٿاگورس جو ٽرپليٽ آھي ڇا ؟

مثال (7,24,25)

$$7,\ 24,\ 25$$

$$7^2 = 49,\ 24^2 = 576,\ 25^2 = 625$$

$$\therefore\ 49 + 576 = 625$$

$$\therefore\ 7^2 + 24^2 = 25^2$$

$\therefore$ 7، 24 ۽ 25 اھو پائٿاگورس جو ٽرپليٽ آھي

اڀياس 49

1. ھيٺ ڪجھ عددن جو گروھ آھن، اُنھن مان پائٿاگورس جا ٽرپليٽ ڳولھيو.

(i) 3، 4، 5 (ii) 2، 4، 5

(iii) 4، 5، 6 (iv) 2، 6، 7

(v) 9، 40، 41 (vi) 4، 7، 8

2. ھيٺ ڪجھ ٽڪنڊن جا پاسا ڏنل آھن اُنھن مان ڪھڙا ٽڪنڊا ڳوني ڪنڊ ٽڪنڊا آھن. اُھي سڃاڻو.

(i) 8, 15, 17 (ii) 11, 12, 15 (iii) 11, 60, 61 (iv) 1.5, 1.6, 1.7

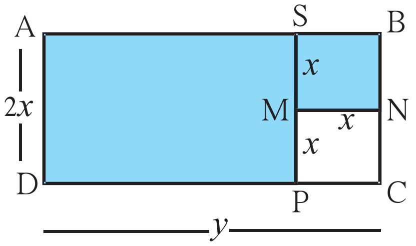
(v) 40, 20, 30

14 آلجبرا جون فارمولائون وستار

ذرا ياد ڪريو

پرواري شڪل ۾ مستطيل ABCD ڏيکاريل آهي اِن مستطيل جي ڊيگهه 'Y' ايڪا ۽ ويڪر $(2x)$ ايڪا آهي. اِن مستطيل جي هڪ ڪنڊ مان X ايڪا پاسو ڪٽي چورس ڪپي ورتو. رنگ ڏنل حصي جي ايراضي لهڻ لاءِ آلجبرا جي ڪالڪن جون ڪاروايون اِستعمال ڪري سگهجن ٿيون.

مستطيل ABCD جي ايراضي $A(\square ABCD)$ اٿين لکندا سين



$A(\square ABCD) - A(\square MNCP) = 2xy - x^2$ = رنگ واري حصي جي ايراضي

$A(\square ASPD) + A(\square SBNM) = (y - x) \times 2x + x^2$ = رنگ واري حصي جي ايراضي

$= 2xy - 2x^2 + x^2$

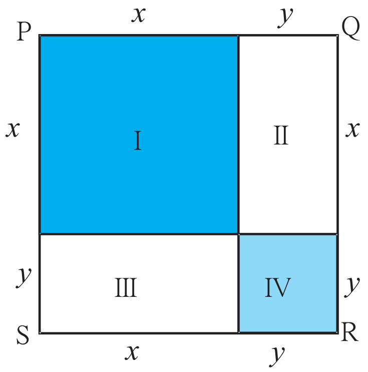
$= 2xy - x^2$

چاڻي وٺون

بي سگهه جو وستار

آلجبرا جي ڪالڪن جي ضرب يعنيِ اُنجو وستار. خاص قسم جي ڪالڪن جو وستار يڪدم ملي، ان لاءِ فارمولائون تيار ڪيون ويون آهن. اُنهن مان ڪجهه فارمولائون اسان ڏسندا سين.

مشغولي I



- پرواري شڪل ۾ PQRS $\square$ اهو چورس آهي ان جو پاسو (x+y) آهي

$\therefore A(\square PQRS) = (x + y)^2$

PQRS اهوچورس I، II، III، IV چئن مستطيلن ۾ورهايل آهي.

PQRS ان چورس جي ايراضي مستطيلن I، II، III، IV جي ايراضين جي جوڙ برابر آهي.

$\therefore$ A ($\square$PQRS) = A (مستطيل I) + A (مستطيل II) + A (مستطيل III) + A (مستطيل IV)

$(x + y)^2 = x^2 + xy + xy + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$\therefore \quad (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

هاڻي اچو ته $(x+y)^2$ جو ملهه لهون

$(x + y)(x + y) = x(x + y) + y(x + y)$

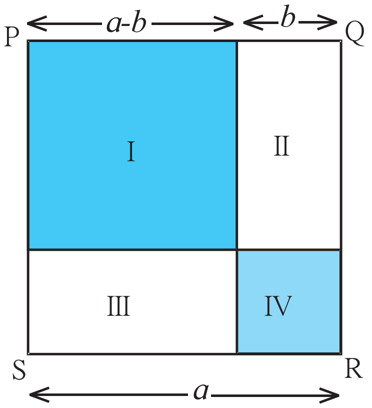
$= x^2 + xy + yx + y^2 \qquad \therefore \quad (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$(x+y)^2$ ان پيڊي جو بي سگهه جو جواب آلجبرا جي ڪالڪ ۾ آڻي مليل ايراضيءَ جي برابر آهي.

$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ انڪري اها پيڊي جي بي سگهه لهڻ جي فارمولا آهي.

مشغولي II ڀرواري شڪل ۾ PQRS هڪ چورس آهي جنهن جو پاسو a آهي اُن کي چئن ڀاڱن ۾ ورهايو ويو آهي. جيئن (a-b) پاسي وارو چورس، b پاسي وارو چورس، (a-b) ۽ b پاسن وارا ٻه مستطيل

A (چورس I) + A (مستطيل II) + A (مستطيل III) + A (چورس IV) = A (□PQRS)



$$(a - b)^2 + (a - b)\,b + (a - b)\,b + b^2 = a^2$$

$$(a - b)^2 + 2ab - 2b^2 + b^2 = a^2$$

$$(a - b)^2 + 2ab - b^2 = a^2$$

$$\therefore\ (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

آلجبرا پداوليون ضرب ڪري فارمولا تيار ڪنداسين.

$$(a - b)^2 = (a - b) \times (a - b)$$
$$= a\,(a - b) - b\,(a - b)$$
$$= a^2 - ab - ab + b^2$$
$$= a^2 - 2ab + b^2$$

اهو مان سمجهو

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

ٻئي سگهه وستار فارمولا ۾ a ۽ b بدران ڪهڙا ٻه عدد ڪٽي چڪاس ڪنداسين.

