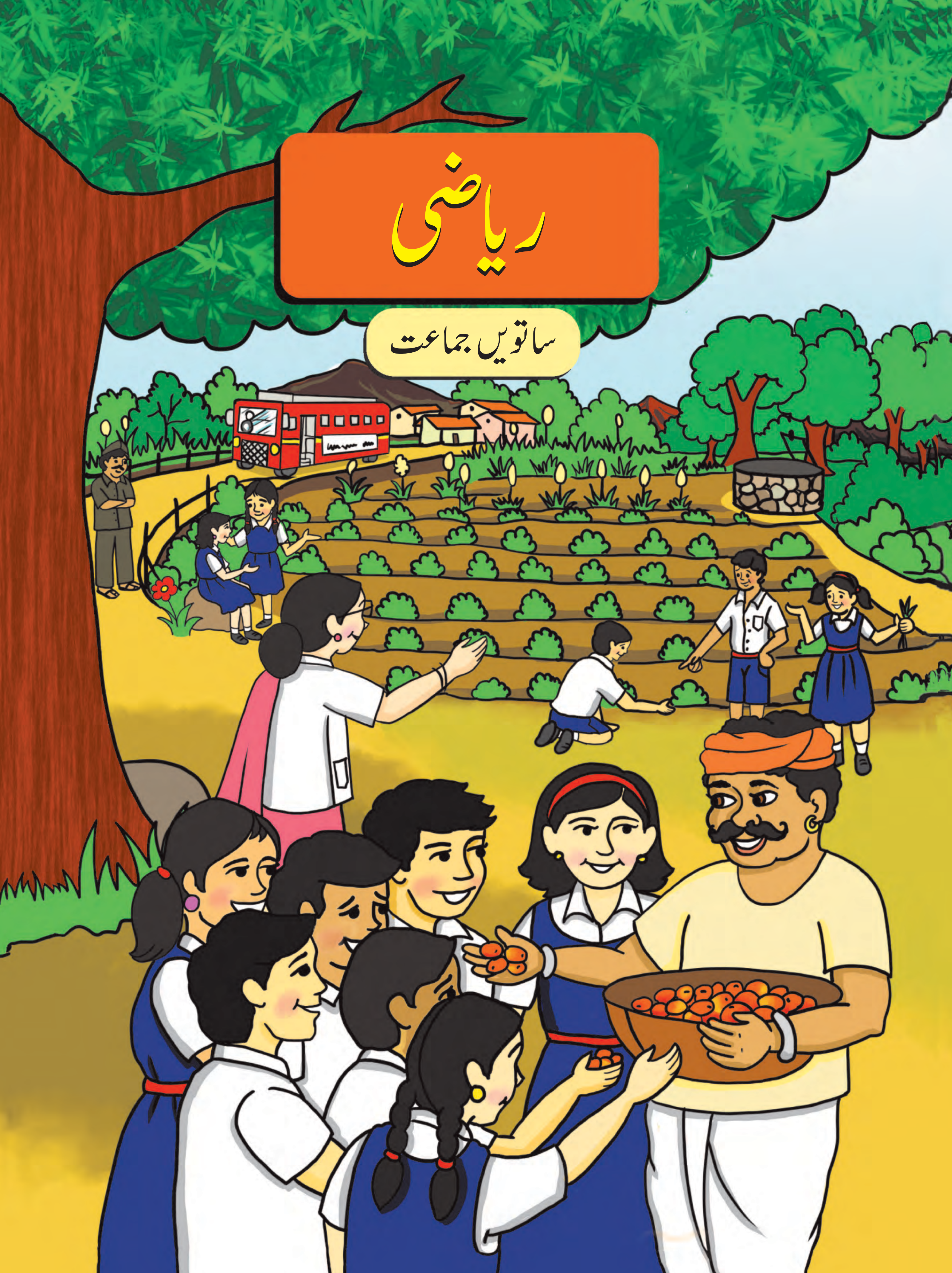
ریاضی

ساتویں جماعت



بھارت کا آئین

حصہ 4 الف

بنیادی فرائض

حصہ 51 الف

بنیادی فرائض – بھارت کے ہر شہری کا یہ فرض ہوگا کہ وہ...

(الف) آئین پر کاربند رہے اور اس کے نصب العین اور اداروں، قومی پرچم اور قومی ترانے کا احترام کرے۔

(ب) ان اعلیٰ نصب العین کو عزیز رکھے اور ان کی تقلید کرے جو آزادی کی تحریک میں قوم کی رہنمائی کرتے رہے ہیں۔

(ج) بھارت کے اقتدارِ اعلیٰ، اتحاد اور سالمیت کو مستحکم بنیادوں پر استوار کر کے ان کا تحفّظ کرے۔

(د) ملک کی حفاظت کرے اور جب ضرورت پڑے قومی خدمت انجام دے۔

(ہ) مذہبی، لسانی اور علاقائی وطبقاتی تفرقات سے قطع نظر بھارت کے عوام الناس کے مابین یک جہتی اور عام بھائی چارے کے جذبے کو فروغ دے نیز ایسی حرکات سے باز رہے جن سے خواتین کے وقار کو ٹھیس پہنچتی ہو۔

(و) ملک کی ملی جلی ثقافت کی قدر کرے اور اُسے برقرار رکھے۔

(ز) قدرتی ماحول کو جس میں جنگلات، جھیلیں، دریا اور جنگلی جانور شامل ہیں محفوظ رکھے اور بہتر بنائے اور جانداروں کے تئیں محبت وشفقت کا جذبہ رکھے۔

(ح) دانشورانہ رویے سے کام لے کر انسان دوستی اور تحقیقی واصلاحی شعور کو فروغ دے۔

(ط) قومی جائداد کا تحفظ کرے اور تشدد سے گریز کرے۔

(ی) تمام انفرادی اور اجتماعی شعبوں کی بہتر کارکردگی کے لیے کوشاں رہے تاکہ قوم متواتر ترقی و کامیابی کی منازل طے کرنے میں سرگرمِ عمل رہے۔

(ک) اگر ماں باپ یا ولی ہے، چھے سال سے چودہ سال تک کی عمر کے اپنے بچے یا وارڈ، جیسی بھی صورت ہو، کے لیے تعلیم کے مواقع فراہم کرے۔

سرکاری فیصلہ نمبر : ابھیاس ۲۱۱۶/ (پر-نمبر۱۶/۴۳) ایس ڈی-مورخہ ۲۵/اپریل ۱۲۰۶ء کے مطابق قائم کی گئی رابطہ کارکمیٹی کی نشست مورخہ ۳/مارچ ۲۰۱۷ء میں اس کتاب کو درسی کتاب کے طور پر منظوری دی گئی۔

ریاضی

ساتویں جماعت

مہاراشٹر راجیہ پاٹھیہ پستک نرمتی وابھیاس کرم سنشودھن منڈل، پونہ - ۴۱۱۰۰۴

اپنے اسمارٹ فون میں انسٹال کردہ Diksha App کے ذریعے درسی کتاب کے پہلے صفحے پر درج Q.R. code اسکین کرنے سے ڈیجیٹل درسی کتاب اور ہر سبق میں درج Q.R. code کے ذریعے متعلقہ سبق کی درس و تدریس کے لیے مفید سمعی و بصری ذرائع دستیاب ہوں گے۔

طبع اوّل : ۲۰۱۷ء (2017)
پانچواں اصلاح شدہ ایڈیشن :
۲۰۲۲ء (2022)

© مہاراشٹر راجیہ پاٹھیہ پستک نرمتی و ابھیاس کرم سنشودھن منڈل، پونہ - ۴۱۱۰۰۴
اس کتاب کے جملہ حقوق مہاراشٹر راجیہ پاٹھیہ پستک نرمتی و ابھیاس کرم سنشودھن منڈل، پونہ کے حق میں محفوظ ہیں۔ اس کتاب کا کوئی بھی حصہ ڈائرکٹر، مہاراشٹر راجیہ پاٹھیہ پستک نرمتی و ابھیاس کرم سنشودھن منڈل کی تحریری اجازت کے بغیر کسی بھی شکل میں شائع نہ کیا جائے۔

ریاضی مضمون کی کمیٹی

- ڈاکٹر شریمتی منگلا نارلیکر (صدر)
- ڈاکٹر شریمتی جے شری اترے (رکن)
- شری رما کانت سرودے (رکن)
- شری دادا سو سرڈے (رکن)
- شری سندیپ پنچ بھائی (رکن)
- شریمتی لتا تلے کر (رکن)
- شریمتی اجوالا گوڈبولے (رکن سکریٹری)

ریاضی مضمون کی مجلس عاملہ

- شری پوجا جادھو
- شری گنیش کولتے
- شری راماونیال کر
- شریمتی سوورنا دیشپانڈے
- شری اُمیش ریلے
- شری انا پاپریٹ
- شری شریپاد دیشپانڈے
- شری راجندر چودھری
- شری چندن کلکرنی
- شریمتی انیتا جاوے
- شریمتی باگیشری چوہان
- شری کلیان کڑیکر
- شری سندیش سوناوے
- شری سجیت شندے
- ڈاکٹر ہنومنت جگتاپ
- شری پرتاپ کاشد
- شری کاشی رام باویسانے
- شری پپو گاڑے
- جناب انصار شیخ
- شری پرمود ٹھومبرے
- شری پرکاش جھینڈے
- شری بنسی ہاؤلے
- شری شریکانت رتن پارکھی
- شری سوریہ کانت شہانے
- شری سریش داتے
- شری پرکاش کاپسے
- جناب سلیم ہاشمی
- شریمتی آریا بھڑے
- شری ملند بھاکرے
- شری دیانیشور ماشالکر
- شری لکشمن داون کر
- شری سدھیر پاٹل
- شری راجا رام بنڈگر
- شریمتی روہنی شرکے
- شری ساگر سکوڑے
- شری پردیپ گوڈسے
- شری رویندر کھندارے

شریمتی پراجکتی گوکھلے (مہمان رکن)

Urdu Translators
Mr. Ansari Abdul Hameed
Mr. Momin Al-Nasir
Mr. Qasim Raza

Co-ordinator (Urdu)
Khan Navedul Haque Inamul Haque
Special Officer for Urdu,
M.S. Bureau of Textbooks, Balbharati

Co-ordinator (Marathi)
Smt. Ujwala S. Godbole
I/C. Special Officer for Mathematics
M.S. Bureau of Textbooks, Balbharati

Urdu D.T.P. & Layout
Altaf Ameen (Sadan Graphics)
Malegaon - 423203

Cover, Art work & Designing
Dhan Shri Mukashi, Pune

Computer Designing
Sandeep Koli, Mumbai

Production
Shri Sachin Mehta (C.P.O)
Shri Sanjay Kamble (Production Officer)
Shri Prashant Harne (Asst. Production Officer)

Paper
70, GSM Creamvowe

Print Order

Printer

Publisher
Shri Vivek Uttam Gosavi (Controller)
M.S. Bureau of Textbook Production,
Prabhadevi, Mumbai - 25

بھارت کا آئین

تمہید

ہم بھارت کے عوام متانت و سنجیدگی سے عزم کرتے ہیں کہ بھارت کو
ایک مقتدر سماج وادی غیر مذہبی عوامی جمہوریہ بنائیں
اور اس کے تمام شہریوں کے لیے حاصل کریں :

انصاف، سماجی ، معاشی اور سیاسی ؛

آزادی خیال، اظہار، عقیدہ ، دین اور عبادت ؛

مساوات بہ اعتبارِ حیثیت اور موقع ،

اور ان سب میں

اُخوّت کو ترقّی دیں جس سے فرد کی عظمت اور قوم کے اتحاد اور
سالمیت کا تیقّن ہو؛

اپنی آئین ساز اسمبلی میں آج چھبّیس نومبر ۱۹۴۹ء کو یہ آئین
ذریعۂ ہٰذا اختیار کرتے ہیں،
وضع کرتے ہیں اور اپنے آپ پر نافذ کرتے ہیں۔

راشٹر گیت

جَنَ گَنَ مَنَ - اَدِھ نایَک جَیَہ ہے
بھارَتَ - بھاگْیَہ وِدَھاتا۔

پَنْجاب، سِندُھ، گُجراتَ، مَراٹھا
دراوِڑ، اُتْکَل، بَنگ،

وِنْدھیہ، ہِماچَل، یَمُنا، گنگا،
اُچّھل جَل دِھ تَرَنگ،

تَو شُبھَ نامے جاگے، تَو شُبھ آشِسَ ماگے،
گاہے تَو جَیَہ گاتھا،

جَنَ گَنَ منگل دایَک جَیَہ ہے،
بھارَتَ - بھاگْیَہ وِدھاتا۔

جَیَہ ہے، جَیَہ ہے، جَیَہ ہے،
جَیَہ جَیَہ جَیَہ، جَیَہ ہے۔

عہد

بھارت میرا ملک ہے۔سب بھارتی میرے بھائی اور بہنیں ہیں۔

مجھے اپنے وطن سے پیار ہے اور مَیں اس کے عظیم و گونا گوں وِرثے پر فخر محسوس کرتا ہوں۔مَیں ہمیشہ اِس ورثے کے قابل بننے کی کوشش کروں گا۔

میں اپنے والدین، استادوں اور بزرگوں کی عزّت کروں گا اور ہر ایک سے خوش اخلاقی کا برتاؤ کروں گا۔

میں اپنے ملک اور اپنے لوگوں کے لیے خود کو وقف کرنے کی قسم کھاتا ہوں۔ اُن کی بہتری اور خوش حالی ہی میں میری خوشی ہے۔

پیش لفظ

عزیز طلبہ!

ساتویں جماعت میں آپ کا استقبال ہے۔آپ پہلی سے چھٹی جماعت تک مضمون ریاضی کی درسی کتاب کا مطالعہ کر چکے ہیں۔ساتویں جماعت کے لیے ریاضی کی درسی کتاب آپ کو پیش کرتے ہوئے ہمیں مسرت ہورہی ہے۔

ہمیں توقع ہے کہ آپ اس مضمون کو مناسب طریقے سے سمجھیں گے، دلچسپی سے لطف اُٹھائیں گے، آپ کو نیا علم حاصل ہوگا اور نت نئے سوالات حل کرنے کی مسرت حاصل ہوگی ۔جس کے لیے درسی کتاب میں کچھ عملی کام اور ہندسی اعمال دیے ہوئے ہیں، اُنھیں ضرور کیجیے۔اس میں آپ کو لطف کے ساتھ ساتھ کچھ خصوصیات سمجھ میں آئیں گی۔آپ اپنے ہم جماعت طلبہ سے گفتگو کر کے نئے نکات سمجھ سکتے ہیں۔اشکال، وین خاکے، اور انٹرنیٹ کے توسط سے ریاضی سمجھنا آسان ہوتا ہے۔دراصل یہ نکات صحیح طور پر سمجھ جائیں تو ریاضی کوئی مشکل مضمون نہیں ہے۔ہمیں امید ہے کہ آپ درسی کتاب کے ہر باب کو توجہ سے پڑھیں گے۔اگر کوئی حصہ سمجھ میں نہ آئے تو استاد، سرپرست یا دیگر طلبہ کی مدد سے سمجھنے کی کوشش کریں ۔اس کتاب میں حساب حل کرنے کے طریقے، اس کے ضابطے، کیوں اور کیسے بنے جیسے امور کی وضاحت دی ہوئی ہے۔ان طریقوں کا استعمال کر کے مثالیں حل کرنے کی بار بار مشق کریں یہ اہمیت کی حامل ہیں۔مشقی سیٹ میں دی ہوئی مثالوں کی طرح مزید مثالیں آپ خود تیار کریں۔زیادہ فکر انگیز مثالیں اس کتاب میں تارہ کی علامت لگا کر دی ہوئی ہیں۔چوکون میں دیا ہوا مواد اضافی معلومات کے لیے آپ کو آئندہ مطالعے کے وقت یقینی طور پر مفید ثابت ہوگا۔پہلی جماعت سے سیکھا ہوا علم آپ کو آئندہ بھی مسلسل استعمال کرنا پڑتا ہے مثلاً جمع، تفریق، ضرب، تقسیم۔ان کا اعادہ کرتے رہیے۔دیکھیے آپ اسے نہ بھولیں! یہ سب اعمال، مثالیں حل کرتے وقت کئی مرتبہ کرنا پڑتے ہیں۔

ساتویں جماعت کے علم ریاضی میں کئی بنیادی تصورات ہیں۔انھیں بالکل مناسب طریقے سے سمجھیں گے تو آئندہ کی جماعتوں کا مطالعہ آسان ہوجائے گا۔چلیے تو پھر دیکھتے ہیں یہ کتاب علم ریاضی کو سمجھنے کے لیے آپ کی مددگار ثابت ہوتی ہے یا نہیں۔

(ڈاکٹر سنیل مگر)

ڈائرکٹر

مہاراشٹر راجیہ پاٹھیہ پستک نرمتی و

ابھیاس کرم سنشودھن منڈل، پونہ

پونہ

تاریخ : ۲۸/مارچ ۲۰۱۷ء

بھارتی شمسی تاریخ : 7 چیتر 1939

ساتویں جماعت (ریاضی)

تجویز کردہ طریقۂ تعلیم

تمام طلبہ کو (مختلف ضرورتوں کے حامل بچوں کے ساتھ) انفرادی/جوڑی میں/اجتماعی طور پر عمل کرنے کی ترغیب دی جائے۔

- حوالہ دیا ہوا ہوتا ہے، صحیح اعداد کے درمیان ضرب اور تقسیم کا عمل معلوم کرنا۔ یہ عددی خط یا اعداد کے تواتر کی مدد سے کر سکتے ہیں۔ مثلاً: $3 \times 2 = 6$

$$3 \times 1 = 3$$
$$3 \times 0 = 0$$
$$3 \times (-1) = -3$$
$$3 \times (-2) = -6$$

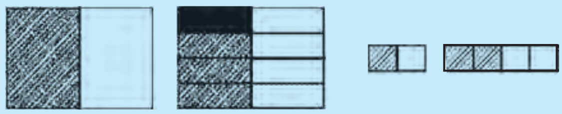
یہ عدد 1 سے کم ہوا۔ یہ عدد 3 سے کم ہوا۔

$$3 \times (-3) = -9$$

یعنی مثبت صحیح عدد کو منفی صحیح عدد سے ضرب دیں تو جواب منفی صحیح عدد آتا ہے۔ مثال:

(a) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$ یہ $\frac{1}{2}$ کا $\frac{1}{4}$ یعنی $\frac{1}{8}$

(b) $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$ یہ $\frac{1}{2}$ میں دو مرتبہ $\frac{1}{4}$ ہے۔



- روزمرہ زندگی میں پیش آنے والی مثالوں کو حل کرنے کے لیے تصویریں بنا کر یا کاغذ تہہ کر کے کسروں کا یا کسر اعشاریہ کے ضرب یا تقسیم کو ظاہر کرتے ہیں۔
- ایک درخت کے دائیں جانب دس صحیح ایک نسب نما دو میٹر یا اُس کے بائیں جانب پندرہ صحیح دو نسب نما تین میٹر جیسی مخالف سمت والی کسروں کی ضرورت والی حالت کے بارے میں بحث کرنا۔
- ایک ہی عدد کے بار بار ضرب کو مختصر صورت میں لکھ سکتے ہیں، اسے بحث کے ذریعے طلبہ کو سمجھانا مثلاً $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ کو 2^6 کے ذریعے ظاہر کر سکتے ہیں۔
- متغیر عدد اور مستقل اِن کو اکٹھا کر کے مختلف اعمال کا استعمال کر کے الگ الگ حوالوں سے الجبرائی عبارت تیار کرنا۔
- مساوات بنانے کے لیے روزمرہ زندگی کی مختلف حالتوں کو پیش کرنا اور طرفین کو مساوی رکھتے ہوئے متغیر کی قیمت معلوم کرنا۔
- روزمرہ زندگی میں مساوی قسم کی چیزوں کی جمع/تفریق کرنے کا عمل کرنا مثلاً 3 بیاضوں اور 5 بیاضوں کی جمع کریں تو ملنے والی بیاضوں کی تعداد۔

آموزشی ماحصل

طالب علم۔

07.71.01 دو صحیح اعداد کی ضرب/تقسیم کرتا ہے۔

07.71.02 کسروں کی ضرب اور تقسیم کی تشریح کرتا ہے۔ مثلاً $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ یعنی $\frac{4}{5}$ کا $\frac{2}{3}$ ، اسی طرح $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$ یعنی کتنی مرتبہ $\frac{1}{4}$ سے $\frac{1}{2}$ بنتا ہے؟