$a = 5,\ b = 3$

$$(a + b)^2 = (5 + 3)^2 = 8^2 = 64$$
$$a^2 + 2ab + b^2 = 5^2 + 2 \times 5 \times 3 + 3^2$$
$$= 25 + 30 + 9 = 64$$

$$(a - b)^2 = (5 - 3)^2 = 2^2 = 4$$
$$a^2 - 2ab + b^2 = 5^2 - 2 \times 5 \times 3 + 3^2$$
$$= 25 - 30 + 9 = 4$$

هيٺيان ملهه ڪٽي فارمولا جاچيو

(i) $a = -7$, $b = 8$ (ii) $a = 11$, $b = 3$ (iii) $a = 2.5$, $b = 1.2$

وستار ڪريو

مثال

$$(2x + 3y)^2$$
$$= (2x)^2 + 2(2x) \times (3y) + (3y)^2$$
$$= 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

مثال

$$(5x - 4)^2$$
$$= (5x)^2 - 2(5x) \times (4) + 4^2$$
$$= 25x^2 - 40x + 16$$

مثال

$$(51)^2$$
$$= (50 + 1)^2$$
$$= 50^2 + 2 \times 50 \times 1 + 1 \times 1$$
$$= 2500 + 100 + 1$$
$$= 2601$$

مثال

$$(98)^2$$
$$= (100 - 2)^2$$
$$= 100^2 - 2 \times 100 \times 2 + 2^2$$
$$= 10000 - 400 + 4$$
$$= 9604$$

50 اڀياس

1. وستار ڪريو

(i) $(5a + 6b)^2$ (ii) $\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{3}\right)^2$ (iii) $(2p - 3q)^2$ (iv) $\left(x-\frac{2}{x}\right)^2$

(v) $(ax + by)^2$ (vi) $(7m - 4)^2$ (vii) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$ (viii) $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2$

2. $\left(8 - \frac{1}{x}\right)$ ان ۾ڏي جو جي ۾ي سگهه جو مناسب جواب ڳولهيو

(i) $64 - \frac{1}{x^2}$ (ii) $64 + \frac{1}{x^2}$ (iii) $64 - \frac{16}{x} + \frac{1}{x^2}$ (iv) $64 + \frac{16}{x} + \frac{1}{x^2}$

3. $m^2n^2 + 14mnpq + 49p^2q^2$ اهو وستار ڪهڙي ڪالڪ جو آهي؟

(i) $(m + n)(p + q)$ (ii) $(mn - pq)$ (iii) $(7mn + pq)$ (iv) $(mn + 7pq)$

4. وستار فارمولا ڪم آڻي حل ڪريو.

(i) $(997)^2$ (ii) $(102)^2$ (iii) $(97)^2$ (iv) $(1005)^2$

چاڪي وٺون

✻ $(a + b)\ (a - b)$ جو وستار

$$
\begin{aligned}
(a + b)(a - b) &= (a + b) \times (a - b) \\
&= a(a - b) + b(a - b) \\
&= a^2 - ab + ba - b^2 \\
&= a^2 - b^2 \\
(a + b)(a - b) &= a^2 - b^2
\end{aligned}
$$

اهو ماڻ سمجهو

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

مثال $(3x + 4y)(3x - 4y) = (3x)^2 - (4y)^2 = 9x^2 - 16y^2$

مثال $102 \times 98 = (100 + 2)(100 - 2) = (100)^2 - (2)^2 = 10000 - 4 = 9996$

51 اڀياس

1. وستار فارمولا ڪري ضرب اُپت لکو

(i) $(x + y)(x - y)$ (ii) $(3x - 5)(3x + 5)$

(iii) $(a + 6)(a - 6)$ (iv) $\left(\frac{x}{5}+6\right)\left(\frac{x}{5}-6\right)$

2. وستار فارمولا ڪم آڻي ملهه لهو

(i) 502×498 (ii) 97×103 (iii) 54×46 (iv) 98×102

ڄاڻي وٺو

آلجبرا پداولين جا جزا ڪيڍڻ

اسان سڄن عددن جا جزا ڪيڍڻ سکيا آهيون. هاڻي آلجبرا پداولين جا جزا لهڻ جو طريقو سمجهنداسين. پهريان هڪپد جا جزا ڏسون

$15 = 3 \times 5$ 3 ۽ 5 اهي 15 جا جزا آهن ساڳئي نموني

$3x = 3 \times x$ اهي 3 ۽ x اهي $3x$ جا جزا آهن.

$5t^2$ هتي $5t^2 = 5 \times t^2 = 5 \times t \times t$

$1, 5, t, t^2, 5t, 5t^2$ اهي سڀ $5t^2$ جا جزا آهن.

$6\ ab^2 = 2 \times 3 \times a \times b \times b$

هڪپدي ڪالڪ جا جزا لهڻ وقت پهرياڻين گڻڪ جا پوءِ ڦيرائتين جا جزا لهنداسين

اڀياس 52

⊙ هيٺ ڏنل پداولين جا جزا ضرب جي روپ ۾ لکو

(i) $201\ a^3 b^2$ (ii) $91\ xyt^2$ (iii) $24\ a^2 b^2$ (iv) tr^2s^3

ڄاڻي وٺو

ٻپدي ڪالڪ جا جزا لهڻ

$4xy + 8xy^2$ اِن ٻپدي پد ۾ هرهڪپد جي $4x$ ۽ y اهي جزا آهن

$\therefore\ 4xy + 8xy^2 = 4(xy + 2xy^2) = 4x\ (y + 2xy) = 4xy\ (1 + 2y)$

ٻنهي پدن مان عام جزا ٻئرڪيٽ مان ٻاهر ڪيڍي ضرب جي روپ ۾ لکڻ سان ٻپديءَ جا جزا ملندا.

$$9a^2bc + 12abc^2 = 3(3a^2bc + 4abc^2) = 3abc\ (3a + 4c)$$

$$(a + b)\ (a - b) = a^2 - b^2$$

$a^2 - b^2 = (a + b)\ (a - b)$ اها فارمولا اسان کي ڄاڻ آهي

اهي جزا ملندا.

مثال $a^2 - 4b^2 = a^2 - (2b)^2$
$= (a + 2b)\ (a - 2b)$

مثال $3a^2 - 27b^2 = 3(a^2 - 9b^2)$
$= 3(a + 3b)\ (a - 3b)$

اڀياس 53

⊙ هيٺين پداولين جا جزا لهو

(i) $p^2 - q^2$ (ii) $4x^2 - 25y^2$ (iii) $y^2 - 4$ (iv) $p^2 - \frac{1}{25}$

(v) $9x^2 - \frac{1}{16}y^2$ (vi) $x^2 - \frac{1}{x^2}$ (vii) $a^2b - ab$ (viii) $4x^2y - 6x^2$

(ix) $\frac{1}{2}y^2 - 8z^2$ (x) $2x^2 - 8y^2$

❑❑❑

جاڳي وٺون

سراسري

انيتا کي هر روز گهر مان اسڪول ڏانهن سائيڪل تي ويندي ڪيترا منٽ لڳندا آهن، اُها ڄاڻ هيٺ خاڪي ۾ سومر کان چنڇر تائين ڏنل آهي