07.71.03 اُصول اور پہاڑوں کی جدول کا استعمال کر کے کسروں اور کسر اعشاریہ کی ضرب اور تقسیم کرتا ہے۔

07.71.04 ناطق اعداد پر مشتمل روزمرہ زندگی سے مربوط عبارتی مثالیں حل کرتا ہے۔

07.71.05 بڑے اعداد کی ضرب اور تقسیم کرنے کے لیے اعداد کی قوت نمائی صورت کا استعمال کرتا ہے۔

07.71.06 روزمرہ زندگی میں پیش آنے والے معاملات کو سادہ مساوات کی صورت میں لکھ کر حل کرتا ہے۔

07.71.07 الجبرائی عبارتوں کی جمع، تفریق کرتا ہے۔

07.71.08 تناسب والی اور غیر تناسب والی مقداروں (عبارتوں/اعداد) کی شناخت کرتا ہے مثلاً بتاتا ہے کہ $\frac{15}{45}$ اور $\frac{40}{120}$ یہ اعداد مساوی ہیں یعنی 15، 45، 40، 120 یہ سب اعداد تناسب میں ہیں۔

07.71.09 فی صدی کا عام کسر اور کسر اعشاریہ میں تحویل کرنے سے متعلق عبارتی مثالیں حل کرتا ہے اور اس کے برعکس۔

07.71.10 خصوصیات کے لحاظ سے خطی جوڑی کے زاویے، مکملہ زاویوں کی جوڑی، متمم زاویوں کی جوڑی، متصلہ زاویوں کی جوڑی اور متقابلہ زاویوں کی جوڑی، اس طرح زاویوں کی جوڑیوں کی جماعت بندی کرتا ہے۔ ہر جوڑی میں سے ایک زاویے کی پیائش دی ہوئی ہو تو دوسرے زاویے کی پیائش طے کرتا ہے۔

07.71.11 جب مثلث کے دو زاویے دیے ہوئے ہوں تو تیسرے زاویہ کی پیائش معلوم کرتا ہے۔

07.71.12 مربع اور مستطیل اشکال کا رقبہ معلوم کرتا ہے۔

07.71.13 روزمرہ کاروبار کے تجربات سے جمع کی گئی معطیات کی مدد سے مرکزی رجحان/نمائندہ عدد (میانیہ) معلوم کرتا ہے۔

- نسبت اور فی صدی کا تصور واضح کرنے کے لیے بحث کرنا (نسبتوں کی مساویت)۔
- نفع / نقصان اور مفرد سود پر مبنی روزمرہ زندگی کے واقعات بتانا اور فی صدی کا اطلاق بتانا۔
- مشترک راس والے زاویوں کی جوڑیوں کی روزمرہ زندگی میں مختلف مثالیں تلاش کرنا۔ (قینچی، راستوں کے جوڑ، X اور T حروف وغیرہ)
- زاویوں کی جوڑیوں کی اشکال بنا کر مختلف خصوصیات کی تصدیق کرنا۔ (ایک گروہ ایک زاویے کی پیائش بتائے تو دوسرا گروہ باقی زاویوں کی پیائش بتائے۔)
- مختلف زاویوں کی جوڑیوں میں تعلق، اسی طرح مثلث کے زاویے اور اس کے اضلاع کے درمیان تعلق کی اعلیٰ تحتانوی ریاضی کے وسائل کا استعمال کر کے عملی تجربہ کرنا۔
- مختلف قسم کے مثلث بنا کر ان تمام مثلثوں کے زاویوں کی پیائش کر کے تصدیق اور جانچ کرنے کے لیے کہنا۔
- مثلث کے خارجہ زاویے کی خصوصیت اور فیثاغورث کا مسئلہ معلوم کرنا۔
- پہلے متماثلت کی کسوٹی کا تعین کر کے اور بعد میں ایک دوسرے پر منطبق کر کے متماثلت کی خصوصیت کی تصدیق کرنا۔
- کمپاس اور پٹی کا استعمال کر کے سادہ مثلث بنانا۔
- بحث کے ذریعے مستطیل / مربع کے رقبے کا ضابطہ حاصل کرنے کے لیے تحریک دینا۔
- دیے ہوئے شماروں کی نمائندہ قیمت معلوم کرنا یعنی شماروں کے میانیہ کو جدول میں لکھنا اور ستونی ترسیم ظاہر کرنے کے لیے انھیں تحریک دینا۔
- اکٹھا کیے گئے معطیات یا شماروں کی مدد سے مستقبل میں واقعات کے لیے اندازہ لگانا۔
- مثلث کے دو ضلعوں کی لمبائیوں کا مجموعہ تیسرے ضلع کی لمبائی سے زیادہ ہوتا ہے، اس خصوصیت کو سمجھنا۔

07.71.14 ستونی ترسیم کے ذریعے معلومات (معطیات) کی تشریح کرتا ہے۔ جیسے گرمیوں کی بہ نسبت سردی میں بجلی کا استعمال زیادہ ہوتا ہے، ایک ٹیم کا پہلے دس اووروں میں بنائے گئے رن۔
07.71.15 مثلث کے زاویوں کے ناصف اور اس کے ضلعوں کے عمودی ناصف کھینچتا ہے اور شناخت کرتا ہے کہ وہ متراکز ہوتے ہیں۔
07.71.16 مخصوص ضلع اور زاویے دیے ہوں تو مثلث بناتا ہے۔
07.71.17 مثلث، قطعہ خط اور دائرہ ان کی متماثلت کی شناخت کرتا ہے۔
07.71.18 مفرد اجزائے ضربی کر کے اعداد کا م ع ا اور م ذ ا معلوم کرتا ہے۔
07.71.19 مثلث کے خارجہ زاویہ کی شناخت کرتا ہے۔
07.71.20 کثیر الاضلاع کے داخلی زاویوں کی جمع کا ضابطہ معلوم کرتا ہے۔
07.71.21 مفرد اجزائے ضربی کے طریقے سے اعداد کا جذر المربع معلوم کرتا ہے۔
07.71.22 دی ہوئی معلومات کی مدد سے متصل ستونی ترسیم بناتا ہے اور اسے پڑھتا ہے۔
07.71.23 شراکت کے کاروبار کرتے وقت تناسب کا استعمال کرتا ہے۔
07.71.24 دائرہ کے محیط کا ضابطہ معلوم کرتا ہے اور اس کا استعمال کرتا ہے۔
07.71.25 دائرہ کے اصغر قوس، اکبر قوس کی شناخت کرتا ہے اور قوسین کی پیائش طے کرتا ہے۔
07.71.26 مثلث کے رقبے کا ضابطہ معلوم کرتا ہے۔
07.71.27 مکعب اور مکعب نما (مستطیلی منشور) کی سطحوں کا رقبہ معلوم کرتا ہے۔
07.71.28 فیثاغورث کے مسئلے کا استعمال کر کے قائمۃ الزاویہ مثلث کا ضلع معلوم کرتا ہے۔
07.71.29 مربع کے توسیعی ضابطے کا استعمال کرتا ہے۔
07.71.30 دو رکنیوں کا مربع معلوم کرتا ہے۔
07.71.31 دو رکنیوں کی اجزائے ضربی کرتا ہے۔

اساتذہ کے لیے رہنما ہدایات

ساتویں جماعت کی ریاضی کی درسی کتاب کا استعمال جماعت میں سوال و جواب، عملی کام، بحث و مباحثہ اور طلبہ سے گفتگو، مکالمہ بازی جیسے وسیلوں سے ہونا نہایت ضروری ہے۔ اس لیے ریاضی کی درسی کتاب کا گہرائی سے مطالعہ کیجیے۔ درسی کتاب میں ہمارا ماحول، جغرافیہ، سائنس، معاشیات جیسے مضامین کو مضمون ریاضی سے مربوط کیا گیا ہے۔ اس طرح بہت سے مضامین میں ریاضیاتی تصورات کا استعمال ہوتا ہے۔ اساتذہ طلبہ کو آگاہ کریں۔ اس کی وجہ سے روزمرہ کے کاروبار، لین دین میں ریاضی کا استعمال واضح ہو جائے گا اور طلبہ کو ریاضی کی اہمیت کا اندازہ بھی ہوگا۔ ریاضیاتی تصورات کی وضاحت آسان زبان میں کی گئی ہے۔ مشقی سیٹ میں دی ہوئی مثالوں پر منحصر مزید کئی مثالیں اساتذہ بنا کر طلبہ کو حل کرنے کے لیے دیں اور انھیں بھی نئی مثالیں بنانے کی ترغیب دیں۔ چند فکر انگیز سوال تارے کا نشان لگا کر دیے ہوئے ہیں۔ اضافی معلومات کے تحت مزید معلومات دی ہوئی ہے۔ یہ معلومات ریاضی کے آئندہ مطالعہ کے دوران یقیناً مفید ثابت ہوگی۔

فہرست

پہلا حصّہ

1 - ہندسی عمل .... 1 سے 10
2 - صحیح اعداد کی ضرب اور تقسیم .... 11 سے 14
3 - م ذ ا – م ع ا .... 15 سے 23
4 - زاویہ اور زایوں کی جوڑیاں .... 24 سے 33
5 - ناطق اعداد اور ان پر عمل .... 34 سے 42
6 - قوت نما .... 43 سے 50
7 - متصل ستونی ترسیم .... 51 سے 54
8 - الجبری عبارتیں اور ان پر عمل .... 55 سے 60
● مجموعہ سوالات – 1 .... 61 سے 62

دوسرا حصّہ

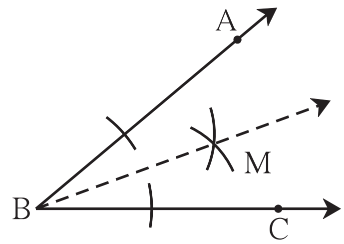
9 - مستقیم تناسب اور معکوس تناسب .... 63 سے 68
10 - بینک اور مفرد سود .... 69 سے 74
11 - دائرہ .... 75 سے 79
12 - احاطہ اور رقبہ .... 80 سے 86
13 - فیثا غورث کا مسئلہ .... 87 سے 90
14 - الجبری ضابطے – مربع کی توسیع .... 91 سے 94
15 - شماریات .... 95 سے 99
● مجموعہ سوالات – 2 100
● جوابات کی فہرست .... 101 سے 104

1 ہندسی عمل

پہلا حصہ

آیئے ذرا یاد کریں :

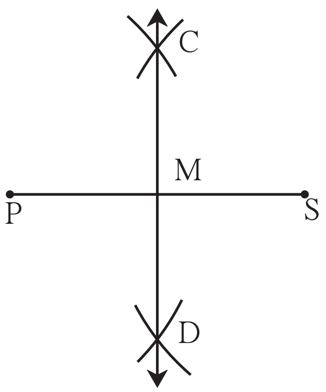
- ہم نے سابقہ جماعت میں خط، قطعہ خط، زاویہ، زاویہ کا ناصف وغیرہ کا مطالعہ کر چکے ہیں۔ ہم زاویہ کی پیمائش درجوں میں کرتے ہیں۔ $\angle ABC$ کی پیمائش $40°$ ہو تو اسے ہم $m\angle ABC = 40°$ لکھتے ہیں۔



زاویہ کا ناصف (Angle Bisector) :

بازو میں $\angle ABC$ کی شکل دی ہوئی ہے۔

زاویے کا ناصف زاویے کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔ شعاع BM، یہ $\angle ABC$ کی ناصف ہے۔



قطعہ خط کا عمودی ناصف (Perpendicular Bisector of a line Segment)

4 سم لمبائی کا قطعہ خط PS کھینچیے اور اس کا عمودی ناصف کھینچیے۔ اُسے قطعہ خط CD کا نام دیجیے۔

- کیا خط CD عمودی ناصف ہے۔ اس کی تصدیق کے لیے آپ کیا کرو گے؟

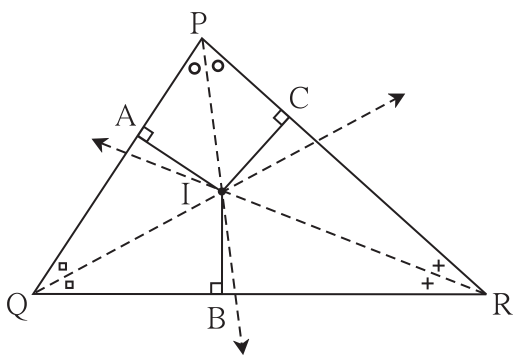
$m\angle CMS = \square°$

- کیا $l(PM) = l(SM)$ ہے؟

آیئے سمجھ لیں :

مثلث کے زاویوں کے ناصفوں کی خصوصیت

عملی کام



1. $\triangle PQR$، کوئی بھی ایک مثلث بنایئے۔
2. پرکار کی مدد سے مثلث کے تینوں زاویوں کی تنصیف کیجیے۔
(ناصف کی لمبائی مناسب نہ ہو تو اُسے اس طرح بڑھایئے کہ وہ ایک دوسرے کو قطع کریں)

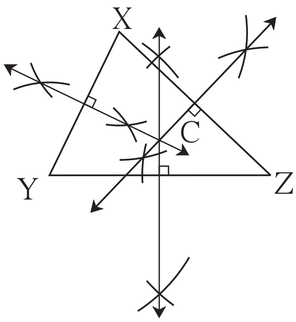
ایسا سمجھ میں آتا ہے کہ

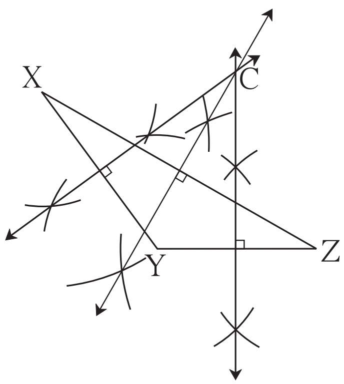
3. یہ تینوں زاویوں کے ناصف ایک ہی نقطہ سے گذرتے ہیں۔ اس لیے یہ متراکز ہیں۔ ان کے نقطہ تراکز کو I نام دیجیے۔
4. مثلث کے نقطہ I سے مثلث کے اضلاع PQ، QR اور PR پر بالترتیب IA، IB اور IC عمود کھینچیے۔ ان تینوں عمودوں کی لمبائیوں کی پیمائش کیجیے۔

کیا ایسا ہے؟ $IA = IB = IC$

مثلث کے اضلاع کے عمودی ناصفوں کی خصوصیات

عملی کام





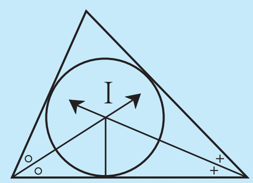
.1 پٹی (مسطر) کی مدد سے ایک حادۃ الزاویہ مثلث اور ایک منفرجۃ الزاویہ مثلث کھینچیے۔ دونوں مثلث کے ہر ضلع کا عمودی ناصف کھینچیے۔

.2 مشاہدہ کیجیے کہ کیا ہر مثلث کے ضلعوں کے عمودی ناصف متراکز ہیں۔

.3 مثلث کے اضلاع کے عمودی ناصف جس نقطہ پر ملتے ہیں، اس نقطے کو C نام دیجیے۔ C نقطے سے مثلث کے راسوں تک فاصلے ناپیے۔ (کیا دکھائی دے رہا ہے) CX = CY = CZ

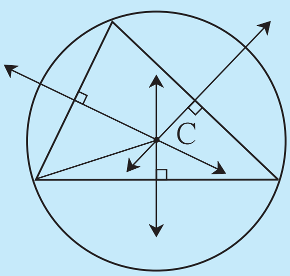
.4 مشاہدہ کیجیے کہ عمودی ناصفوں کا نقطہ تراکز کہاں ہے۔

✸ اضافی معلومات کے لیے



(1) مثلث کے زاویوں کے ناصف متراکز (Concurrent) ہوتے ہیں۔ اُن کے نقطہ تراکز کو داخلی مرکز (Incentre) کہتے ہیں۔ اُسے 'I' حرف سے ظاہر کرتے ہیں۔

(2) مثلث کے اضلاع کے عمودی ناصف متراکز ہوتے ہیں۔
ان کے نقطہ تراکز کو حائط مرکز (Circumcentre) کہتے ہیں۔
اُسے 'C' حرف سے ظاہر کرتے ہیں۔



مشقی سوالات 1

.1 ذیل میں دی ہوئی لمبائیوں کے قطعات خط کھینچیے اور ان کا عمودی ناصف کھینچیے۔

(i) 5.3 سم (ii) 6.7 سم (iii) 3.8 سم

.2 ذیل میں دی ہوئی پیمائشوں کے زاویے بنائیے اور اُن زاویوں کے ناصف کھینچیے۔

(i) 105° (ii) 55° (iii) 90°

.3 ایک منفرجتہ الزاویہ مثلث اور ایک قائمتہ الزاویہ مثلث بنائیے۔ دونوں مثلثوں کے زاویوں کے ناصفوں کے نقطہ تراکز کھینچیے۔ بتائیے ہر مثلث کا نقطۂ تراکز کہاں ہے؟

.4 ایک قائمتہ الزاویہ مثلث بنائیے۔ اُس کے اضلاع کے عمودی ناصف کھینچیے۔ بتائیے اس کا نقطہ تراکز کہاں ہے؟

*.5 شیلا، اجے اور سلمٰی تینوں ایک ہی شہر میں الگ الگ مقام پر رہتے ہیں۔ اُن کے گھروں سے مساوی فاصلے پر کھلونوں کی ایک دکان ہے۔ اسے شکل کی مدد سے ظاہر کرنے کے لیے کون سے ہندسی عمل کا استعمال کریں گے؟ وضاحت کیجیے۔

آیئے سمجھ لیں :

عملی کام

مثلث بنانا/مثلث کی تشکیل

ہم دیکھیں گے کہ اگر کچھ زاویوں کی اور کچھ ضلعوں کی پیمائشیں دی ہوتو کیا مثلث بنایا جاسکتا ہے۔

$\triangle ABC$ اس طرح بنایئے کہ $l(AB) = 4$ سم ، $l(BC) = 3$ سم

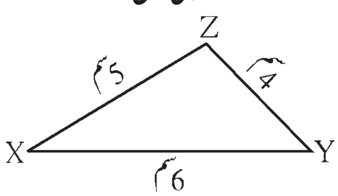
- کیاایسا مثلث بنا سکتے ہیں؟
- تجربہ کیجیے کہ اس شرط کو پورا کرنے والے کئی مثلث بنائے جاسکتے ہیں۔
- دی ہوئی معلومات کی بنا پر ایک اور صرف ایک مثلث بنانا ہوتو مزید کون سی شرط لینی ہوگی؟

کوئی بھی عمارت تعمیر کرنے سے پہلے کاغذ پر سب سے پہلے اس عمارت کا خاکہ کھینچا جاتا ہے۔ اس عمارت کا چھوٹا سا نمونہ بھی آپ نے دیکھا ہوگا۔ اس خاکہ کی مدد سے عمارت تعمیر کرنا آسان ہوجاتا ہے۔ اسی طرح کوئی بھی ہندسی عمل کرنے سے قبل اس ہندسی عمل کی خام (کچی) شکل بنانے سے دیے ہوئے ہندسی عمل کو بنانے میں مدد ملتی ہے۔ ہندسی عمل میں اعمال کی ترتیب طے کی جاسکتی ہے۔

(I) مثلث کے تینوں ضلعوں کی لمبائیاں دی ہوں تو مثلث بنانا

مثال : $\triangle XYZ$ اس طرح بنایئے کہ $l(XY) = 6$ سم ، $l(YZ) = 4$ سم ، $l(XZ) = 5$ سم

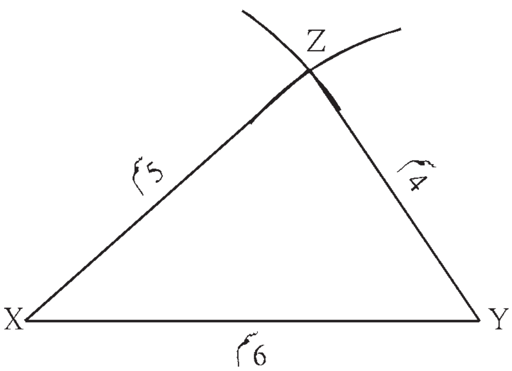
کچی شکل



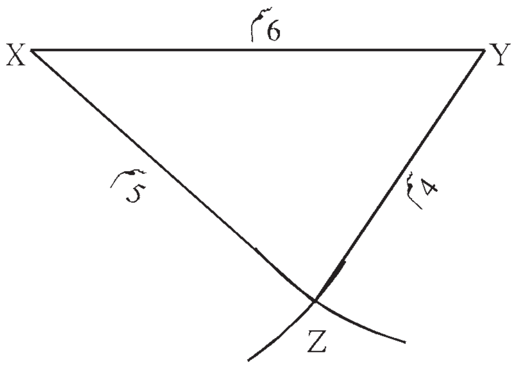
کچی شکل بناتے وقت دی ہوئی معلومات کو فوراً اور جہاں تک ہو سکے اُتنے مناسب پیمانے میں دکھایئے۔ مثال میں ضلع XY سب سے بڑا ہے۔ اس لیے کچی شکل میں بھی ویسا ہی ہونا چاہیے۔

شکل بنانے کے مراحل :

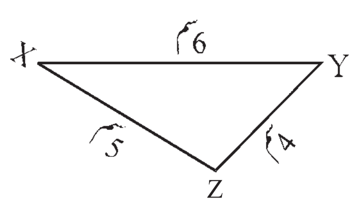
1. کچی شکل کے مطابق ضلع XY کو 6 سم لمبائی کے قاعدہ کے طور پر لیا گیا ہے۔
2. ضلع XZ کی لمبائی 5 سم ہونے کی وجہ سے پرکار میں 5 سم کا فاصلہ لے کر پرکار کی فولادی نوک X پر رکھ کر ضلع XY کے ایک جانب ایک قوس کھینچا۔
3. پرکار میں 4 سم فاصلہ لے کر پرکار کا فولادی سرا نقطہ Y پر رکھ کر پہلے کھینچے گئے قوس کو قطع کرنے والا دوسرا قوس کھینچا۔ نقطہ تقاطع کو 'Z' نام دیا۔ ضلع XZ اور ضلع YZ کھینچا۔



قاعدہ کے دوسری جانب قوس کھینچ کر ویسا ہی مثلث بنا کر دکھایا گیا۔



کچی شکل



.1 ذیل میں دی ہوئی پیمائشوں کی مدد سے مثلث بنائیے۔

(i) $\triangle ABC$ میں $l(AB) = 5.5$ سم، $l(BC) = 4.2$ سم، $l(AC) = 3.5$ سم

(ii) $\triangle STU$ میں، $l(ST) = 7$ سم، $l(TU) = 4$ سم، $l(SU) = 5$ سم

(iii) $\triangle PQR$ میں، $l(PQ) = 6$ سم، $l(QR) = 3.8$ سم، $l(PR) = 4.5$

.2 قاعدہ 5 سم اور باقی ماندہ ہر ضلع کی لمبائی 3.5 سم ہو تو متساوی الساقین مثلث کھینچیے۔

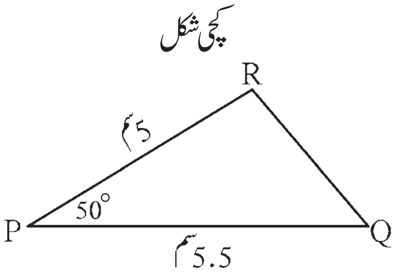
.3 ضلع 6.5 سم والا متساوی الاضلاع مثلث بنائیے۔

.4 آپ خود اپنے طور پر ضلعوں کی لمبائی لیجیے اور ایک متساوی الاضلاع مثلث ، ایک متساوی الساقین مثلث اور ایک مختلف الاضلاع مثلث بنائیے۔

(II) مثلث کے دو ضلع اور اُن کو شامل کرنے والا زاویہ دیا ہو تو مثلث بنانا :

مثال : $\triangle PQR$ اس طرح بنائیے کہ $l(PQ) = 5.5$ سم، $m\angle P = 50°$، $l(PR) = 5$ سم

(کچی شکل کھینچ کر اس میں دی ہوئی معلومات دکھائی گئی ہے $\angle P$ حادہ زاویہ ہے۔ اس کے مطابق کچی شکل میں کھینچا گیا ہے)



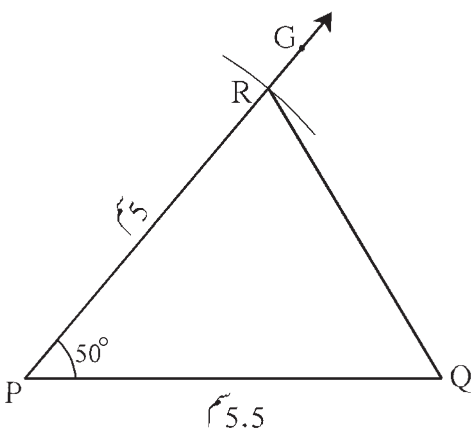
شکل کھینچنے کے مراحل :

.1 کچی شکل کے مطابق قاعدہ کے طور پر قطعہ PQ کھینچا جس کی لمبائی 5.5 سم ہے۔

.2 شعاع PG اس طرح کھینچا کہ $m\angle GPQ = 50°$

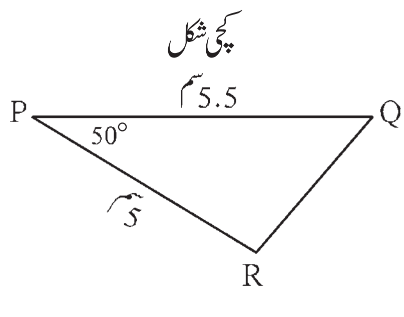
.3 پرکار میں 5 سم فاصلہ لیا۔ پرکار کا فولادی سرا نقطہ P پر رکھ کر شعاع PG پر قوس کھینچا۔ اس نقطہ تقاطع کو R نام دیا۔ نقطہ Q اور نقطہ R کو ملا دیا۔ اس طرح $\triangle PQR$ مطلوبہ مثلث بن گیا۔

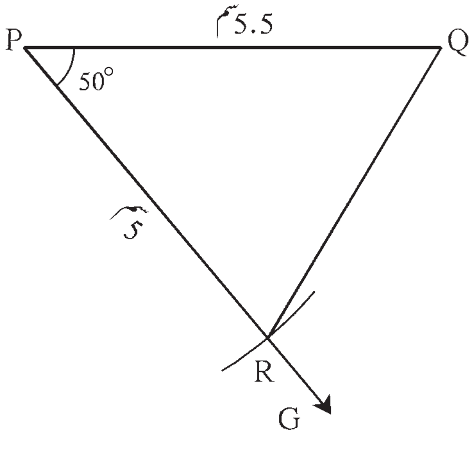
شعاع PG کو قطعہ PQ کے دوسری جانب بھی کھینچ سکتے ہیں۔



اب کچی شکل ذیل کے مطابق کھینچیں گے۔

اسی کے مطابق $\triangle PQR$ بنایا۔





مشقی سوالات 3

⦿ ذیل میں دی ہوئی پیمائشوں کی مدد سے مثلث بنائیے۔

1. $\triangle MAT$ میں $l(MA) = 5.2$ سم، $m\angle A = 80^\circ$، $l(AT) = 6$ سم

2. $\triangle NTS$ میں $m\angle T = 40^\circ$، $l(NT) = l(TS) = 5$ سم

3. $\triangle FUN$ میں $l(FU) = 5$ سم، $l(UN) = 4.6$ سم، $m\angle U = 110^\circ$

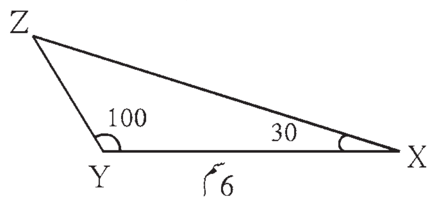
4. $\triangle PRS$ میں $l(RS) = 5.5$ سم، $l(RP) = 4.2$ سم، $m\angle R = 90^\circ$

(III) دو زاویے اور اُن کو شامل کرنے والے ضلع کی لمبائی دی ہو تو مثلث بنانا :

مثال : $\triangle XYZ$ اس طرح بنائیے کہ $l(YX) = 6$ سم، $m\angle ZXY = 30^\circ$، $m\angle XYZ = 100^\circ$۔

یہاں $\angle XYZ$ منفرجہ زاویہ ہے۔ ایسا ہی کچی شکل میں دکھایا گیا ہے۔

کچی شکل



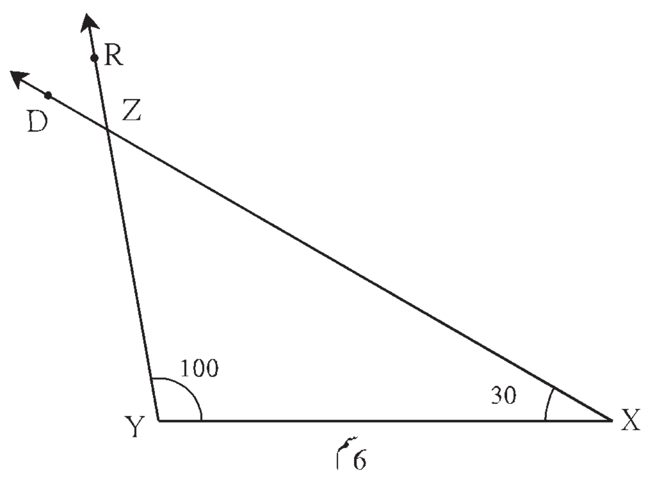
شکل کھینچنے کے مراحل :

1. کچی شکل کے مطابق قطعہ خط YX کو ہم نے 6 سم کا قاعدہ بنایا۔

2. شعاع YR کو اس طرح کھینچا کہ $m\angle XYR = 100^\circ$ بنا۔

3. قطعہ خط XY کے جس جانب نقطہ R ہے۔ اُسی جانب شعاع XD اس طرح کھینچا کہ $m\angle YXQ = 30^\circ$ بنا۔ YR اور XD شعاعوں کے نقطہ تقاطع کو Z نام دیا۔ $\triangle XYZ$ مطلوبہ مثلث تیار ہو گیا۔

4. قاعدہ کے دوسری جانب بھی ایسا ہی مثلث بنانے کا تجربہ کیجیے۔



آیئے غور کریں :

مثال : $\triangle ABC$ میں $m\angle A = 60^\circ$، $m\angle B = 40^\circ$ اور $l(AC) = 6$ سم ہے۔ تو کیا آپ $\triangle ABC$ کھینچ سکتے ہیں؟ مثلث بنانے کے لیے مزید کون سی معلومات دینے کی توقع ہے؟ یہ معلومات حاصل کرنے کے لیے کون سی خصوصیت استعمال کریں گے؟ کچی شکل کھینچ کر طے کیجیے۔ مثلث میں تینوں زاویوں کی پیمائشوں کے مجموعہ کی خصوصیت یاد کیجیے۔ اس خصوصیت کا استعمال کر کے کیا AC کو شامل کرنے والے $\angle A$ اور $\angle C$ کی پیمائشیں ملتی ہیں؟

مشقی سوالات 4

◉ ذیل میں دی ہوئی پیمائشوں کی مدد سے مثلث بنائیے۔

.1 $\triangle SAT$، میں $l(AT) = 6.4$ سم، $m\angle A = 45°$، $m\angle T = 105°$

.2 $\triangle MNP$، میں $l(NP) = 5.2$ سم، $m\angle N = 70°$، $m\angle P = 40°$

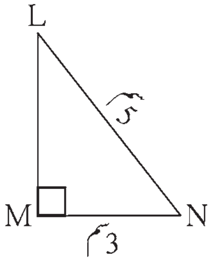
.3 $\triangle EFG$ میں $l(FG) = 6$ سم، $m\angle F = 65°$، $m\angle G = 45°$

.4 $\triangle XYZ$ میں $l(XY) = 7.3$ سم، $m\angle X = 34°$، $m\angle Y = 95°$

(IV) وتر اور ایک ضلع کی لمبائی دی ہو تو قائمۃ الزاویہ مثلث بنانا :

یہ تو ہمیں معلوم ہے کہ مثلث میں ایک زاویہ قائمہ ہو تو وہ مثلث قائمۃ الزاویہ مثلث ہوتا ہے۔ ایسے مثلث میں قائمہ زاویہ کے مقابل کا ضلع وتر ہوتا ہے۔

مثال : $\triangle LMN$ اس طرح بنائیے کہ $m\angle LMN = 90°$، وتر = 5 سم، $l(MN) = 3$ سم دی ہوئی معلومات کی بنا پر کچی شکل بنائیے۔



کچی شکل

$m\angle LMN = 90°$ اس لیے اندازاً قائمۃ الزاویہ مثلث بنایا اور قائمہ زاویہ کا نشان بھی دکھایا ہے۔ اس طرح دی ہوئی معلومات کچی شکل میں دکھائی ہے۔

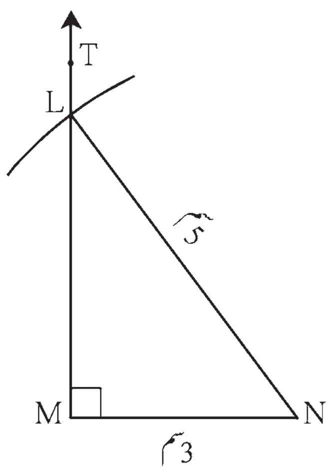
پکی شکل بنانے کے مراحل :

.1 کچی شکل میں دکھائے ہوئے طریقے کے مطابق 3 سم لمبائی کا قطعہ خط MN قاعدہ کھینچا۔

.2 قطعہ خط MN کے نقطہ M سے $90°$ پیمائش کا زاویہ بنانے والی شعاع MT کھینچا۔

.3 پرکار میں 5 سم فاصلہ لے کر پرکار کی فولادی نوک نقطہ N پر رکھ کر شعاع MT کو قطع کرنے والا قوس کھینچا۔ نقطہ تقاطع کو L نام دیا۔ اس طرح $\triangle LMN$ بن گیا۔

.4 یاد رکھیے کہ قاعدہ کے دوسرے جانب ایسی ہی شکل بنائی جا سکتی۔



مشقی سوالات 5

◉ ذیل میں دی ہوئی پیمائشوں کی مدد سے مثلث بنائیے۔

.1 $\triangle MAN$ میں $\angle MAN = 90°$، $l(AN) = 8$ سم، $l(MN) = 10$ سم

.2 قائمۃ الزاویہ مثلث STU میں $l(ST) = 4$ سم اور وتر $(SU) = 5$ سم

.3 $\triangle ABC$ میں $l(AC) = 7.5$ سم، $m\angle ABC = 90°$، $l(BC) = 5.5$ سم

.4 $\triangle PQR$ میں $l(PQ) = 4.5$ سم، $l(PR) = 11.7$ سم، $m\angle PQR = 90°$

.5 طلبہ سے مثلث بنانے کے لیے مختلف مثالیں بنا کر مشق کرائیے۔

عملی کام

ذیل کی معلومات کے مطابق مثلث بنانے کی کوشش کیجیے۔

.1 $\triangle ABC$ میں $m\angle A = 85°$ ، $m\angle B = 115°$ ، $l(AB) = 5$ سم

.2 $\triangle PQR$ میں سم $l(QR) = 2$ ، $l(PQ) = 4$ سم ، $l(PR) = 2$ سم

کیا آپ مذکورہ بالا دونوں مثلث بنا سکتے ہو؟ اگر نہیں بنا سکتے تو اس کے بارے میں وجہ معلوم کیجیے۔

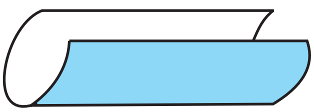
✸ **اضافی معلومات کے لیے عملی کام :**

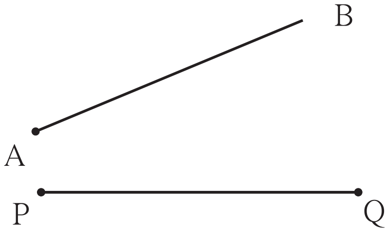
مثال : $\triangle ABC$ اس طرح بنایئے کہ $l(BC) = 8$ سم ، $l(AC) = 6$ سم ، $m\angle ABC=40°$ ، قاعدہ BC ، 8 سم کا بنایئے اور اس قاعدہ پر $40°$ کا زاویہ بنانے والی شعاع کھینچیے۔ اس پر سم $l(AC)=6$ آجائے اس طرح A کے لیے دو نقاط ملتے ہیں۔ یہ آپ پرکار کی مدد سے معلوم کیجیے۔ یعنی دی ہوئی پیمائشوں کے دو مختلف جسامت کے مثلث ملتے ہیں۔

اگر مثلث کے تینوں زاویے دیے ہوں اور ایک بھی ضلع نہیں دیا ہو تو کیا مثلث بنایا جا سکتا ہے؟ ایسے کتنے مثلث بنائے جا سکتے ہیں؟

آیئے سمجھ لیں :

قطعاتِ خط کی متماثلت (Congruence of Segment)





عملی کام I ایک مستطیلی کاغذ لیجیے۔ اس کاغذ کے مقابل کے ضلعوں کو ملایئے۔ مشاہدہ کیجیے کہ وہ ایک دوسرے کو مکمل طور پر ملتے ہیں یا منطبق ہوتے ہیں۔

عملی کام II پٹّی کی مدد سے قطعہ AB کی لمبائی ناپیے اور قطعہ PQ کی لمبائی ناپیے اور لکھیے۔

$l(PQ) =$ .... اور $l(AB) =$ ....

قطعہ خط AB اور قطعہ خط PQ ان قطعات خط کی لمبائی مساوی ہے نا؟ ان قطعاتِ خط کو اٹھا کر ایک دوسرے پر رکھ نہیں سکتے۔ ایک شفاف کاغذ AB پر رکھ کر اس کاغذ پر قطعہ خط AB نقاط کے نام کے ساتھ نقل (ٹریس) کیجیے۔ شفاف کاغذ پر حاصل ہونے والا نئے قطعہ خط کو قطعہ خط PQ پر رکھ کر جانچ کیجیے۔ نقطہ A کو نقطہ P پر رکھیں تو نقطہ B کا نقطہ Q پر منطبق ہونے کا مشاہدہ کیجیے۔ اس بنا پر سمجھ میں آتا ہے کہ قطعہ خط AB یہ قطعہ خط PQ سے متماثل ہے۔

اس سے نتیجہ اخذ ہوتا ہے کہ دو قطعات خط کی لمبائی مساوی ہو تو وہ قطعات خط ایک دوسرے پر منطبق ہوتے ہیں یعنی وہ متماثل ہوتے ہیں۔

قطعہ خط AB اور قطعہ خط PQ متماثل ہوں تو اسے قطعہ $AB \cong$ قطعہ PQ لکھتے ہیں۔

یہ میری سمجھ میں آگیا

اگر قطعات خط کی لمبائیاں مساوی ہوں تو قطعات خط متماثل ہوتے ہیں۔

- اگر قطعہ $PQ \cong$ قطعہ AB یعنی قطعہ $AB \cong$ قطعہ PQ
- (یاد رکھیے) اگر قطعہ $PQ \cong$ قطعہ AB اور قطعہ $MN \cong$ قطعہ PQ ہو تو قطعہ $MN \cong$ قطعہ AB

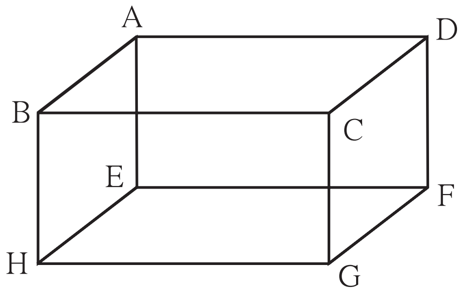
یعنی ایک قطعہ خط دوسرے سے اور دوسرا تیسرے سے متماثل ہو تو پہلا قطعہ خط تیسرے سے بھی متماثل ہوتا ہے۔

عملی کام I

کوئی بھی ایک باکس (کھوکھا) لیجیے۔اس کے ہر کنارے کی لمبائی ناپیے۔دیکھیے کہ کون کون سے کنارے متماثل ہیں۔

عملی کام II

ذیل میں دی ہوئی جسامت کی مدد سے متماثل قطعات خط کی جوڑیاں لکھیے۔



(1) قطعہ DC ≅ قطعہ AB

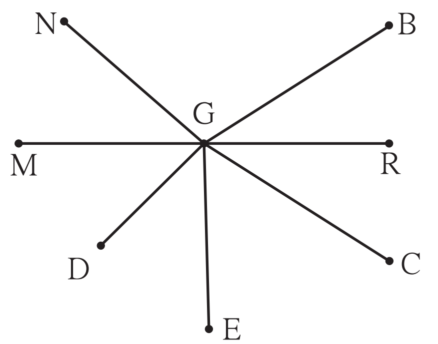
(2) قطعہ BH ≅ قطعہ AE

(3) .... قطعہ ≅ قطعہ EF

(4) .... قطعہ ≅ قطعہ DF

مشقی سوالات 6

.1 ذیل میں دی ہوئی شکل میں متماثل قطعات خط کی جوڑیاں لکھیے۔ (تقسیم کار کا استعمال کرکے معلوم کیجیے)



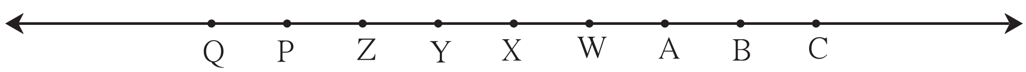
(i) ....