ڏينهن	سومر	منگل	ٻڌر	وسپت	شڪروار	چنڇر
منٽ	20	20	22	18	18	20

ان مان ظاهر آهي ته ڪڏهن 18 منٽ لڳن ٿا ته ڪڏهن 22 منٽ لڳن ٿا ته وري ڪڏهن 20منٽ لڳن ٿا. اسڪول جي ڇهن ڏينهن جو ويچار ڪيو ته اندازي ڪيئن اسڪول وڃڻ لاءِ هر روز ڪيترا منٽ لڳن ٿا؟

حسابن ۾ ائين اندازن جو عدد لهڻ لاءِ سراسري لهبي آهي. هتي 6 ڏينهن جي منٽن جو جوڙ ڪري، اُن جوڙ کي 6 سان ونڊ ڪبي ته اندازن روز لڳندڙ وقت ملندو. اها سڀني عددن جي سراسري آهي.

$$\text{سراسري} = \frac{\text{سڀني ڏينهن تي اسڪول وڃڻ لاءِ منٽن جو جوڙ}}{\text{ڪل ڏينهن}}$$

$$= \frac{20 + 20 + 22 + 18 + 18 + 20}{6} = \frac{118}{6} = 19\frac{2}{3}$$

انيتا کي اسڪول وڃڻ لاءِ سراسري $19\frac{2}{3}$ منٽ ايترو وقت روز لڳندو آهي.

مثال : هڪ اسڪول ۾ شاگردن جو اسڪول گهر کان ڪيترو پري آهي، ان لاءِ سروي ڪئي ويئي. اُنهن مان هيٺ ڇهن شاگردن جو گهر کان اسڪول تائين مفاصلو ڏنل آهي. اُنهن مفاصلن جي سراسري لهو.

950 م، 800 م، 700ڪ.م، 1.5 ڪ.م، 1 ڪ.م، 750 م

وديارٿيءَ جي گهر کان وٺي ڪري اِسڪول تائين مفاصلو طئہ ڪيو

1 ڪ.م	= 1000 م
1.5 ڪ.م	= 1500 م

$$\text{سراسري} = \frac{\text{ڇهن شاگردن جو گهرءِ اسڪول وچ ۾ مفاصلو جوڙ}}{\text{ڪل شاگرد}}$$

$$= \frac{950 + 800 + 700 + 1500 + 1000 + 750}{6} = \frac{5700}{6} = 950 \text{ م}$$

اسڪول جي شاگردن جو گهرءِ اسڪول وچ ۾ مفاصلي جي سراسري ٩٥٠ ميٽر آهي.

هلو چرچا ڪيون

هڪ هفتي ست ئي ڏينهن انيتا نوڙي ٽپڻ جو اڀياس ڪري ٿي.

هرهڪ ڏينهن هڪ منٽ ۾ سندس ٽپڻ جو انداز هيٺ ڏجي ٿو.

60, 62, 61, 60, 59, 63, 58

$$\text{سراسري} = \frac{\text{ست ڏينهن نوري ٽپو ڏيڻ}}{\text{ڪل ڏينهن}}$$

$$= \frac{\square + \square + \square + \square + \square + \square + \square}{7} = \frac{\square}{\square}$$

هڪ منٽ تائين ٽپو ڏيڻ سراسري - = 60.42

جنهن عدد بدران ڇاڻ مليل هوندي آهي، اُنجي، جنهن نموني اسان کي ڏنل سامگري حاصل ٿئي ٿي، اُن کي ڪٽت ڇئبو آهي. اسان کي ڇاڻ آهي، نوڙي جا ٽپا قدرتي عددن ۾ ئي ڳڻبا آهن ڪنهن به ڏينهن اُهي اڌپورا نه هوندا آهن. پر سراسري اڌپور ۾ ٿي سگهي ٿي.

ڏنل ڪٽتن جو انداز

$$\text{سراسري} = \frac{\text{ڏنل ڇاڻ جي سڀني ڪٽتن جو جوڙ}}{\text{ڪل ڪٽتن جو عدد}}$$

عملي ڪم: ✸ ڪلاس ۾ شاگردن جا ١٠ گروپ تيار ڪريو، هرهڪ گروپ ۾ شاگردن جي اوچائيءَ جي سراسري لهو.

✸ شاگرد جي سالياني حاضريءَ جي سراسري ڇاڻ لهو.

اڀياس 54

1. هڪ شهر ۾ هڪ هفتي پيل برسات مم ۾ هيٺ ڏنل آهي. اُن مان هفتي جي سراسري برسات لهو

9, 11, 8, 20, 10, 16, 12

2. اسڪول جي سنيهر - سميلن ۾ ٻاراڻ مهلا بچت گت ڪاڏي جا اسٽال لڳايا. هر ڪلاڪ اُنهن جو وڪرو ٿيو.

₹ 960, ₹ 830, ₹ 945, ₹ 800, ₹ 847, ₹ 970

ٻڌايو ته ڪلاڪ ۾ سراسري وڪرو ڪيترو ٿيو؟

3. ودرڀ ۾ ۵ سالن جي برسات هيٺئين نموني درج ڪيل آهي. اُن مان هرسال برسات جي سراسري لهو

900 مم، 650 مم، 450 مم،
733 مم، 400 مم

4. هڪ ڪڙمي جانورن جي چاري جو ڳوٿيون آنديون. اُنهن جو وزن ڪ.گ ۾ هيٺ ڏنل آهي. ڳوٿين جو سراسري وزن لهو

49.8, 49.7, 49.5, 49.3, 50, 48.9,
49.2, 48.8

جهجهائي ورهاست خاڪو (Frequency distribution table)

ڪڏهن ڪڏهن ڏنل ڄاڻ ۾ ڪي ڪٿتون ڪيترائي دفعا هونديون آهن اهو ڏيکارڻ لاءِ عدد کي اُن ڪٿت جي جهجهائي ورهاست خاڪو تيار ڪرڻ وقت، اُن خاڪي ۾ لکت، ليکا نشان ۽ جهجهائي، اهڙا ٽي ڪالم هوندا آهن.

1) پهرين ڪالم ۾ ننڍي عدد کان شروعات ڪري وڏي عدد تائين ڪٿتون لکو.

مثال : 1, 2, 3, 4, 5, 6 اهي عدد هڪ ٻئي جي هيٺان لکو.

2) ڏنل ڄاڻ چڱيءَ طرح جاچيو هرهڪ دفعي ڄاڻ ۾ ڏنل عدد ڏسڻ سان يڪدم ٻئي ڪالم ۾، اُن ڪٿت جو نشان 1 ڪري. ان نشان کي ليکا نشان (Tally mark) چئبو آهي. مثال '3' اهو عدد ڏسڻ سان ٻئي ڪالم ۾ اُن 3 جي سامهون (1 اهو نشان ڪريو چار نشانين لاءِ IIII ائين لکبو پر پنجن نشانين لاءِ 𝍸 اهو نشان ڪبو. پوءِ ليکا نشان ڳڻڻ سولا ٿيندا آهن.