(ii) ....

(iii) ....

(iv) ....

.2 ذیل میں دیے ہوئے خط پر کوئی بھی دو متواتر نقاط کے درمیان مساوی فاصلہ ہے۔اس بنا پر خالی جگہ پُر کیجیے۔



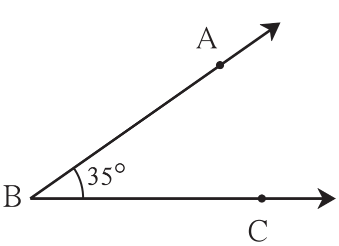
(i) قطعہ AB ≅ قطعہ......... (ii) قطعہ AP ≅ قطعہ .... (iii) قطعہ AC ≅ قطعہ ....

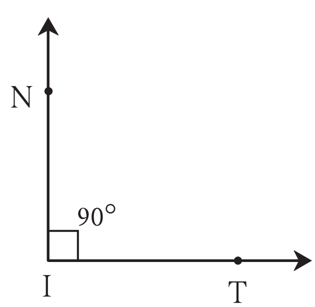
(iv) قطعہ .... ≅ قطعہ BY (v) قطعہ .... ≅ قطعہ YQ (vi) قطعہ BW ≅ قطعہ ....

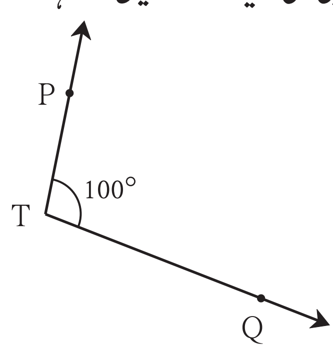
آیئے سمجھ لیں :

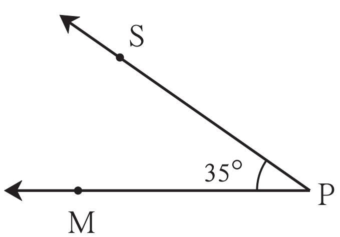
زاویوں کی متماثلت (Congruence of Angles)

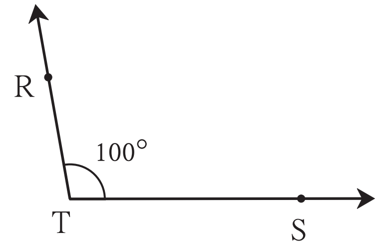
ذیل میں دیے ہوئے زاویوں کا مشاہدہ کرکے مساوی پیمائش والے زاویوں کی جوڑیاں لکھیے۔

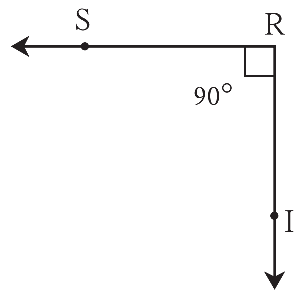




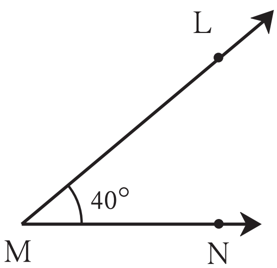


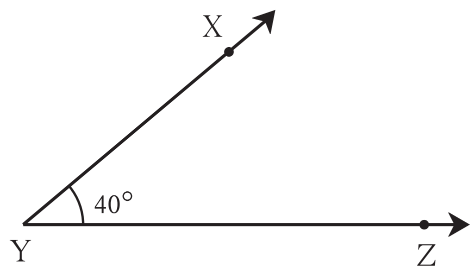






عملی کام





شکل میں دکھائے ہوئے کے مطابق 40° کے ∠LMN اور ∠XYZ دو زاویے کھینچیے۔ ایک شفاف کاغذ ∠LMN پر رکھ کر نقاط کے نام کے ساتھ زاویے کی ساقین بنائیے۔ شفاف کاغذ اٹھا کر حاصل ہونے والا زاویہ ∠XYZ پر رکھیے۔ نقطہ M نقطہ Y پر، شعاع MN شعاع YZ پر رکھ کر مشاہدہ کیجیے۔ شعاع ML، یہ شعاع YX پر منطبق ہوتی ہے۔

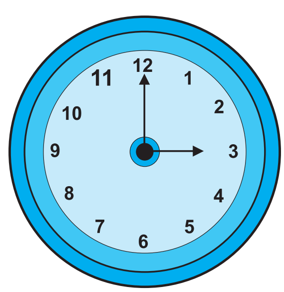
اس بنا پر ہمیں یہ سمجھ میں آتا ہے کہ مساوی پیمائشوں کے زاویے متماثل ہوتے ہیں۔ زاویوں کی متماثت ضلعوں یا ساقین کی لمبائی پر منحصر نہیں ہوتی۔ زاویوں کی متماثت ضلعوں یا ساقین کی لمبائی پر منحصر نہیں ہوتی۔ زاویوں کی متماثت زاویوں کی پیمائشوں پر منحصر ہوتی ہے۔ ∠LMN اور ∠XYZ متماثل ہیں اسے ∠LMN ≅ ∠XYZ اس طرح لکھتے ہیں۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

جن زاویوں کی پیمائش مساوی ہوتی ہے وہ زاویے متماثل ہوتے ہیں۔

- اگر ∠LMN ≅ ∠XYZ ہو تو ∠XYZ ≅ ∠LMN
- اسی طرح، اگر ∠LMN ≅ ∠ABC اور ∠ABC ≅ ∠XYZ ہو تو ∠LMN ≅ ∠XYZ

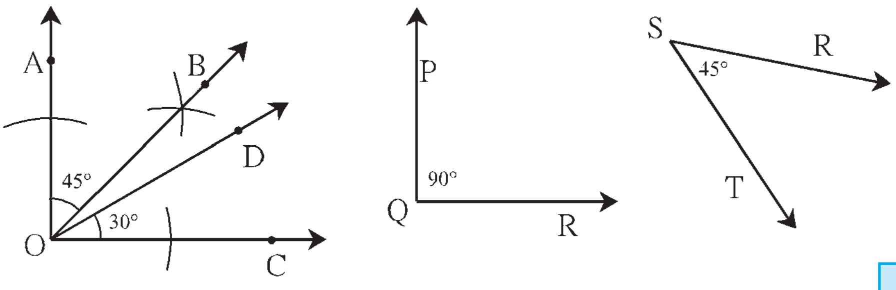
آئیے بحث کریں



1. گھڑی میں کتنے بجے ہیں؟ ☐
2. دو سوئیوں کے درمیان کتنے درجہ کی پیمائش کا زاویہ بنا ہے؟ ☐
3. اس زاویے کے متماثل زاویہ گھڑی کی سوئیوں کے درمیان اور کتنے بجے بنتا ہے؟ ☐

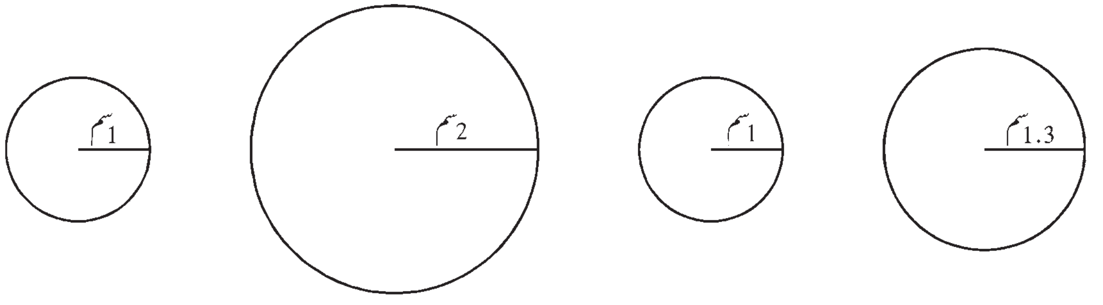
مشقی سوالات 7

◉ ذیل میں کچھ زاویے دیے ہوئے ہیں، ان میں سے متماثل زاویوں کی جوڑیاں علامت کا استعمال کر کے لکھیے۔



آیئے سمجھ لیں :

دائروں کی متماثلت (Congruence of Circles)



(a) (b) (c) (d)

عملی کام I اوپر دی ہوئی اشکال میں دائروں کا مشاہدہ کیجیے۔

اوپر کے مطابق 1 سم، 2 سم، 1 سم، 1.3 سم نصف قطر کے دائرے کاغذ پر کھینچیے اور اس سے دائرہ نما ٹکیہ کاٹیے۔ ان ٹکیوں کو ایک دوسرے پر رکھ کر دیکھیے کہ کون سی ٹکیہ ایک دوسرے پر منطبق ہوتی ہیں یا ایک دوسرے کو ڈھانک لیتی ہیں۔

مشاہدات :

1. شکل (a) اور (c) میں دائرے ایک دوسرے پر منطبق ہونے والے ہیں۔
2. شکل (b) اور (c) میں دائرے ایک دوسرے پر منطبق ہونے والے نہیں ہیں، شکل (a) اور شکل (d) میں دائرے ایک دوسرے پر منطبق ہونے والے نہیں ہیں۔

جو دائرے ایک دوسرے کو ڈھانک لیتے ہیں یا ایک دوسرے پر منطبق ہوجاتے ہیں اُن کو **متماثل دائرے** کہتے ہیں۔

عملی کام II مختلف جسامت کی لیکن مساوی موٹائی کی چوڑیاں لایئے۔ اُن میں کون سی چوڑیاں متماثل ہیں۔ معلوم کیجیے۔

عملی کام III روزمرہ کے کاروبار میں آپ کو متماثل دائرے کہاں دکھائی دیتے ہیں۔ معلوم کیجیے۔

عملی کام IV دائروی کناروں والی تھالیاں یا پیالیاں لیجیے۔ اُن کے کنارے ایک دوسرے سے ملا کر دیکھیے کہ کون سے کنارے ایک دوسرے کے متماثل ہیں۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

- جن دائروں کے نصف قطر مساوی ہوتے ہیں وہ دائرے متماثل ہوتے ہیں۔

ICT Tools or Links

جیوجیبر اسافٹ وئیر میں Construction tools کا استعمال کر کے مثلث اور دائرے کھینچیے۔

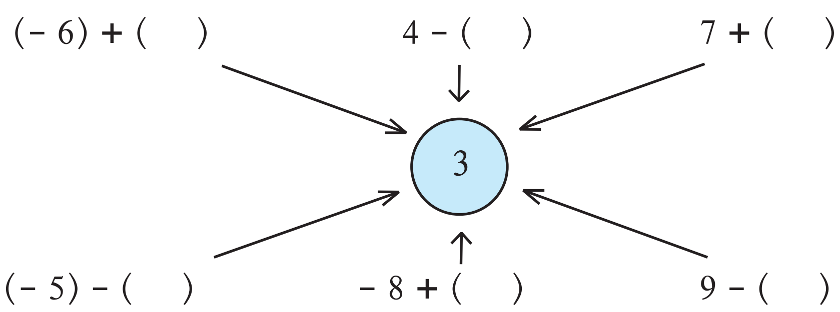
آیئے ذرا یاد کریں :

- گذشتہ جماعت میں ہم صحیح اعداد کی جمع اور تفریق کرنا سیکھ چکے ہیں۔ اس کا استعمال کرکے دی ہوئی خالی جگہ پُر کیجیے۔

(1) $5 + 7 = \square$ (2) $10 + (-5) = \square$ (3) $-4 + 3 = \square$

(4) $(-7) + (-2) = \square$ (5) $(+8) - (+3) = \square$ (6) $(+8) - (-3) = \square$

- ذیل میں دیے ہوئے ہر عمل کا جواب 3 آئے۔ اس طرح خالی قوسین میں مناسب عدد لکھیے۔



آیئے سمجھ لیں :

صحیح اعداد کی ضرب

میوری اپنے اسکول سے گھر جارہی تھی تو اس کی سائیکل پنکچر ہوگی۔ پنکچر نکالنے کے لیے اس کے پاس کافی پیسے نہیں تھے۔ تب اس کو شکیل، سہیل اور کلپنا ہر ایک نے پانچ روپے اُدھار دیے۔ اس کے پاس قرض کے 15 روپے جمع ہوگئے۔ اس طرح اس کی سائیکل کا پنکچر درست ہوا۔ ہم قرض کے روپے یا قرض کو '—' (نفی) علامت سے دکھاتے ہیں یعنی میوری پر 15 روپے کا قرض تھا۔ یا اس کے پاس -15 روپے تھے۔

یہاں ہم نے سمجھ لیا کہ، $\rightarrow (-5) + (-5) + (-5) = -15$

اس طرح ہمیں پتہ چلا کہ، $(-5) \times 3 = 3 \times (-5) = -15$

دوسرے دن مریم نے امّاں سے 15 روپے لا کر ہر ایک کے پیسے واپس کیے اور قرض ادا کیا۔ قرض ادا کرنا یعنی پیسے ملانا، اسے سمجھنے کے لیے اس عمل پر غور کیجیے ... $-(-15) = +15$

ہم مکمل اعداد کی ضرب اور تقسیم کرنا سیکھ چکے ہیں۔ یہ اعمال کرنے کے لیے 'پہاڑے' بھی بنا چکے ہیں۔ اب صحیح اعداد کی ضرب کا مطالعہ کریں گے۔ یعنی منفی اعداد، مثبت اعداد اور صفر سے مل کر جو گروہ (سیٹ) بنتا ہے۔ اس گروہ کے اعداد کی ضرب دیکھیں گے۔

$(-3)+(-3)+(-3)+(-3)$ یہ جمع یعنی (-3) عدد کو 4 مرتبہ لے کر کی گئی جمع ہے۔ وہ -12 ہے۔ اس جمع کو ہم $(-3)\times 4 = -12$ لکھ سکتے ہیں۔ اسی طرح $(-5)\times 6 = -30$ ، $(-7)\times 2 = -14$ ، $8\times(-7) = -56$

اب (4−) کا پہاڑا بنائیں گے۔

اس پہاڑے میں تواتر کا مشاہدہ کیجیے۔ یہاں (4−) کا مضروب فیہ ایک ایک سے بڑھتا جاتا ہے تو حاصل ضرب 4 سے کم ہوتا دکھائی دیتا ہے۔

$(-4)\times 0 = 0$
$(-4)\times 1 = -4$
$(-4)\times 2 = -8$
$(-4)\times 3 = -12$

یہی تواتر قائم رکھ کر (4−) کا پہاڑا اوپر کی جانب والے مضروب فیہ کو کم کر کے بڑھایا، تو اس طرح ہوگا دھیان میں رکھیے کہ (4−) کا مضروب فیہ ایک ایک سے کم ہوتا ہے تو حاصل ضرب 4 سے بڑھتا جاتا ہے۔

$(-4)\times(-2) = 8$
$(-4)\times(-1) = 4$
$(-4)\times 0 = 0$

ذیل کے جدول میں (5−) کا پہاڑا دیا ہوا ہے۔ جدول میں (6−) اور (7−) کا پہاڑا مکمل کیجیے۔

$(-5)\times(-3) = 15$	$(-6)\times(-3) =$ ☐	$(-7)\times(-3) =$ ☐
$(-5)\times(-2) = 10$	$(-6)\times(-2) =$ ☐	$(-7)\times(-2) =$ ☐
$(-5)\times(-1) = 5$	$(-6)\times(-1) =$ ☐	$(-7)\times(-1) =$ ☐
$(-5)\times 0 = 0$	$(-6)\times 0 =$ ☐	$(-7)\times 0 =$ ☐
$(-5)\times 1 = -5$	$(-6)\times 1 =$ ☐	$(-7)\times 1 =$ ☐
$(-5)\times 2 = -10$	$(-6)\times 2 =$ ☐	$(-7)\times 2 =$ ☐
$(-5)\times 3 = -15$	$(-6)\times 3 =$ ☐	$(-7)\times 3 =$ ☐
$(-5)\times 4 = -20$	$(-6)\times 4 =$ ☐	$(-7)\times 4 =$ ☐

یہ میری سمجھ میں آ گیا

- دو مثبت صحیح اعداد کا حاصل ضرب مثبت صحیح عدد ہوتا ہے۔ (مثبت عدد) = (مثبت عدد) × (مثبت عدد)
- ایک مثبت صحیح عدد اور ایک منفی صحیح عدد کا حاصل ضرب منفی صحیح عدد ہوتا ہے۔ (منفی عدد) = (منفی عدد) × (مثبت عدد)؛ (منفی عدد) = (مثبت عدد) × (منفی عدد)
- دو منفی صحیح اعداد کا حاصل ضرب مثبت صحیح عدد ہوتا ہے۔ (مثبت عدد) = (منفی عدد) × (منفی عدد)

مشقی سوالات 8

◉ ضرب کیجیے۔

(i) $(-5)\times(-7)$ (ii) $(-9)\times 6$ (iii) $(9)\times(-4)$ (iv) $(8)\times(-7)$

(v) $(-124)\times(-1)$ (vi) $(-12)\times(-7)$ (vii) $(-63)\times(-7)$ (viii) $(-7)\times(15)$

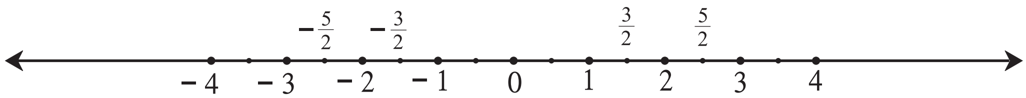
آیئے سمجھ لیں :

صحیح اعداد کی تقسیم

ایک مثبت صحیح عدد کو دوسرے مثبت صحیح عدد سے تقسیم کرنے کے عمل سے ہم واقف ہیں۔ ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ اس تقسیم کا خارج قسمت مکمل عدد یا کسر ہوتا ہے۔

مثلاً، $5 \div 3 = \frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}$ ، $6 \div 2 = \frac{6}{2} = 3$

عددی خط پر صفر کے بائیں جانب منفی صحیح اعداد دکھائے جاتے ہیں۔ اسی طرح اُن کے حصے بھی دکھائے جاتے ہیں۔



یہاں اعداد $-\frac{5}{2}$ ، $-\frac{3}{2}$ ، $\frac{3}{2}$ ، $\frac{5}{2}$ کو عددی خط پر دکھایا گیا ہے۔

$\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ، $\left(-\frac{3}{2}, \frac{-3}{2}\right)$ ، $\left(-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$ یاد رکھیے کہ یہ ایک دوسرے کے متضاد اعداد کی جوڑیاں ہیں۔

یعنی، $\frac{1}{2} + \frac{(-1)}{2} = 0$ ، $\frac{3}{2} + \frac{(-3)}{2} = 0$ ، $\frac{5}{2} + \frac{5}{2} = 0$

متضاد اعداد کی جوڑی کو جمعی معکوس اعداد کی جوڑی بھی کہتے ہیں۔

ہم جانتے ہیں کہ '$(-1) \times (-1) = 1$' ہوتا ہے۔ اس مساوات کے طرفین کو (-1) سے تقسیم کریں تو '$(-1) = \frac{1}{(-1)}$' مساوات حاصل ہوتی ہے۔ یعنی آپ کو معلوم ہونا چاہیے $\frac{1}{(-1)}$ اس کا خارج قسمت (-1) ہوتا ہے۔

اس بنا پر ہمیں سمجھ میں آتا ہے کہ، $6 \times (-1) = 6 \times \frac{1}{(-1)} = \frac{6}{(-1)}$

مثبت صحیح عدد کو منفی صحیح عدد سے تقسیم کرنا :

$$\frac{7}{-2} = \frac{7 \times 1}{(-1) \times 2} = 7 \times \frac{1}{(-1)} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{1} \times (-1) \times \frac{1}{2} = \frac{7 \times (-1)}{2} = \frac{-7}{2}$$

منفی صحیح عدد کو منفی صحیح عدد سے تقسیم کرنا :

$$\frac{-13}{-2} = \frac{(-1) \times 13}{(-1) \times 2} = \frac{(-1)}{(-1)} \times 13 \times \frac{1}{2} = (-1) \times \frac{(-1)}{1} \times \frac{13}{2} = 1 \times \frac{13}{2} = \frac{13}{2}$$

اسی طرح $\frac{-25}{-4} = \frac{25}{4}$ اور $\frac{-18}{-2} = \frac{18}{2} = 9$ وغیرہ کی تصدیق کر کے دیکھیے۔

اس طرح منفی صحیح اعداد کی تقسیم سمجھ میں آجاتی ہے۔

ایک صحیح عدد کو غیر صفر صحیح عدد سے تقسیم کرتے ہیں تو حاصل ہونے والا خارج قسمت لکھتے وقت نسب نما مثبت صحیح عدد ہونا چاہیے۔ اس مفروضے کو مان لیا گیا ہے۔ یعنی ہم $\frac{7}{-2} = \frac{-7}{2}$ ، $\frac{-11}{-3} = \frac{11}{3}$ لکھتے ہیں۔

یہ میری سمجھ میں آگیا

صحیح اعداد کی تقسیم کے اصول ضرب کے اصول کے جیسے ہی ہیں۔

- دو مثبت صحیح اعداد کی تقسیم کا خارج قسمت مثبت صحیح عدد آتا ہے۔
- دو منفی صحیح اعداد کی تقسیم کا خارج قسمت مثبت آتا ہے۔
- مثبت صحیح عدد اور منفی صحیح عدد کی تقسیم کا خارج قسمت ہمیشہ منفی عدد آتا ہے۔

مشقی سوالات 9

.1 ذیل کی مثالیں حل کیجیے۔

(i) $(-96) \div 16$ (ii) $98 \div (-28)$ (iii) $(-51) \div 68$ (iv) $38 \div (-57)$

(v) $(-85) \div 20$ (vi) $(-150) \div (-25)$ (vii) $100 \div 60$ (viii) $9 \div (-54)$

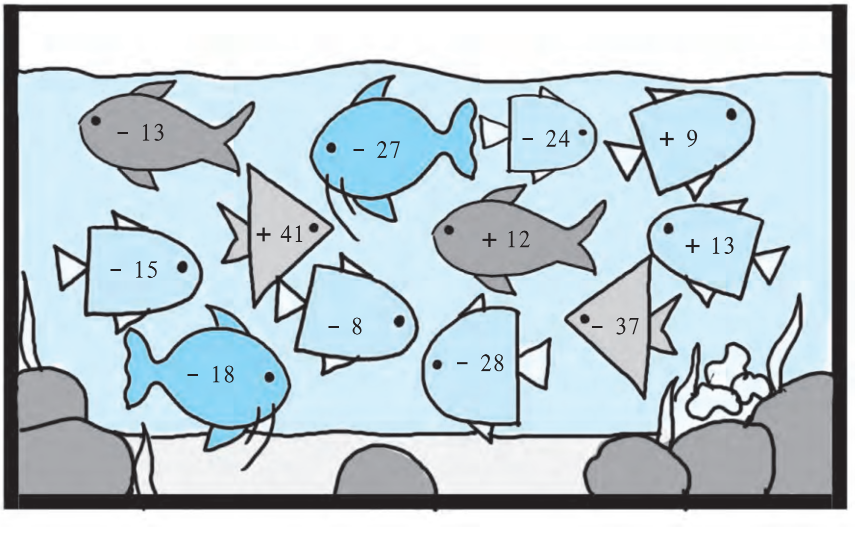
(ix) $78 \div 65$ (x) $(-5) \div (-315)$

*.2 صحیح اعداد کی تقسیم کی ایسی تین مثالیں بنائیے جن کا جواب $\frac{24}{5}$ آئے۔ (ایسی کسروں کی تین مثالیں)

*.3 صحیح اعداد کی تقسیم کی ایسی تین مثالیں بنائیے جن کا جواب $\frac{-5}{7}$ آئے۔ (ایسی کسروں کی تین مثالیں)

.4 نیچے ایک تالاب دیا ہوا ہے۔ اُس میں کچھ اعداد والی مچھلیاں ہیں۔ کوئی بھی چار جوڑیاں لے کر اُن کے اعداد کی ضرب کی مثالیں بنائیے۔ اسی طرح چار مختلف جوڑیاں لے کر ان کے اعداد کی چار تقسیم کی مثالیں بنائیے۔

مثالیں : 1. $(-13)\times(-15)=195$ 2. $(-24)\div 9=\frac{-24}{9}=\frac{-8}{3}$



آیئے ذرا یاد کریں :

- سب سے چھوٹا مفرد عدد (Prime number) کون سا ہے؟
- 1 سے 50 تک اعداد میں کتنے مفرد اعداد ہیں؟ اُن کی فہرست تیار کیجیے۔
- ذیل کے اعداد میں سے جو اعداد مفرد ہیں، ان کے گرد دائرہ بنایئے۔

17, 15, 4, 3, 1, 2, 12, 23, 27, 35, 41, 43, 58, 51, 72, 79, 91, 97

باہم مفرد اعداد **(Coprime number)** : جن دو اعداد کا مشترک عاد صرف '1' ہوتا ہے وہ اعداد ایک دوسرے کے باہم مفرد اعداد کہلاتے ہیں۔ انھیں (Relatively Prime numbers) بھی کہتے ہیں۔

مثلاً اعداد 10 اور 21 باہم مفرد اعداد ہیں۔ کیوں کہ 10 کے عاد : 1, 2, 5, 10 اور 21 کے عاد : 1, 3, 7, 21، ان دونوں کے عادوں میں مشترک عاد صرف '1' ہے۔ (3, 8)؛ (4, 9)؛ (21, 22)؛ (22, 23)؛ (23, 24) وغیرہ کچھ باہم مفرد اعداد کی جوڑیاں ہیں۔ تصدیق کیجیے کہ دو متواتر اعداد باہم مفرد ہوتے ہیں۔

آیئے سمجھ لیں :

جوڑ مفرد اعداد (Twin Prime numbers)

جن دو مفرد اعداد کے درمیان فرق 2 ہوتا ہے۔ اُن دونوں مفرد اعداد کو جوڑ مفرد اعداد کہتے ہیں۔

مثلاً : (3, 5)؛ (5, 7)؛ (11, 13)؛ (29, 31) وغیرہ۔

مشقی سوالات 10

1. ایسا عدد جو مفرد نہیں ہے اور مرکب بھی نہیں، وہ عدد کون سا ہے؟
2. درج ذیل جوڑیوں میں سے باہم مفرد اعداد کی جوڑیاں پہچانیے۔

   (i) 8, 14 (ii) 4, 5 (iii) 17, 19 (iv) 27, 15
3. 25 سے 100 تک تمام مفرد اعداد کی فہرست تیار کیجیے۔ وہ کتنے ہیں، لکھیے۔
4. 51 سے 100 تک کے تمام جوڑ مفرد اعداد کی جوڑیاں لکھیے۔
5. 1 سے 50 کے درمیان سے باہم مفرد اعداد کی 5 جوڑیاں لکھیے۔
6. مفرد اعداد میں سے جفت عدد کون سا ہے؟

آیئے سمجھ لیں :

اعداد کے مفرد اجزائے ضربی کرنا (Prime Factorisation of a Number)

اعداد کا م ذا اور م ع ا معلوم کرنے کے لیے اقلیدس کا ایک آسان اور بہت ہی اہم اصول اکثر استعمال کیا جاتا ہے۔ وہ اصول ہے کسی بھی مرکب عدد کو مفرد اعداد کی ضرب کی صورت میں لکھا جا سکتا ہے۔

ہم دیکھیں گے کہ اعداد کے مفرد عاد کس طرح کرتے ہیں۔

مثال : عدد 24 کے مفرد عادوں کو ضربی صورت میں لکھیے۔

مفرد اجزائے ضربی معلوم کرنے کا طریقہ :

افقی ترتیب

$24 = 2 \times 12$

$= 2 \times 2 \times 6$ ... 12 کے اجزائے ضربی کیے گئے ہیں

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$ ... 6 کے اجزائے ضربی کیے گئے ہیں

2 اور 3 مفرد اجزائے ضربی ہیں۔

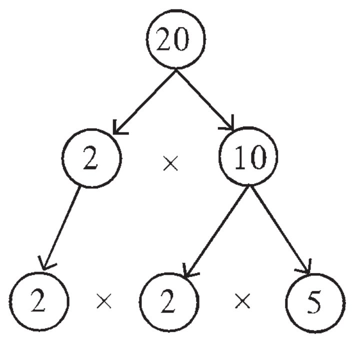
عمودی ترتیب

2	24
2	12
2	6
3	3
	1

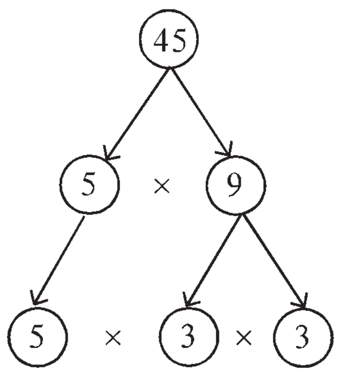
یاد رکھیں :

دیے ہوئے عدد کا اُن کے مفرد اجزائے ضربیوں کی صورت میں لکھنا یعنی اس عدد کے مفرد اجزائے ضربی کرنا۔

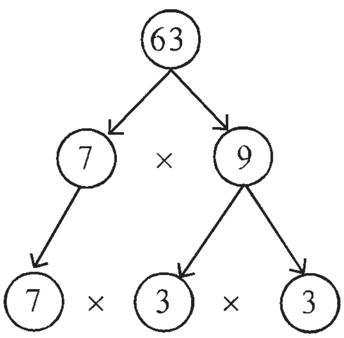
مثال : ذیل میں دیے ہوئے عدد کو مفرد اجزائے ضربیوں کی صورت میں لکھیے۔



$20 = 2 \times 2 \times 5$



$45 = 5 \times 3 \times 3$



$63 = 7 \times 3 \times 3$

مثال : 117 کے مفرد اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

3	117
3	39
13	13
	1

$117 = 13 \times 9$

$= 13 \times 3 \times 3$

$117 = 3 \times 3 \times 13$

مثال : 250 کے مفرد اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

2	250
5	125
5	25
5	5
	1

$250 = 2 \times 125$

$= 2 \times 5 \times 25$

$= 2 \times 5 \times 5 \times 5$

$250 = 2 \times 5 \times 5 \times 5$

مثال : 40 کے مفرد اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

عمودی ترتیب	
2	40
2	20
2	10
5	5
	1

$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$

افقی ترتیب

$$40 = 10 \times 4$$
$$= 5 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$40 = 8 \times 5$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

مشقی سوالات 11

◉ درج ذیل اعداد کے مفرد اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) 32 (ii) 57 (iii) 23 (iv) 150 (v) 216

(vi) 208 (vii) 765 (viii) 342 (ix) 377 (x) 559

آیئے ذرا یاد کریں :

مشترک عادِ اعظم (م ع ا) (HCF) (Highest Common Factor) (GCD) (Greatest Common Divisor)

ہم مثبت صحیح اعداد کا 'م ع ا' اور 'م ذ ا' کا افقی ترتیب سے مطالعہ کر چکے ہیں۔ اب ہم اُن کا مزید مختصراً مطالعہ کریں گے۔

دیے ہوئے اعداد کا مشترک عادِ اعظم اُن اعداد کا سب سے بڑا مشترک عاد ہوتا ہے۔ درج ذیل ہر مثال میں اعداد کے تمام عاد لکھیے اور اُن کا م ع ا معلوم کیجیے۔

(i) 28, 42 (ii) 51, 27 (iii) 25, 15, 35

آیئے سمجھ لیں :

مفرد اجزائے ضربی کا طریقہ : دیے ہوئے اعداد کا مفرد عاد معلوم کرکے م ع ا معلوم کرنا آسان ہوتا ہے۔

مثال : مفرد اجزائے ضربی کے طریقے سے 24 اور 32 کا م ع ا معلوم کیجیے۔

2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

$$32 = 8 \times 4$$
$$= \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{2} \times 2 \times 2$$

2	24
2	12
2	6
3	3
	1

$$24 = 4 \times 6$$
$$= \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{2} \times 3$$

ہر عدد کے اجزائے ضربی میں مشترک عاد 2 کی تعداد 3 مرتبہ ہے۔

∴ م ع ا $= 2 \times 2 \times 2 = 8$

مثال : اعداد 195، 312 اور 546 کے م ع ا معلوم کیجیے۔

$195 = 5 \times 39$

$= 5 \times \underline{3} \times \underline{13}$

$312 = 4 \times 78$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 39$

$= 2 \times 2 \times 2 \times \underline{3} \times \underline{13}$

$546 = 2 \times 273$

$= 2 \times 3 \times 91$

$= 2 \times \underline{3} \times 7 \times \underline{13}$

ہر عدد میں 3 اور 13 مشترک اعداد ایک ایک مرتبہ آئے ہیں۔

$\therefore$ ا ع م $= 3 \times 13 = 39$

مثال : اعداد 10، 15 اور 12 کے م ع ا معلوم کیجیے۔

$10 = 2 \times 5$

$15 = 3 \times 5$

$12 = 2 \times 2 \times 3$

ان اعداد میں کوئی بھی مفرد عدد مشترک عاد نہیں ہے۔ صرف 1 مشترک عاد ہے۔

$\therefore$ م ع ا $= 1$

مثال : اعداد 60، 12 اور 36 م ع ا معلوم کیجیے۔

$60 = 4 \times 15$

$= \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{3} \times 5$

$12 = 2 \times 6$

$= \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{3}$

$36 = 3 \times 12$

$= 3 \times 3 \times 4$

$= \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{3} \times 3$

$\therefore$ م ع ا $= 2 \times 2 \times 3 = 12$

اس مثال کو عمودی ترتیب میں کریں گے۔ ایک ہی مرتبہ تمام اعداد لکھ کر مفرد عاد معلوم کریں گے۔

2	60	12	36
2	30	6	18
3	15	3	9
	5	1	3

$\therefore$ م ع ا $= 2 \times 2 \times 3 = 12$

یاد رکھیے کہ عدد 12 یہ اعداد 36 اور 60 کا عاد ہے۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

- دیے ہوئے اعداد میں سے ایک عدد دیگر اعداد کا عاد ہو تو وہ عدد اُن کے دیے ہوئے اعداد کا م ع ا ہوتا ہے۔
- دیے ہوئے اعداد کے لیے ایک بھی مفرد عدد مشترک عاد نہیں ہو تو اُن اعداد کا م ع ا '1' ہوتا ہے، کیوں کہ '1' اُن کا تنہا مشترک عاد ہوتا ہے۔

✸ اضافی معلومات کے لیے

دو متواتر جفت اعداد کا م ع ا 2 ہوتا ہے اور 2 متواتر طاق اعداد کا م ع ا '1' ہوتا ہے۔ مختلف مثالیں لے کر اس اصول کی تصدیق کیجیے۔

'م ع ا' معلوم کرنے کے لیے تقسیم کا طریقہ :

مثال : اعداد 144 اور 252 کو 'م ع ا' معلوم کیجیے۔

(1) بڑے عدد کو چھوٹے عدد سے تقسیم کیجیے۔

(2) اس تقسیم سے ملنے والے باقی سے پہلے والے مقسوم الیہ کو تقسیم دیجیے۔

(3) مرحلہ 2 کی تقسیم میں ملنے والے باقی سے مرحلہ 2 کے مقسوم الیہ کو تقسیم دیجیے اور باقی معلوم کیجیے۔

(4) اسی طرح باقی صفر آنے تک یہی عمل دہرایئے۔

جس تقسیم میں باقی صفر حاصل ہو۔ اُس تقسیم کا مقسوم الیہ، دیے ہوئے اعداد کا 'م ع ا' ہے۔

```
144) 252( 1
    -144
    108)144( 1
       -108
         36)108(3
           -108
            000
```

$\therefore$ 'م ع ا' 252 کا اور 144 = 36

مثال : عدد $\frac{209}{247}$ کو مختصر ترین صورت میں لکھیے۔

مختصر ترین صورت میں لکھنے کے لیے اعداد کا مشترک عاد معلوم کریں گے۔ اس کے لیے 247 اور 209 کا 'م ع ا' تقسیم کے طریقے سے معلوم کریں گے۔

یہاں '19' م ع ا ہے۔ یعنی شمار کنندہ اور نسب نما کے مقام والے اعداد کو 19 سے تقسیم ہوگی۔

```
209) 247 ( 1
    -209
     38)209 (5
       -190
        19)38(2
          -38
           00
```

$$\therefore \frac{209}{247} = \frac{209 \div 19}{247 \div 19} = \frac{11}{13}$$

مشقی سوالات 12

1. 'م ع ا' معلوم کیجیے۔

(i) 25,40 (ii) 56, 32 (iii) 40, 60, 75 (iv) 16, 27 (v) 18, 32, 48

(vi) 105, 154 (vii) 42, 45, 48 (viii) 57, 75, 102 (ix) 56, 57 (x) 777,315, 588

2. تقسیم کے طریقے سے 'م ع ا' معلوم کیجیے اور مختصر ترین صورت میں لکھیے۔

(i) $\frac{275}{525}$ (ii) $\frac{76}{133}$ (iii) $\frac{161}{69}$

آیئے ذرا یاد کریں :

مشترک ذواضعافِ اقل (م ذا) [Least common Multiple (LCM)]

دیے ہوئے اعداد کا 'م ذا' یعنی اُن میں سے ہر عدد سے تقسیم ہونے والا (مقسوم) چھوٹے سے چھوٹا عدد ہوتا ہے۔

ذیل میں دیے ہوئے اعداد کا پہاڑا لکھیے اور اُن کا 'م ذا' معلوم کیجیے۔

(i) 6, 7 (ii) 8, 12 (iii) 5, 6, 15

آیئے سمجھ لیں :

مثال : 60 اور 48 کا 'م ذا' معلوم کیجیے۔

(1) ہر عدد کا مفرد اجزائے ضربی معلوم کریں گے۔

$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$ $\qquad$ $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$

مذکورہ بالا ضرب میں آنے والے ہر مفرد عدد دیکھیں گے۔

عدد 2 زیادہ سے زیادہ 4 مرتبہ آیا ہے۔ (48 کے مفرد اجزائے ضربی میں)

عدد 3 زیادہ سے زیادہ 1 مرتبہ آیا ہے۔ (60 کے مفرد اجزائے ضربی میں)

عدد 5 زیادہ سے زیادہ 1 مرتبہ آیا ہے۔ (60 کے مفرد اجزائے ضربی میں)

∴ م ذا $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 10 \times 24 = 240$

مثال : 18، 30 اور 50 کا 'م ذا' معلوم کیجیے۔

$50 = 2 \times 25 = 2 \times 2 \times 5$ | $30 = 2 \times 15 = 2 \times 3 \times 5$ | $18 = 2 \times 9 = 2 \times 3 \times 3$

اوپر دیے ہوئے ضرب میں 2، 3 اور 5 مفرد اعداد ہیں۔

عدد 2 زیادہ سے زیادہ ☐ مرتبہ آیا ہے۔ عدد 3 زیادہ سے زیادہ ☐ مرتبہ اور عدد 5 زیادہ سے زیادہ ☐ مرتبہ آئے ہیں۔