3) پهرين ڪالم جي عدد سامهون سڀ ليکا نشان ڳڻي اُهي ٽئين ڪالم 'جهجهائي' ۾ لکبا.

4) آخر ۾ سڀني جهجهائين جو جوڙ لکبو ان کي N اِکر سان ڏيکاربو آهي.

ڏنل ڄاڻ موجب جهجهائي ورهاست خاڪو ٺاهڻ

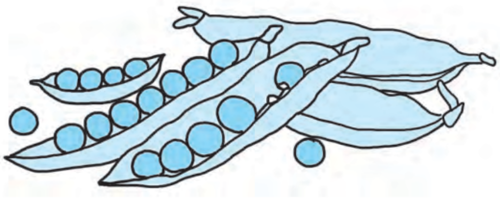
1) هڪ ڪلاس ۾ ڪجهه ٻارن جو گهر کان اسڪول تائين مفاصلو (ڪ.م) ۾ ڏنل آهي. 1, 3, 2, 4, 5, 4, 1, 3, 4, 5, 6, 4, 6, 4, 6 ان ڄاڻ جو جهجهائي ورهاست خاڪو تيار ڪيو.

ڪٿت	ليکا نشان	جهجهائي
1	II	2
2	I	1
3	II	2
4	𝍸	5
5	II	2
6	III	3
	جهجهائي	N = 15

جيڪو عدد استعمال ڪبو، اُن مٿان ليڪ پائيندي. جيئن اسان کي ڏيان ۾ اچي،

(~~1~~, ~~3~~, ~~2~~, 4, 5, 4, 1, 3, 4, 5, 6, 4, 6, 4, 6)

گهر ۾ بازار ۾ پريا جي ماءُ بازار مان مٽرن جو ڦريون آنديون. ماءُ ڦريون سوئڻ شروع ڪيون. پريا پر ۾ پنهجي حسابن جو اڀياس ڪري رهي هئي. اچانڪ هن ماءُ کي ڦريون چلندي ڏٺو. هن جو ڌيان ويو. ڪن ڦرين مان 4 داڻا ته ڪن ڦرين مان 7 داڻا نڪتا. پريا 50 ڦريون ڪٽي، اُنهن ۾ موجود داڻن جو انداز نوٽ ڪيو. پريا مٽرن جي ڦرين اندر موجود داڻن جو جهجهائي ورهاست خاڪو تيار ڪيو.



4, 3, 2, 4, 3, 4, 3, 3, 2, 8
2, 3, 3, 4, 3, 4, 4, 5, 2, 8
8, 2, 5, 3, 4, 4, 3, 6, 2, 3
4, 4, 3, 3, 2, 6, 4, 4, 7, 2
3, 6, 3, 6, 6, 6, 7, 6, 7, 3

داڻن جو انداز	ليڪا نشان	جهجهائي
2	𝍸 |||	8
3	𝍸 𝍸 𝍸	15
4	𝍸 𝍸 ||	12
5	||	2
6	𝍸 ||	7
7	|||	3
8	|||	3
	ڪُل جهجهائي	N = 50

ماءُ : سويل ڦرين ۾ سراسري ڪيترا داڻا آهن، اهو جواب لهي سگهن ٿي ڇا؟

پريا : انهن 50 عددن کي جوڙ ڪرڻ ۽ وري اُن جوڙ کي 50 سان ونڊ ڪرڻ اهو ڪم اڻ وڻندڙ آهي.

ماءُ : اسان اُهو ڪم سؤلو ڪريون ٿا جهجهائي ۽ جي خاڪي ۾ 2 داڻا گهٽ ڦرين ۾ 3 داڻا گهٽ ڦرين ۾ آهن، اها ڄاڻ آهي نه!

پريا : ها، 2 داڻا 8 ڦرين ۾ آهي، 3 داڻا 15 ڦرين ۾ آهن. 4 داڻا 12 ڦرين ۾ آهن. وغيره وغيره هاڻي مان ڏيان ڏنو

2x8 ، 3x8 ، 4x12 ائين ضرب ڪنداسين ته اُهو جوڙ ٿيندو 50 ڦرين ۾ ڪل داڻن جو انداز

ماءُ : ست ننڍيون ضربون ڪرڻ ۽ پوءِ اُنهن جو جوڙ ڪرڻ تمام سؤلو آهي نه جڏهن تمام گهٽي ڄاڻ مليل هجي، اُن وقت جهجهائي خاڪو سراسري لهڻ لاءِ ڪارائتو آهي.

پريا : هاڻي ڪل جوڙ 206 آهي مطلب سراسري

آيو. $\frac{206}{50} = 4.12$

ماءُ : ڪنهن به ڦري ۽ ۾ مٽرن جا داڻا سڄن عددن ۾ هوندا آهن پر سراسري اٽڪل عدد ۾ ممڪن آهي. هتي ائين چئبو ته هرهڪ ڦري ۽ ۾ لڳ ڀڳ 4 داڻا آهن.

اهو مان سمجهو

- رڪٽن جي ورهاست سولي نموني ليڪا نشانن وسيلي ڪبي آهي
- رنشانن جو عدد هر گھڙيءَ اچي ٿو ان قسم جي خاڪي کي جهجهائي خاڪو چئبو آهي.
- رڪٽن جو عدد وڏو هجي تہ اُن وقت سراسري لهڻ لاءِ جهجهائي خاڪو ڪارگر آهي.

اڀياس 55

1. هڪ ڪلاس ۾ 30 شاگردن جي اوچائي (س.م) ۾ ڏنل آهي. اُن ڄاڻ تي جهجهائي ورهاست خاڪو ٺاهيو

131, 135, 140, 138, 132, 133, 135, 133, 134, 135, 132, 133, 140, 139, 132,
131, 134, 133, 140, 140, 139, 136, 137, 136, 139, 137, 133, 134, 131, 140

2. هڪ بستيءَ ۾ 50 ڪٽنب رهندا آهن. هرهڪ ڪٽنب ۾ ڀاتين جو انداز هيٺ ڏنل آهي. اُن تي جهجهائي ورهاست خاڪو تيار ڪريو.

5, 4, 5, 4, 5, 3, 3, 3, 4, 3, 4, 2, 3, 4, 2, 2, 2, 2, 4, 5, 1, 3, 2, 4, 5, 3, 3, 2,
4, 4, 2, 3, 4, 3, 4, 2, 3, 4, 5, 3, 2, 3, 2, 3, 4, 5, 3, 2, 3, 2.

3. هڪ ڊارو 40 دفعا اُڇلائڻ سان، متئين متاچڙي تي جيڪو عدد آيو، اُهو درج ڪيو ويو. اُن جو جهجهائي ورهاست خاڪو تيار ڪريو.