∴ م ذا $= 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 450$

∴ 18، 30 اور 50 کا 'م ذا' 450 ہے۔

مثال : 16، 28 اور 40 کا 'م ذا' معلوم کیجیے۔

- تقسیم پذیری کی کسوٹیوں کا استعمال کر کے تمام اعداد کو تقسیم دینے والا عدد معلوم کیجیے اور اُس سے دیے ہوئے اعداد کو تقسیم دیجیے۔ تقسیم سے حاصل ہونے والے اعداد کے لیے یہی عمل جتنی مرتبہ ممکن ہو کیجیے۔
- اب حاصل ہونے والے اعداد میں سے کم سے کم دو اعداد کو تقسیم دینے والا عدد معلوم کیجیے۔ اُس سے جن اعداد کو تقسیم ہوتی ہے۔ انھیں تقسیم کیجیے۔ جس عدد کی تقسیم نہیں ہوتی اسے ویسے ہی لکھیے۔ یہی عمل جتنی مرتبہ ممکن ہو اُتنی مرتبہ کیجیے۔
- 1 کے علاوہ دوسرے کوئی بھی عام (مفرد) عادنہ ہوں تو تقسیم کا عمل بند کر دیجیے۔
- بائیں ستون کے اعداد کی ضرب کیجیے۔ ان کو سب سے نیچے افقی لائن میں ضرب کر کے لکھیے۔

عمودی ترتیب

2	16	28	40
2	8	14	20
2	4	7	10
	2	7	5

∴ م ذا $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7 = 560$

مثال : 18 اور 30 کا 'م ذا' اور 'م ع ا' معلوم کیجیے۔ اُن کے حاصل ضرب اور دیے ہوئے اعداد کے حاصل ضرب کا موازنہ کیجیے۔

2	18	30
3	9	15
	3	5

م ع ا $= 2 \times 3 = 6$

م ذا $= 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$

م ذا $\times$ م ع ا $= 6 \times 90 = 540$

دیے ہوئے دو اعداد کا حاصل ضرب $= 18 \times 30 = 540$

م ذا $\times$ م ع ا $=$ دیے ہوئے دو اعداد کا حاصل ضرب

اس بنا پر ایسا دکھائی دیتا ہے کہ دو اعداد کا حاصل ضرب اُن اعداد کا 'م ع ا' اور 'م ذا' کے حاصل ضرب کے مساوی ہوتا ہے۔ اس بیان کی تصدیق ذیل کے اعداد کی جوڑیوں کے لیے کیجیے۔

(75, 120) ؛(14, 63) ؛(15, 48)

مثال : 15، 45 اور 105 کا م ذا اور م ع ا معلوم کیجیے۔

3	15	45	105
5	5	15	35
	1	3	7

$15 = 3 \times 5$

$45 = 3 \times 3 \times 5$

$105 = 3 \times 5 \times 7$

∴ م ع ا $= 3 \times 5 = 15$

∴ م ذا $= 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 315$

مثال : دو ہندسی دو اعداد کا حاصل ضرب 1280 ہے اور ان کا 'م ع ا' 4 ہے، تو ان کا 'م ذا' معلوم کیجیے۔

دیے ہوئے اعداد کا حاصل ضرب = م ذا × م ع ا

∴ $4 \times$ م ذا $= 1280$

∴ م ذا $= \frac{1280}{4} = 320$

مشقی سوالات 13

.1 م ذا معلوم کیجیے۔

(i) 12, 15 (ii) 6, 8, 10 (iii) 18, 32 (iv) 10, 15, 20 (v) 45, 86

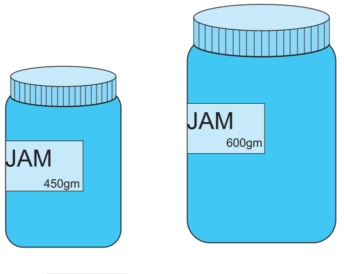
(vi) 15, 36, 27 (vii) 105, 195 (viii) 12, 15, 45 (ix) 63, 81 (x) 18, 36, 27

.2 درج ذیل اعداد کا 'م ع ا' اور 'م ذا' معلوم کیجیے۔ اُن کا حاصل ضرب دیے ہوئے اعداد کے حاصل ضرب کے برابر ہوتا ہے۔ تصدیق کیجیے۔

(i) 32, 37 (ii) 46, 51 (iii) 15, 60 (iv) 18, 63 (v) 78, 104

'م ذا' اور 'م ع ا' کا استعمال

مثال : ایک دکان میں 450 گرام جام کی چھوٹی بوتل 96 روپے کی ہے اور اسی جام کی 600 گرام کی بڑی بوتل 124 روپے کی ہے، تو کون سی بوتل خریدنا زیادہ فائدہ مند ہے؟



حل : ہم نے وحدانی طریقہ سیکھا ہے۔ اُسی طرح ہر بوتل کے 1 گرام جام کی قیمت معلوم کر کے موازنہ کر سکتے ہیں۔ لیکن چھوٹا مشترک عاد لینے کی بجائے بڑا مشترک عاد لیں تو حساب کرنا آسان ہو جاتا ہے۔

450 اور 600 کا 'م ع ا' 150 ہے۔ اس کا استعمال کریں گے۔

$450 = 150 \times 3$, $600 = 150 \times 4$

$\therefore$ 150 گرام جام کی قیمت چھوٹی بوتل میں $= \frac{96}{3} = 32$ روپے

150 گرام جام کی قیمت بڑی بوتل میں $= \frac{124}{4} = 31$ روپے

$\therefore$ 600 گرام جام کی بوتل خریدنا زیادہ فائدہ مند ہے۔

مثال : جمع کیجیے۔ $\frac{17}{28} + \frac{11}{35}$

حل : طریقہ : (I) جمع کرنے کے لیے کسروں کے نسب نما مساوی کریں گے۔

$$\frac{17}{28} + \frac{11}{35} = \frac{17 \times 35 + 11 \times 28}{28 \times 35} = \frac{595 + 308}{28 \times 35} = \frac{903}{28 \times 35} = \frac{903}{980} = \frac{129}{140}$$

طریقہ : (II) جمع کرنے کے لیے 28 اور 35 کا 'م ذا' معلوم کریں گے۔

م ذا $= 7 \times 4 \times 5 = 140$

$$\frac{17}{28} + \frac{11}{35} = \frac{17 \times 5}{28 \times 5} + \frac{11 \times 4}{35 \times 4} = \frac{85 + 44}{140} = \frac{129}{140}$$

نسب نما کا حاصل ضرب کرنے کی بجائے 'م ذا' لینے کی وجہ سے ہمارا حساب کتنا آسان ہو جاتا ہے!

مثال : ایک عدد کو بالترتیب 8، 10، 12، 14 سے تقسیم کریں تو ہر مرتبہ 3 باقی رہتا ہے تو ایسے چھوٹے سے چھوٹے عدد کو کیا کہتے ہیں۔

2	8	10	12	14
2	4	5	6	7
	2	5	3	7

حل : مقسوم عدد معلوم کرنے کے لیے دیے ہوئے مقسوم الیہ کا 'م ذا' معلوم کریں گے۔

$\therefore$ م ذا $= 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 7 = 840$

اس 'م ذا' میں آخر میں حاصل ہونے والا باقی ملائیں گے۔

$\therefore$ وہ عدد = م ذا + باقی $= 840 + 3 = 843$

مثال : 16، 20 اور 80 اعداد کا 'م ذا' معلوم کیجیے۔

4	16	20	80
4	4	5	20
5	1	5	5
	1	1	1

$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$20 = 2 \times 2 \times 5$

$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$

م ذا $= 4 \times 4 \times 5 = 80$

یہاں ایک لطف کی بات دکھائی دے رہی ہے وہ یہ کہ 80 دیے ہوئے اعداد میں سے ایک عدد ہے اور دیے ہوئے دوسرے اعداد 16 اور 20 اُس کے عاد ہیں۔ اس سے یہ سمجھ میں آتا ہے کہ

یاد رکھیں :

''اگر دیے ہوئے اعداد میں سے سب سے بڑے عدد کا عاد دوسرے اعداد بھی ہوں تو تب وہ بڑا عدد دیے ہوئے اعداد کا 'م ذا' ہوتا ہے۔''

مذکورہ بالا اصول کی تصدیق کے لیے (18, 90)؛ (35, 140, 70) اعداد کے گروہ سے جانچ کیجیے۔

مثال : جوزف، شہلا اور سہیل ایک دائروی دوڑ کے راستے کے ایک مقام پر سے ایک ہی وقت دوڑنا شروع کرتے ہیں اور بالترتیب 16، 24 اور 18 منٹ میں ایک چکر مکمل کرتے ہیں، تو وہ تینوں کم سے کم کتنے وقت کے بعد ابتدائی مقام پر ایک ہی وقت پہنچیں گے۔

حل : جس وقت وہ اکٹھا ہوں گے، وہ وقت 16، 24 اور 18 کے ضعف میں ہوگا۔ وہ وقت کم سے کم کتنا ہوگا اسے معلوم کرنے کے لیے 'م ذا' معلوم کریں گے۔

$18 = 2 \times 3 \times 3$	$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$	$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

∴ م ذا $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 144$

144 منٹ یا 2 گھنٹہ 24 منٹ پر وہ اکٹھا ہوں گے۔

مشقی سوالات 14

.1 مناسب متبادل تلاش کیجیے۔

(i) 120 اور 150 کا 'م ع ا' .... ہے۔

(1) 30 (2) 45 (3) 20 (4) 120

(ii) درج ذیل میں سے .... ان دو اعداد کا 'م ع ا' 1 نہیں ہے۔

(1) 13, 17 (2) 29, 20 (3) 40, 20 (4) 14, 15

.2 م ع ا اور م ذا معلوم کیجیے۔

(i) 14, 28 (ii) 32, 16 (iii) 17, 102, 170 (iv) 23, 69 (v) 21, 29, 84

.3 م ذا معلوم کیجیے۔

(i) 36, 42 (ii) 15, 25, 30 (iii) 18, 42, 48 (iv) 4, 12, 20 (v) 24, 40, 80, 120

.4 ایک عدد کو 8، 9، 10، 15، 20 اعداد سے تقسیم کرتے ہیں تو ہر مرتبہ 5 باقی رہتا ہے، تو ایسا چھوٹے سے چھوٹا عدد لکھیے۔

.5 $\frac{348}{319}$ ، $\frac{221}{247}$ ، $\frac{437}{551}$ کسروں کی مختصر ترین صورت لکھیے۔

.6 دو اعداد کا 'م ذا' اور 'م ع ا' بالترتیب 432 اور 72 ہے۔ دو اعداد میں سے ایک عدد 216 ہو تو دوسرا عدد معلوم کیجیے؟

.7 دو ہندسی دو اعداد کا حاصل ضرب 765 ہے اور ان کا 'م ع ا' 3 ہے، تو ان کا 'م ذا' معلوم کیجیے۔

.8 ایک فروش کنندہ کے پاس 392 میٹر، 308 میٹر، 490 میٹر لمبائی کی پلاسٹک کے دھاگے کی تین بنڈل ہیں۔ دھاگا باقی نہ رہے اس طرح ان تینوں بنڈلوں کے دھاگوں کے یکساں لمبائی کے ٹکڑے کیے گئے تو ہر ٹکڑا زیادہ سے زیادہ کتنی لمبائی کا ہوگا؟

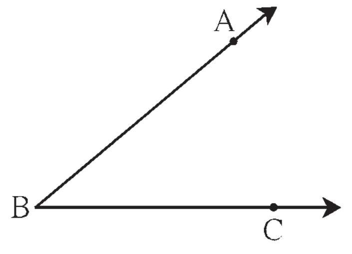
*.9 دو متواتر جفت اعداد کا 'م ذا' 180 ہے تو وہ اعداد معلوم کیجیے۔

❑❑❑

4 زاویہ اور زاویوں کی جوڑیاں

AZ63HN

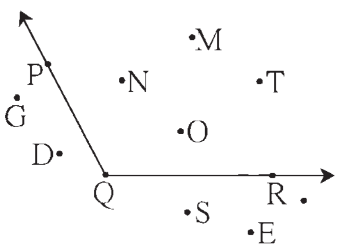
آیئے ذرا یاد کریں :



- بازو میں دیے ہوئے زاویے کا نام لکھیے۔ ....
- زاویے کے راس کا نام لکھیے۔ ....
- زاویے کی ساقین کے نام لکھیے۔ ....
- ساقین پر دکھائے ہوئے نقاط کے نام لکھیے۔ ....

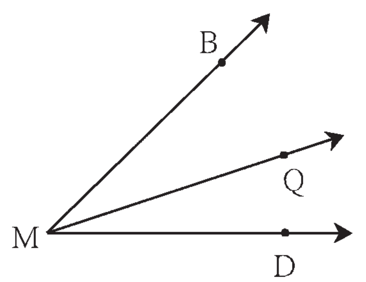
آیئے سمجھ لیں :

زاویے کا اندرونی حصہ اور بیرونی حصہ



- بازو کی شکل میں مستوی میں زاویے کے اضلاع پر کے نقاط کے علاوہ واقع نقطہ N، نقطہ M، نقطہ T جیسے نقاط کے گروہ $\angle PQR$ کے اندرونی حصہ (Interior of an angle) میں واقع ہیں۔
- مستوی میں جو نقاط زاویے کے ساقین پر نہیں ہیں اور وہ زاویے کے اندرونی حصے میں بھی نہیں ہیں۔ نقطہ G، نقطہ D، نقطہ E جیسے نقاط کا گروہ $\angle PQR$ کے بیرونی حصہ میں (Exterior of an angle) واقع ہیں۔

متصلہ زاویے (Adjacent angles)



بازو کی شکل میں زاویہ دیکھیے۔ $\angle BMQ$ اور $\angle QMD$ اِن دونوں زاویوں کی شعاع MQ یہ ایک ساق مشترک ہے اور M راسی نقطہ مشترک ہے۔ اِن زاویوں کے اندرونی حصے میں ایک بھی نقطہ مشترک نہیں ہے۔ یہ زاویے ایک دوسرے کے بازو میں ہیں۔ ایسے زاویوں کو متصلہ زاویے کہتے ہیں۔

متصلہ زاویوں کی ایک ساق مشترک ہوتی ہے اور باقی دو ساق مشترک ساق کے مخالف جانب ہوتی ہیں اور ان کا راس مشترک ہوتا ہے۔ متصلہ زاویوں کے اندرونی حصے مختلف ہوتے ہیں۔

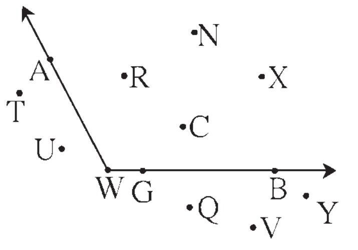
مذکورہ بالا میں $\angle BMD$ اور $\angle BMQ$ ان زاویوں کی MB ساق مشترک ہے۔ لیکن یہ متصلہ زاویے نہیں ہیں۔ کیوں کہ ان کا اندرونی حصہ بالکل مختلف نہیں ہے۔

یہ میری سمجھ میں آگیا

جن دو زاویوں کا راس مشترک ہوتا ہے، ایک ساق مشترک ہوتی ہے اور ان کے اندرونی حصے مختلف ہوتے ہیں، ان زاویوں کو متصلہ زاویے کہتے ہیں۔

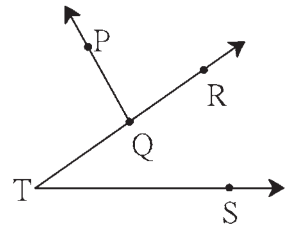
مشقی سوالات 15

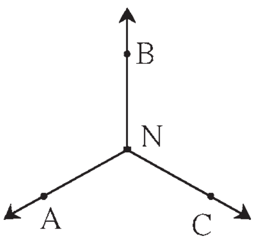
.1 شکل کا مشاہدہ کیجیے اور ∠AWB کے لیے ذیل کی جدول مکمل کیجیے۔



زاویہ کے اندرونی حصے میں واقع نقاط کے نام لکھیے۔	
زاویہ کے بیرونی حصے میں واقع نقاط کے نام لکھیے۔	
زاویہ کے ساقین پر واقع نقاط کے نام لکھیے۔	

.2 ذیل کی اشکال میں متصلہ زاویوں کی جوڑیاں لکھیے۔

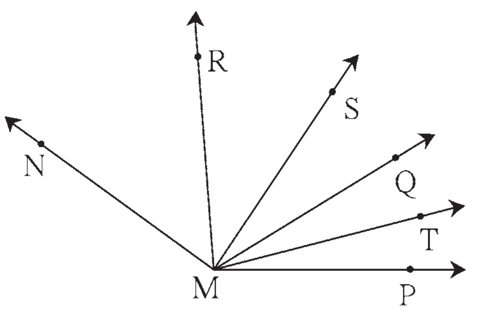




.3 کیا زاویوں کی درج ذیل جوڑیاں متصلہ ہیں؟ متصلہ نہ ہوں تو وجہ لکھیے۔

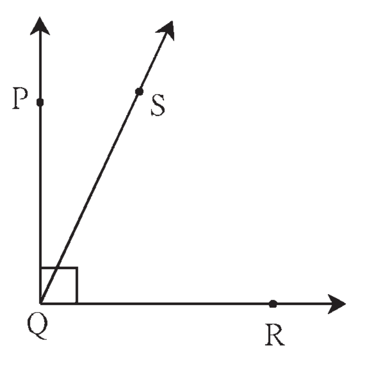
(i) ∠PMQ اور ∠RMQ (ii) ∠RMQ اور ∠SMR

(iii) ∠RMS اور ∠RMT (iv) ∠SMT اور ∠RMS



آیئے سمجھ لیں :

مکملہ زاویے (Complementary angles)

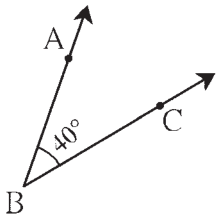


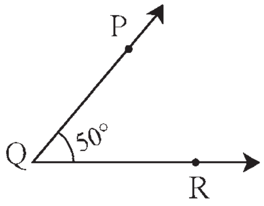
- ∠PQR ایک قائمہ زاویہ کھینچیے۔
- اس کے اندرونی حصے میں 'S' کوئی بھی ایک نقطہ لیجیے۔
- شعاع QS کھینچیے۔
- ∠PQD اور ∠SQR کی پیمائشوں کی جمع کیجیے۔
- مجموعہ کتنا ہوگا؟

جن دو زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ 90° ہوتا ہے وہ زاویے ایک دوسرے کے مکملہ زاویے کہلاتے ہیں۔

یہاں ∠PQS اور ∠SQR ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہیں۔

مثال : شکل میں زاویوں کا مشاہدہ کیجیے اور چوکون میں مناسب عدد لکھیے۔





$m\angle ABC = \square^\circ$

$m\angle PQR = \square^\circ$

$m\angle ABC + m\angle PQR = \square^\circ$

$\angle ABC$ اور $\angle PQR$ کی پیمائشوں کا مجموعہ 90° ہے وہ اس لیے وہ ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہیں۔

مثال : 70° پیمائش کے زاویے کے مکملہ زاویے کی پیمائش کتنی ہے؟

حل : فرض کیجیے دیے ہوئے زاویے کے مکملہ زاویہ کی پیمائش x° ہے۔

$70 + x = 90$

$\therefore \; 70 + x - 70 = 90 - 70$

$\therefore \; x = 20^\circ$

$\therefore$ 70° پیمائش کے مکملہ زاویے کی پیمائش 20° ہے۔

مثال: $(a + 15)^\circ$ اور $(2a)^\circ$ یہ دونوں ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہیں، تو ہر زاویے کی پیمائش کتنی ہے؟

حل :

$a + 15 + 2a = 90$

$\therefore \; 3a + 15 = 90$

$\therefore \; 3a = 75$

$\therefore \; a = 25$

$\therefore \; a + 15 = 25 + 15 = 40^\circ$

$\therefore \; 2a = 25 \times 15 = 50^\circ$

مشقی سوالات 16

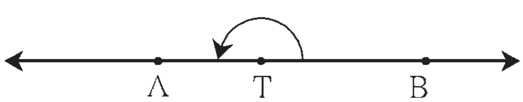
1. ذیل میں کچھ زاویوں کی پیمائشیں دی ہوئی ہیں۔ اُن کے مکملہ زاویوں کی پیمائشیں لکھیے۔

(i) 40° (ii) 63° (iii) 45° (iv) 55° (v) 20° (vi) 90° (vii) x°

2. $(y - 20)^\circ$ اور $(y + 30)^\circ$ ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہیں، تو ہر زاویے کی پیمائش معلوم کیجیے۔

آیئے ذرا یاد کریں :

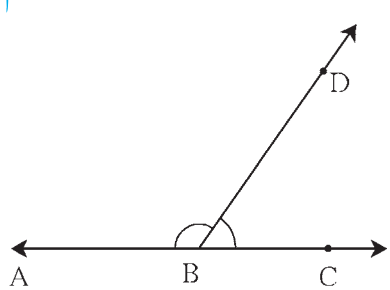
خط AB پر T ایک نقطہ ہے۔



- $\angle ATB$ اس زاویے کی قسم کون سی ہے؟
- اس کی پیمائش کتنی ہے؟

آیئے سمجھ لیں :

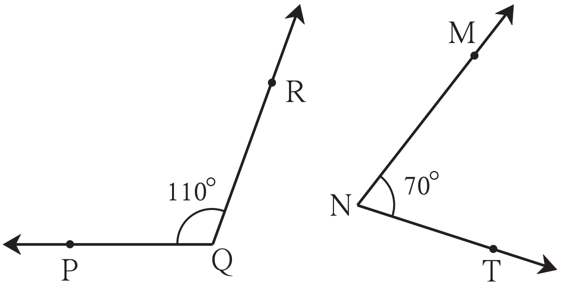
متمم زاویے (Supplementry angles)



- بازو کی شکل میں ایک خط AC دیا ہوا ہے۔ خط پر نقطہ B سے ایک شعاع BD کھینچی گئی ہے۔ یہاں کتنے زاویے ہیں؟
- $m\angle DBC = \square^\circ$، $m\angle ABD = \square^\circ$،
- $m\angle ABD + m\angle DBC = \square^\circ$

جن دو زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے، وہ ایک دوسرے کے متمم زاویے کہلاتے ہیں۔ یہاں $\angle ABD$ اور $\angle DBC$ ایک دوسرے کے متمم زاویے ہیں۔

مثال : ذیل کی شکل میں زاویوں کا مشاہدہ کیجیے اور چوکونوں میں مناسب عدد لکھیے۔



$m\angle PQR = \square^\circ$ ، $m\angle MNT = \square^\circ$

$m\angle PQR + \angle MNT = \square^\circ$

$\angle PQR$ اور $\angle MNT$ ایک دوسرے کے متمم زاویے ہیں۔

مثال : 135° پیمائش کے متمم زاویے کی پیمائش معلوم کیجیے۔

حل : فرض کیجیے 135° پیمائش کے متمم زاویے کی پیمائش p° ہے۔

متمم زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔

$135 + p = 180$

$\therefore \quad 135 + p - 135 = 180 - 135$

$\therefore \quad p = 45^\circ$

$\therefore$ 135° پیمائش کے متمم زاویے کی پیمائش 45° ہے۔

مثال : $(a + 30)^\circ$ اور $(2a)^\circ$ والے زاویے ایک دوسرے کے متمم زاویے ہیں تو ہر ایک زاویے کی پیمائش کتنی ہے؟

حل :

$a + 30 + 2a = 180$

$\therefore \quad 3a = 180 - 30$

$\therefore \quad 3a = 150$

$\therefore \quad a = 50$

$\therefore \quad a + 30 = 50 + 30 = 80^\circ$

$\therefore \quad 2a = 2 \times 50 = 100^\circ$

$\therefore$ ان زاویوں کی پیمائشیں 80° اور 100° ہیں۔

مشقی سوالات 17

1. ذیل میں دیے ہوئے زاویوں کے متمم زاویوں کی پیمائشیں لکھیے۔

(i) 15° (ii) 85° (iii) 120° (iv) 37° (v) 108° (vi) 0° (vii) a°

2. ذیل میں کچھ زاویوں کی پیمائشیں دی ہوئی ہیں، اُن میں سے متمم زاویوں اور مکملہ زاویوں کی جوڑیاں بنائیے۔

$m\angle B = 60^\circ$, $m\angle N = 30^\circ$, $m\angle Y = 90^\circ$, $m\angle J = 150^\circ$

$m\angle D = 75^\circ$, $m\angle E = 0^\circ$, $m\angle F = 15^\circ$, $m\angle G = 120^\circ$

3. $\triangle XYZ$ میں $m\angle Y = 90^\circ$ ، $\angle X$ اور $\angle Z$ زاویوں کا ایک دوسرے سے تعلق لکھیے۔

4. مکملہ زاویوں کی جوڑیوں میں زاویوں کی پیمائشوں میں فرق 40° ہو تو اُن زاویوں کی پیمائشیں معلوم کیجیے۔

5. $\square PTNM$ ایک مستطیل ہے۔ اس شکل میں متمم زاویوں کی جوڑیاں لکھیے۔

*6. اگر $m\angle A = 70^\circ$ ہو تو $\angle A$ کے مکملہ زاویے کے متمم زاویے کی پیمائش کتنی ہے؟

7. $\angle A$ اور $\angle B$ ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہیں اور $m\angle B = (x + 20)^\circ$ ہو تو $m\angle A$ کتنا ہے؟

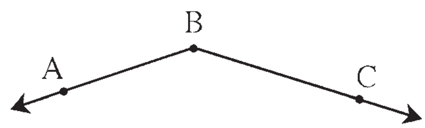
آیئے بحث کریں

ذیل کے بیانات پر بحث کریں۔ بیان صحیح ہو تو اس کی مثالیں دیجیے۔ بیان غلط ہو تو وجہ بتائیے۔

- دو حادّہ زاویے ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہو سکتے ہیں۔
- دو قائمہ زاویے ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہو سکتے ہیں۔
- ایک حادّہ زاویہ اور ایک منفرجہ زاویہ ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہو سکتے ہیں۔
- دو حادّہ زاویے ایک دوسرے کے متمم زاویے ہو سکتے ہیں۔
- دو قائمہ زاویے ایک دوسرے کے متمم زاویے ہوتے ہیں۔
- ایک حادّہ زاویہ اور ایک منفرجہ زاویہ ایک دوسرے کے متمم زاویے ہو سکتے ہیں۔

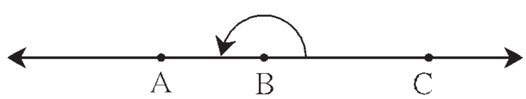
آیئے سمجھ لیں :

مخالف شعاعیں (Opposite Rays)



شکل (i)

- بازو میں دی ہوئی شکل میں شعاعوں کے نام بتائیے۔
- شعاعوں کے ابتدائی نقطہ کے نام بتائیے۔
- شکل (i) میں زاویہ کا نام لکھیے۔



شکل (ii)

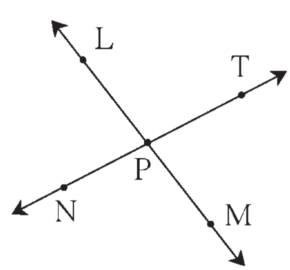
- بازو کی شکل (ii) میں زاویہ کا نام لکھیے۔
- شکل میں B ابتدائی نقطہ ہو تو شعاعوں کے نام لکھیے۔

شکل (i) میں شعاع BC اور شعاع BA مل کر ایک منفرجہ زاویہ بنتا ہے تو شکل (ii) میں شعاع BC اور شعاع BA مل کر مستقیم زاویہ بنتا ہے اور ایک مستقیم خط ملتا ہے۔ یہاں شعاع BC اور شعاع BA، ایک دوسرے کی مخالف شعاعیں ہیں۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

جن دو شعاعوں کا ابتدائی نقطہ مشترک ہوتا ہے اور اُن شعاعوں سے ایک خط بنتا ہے، تب وہ شعاعیں ایک دوسرے کی مخالف شعاعیں کہلاتی ہیں۔

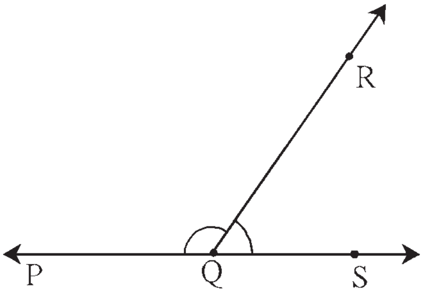
مشقی سوالات 18



1. بازو میں دی ہوئی شکل کی مخالف شعاعوں کے نام لکھیے۔
2. کیا شعاع PM اور شعاع PT مخالف شعاعیں ہیں؟ وجہ لکھیے۔

آیئے سمجھ لیں :

خطی جوڑی کے زاویے (Angles in Linear Pair)



- بازو کی شکل میں زاویوں کے نام لکھیے۔
- زاویوں کی جوڑی کس قسم کی ہے؟
- زاویوں کی غیر مشترک ساقین کون سی ہیں؟
- $m\angle PQR = \square^\circ$
- $m\angle RQS = \square^\circ$
- $m\angle PQR + \angle RQS = 180^\circ$

شکل میں $\angle PQR$ اور $\angle RQS$ متصلہ زاویے ہیں۔اسی طرح وہ متمم زاویے بھی ہیں۔
ان کی غیر مشترک ساقین ایک دوسرے کے متضاد شعاعیں ہیں، اس لیے ان ساقین سے ایک خط بنتا ہے۔ یہ دو زاویے خطی جوڑی کے زاویے کہلاتے ہیں۔ **خطی جوڑی کے زاویوں کی پیائشوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔**

یہ میری سمجھ میں آ گیا

جن دو زاویوں کی ایک ساق مشترک ہوتی ہے اور غیر مشترک ساقین مستقیم خط بناتی ہیں۔ انھیں خطی جوڑی کے زاویے کہتے ہیں۔ خطی جوڑی کے زاویے ایک دوسرے کے متمم زاویے ہوتے ہیں۔

سرگرمی : اسٹرا یا سیدھی نلکیاں لے کر زیر مطالعہ زاویوں کی جوڑیاں بنائیے۔

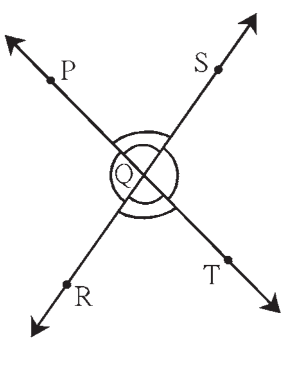
مشقی سوالات 19

ذیل میں دیے ہوئے بیان کے مطابق زاویوں کی جوڑیاں بنائیے۔ اگر نہیں بنا سکتے تو وجہ لکھیے۔

(i) غیر متصلہ مکملہ زاویے
(ii) غیر متمم خطی جوڑی کے زاویے
(iii) غیر خطی جوڑی والے متمم زاویے
(iv) غیر خطی جوڑی والے متصلہ زاویے
(v) جو مکملہ زاویے نہیں ہیں اور متصلہ زاویے بھی نہیں ہیں۔
(vi) مکملہ زاویے والی خطی جوڑی کے زاویے

آیئے سمجھ لیں :

متقابلہ زاویے (Vertically Opposite Angles)



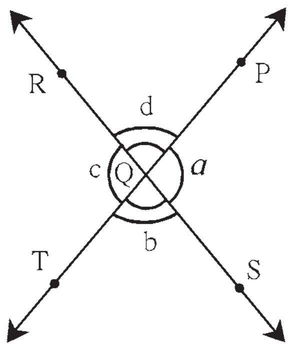
بازو کی شکل میں خط PT اور خط RS یہ ایک دوسرے کو نقطہ Q پر قطع کرتے ہیں۔ چار زاویے بن گئے ہیں۔ $\angle PQR$ شعاع QP اور شعاع QR سے بنا ہے۔ QP اور QR شعاعوں کی مخالف شعاعیں بالترتیب QT اور QS ہیں۔ ان مخالف شعاعوں سے $\angle SQT$ زاویہ بنا ہے۔ اس لیے $\angle SQT$ کو $\angle PQR$ کا متقابلہ زاویہ کہتے ہیں۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

جن دو شعاعوں سے زاویہ بنتا ہے، اُن کی مخالف شعاعوں سے بننے والا زاویہ پہلے زاویے کا متقابلہ زاویہ ہوتا ہے۔

آیئے سمجھ لیں :

متقابلہ زاویوں کی خصوصیت



دی ہوئی شکل میں $\angle PQS$ کا متقابلہ زاویہ کون سا ہے؟

شکل میں دکھائے ہوئے کہ مطابق فرض کیجیے کہ $m\angle PQS = a$، $m\angle SQT = b$،

$m\angle TQR = c$، $m\angle PQR = d$،

$\angle PQS$ اور $\angle SQT$ خطی جوڑی کے زاویے ہیں۔

$\therefore \quad a + b = 180°$

اسی طرح $m\angle SQT$ اور $m\angle TQR$ خطی جوڑی کے زاویے ہیں۔

$\therefore \quad b + c = 180°$

$\therefore \quad a + b = b + c$

$\therefore \quad a = c$ ... (طرفین سے b تفریق کرنے پر)

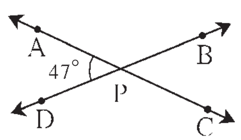
$\therefore$ $\angle PQS$ اور $\angle TQR$ دونوں زاویوں کی پیمائشیں مساوی ہیں اس لیے یہ زاویے متماثل ہیں۔

اسی طرح $m\angle PQR = m\angle SQT$ یعنی $\angle PQR$ اور $\angle SQT$ متماثل ہیں۔

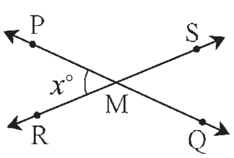
یہ میری سمجھ میں آ گیا

دو خطوط ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں تو بننے والے متقابلہ زاویوں کی پیمائشیں مساوی ہوتی ہیں۔

مشقی سوالات 20



1. خط AC اور خط BD ایک دوسرے کو نقطہ P پر قطع کرتے ہیں۔ $m\angle APD = 47°$ ہوتو $\angle APB$ ، $\angle BPC$، $\angle CPD$ کی پیمائشیں لکھیے۔

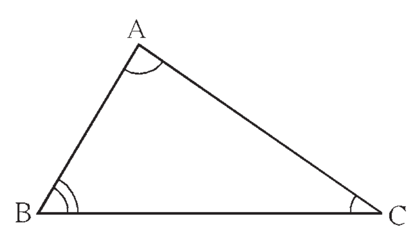


2. خط PQ اور خط RS ایک دوسرے کو نقطہ M پر قطع کرتے ہیں۔ $m\angle PMR = x°$ ہوتو $\angle PMS$، $\angle SMQ$ اور $\angle QMR$ کی پیمائشیں لکھیے۔

آیئے سمجھ لیں :

کثیرالاضلاع کے داخلہ زاویے (Interior Angles of any Polygon)

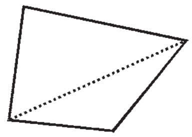
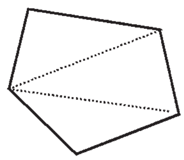
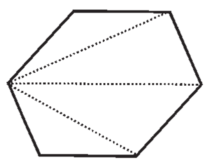
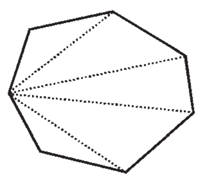
مثلث کے داخلہ زاویے



$\triangle ABC$ کے $\angle A$، $\angle B$ اور $\angle C$ داخلہ زاویے ہیں۔

$m\angle ABC + m\angle BAC + m\angle ACB = \boxed{}°$

ذیل میں دی ہوئی جدول کا مشاہدہ کیجیے اور نتیجہ اخذ کیجیے۔

داخلہ زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ	مثلثوں کی تعداد	کثیرالاضلاع	کثیرالاضلاع کے نام	اضلاع کی تعداد
$180^\circ \times 1 =$ □	1		مثلث	3
$180^\circ \times 2 =$ □	2		ذواربعۃ الاضلاع	4
$180^\circ \times 3 =$ □	3		مخمس	5
$180^\circ \times$ □ $=$ □	4		مسدس	6
	5		مسبع	7
	6		مثمن	8
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$180^\circ \times (n-2)$	$(n-2)$		n ضلع والا کثیرالاضلاع	n

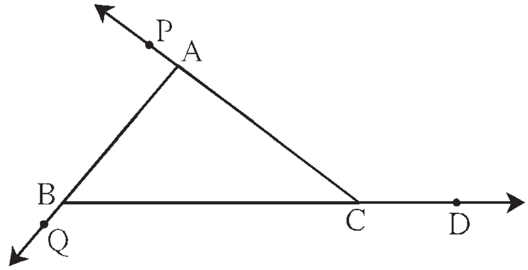
غور کیجیے کہ، کثیرالاضلاع میں مذکورہ بالا طریقے سے بننے والے مثلثوں کی تعداد، اُس کثیرالاضلاع کے ضلعوں کی تعداد سے 2 کم ہوتی ہے۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

n ضلعوں والے کثیرالاضلاع کے داخلہ زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ $= 180^\circ \times (n-2)$

آیئے سمجھ لیں :

مثلث کے خارجہ زاویے (Exterior angle of Triangle)



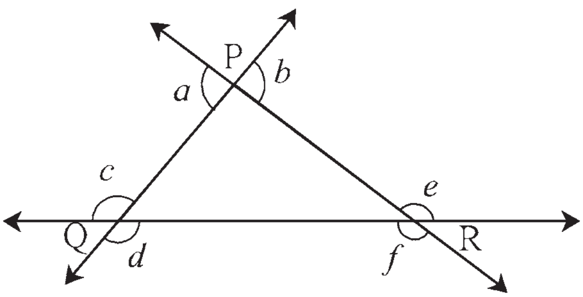
$\triangle ABC$ کے ضلع BC کو شکل میں دکھائے ہوئے کی طرح بڑھایا، تو $\angle ACD$ ایک نیا زاویہ مثلث کے باہر بنا۔

$\angle ACD$ یہ $\triangle ABC$ کا خارجہ زاویہ ہے۔ $\angle ACD$ اور $\angle ACB$ خطی زاویوں کی جوڑی کے زاویے ہے۔

$\angle PAB$ اور $\angle QBC$ بھی $\triangle ABC$ خارجہ زاویے ہیں۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

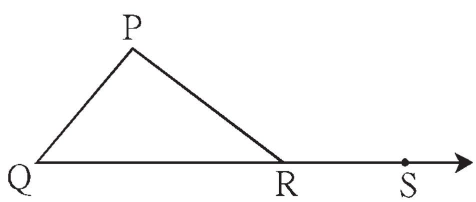
مثلث کا ایک ضلع بڑھانے پر جو زاویہ مثلث کے متصلہ داخلہ زاویے سے خطی جوڑی بناتا ہے، اس زاویے کو مثلث کا خارجہ زاویہ کہتے ہیں۔



مثال : بازو کی شکل میں مثلث کے تمام خارجہ زاویے دکھائے گئے ہیں۔ a، b، c، d، e، f یہ سب $\triangle PQR$ کے خارجہ زاویے ہیں۔ ہر مثلث کے اس طرح چھ خارجہ زاویے ہوتے ہیں۔

آیئے سمجھ لیں :

مثلث کے خارجہ زاویہ کی خصوصیت



بازو کی شکل میں $\angle PRS$ یہ $\triangle PQR$ کا ایک خارجہ زاویہ ہے۔ $\angle PRQ$ اس کا متصلہ داخلہ زاویہ ہے۔ دوسرے دو داخلہ زاویے یعنی $\angle P$ اور $\angle Q$ یہ $\angle PRS$ سے دور ہیں یا زیادہ فاصلے پر ہیں۔ $\angle P$ اور $\angle Q$ کو $\angle PRS$ کے بعید داخلہ زاویے کہتے ہیں۔

$m\angle P + m\angle Q + m\angle PRQ = \square^\circ$ ... (مثلث کے تینوں زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ)

$m\angle PRS + m\angle PRQ = \square^\circ$ ... (خطی جوڑی کے زاویے)

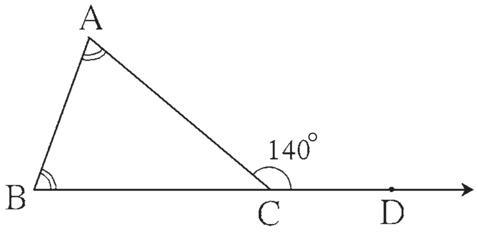
$\therefore \quad m\angle P + m\angle Q + m\angle PRQ = m\angle PRS + m\angle PRQ$

$\therefore \quad m\angle P + m\angle Q = m\angle PRS$ ... (طرفین سے $m\angle PRQ$ تفریق کرنے پر)

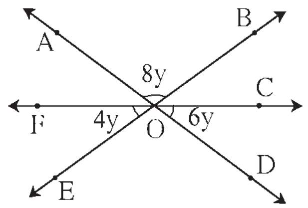
یہ میری سمجھ میں آ گیا

مثلث کے خارجہ زاویے کی پیمائش، اس زاویے کے بعید داخلہ زاویوں کی پیمائشوں کے مجموعہ کے برابر ہوتی ہے۔