3, 2, 5, 6, 4, 2, 3, 1, 6, 6, 2, 3, 5, 3, 5, 3, 4, 2, 4, 5, 4, 2, 6,
3, 3, 2, 4, 3, 3, 4, 1, 4, 3, 3, 2, 2, 5, 3, 3, 4,

4. هڪ هاسٽل ۾ ميس ۾ 30 ٻارن لاءِ گھربل ڦلڪن جو انداز هيٺ ڏنل ڄاڻ موجب اُن جو جهجهائي ورهاست خاڪو تيار ڪريو

3, 2, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 4, 5, 2, 3, 4, 3, 2, 5, 4, 4, 4, 3, 3, 2, 2, 2, 3, 4, 3, 2,
3, 2

سراسريءَ جو اُپيوگ وگيان جي سيني شاخن، ميڊيڪل برانچ، جاگرافي، ارٿ شاستر، سماج شاستر وغيره وشين ۾ ٿيندو آهي.

گڏيل اڀياس 2

1. هريش 15000 رپيا هڪ بئنڪ ۾ 9 في سيڪڙي بها سان ڪجهه سالن لاءِ رکايا. مُدي پوري ٿيڻ کان پوءِ کيس 5400 رپيا سادو وياج مليو. مُدي پوري ٿيڻ کان پوءِ کيس 5400 رپيا سادو وياج مليو. ٻڌايو ته هن ڪيترا سال رقم رکائي؟

2. هڪ رستي تي ڏامر هٽائڻ جي ڪم لاءِ 10 مزورن کي 4 ڏينهن لڳن ٿا ٻڌايو ته 8 مزورن کي ساڳيو ڪم ڪرڻ لاءِ ڪيترا ڏينهن لڳندا؟

3. رام ۽ رحيم هرهڪ 40000 رپيا ۽ 60000 رپيا سيڙائي هڪ ڌنڌو شروع ڪيو. ان ڌنڌي ۾ کين 30 سيڪڙو نفعو ٿيو. ٻڌايو ته هرهڪ کي ڪيترو نفعو مليو؟

4. هڪ گول جو قطر 5.6 س.م آهي ته اُن جو گهيرو لهو

5. وستار ڪريو

(i) $(2a-3b)^2$ (ii) $(10+y)^2$ (iii) $\left(\frac{p}{3}+\frac{q}{4}\right)^2$ (iv) $\left(y-\frac{3}{y}\right)^2$

6. فارمولا ڪم آڻي ضرب ڪريو

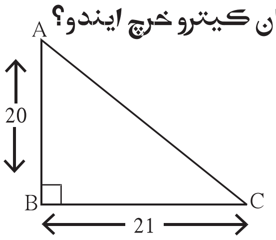
(i) $(x-5)(x+5)$ (ii) $(2a-13)(2a+13)$

(iii) $(4z-5y)(4z+5y)$ (iv) $(2t-5)(2t+5)$

7. هڪ بئل گاڏي ۾ ڦيٿي جو نيم قطر 1.05 ميٽر آهي ته اُن ڦيٿي جي 1000 چڪرن ۾ بئل گاڏي ڪيترا ڪلوميٽر مفاصلو طئه ڪندي؟

8. هڪ 40 م ڊيگهه واري مستطيل باغ جي ايراضي 1000 چ م آهي ته اُن مستطيل باغ جي ويڪر لهو ۽ گرد ماپ پڻ لهو. ان باغ جي چوڌاري 4 ميٽر هرپاسي ڇڏي ڪري 3 چڪر تار جو لوڙهو ڏيارڻ تي 250 رپيا في ميٽر جي حساب سان ڪيترو خرچ ايندو؟

9. پرواري شڪل ۾ هئپاٽينيوز AC لهو ABC جي گرد ماپ لهو.



10. هڪ ڪعب جو پاسو 8 س.م آهي ته اُن جي مٿاڇرو ايراضي لهو.

11. جزا لهو: $365y^4z^3 - 146y^2z^4$

گهڻ جوابي سوال

سوال هيٺ ڏنل سوالن جي جوابن مان مناسب متبدل جواب چونڊيو

1. 33, 34, 35, x, 37, 38, 39 انهن عددن جي سراسري 36 ته x جو ملهه .... ٿيندو.

(i) 40 (ii) 32 (iii) 42 (iv) 36

2. $(61^2 - 51^2)$ ان بي سگهن جو تفاوت، فارمولا ڪم آڻي ٿيندو. ....

(i) 1120 (ii) 1230 (iii) 1240 (iv) 1250

3. 2600 رپيا 5 : 8 سمير ۽ سنيتا ۾ پاڻ ۾ ورهايا ته انهن ۾ ورهايل رقم ٿيندي

.... ۽ ....

(iii) ₹ 800, ₹ 500 (iv) ₹ 1600, ₹ 1000

(i) ₹ 1500, ₹ 1100 (ii) ₹ 1300, ₹ 900

ايپياس 1 1. -- 2. -- 3. ٽڪنڊي جي اندرين حصي ۾

4. گولي ڪنڊ ٽڪنڊي جي هائپاٽينيوز تي

5. ٽڪنڊي جو گرد مرڪز ڪِڏي -- **ايپياس 2** --

ايپياس 3 -- **ايپياس 4** -- **ايپياس 5** --

ايپياس 6 1.(i) ٽڪر MG ≅ ٽڪر GR

(ii) ٽڪر MG ≅ ٽڪر NG (iii) ٽڪر GC ≅ ٽڪر GB

(iv) ٽڪر GE ≅ ٽڪر GR

2. (i) ٽڪر AB ≅ ٽڪر WA (ii) ٽڪر AP ≅ ٽڪر YC

(iii) ٽڪر AC ≅ ٽڪر PY (iv) ٽڪر PW ≅ ٽڪر BY

(v) ٽڪر YA ≅ ٽڪر YQ (vi) ٽڪر BW ≅ ٽڪر ZX

(متين سوالن ۾ هرهڪ جا وڌيڪ جواب ٿي سگهن ٿا)

ايپياس 7 ⊙ $\angle BOC \cong \angle AOB$ ،

$\angle RST \cong \angle AOB$ ، $\angle PQR \cong \angle AOC$ ،

$\angle DOC \cong \angle LMN$ ، $\angle RST \cong \angle BOC$

ايپياس 8 ⊙ (i) 35 (ii) −54 (iii) −36 (iv) −56

(v) 124 (vi) 84 (vii) 441 (viii) −105

ايپياس 9 1. (i) −6 (ii) $\frac{-7}{2}$ (iii) $\frac{-3}{4}$ (iv) $\frac{-2}{3}$

(v) $\frac{-17}{4}$ (vi) 6 (vii) $\frac{5}{3}$ (viii) $\frac{-1}{6}$ (ix) $\frac{6}{5}$

(x) $\frac{1}{63}$ 2. $24 \div 5,\ 72 \div 15,\ -48 \div (-10)$

3. $-5 \div 7,\ -15 \div 21,\ 20 \div (-28)$ وغيره

ايپياس 10 1. 1 1 2. 17,19 ۽ 4,5

3. 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97 ڪل 16 مفرد عدد

4. 59 ۽ 61، 71 ۽ 73 5. (2,3)،(5,7)،

6. 2 (11,12)،(17,19)،(29,30) ۽ ٻيا ڪيترائي

ايپياس 11 ⊙ (i) 2 × 2 × 2 × 2 × 2

(ii) 3 × 19 (iii) 23 (iv) 2 × 3 × 5 × 5

(v) 2 × 2 × 2 × 3 × 3 × 3

(vi) 2 × 2 × 2 × 2 × 13 (vii) 3 × 3 × 5 × 17

(viii) 2 × 3 × 3 × 19 (ix) 13 × 29 (x) 13 × 43

ايپياس 12 1.(i) 5 (ii) 8 (iii) 5 (iv) 1

(v) 2 (vi) 7 (vii) 3 (viii) 3 (ix) 1 (x) 21

2.(i) واڌو 25، پورونڊن $\frac{11}{21}$

(ii) واڌو 19، پورونڊن $\frac{4}{7}$

(iii) واڌو 23، پورونڊن $\frac{7}{3}$

ايپياس 13 1. (i) 60 (ii) 120 (iii) 288

(iv) 60 (v) 3870 (vi) 90 (vii) 1365 (viii) 180

(ix) 567 (x) 108

2. (i) 1; 1184 (ii) 1; 2346 (iii) 15; 60

(iv) 9; 126 (v) 26; 312

ايپياس 14 1. (i) 30 (ii)40, 20

2. (i) 14; 28 (ii) 16; 32 (iii) 17; 510

(iv) 23; 69 (v) 7; 588

3. (i) 252 (ii) 150 (iii) 1008 (iv) 60 (v)240

4. 365 5. (i) $\frac{12}{11}$ (ii) $\frac{17}{19}$ (iii) $\frac{23}{29}$ 6. 144

7. 255 8. 14 9. 18 20

ايپياس 15 1. اندرين حصي جا ٽڪا: R,C,N,X

ٻاهرين حصي جا ٽُڪا: T, U, Q, V, Y

ڪنڊ جي پاسن متان ٽڪا: A, W, G, B

2. $\angle ANB$ ۽ $\angle BNC$، $\angle BNC$ ۽ $\angle ANC$،

$\angle ANC$ ۽ $\angle ANB$، $\angle PQR$ ۽ $\angle PQT$

3. (i) پر واريون آهن (ii) ۽ (iii)

پرواريون نہ آهن ڇاڪاڻ تہ اندريان حصا الڳ نہ آهن

(iv) پر واريون آهن

ايپياس 16 1. (i) 50° (ii) 27° (iii) 45°

(iv) 35° (v) 70° (vi) 0° (vii) $(90-x)°$

2. 20° ۽ 70°

ايپياس 17 1. (i) 165° (ii) 95° (iii) 60°

(iv) 143° (v) 72° (vi) 180° (vii) $(180-a)°$

2. پورڪ ڪنڊ جا جوڙا: (i) $\angle B$ ۽ $\angle N$

(ii) $\angle D$ ۽ $\angle F$ (iii) $\angle Y$ ۽ $\angle E$

تتمهہ ڪندن جا جوڙا. (i) $\angle B$ ۽ $\angle G$ (ii) $\angle N$ ۽ $\angle J$

3. $\angle X$ ۽ $\angle Z$ هڪ ٻئي جو پورڪ ڪندون آهن

4. 65° ۽ 25°

5. (i) ∠P ∠M (ii) ∠T ∠N (iii) ∠P ∠T (iv) ∠M ∠N (v) ∠P ∠N (vi) ∠M ∠T

6. $m\angle A = (160 - x)^\circ$ **7.** 160°

اڀياس 18

1. ڪرٽو PL ۽ ڪرٽو PM؛ ڪرٽو PN ۽ ڪرٽو PT.

2. نہ آهن چاڪاڻ تہ اُهي هڪ ليڪ تيار نہ ٿا ڪن

اڀياس 19

اڀياس 20

1. $m\angle APB = 133^\circ$, $m\angle BPC = 47^\circ$, $m\angle CPD = 133^\circ$

2. $m\angle PMS = (180 - x)^\circ$, $m\angle SMQ = x^\circ$, $m\angle QMR = (180 - x)^\circ$

اڀياس 21

1. $m\angle A = m\angle B = 70^\circ$

2. 40°, 60°, 80° **3.** $m\angle ACB = 34^\circ$, $m\angle ACD = 146^\circ$, $m\angle A = m\angle B = 73^\circ$

اڀياس 22

1. (i) $\frac{71}{252}$ (ii) $\frac{67}{15}$ (iii) $\frac{430}{323}$ (iv) $\frac{255}{77}$ **2.** (i) $\frac{16}{77}$ (ii) $\frac{14}{45}$ (iii) $\frac{-13}{6}$ (iv) $\frac{7}{6}$

3. (i) $\frac{6}{55}$ (ii) $\frac{16}{25}$ (iii) $-\frac{2}{3}$ (iv) 0

4. (i) $\frac{5}{2}$ (ii) $-\frac{8}{3}$ (iii) $-\frac{39}{17}$ (iv) $\frac{1}{7}$ (v) $-\frac{3}{22}$

5. (i) $\frac{4}{3}$ (ii) $\frac{100}{121}$ (iii) $\frac{7}{4}$ (iv) $-\frac{1}{6}$ (v) $\frac{2}{5}$ (vi) $-\frac{10}{7}$ (vii) $-\frac{9}{88}$ (viii) $\frac{25}{2}$

اڀياس 23

⊙ (i) $\frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}$ (ii) $\frac{23}{30}, \frac{22}{30}, \frac{21}{30}$ (iii) $-\frac{9}{15}, -\frac{7}{15}, \frac{4}{15}$ (iv) $\frac{6}{9}, 0, -\frac{4}{9}$ (v) $-\frac{2}{4}, -\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$

(vi) $\frac{17}{24}, \frac{11}{24}, \frac{-13}{24}$ (vii) $\frac{6}{7}, \frac{8}{7}, \frac{9}{7}$

(viii) $-\frac{1}{8}, -\frac{2}{8}, -\frac{5}{8}$ وغيره

اڀياس 24

⊙ (i) 3.25 (ii) −0.875 (iii) 7.6

(iv) $0.41\dot{6}$ (v) $3.\overline{142857}$ (vi) $1.\dot{3}$ (vii) $0.\dot{7}$

اڀياس 25

1. 149 **2.** 0 **3.** 4 **4.** 60 **5.** $\frac{17}{20}$

اڀياس 26

1. -- **2.**(i) 1024 (ii) 125 (iii) 2401 (iv) −216 (v) 729 (vi) 8 (vii) $\frac{64}{125}$ (viii) $\frac{1}{16}$

اڀياس 27

⊙ (i) 7^6 (ii) $(-11)^7$ (iii) $\left(\frac{6}{7}\right)^8$ (iv) $\left(-\frac{3}{2}\right)^8$ (v) $(a)^{23}$ (vi) $\left(\frac{p}{5}\right)^{10}$

اڀياس 28

1. (i) a^2 (ii) m^{-3} (iii) p^{-10} (iv) 1

2.(i) 1 (ii) 49 (iii) $\frac{4}{5}$ (iv) 16

اڀياس 29

1. (i) $\left(\frac{15}{12}\right)^{12}$ (ii) 3^{-8} (iii) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-12}$ (iv) $\left(\frac{2}{5}\right)^{6}$ (v) 6^{20} (vi) $\left(\frac{6}{7}\right)^{10}$

(vii) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-20}$ (viii) $\left(\frac{5}{8}\right)^{-6}$ (ix) $\left(\frac{3}{4}\right)^{6}$ (x) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-6}$

2. (i) $\left(\frac{7}{2}\right)^2$ (ii) $\left(\frac{3}{11}\right)^5$ (iii) $\left(\frac{6}{1}\right)^3$ يا 6^3 (iv) $\frac{1}{y^4}$

اڀياس 30

1. (i) 25 (ii) 35 (iii) 17 (iv) 64 (v) 33

اڀياس 31

--

اڀياس 32

⊙ (i) هڪ پدن = $7x$; a ; 4

(ii) ٻپدا = $5m - 3$; $5y - 7z$

(iii) ٽپدا = $3y^2 - 7y + 5$; $3x^3 - 5x^2 - 11$

(iv) گهڻپدا = $1 - 8a - 7a^2 - 7a^3$

اڀياس 33

⊙ i) $22p + 18q$

(ii) $18a + 24b + 21c$ (iii) $19x^2 - 20y^2$

(iv) $-11a^2b^2 + 44c$ (v) $3y^2 - 8y + 9$

(vi) $4y^2 + 10y - 8$

اڀياس 34

⊙ (i) $xy + 7z$ (ii) $4x + 2y + 4z$

(iii) $-12x^2 + 16xy + 20y^2$

(iv) $-10x^2 + 24xy + 16y^2$

(v) $-12x + 30z - 19y$

ايپاس 35

1. (i) $288x^2y^2$ (ii) $92xy^3z^2$
(iii) $48ac + 68bc$ (iv) $36x^2 + 73xy + 35y^2$
2. $(40x^2 + 49x + 15)$ چ س م

ايپاس 36

1. $-345x^5y^4z^3$ 2. $-2(7x + 12y)$
3. (i) 1 (ii) $\frac{5}{2}$ (iii) 1 (iv) 3 (v) −5 (vi) $\frac{69}{5}$
4. 132, 66 7. 30 نوٽ 6. 130 5. 11 سال، 16 سال

ايپاس 1

1. (i) 80 (ii) −6 (iii) −48 (iv) 25 (v) 8 (vi) −100
2. (i) 15; 675 (ii) 38; 228 (iii) 17; 1683 (iv) 8; 96
3. (i) 28 (ii) 15 4. (i) $\frac{14}{17}$ (ii) $\frac{13}{11}$ (iii) $\frac{3}{4}$
(iii) 36 (iv) 45 (v) 16 5. --
6. (i) 77 (ii) 25 (iii) $\frac{49}{24}$ (iv) 1026
7. (i) $\frac{41}{48}$ (ii) $\frac{23}{20}$ (iii) −8 (iv) $\frac{63}{20}$ 8. --
9. -- 10. -- 11. -- 12. -- 13. (i) 55°
(ii) $(90 - a)°$ (iii) 68° (iv) $(50 + x)°$
14. (i) 69° (ii) 133° (iii) 0° (iv) $(90 + x)°$
15. -- 16. (i) 110° (ii) 55° (iii) 55°
17. (i) 5^7 (ii) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$ (iii) $\left(\frac{7}{2}\right)^2$ (iv) $\left(\frac{4}{5}\right)^3$
18. (i) 1 (ii) $\frac{1}{1000}$ (iii) 64 (iv) 16
19. (i) $8a + 10b - 13c$
(ii) $21x^2 - 10xy - 16y^2$
(iii) $18m - n$ (iv) $2m - 19n + 11p$
20. (i) $x = -10$ (ii) $y = 5$

گهڻن متبدلي سوال

1. اِرد مرڪز 2. $\left(\frac{7}{3}\right)^{12}$ 3. 3
4. $10 \times 3 + (5 + 2)$ 5. $\frac{3}{2}$

ايپاس 37

1. ₹ 240 2. 32 دستر
3. 183 ڪ.گ. 4. ₹ 24000 5. ₹ 104000

ايپاس 38

1. 10 ڏينهن; 4 ڏينهن 2. 50 پنا
3. 2 ڪلاڪ; 3 ڪلاڪ 4. 20 ڏينهن

ايپاس 39

1. ₹ 12800; ₹ 16000
2. ₹ 38000; ₹ 9120 3. ₹ 10000; ₹ 24000
4. ₹ 54000; ₹ 15120 5. ₹ 147; ₹ 343

ايپاس 40

1. ₹ 1770
2. ₹ 25000; ₹ 375000 3. ₹ 14875
4. ₹ 3600 5. ₹ 180000

ايپاس 41

1. 10% 2. ₹ 300 3. 5 سال
4. ₹ 41000 5. (i) ₹ 882, ₹ 5082
(ii) ₹ 5000, ₹ 6200 (iii) 2 سال ₹ 8800
(iv) ₹ 12000, 10 سال (v) ₹ 19200, ₹ 21600

ايپاس 42

1. (i) 14; 44
(ii) 14 س م; 88 س م (iii) 98 س م; 196 س م
(iv) 11.55 س م; 23.1 س م 2. 28 س م
3. ₹ 56320 4. 250 قيزا

ايپاس 43

1. 240°
2. ننڍين ڪمانن جا نالا: ڪمان PXQ، ڪمان PR، RY، ڪمان XP، ڪمان XQ، ڪمان QY
ڪمانن جا نالا: ڪمان PYQ، ڪمان PQR، RQY، ڪمان XQP، ڪمان QRX ڪمان
اڌ گولن جا نالا: ڪمان QPR، ڪمان QYR
3. 250°

ايپاس 44

1. 2 بيٽ 2. 3 تيڪ
3. 90 م 4. 8 م

ايپاس 45

1. 144 چ س م 2. 75 چ س م
3. 46 س م 4. 9 نائوٽ

ايپاس 46

1. 1170 چ س م 2. 8.64 چ س م
3. ₹ 2302750 4. 800 ٽائيلس; 3200 ٽائيلس
5. 156 م; 845 چ س م

اڀياس 47 1. (i) 54 چ س م (ii) 150 چ س م (iii) 311.04 چ س م (iv) 277.44 چ س م (v) 181.5 چ س م 2. (i) 460 چ س م (ii) 58.8 چ س م (iii) 31.6 چ س م (iv) 171 چ س م 3. 39.5 چ س م 4. 6.5 چ س م ₹ 1950

اڀياس 48 1. (i) 25 ايڪا (ii) 40 ايڪا (iii) 15 ايڪا 2. 26 س م 3. 16 س م 4. 12 م

اڀياس 49 1. (i) آهي (ii) نه آهي (iii) نه آهي (iv) نه آهي (v) آهي (vi) نه آهي

2. (i) (ii) (iii) (iv) (v)

اڀياس 50 1. (i) $25a^2+60ab+36b^2$ (ii) $\frac{a^2}{4}+\frac{ab}{3}+\frac{b^2}{9}$ (iii) $4p^2-12pq+9q^2$

(iv) $x^2-4+\frac{4}{x^2}$ (v) $a^2x^2+2abxy+b^2y^2$

(vi) $49m^2-56m+16$ (vii) $x^2+x+\frac{1}{4}$

(viii) $a^2-2+\frac{1}{a^2}$ 2. $64-\frac{16}{x}+\frac{1}{x^2}$

3. $(mn+7pq)^2$ 4. (i) 994009 (ii) 10404 (iii) 9409 (iv) 1010025

اڀياس 51 1. (i) x^2-y^2 (ii) $9x^2-25$

(iii) a^2-36 (iv) $\frac{x^2}{25}-36$ 2. (i) 249996 (ii) 9991 (iii) 2484 (iv) 9996

اڀياس 52 ⊙ (i) $3\times67\times a\times a\times a\times b\times b$

(ii) $13\times7\times x\times x\times y\times t\times t$

(iii) $2\times2\times2\times3\times a\times a\times b\times b$

(iv) $t\times r\times r\times s\times s\times s\times s$

اڀياس 53 ⊙ (i) $(p+q)(p-q)$

(ii) $(2x+5y)(2x-5y)$ (iii) $(y+2)(y-2)$

(iv) $\left(3x+\frac{1}{4}y\right)\left(3x-\frac{1}{4}y\right)$ (v) $\left(p+\frac{1}{5}\right)\left(p-\frac{1}{5}\right)$

(vi) $ab(a-1)$ (vii) $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x-\frac{1}{x}\right)$

(viii) $2x^2(2xy-3x)$ (ix) $\frac{1}{2}(y+4z)(y-4z)$

(x) $2(x+2y)(x-2y)$

اڀياس 54 1. 12.29 م م 2. ₹ 892

3. 626.6 م م 4. 49.4 ڪ گ

اڀياس 55 1.

ڊيگهه	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	ڪل
ٻار	3	3	5	3	3	2	2	1	3	5	30

2.

ماڻهو	1	2	3	4	5	ڪل
ڪٽنب	1	13	16	13	7	50

3.

رڪٽ	1	2	3	4	5	6	ڪل
جهجائي	2	8	13	8	5	4	40

4.

پوريون	2	3	4	5	ڪل
ٻار	9	10	8	3	30

اڀياس 2 1. 4 سال 2. 5 ڏينهن

3. ₹ 12000 ; ₹ 18000 4. 17.6 س م

5. (i) $4a^2-12ab+9b^2$ (ii) $100+20y+y^2$

(iii) $\frac{p^2}{9}+\frac{pq}{6}+\frac{q^2}{16}$ (iv) $y^2-6+\frac{9}{y^2}$

6. (i) x^2-25 (ii) $4a^2-169$ (iii) $16z^2-25y^2$

(iv) $4t^2-25$ 7. 3.3 ڪم

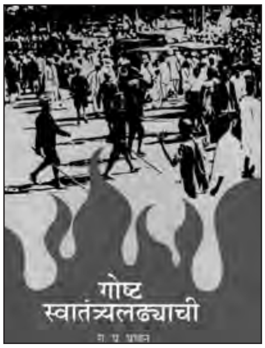
8. 25 م ; 130 م ; ₹ 94500

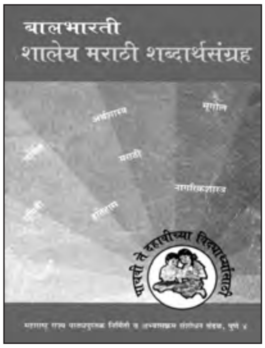
9. 29 ايڪا ; 70 ايڪا 10. 384 س $م^2$

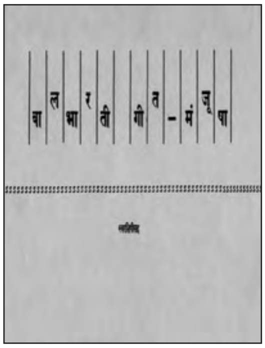
11. $73y^2z^3(5y^2-2z)$

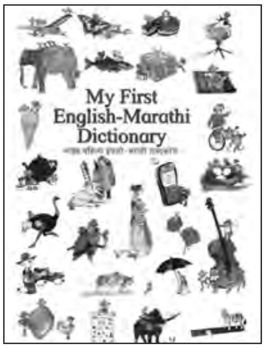
گهٽ متبدلي سوال 1. 36 2. 1120

3. ₹ 1600, ₹ 1000.









- पाठ्यपुस्तक मंडळाची वैशिष्ट्यपूर्ण पाठ्येत्तर प्रकाशने.
- नामवंत लेखक, कवी, विचारवंत यांच्या साहित्याचा समावेश.
- शालेय स्तरावर पूरक वाचनासाठी उपयुक्त.

पुस्तक मागणीसाठी www.ebalbharati.in, www.balbharati.in संकेत स्थळावर भेट द्या.

साहित्य पाठ्यपुस्तक मंडळाच्या विभागीय भांडारांमध्ये विक्रीसाठी उपलब्ध आहे.

ebalbharati

विभागीय भांडारे संपर्क क्रमांक : पुणे - ☎ २५६५९४६५, कोल्हापूर- ☎ २४६८५७६, मुंबई (गोरेगाव) - ☎ २८७७१८४२, पनवेल - ☎ २७४६२६४६५, नाशिक - ☎ २३९१५११, औरंगाबाद - ☎ २३३२१७१, नागपूर - ☎ २५४७७१६/२५२३०७८, लातूर - ☎ २२०९३०, अमरावती - ☎ २५३०९६५

مهاراشٽر راجيه پاٺيه پُستڪ نرمتي وَ اڀياس ڪرم سنشوڌن منڊل، پڻي

सिंधी (अरे.) गणित इ.७वी

₹41.00