مشقی سوالات 21



.1 $\triangle ABC$ کا $\angle ACD$ خارجہ زاویہ ہے۔ $\angle A$ اور $\angle B$ کی پیمائشیں مساوی ہیں۔ اگر $m\angle ACD = 140°$ ہو تو $\angle A$ اور $\angle B$ کی پیمائشیں معلوم کیجیے۔



.2 بازو کی شکل میں زاویوں کی پیمائشیں دیکھ کر اس کی مدد سے بقیہ تینوں زاویوں کی پیمائشیں لکھیے۔

.3* $\triangle ABC$ متساوی الساقین مثلث میں $\angle A$ اور $\angle B$ کی پیمائشیں مساوی ہیں۔ $\angle ACD$ یہ $\triangle ABC$ کا خارجہ زاویہ ہے۔ $\angle ACB$ اور $\angle ACD$ کی پیمائشیں بالترتیب $(3x - 17)°$ اور $(8x + 10)°$ ہیں۔ تو $\angle ACB$ اور $\angle ACD$ کی پیمائشیں معلوم کیجیے۔ اسی طرح $\angle A$ اور $\angle B$ کی بھی پیمائشیں معلوم کیجیے۔

ICT Tools or Links

- Geogebra کی مدد سے ایک ہی ابتدائی نقطہ والی دو شعاعیں کھینچیے۔ Move Option کا استعمال کر کے شعاعوں کو گھمائیے۔ ایک خاص حالت میں وہ مخالف شعاعیں بنتی ہیں۔ تصدیق کیجیے۔
- خطی جوڑی کے زاویے بنائیے۔ مشترک ساق 'move' کر کے مختلف خطی جوڑی کے زاویوں کی جوڑیوں کا تجربہ کیجیے۔
- Geogebra میں Polygon Tools کا استعمال کر کے مختلف کثیر الاضلاع کھینچیے اور ان کے داخلہ زاویوں کی پیمائشوں کی خصوصیت کی تصدیق کیجیے۔

AZEYJB

5 ناطق اعداد اور اُن پر عمل

آیئے سمجھ لیں :

ناطق اعداد (Rational Numbers)

پچھلی جماعتوں میں ہم نے ... ,1, 2, 3, 4 یہ گنتی کے اعداد یعنی طبعی اعداد کا مطالعہ کیا ہے۔ طبعی اعداد، صفر اور طبعی اعداد کے متضاد اعداد مل کر بننے والے صحیح اعداد کے گروہ سے ہم واقف ہیں۔ اسی طرح $\frac{7}{11}$ ، $\frac{2}{5}$ ، $\frac{1}{7}$ جیسی کسروں سے بھی ہم متعارف ہیں۔ کیا صحیح اعداد اور کسر جیسے تمام اعداد کو شامل کرنے والا کوئی گروہ ہے؟ آیئے ہم اس پر غور کرتے ہیں۔

$4 = \frac{12}{3}, 7 = \frac{7}{1}, -3 = \frac{-3}{1}, 0 = \frac{0}{2}$ اس طرح تمام صحیح اعداد کو ہم $\frac{m}{n}$ صورت میں لکھتے ہیں۔ اگر m کوئی صحیح عدد ہے اور n بھی غیر صفر کوئی صحیح عدد ہو تو $\frac{m}{n}$ عدد کو ناطق عدد کہتے ہیں۔ اس طرح ناطق اعداد کا سیٹ (گروہ) مذکورہ بالا تمام قسم کے اعداد کو شامل کر لیتا ہے۔

ذیل کی جدول مکمل کیجیے۔

	-3	$\frac{3}{5}$	-17	$-\frac{5}{11}$	5
طبعی اعداد	✗				✓
صحیح اعداد	✓				
ناطق اعداد	✓				

ناطق اعداد $\frac{5}{7}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{-17}{8}$ ، 2.17 وغیرہ

صحیح اعداد $-3, -8, -1$ وغیرہ

مکمل اعداد 0

طبعی اعداد

1, 2, 3, ...

ناطق اعداد پر عمل

ناطق اعداد کو شمار کنندہ اور نسب نما کا استعمال کر کے عام کسروں کی صورت میں لکھا جاتا ہے۔ اس لیے ناطق اعداد پر عمل، کسروں پر عمل کی طرح کرتے ہیں۔

(1) $\frac{5}{7}+\frac{9}{11}=\frac{55+63}{11}=\frac{118}{77}$

(2) $\frac{1}{7}-\frac{3}{4}=\frac{4-21}{28}=\frac{-17}{28}$

(3) $2\frac{1}{7}+3\frac{8}{14}=\frac{15}{7}+\frac{50}{14}$

$=\frac{30}{14}+\frac{50}{14}$

$=\frac{80}{14}=\frac{40}{7}$

(4) $\frac{9}{13}\times\frac{4}{7}=\frac{9\times4}{13\times7}=\frac{36}{91}$

(5) $\frac{3}{5}\times\frac{(-4)}{5}=\frac{3\times(-4)}{5\times5}=\frac{-12}{25}$

(6) $\frac{9}{13}\times\frac{26}{3}=\frac{3\times2}{1}=\frac{6}{1}$

آیئے ذرا یاد کریں :

کسی عدد کو دوسرے عدد سے تقسیم کرنا یعنی اس عدد کو دوسرے عدد کے ضربی معکوس سے ضرب دینا۔

ہم جانتے ہیں کہ $\frac{5}{6}$ اور $\frac{6}{5}$ ، $\frac{2}{11}$ اور $\frac{11}{2}$ یہ ضربی معکوس اعداد کی جوڑیاں ہیں۔

اسی طرح $1 = \left(\frac{-4}{5}\right) \times \left(\frac{-5}{4}\right)$ ؛ $1 = \left(\frac{-2}{7}\right) \times \left(\frac{-7}{2}\right)$ کی بنا پر $\left(\frac{-5}{4}\right)$ اور $\left(\frac{-4}{5}\right)$ ، $\left(\frac{-2}{7}\right)$ اور $\left(\frac{-7}{2}\right)$ بھی ضربی معکوس عدد کی جوڑیاں ہیں۔ یعنی $\frac{-5}{4}$ اور $\frac{-4}{5}$ ایک دوسرے کے ضربی معکوس ہیں، اسی طرح $\frac{-7}{2}$, $\frac{-2}{7}$ بھی ایک دوسرے کے ضربی معکوس ہیں۔

کچھ احتیاط برتیں

مثال : $\frac{-11}{9}$ اور $\frac{9}{11}$ کا حاصل ضرب $1-$ ہے، اس لیے $\frac{-11}{9}$ اور $\frac{9}{11}$ یہ ضربی معکوس کی جوڑی نہیں ہے۔

آیئے بحث کریں

ہم مختلف اعداد کے سیٹ (گروہوں) کی خصوصیات کے بارے میں غور کریں گے۔ اس کے لیے گروہ میں بحث کرتے ہوئے ذیل کی جدول مکمل کیجیے۔ طبعی اعداد کا سیٹ، صحیح اعداد کا سیٹ اور ناطق اعداد کے سیٹ پر غور کریں گے۔ ہر اعداد کے سیٹ کے مقابل میں جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کا عمل کرنے سے حاصل ہونے والا نتیجہ (✓) یا (×) نشانات سے دکھایئے۔ اس بات پر خصوصی توجہ رکھیے کہ صفر سے تقسیم نہیں کر سکتے ہیں۔

- طبعی اعداد کی جمع کرتے ہیں تو جواب ہمیشہ طبعی عدد ہی آتا ہے، اس لیے طبعی اعداد کے سیٹ کے مقابل جمع کے خانے میں (✓) ایسا نشان لگایئے۔
- دو طبعی اعداد کی تفریق کرتے ہیں تو جواب ہمیشہ طبعی عدد نہیں آتا کیوں کہ $7 - 10 = -3$ ایسی بے شمار مثالیں ہیں۔ اس لیے تفریق کے خانے میں (×) ایسا نشان لگایئے۔

جدول میں (×) ایسا نشان آئے تو اس کی وجہ کی وضاحت کیجیے۔ (×) کی وجہ مثالیں دیتے وقت، بے شمار مثالوں میں سے ایک مثال کافی ہے۔

تقسیم	ضرب	تفریق	جمع	اعداد کا سیٹ
× $\left(3 \div 5 = \frac{3}{5}\right)$	✓	× $(7 - 10 = -3)$	✓	طبعی اعداد
				صحیح اعداد
				ناطق اعداد

یہ میری سمجھ میں آگیا

- طبعی اعداد کے سیٹ یہ جمع اور ضرب کے اعمال کے لیے کافی ہیں لیکن تفریق اور تقسیم کے اعمال کے لیے ناکافی ہیں۔ اس لیے دو طبعی اعداد کی تفریق اور تقسیم (خارج قسمت) طبعی عدد ہی ہوگا ایسا نہیں ہے۔
- صحیح اعداد کے سیٹ جمع، تفریق، ضرب کے اعمال کے لیے کافی ہیں، لیکن تقسیم کے عمل کے لیے ناکافی ہے۔
- ناطق اعداد کا سیٹ، یہ جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کے تمام اعمال کے لیے کافی ہے۔ لیکن صفر سے تقسیم نہیں ہوتی۔

مشقی سوالات 22

1. درج ذیل ناطق اعداد کی جمع کیجیے۔

(i) $\frac{5}{36} + \frac{6}{42}$ (ii) $1\frac{2}{3} + 2\frac{4}{5}$ (iii) $\frac{11}{17} + \frac{13}{19}$ (iv) $2\frac{3}{11} + 1\frac{3}{77}$

2. درج ذیل ناطق اعداد کی تفریق کیجیے۔

(i) $\frac{7}{11} - \frac{3}{7}$ (ii) $\frac{13}{36} - \frac{2}{40}$ (iii) $1\frac{2}{3} - 3\frac{5}{6}$ (iv) $4\frac{1}{2} - 3\frac{1}{3}$

3. درج ذیل ناطق اعداد کا ضرب کیجیے۔

(v) $\frac{3}{11} \times \frac{2}{5}$ (ii) $\frac{12}{5} \times \frac{4}{15}$ (iii) $\frac{-8}{9} \times \frac{3}{4}$ (iv) $\frac{0}{6} \times \frac{3}{4}$

4. ضربی معکوس اعداد لکھیے۔

(i) $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{-3}{8}$ (iii) $\frac{-17}{39}$ (iv) 7 (v) $-7\frac{1}{3}$

5. درج ذیل ناطق اعداد کی تقسیم کیجیے۔

(i) $\frac{40}{12} \div \frac{10}{4}$ (ii) $\frac{-10}{11} \div \frac{-11}{10}$ (iii) $\frac{-7}{8} \div \frac{-3}{6}$ (iv) $\frac{2}{3} \div (-4)$

(v) $2\frac{1}{5} \div 5\frac{3}{6}$ (vi) $\frac{-5}{13} \div \frac{7}{26}$ (vii) $\frac{-9}{11} \div (-8)$ (viii) $5 \div \frac{2}{5}$

آیئے سمجھ لیں :

ناطق اعداد کے درمیان کا عدد

- 2 سے 9 تک طبعی اعداد کے درمیان کتنے طبعی اعداد ہیں؟ انھیں لکھیے۔
- -4 سے 5 کے درمیان کتنے صحیح اعداد ہیں؟ انھیں لکھیے۔
- $\frac{1}{2}$ اور $\frac{3}{4}$ کے درمیان کتنے ناطق اعداد ہیں؟

مثال : $\frac{1}{2}$ اور $\frac{4}{7}$ ان ناطق اعداد کے درمیان کے ناطق اعداد معلوم کیجیے۔ اس کے لیے ہم دیے ہوئے اعداد کو ہم نسب نما اعداد کی صورت میں تحویل کریں گے۔

$$\frac{1}{2}=\frac{1\times 7}{2\times 7}=\frac{7}{14}\ , \qquad \frac{4}{7}=\frac{4\times 2}{7\times 2}=\frac{8}{14}$$

7 اور 8 یہ متواتر اعداد ہیں، لیکن کیا $\frac{7}{14}$ اور $\frac{8}{14}$ متواتر ناطق اعداد ہیں؟ ہم کسی بھی ناطق عدد کا نسب نما جس ضعف (گنا) میں بڑا کر سکتے ہیں۔ اسی ضعف (گنا) میں شمارکنندہ بھی بڑا کر سکتے ہیں۔

(شمارکنندہ اور نسب نما کو 10 سے ضرب دیا) ... $\frac{7}{14}=\frac{70}{140}$, $\frac{8}{14}=\frac{80}{140}$

اب، $\frac{70}{140}<\frac{71}{140}<\ldots<\frac{79}{140}<\frac{80}{140}$ اب یہاں $\frac{7}{14}$ اور $\frac{8}{14}$ کے درمیان میں کتنے اعداد حاصل ہوئے؟

اسی طرح، (شمارکنندہ اور نسب نما کو 100 سے ضرب دیا) ... $\frac{7}{14}=\frac{700}{1400}$, $\frac{8}{14}=\frac{800}{1400}$

اس لیے , $\frac{700}{1400}<\frac{701}{1400}<\ldots<\frac{799}{1400}<\frac{800}{1400}$

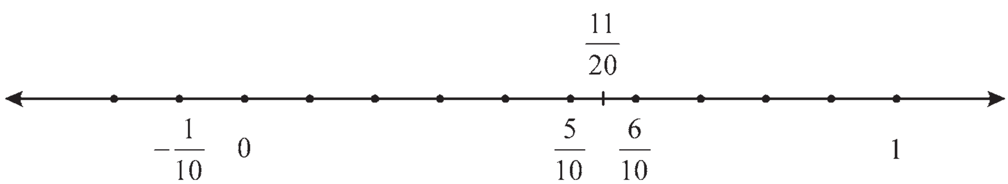
اس بنا پر ناطق اعداد کی تحویل زیادہ بڑے نسب نما والے ہم قیمت اعداد میں کرتے ہیں تو ان کے درمیان بہت زیادہ ناطق اعداد دکھائے جا سکتے ہیں۔

مثال : $\frac{1}{2}$ اور $\frac{3}{5}$ ان ناطق اعداد کے درمیان کے اعداد معلوم کرنا۔

سب سے پہلے ہم $\frac{1}{2}$ اور $\frac{3}{5}$ ان ناطق اعداد کو ہم نسب نما اعداد میں تحویل کریں گے۔

جیسے

$\frac{1}{2}=\frac{5}{10}$ ، $\frac{3}{5}=\frac{6}{10}$



عددی خط پر $\frac{5}{10}$ ، $\frac{6}{10}$ ان اعداد کو ظاہر کرنے والے نقاط ہیں۔ اُن کو ملانے والے قطعہ خط کا وسطی نقطہ معلوم کریں گے اور اُس نقطہ کو جو عدد ظاہر کرتا ہے اُسے معلوم کریں گے۔

$\frac{1}{2}\left(\frac{5}{10}+\frac{6}{10}\right)=\frac{11}{20}$ ، اب یہ نقطہ اس قطعہ خط کا وسطی نقطہ ہے۔

کیوں کہ، $\frac{6}{10}-\frac{11}{20}=\frac{12-11}{20}=\frac{1}{20}$ ، اسی طرح $\frac{11}{20}-\frac{5}{10}=\frac{11-10}{20}=\frac{1}{20}$

$\therefore$ $\frac{5}{10}$ اور $\frac{6}{10}$ کے بالکل درمیان میں $\frac{11}{20}$ ہے۔ اس لیے $\frac{1}{2}$ اور $\frac{3}{5}$ کے درمیان عدد $\frac{11}{20}$ ہے۔ اسی طریقے سے $\frac{1}{2}$ ، $\frac{11}{20}$ اور $\frac{11}{20}$ ، $\frac{3}{5}$ کے درمیان کا عدد بھی معلوم کر سکتے ہیں۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

- دو ناطق اعداد کے درمیان بے شمار ناطق اعداد ہوتے ہیں۔

مشقی سوالات 23

◉ ذیل میں دیے ہوئے دو اعداد کے درمیان واقع کوئی تین اعداد لکھیے۔

(i) $\frac{2}{7}, \frac{6}{7}$ (ii) $\frac{4}{5}, \frac{2}{3}$ (iii) $-\frac{2}{3}, \frac{4}{5}$ (iv) $\frac{7}{9}, -\frac{5}{9}$

(v) $\frac{-3}{4}, \frac{+5}{4}$ (vi) $\frac{7}{8}, \frac{-5}{3}$ (vii) $\frac{5}{7}, \frac{11}{7}$ (viii) $0, \frac{-3}{4}$

✸ اضافی معلومات کے لیے

اگر m ایک صحیح عدد ہے تو $m+1$ یہ متواتر بڑا صحیح عدد ہے۔ m اور $m+1$ کے درمیان ایک بھی صحیح عدد نہیں ہوتا ہے۔ غیر متواتر کوئی بھی صحیح اعداد کے درمیان واقع صحیح اعداد شمار کرنے کا تجربہ حاصل کیجیے۔ کوئی بھی دو ناطق اعداد کے درمیان بے شمار ناطق اعداد ہوتے ہیں۔

آیئے ذرا یاد کریں :

عشری کسروں کے ضرب اور تقسیم کیسے کرتے ہیں۔ یہ ہم جانتے ہیں۔

$$\frac{35.1}{10} = 35.1 \times \frac{1}{10} = \frac{351}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{351}{100} = 3.51$$

$$\frac{35.1}{100} = 35.1 \times \frac{1}{100} = \frac{351}{10} \times \frac{1}{100} = \left(\frac{351}{1000}\right) = 0.351$$

$$35.1 \times 10 = \frac{351}{10} \times 10 = 351.0$$

$$35.1 \times 1000 = \frac{351}{10} \times 1000 = \left(\frac{351000}{10}\right) = 35100.0$$

اس بنا پر ہمیں معلوم ہوتا ہے کہ، عشری کسروں کو 100 سے تقسیم کرنا یعنی اعشاریہ کی علامت 2 ہندسہ بائیں جانب لے جانا، 1000 سے ضرب دینا یعنی اعشاریہ کی علامت کو 3 ہندسہ دائیں جانب لے جانا۔ اس قسم کی تقسیم اور ضرب کرتے وقت ذیل کے اصول مفید ثابت ہوتے ہیں۔

عشری کسروں کے کسری حصے کے بعد بھی صفر لگائیں یا صحیح حصے سے قبل کتنے بھی صفر لکھیں تب بھی عشری کسر میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی۔

$$1.35 = \frac{1.35}{100} \times \frac{100}{100} = \frac{13500}{10000} = 1.3500$$

$$0.35 = \frac{35}{100} \times \frac{1000}{1000} = \frac{35000}{100000} = 0.35000$$ وغیرہ ...

$1.35 = 00.35$ اس کا استعمال کس طرح کرتے ہیں۔آیئے دیکھتے ہیں۔

$$\frac{1.35}{100} = \frac{001.35}{100} = 0.0135$$

آیئے سمجھ لیں :

ناطق اعداد کی عشری صورت (Decimal representation of rational numbers)

مثال : ناطق عدد $\frac{7}{4}$ اس کو عشری صورت میں تحویل کیجیے۔

```
    1.75
 4)7.000
  - 4
   30
  -28
    20
   -20
    00
```

(1) $7 = 7.0 = 7.000$ (کسری حصے کے بعد کتنے بھی صفر لگا سکتے ہیں۔)

(2) 7 کو 4 سے تقسیم دینے پر 1 خارج قسمت آتا ہے اور باقی 3 رہتا ہے۔

اب 1 صحیح عدد کے بعد اعشاریہ کی علامت لگائیں گے۔ باقی 3 کے بعد مقسوم سے 0 لکھ کر 30 کو 4 سے تقسیم کریں گے۔اب آنے والا خارج قسمت، کسری حصہ ہے اس لیے خارج قسمت میں اعشاریہ کی علامت کے بعد 7 لکھیں گے۔اب مقسوم سے پھر ایک صفر '0' نیچے لا کر تقسیم کا عمل پورا کریں گے۔

اس تقسیم میں عشری کسر کے حصے کے بعد لکھے ہوئے صفر کا استعمال کیا گیا ہے۔

مثال : $2\frac{1}{5}$ کو عشری صورت میں لکھیے۔

$2\frac{1}{5} = \frac{11}{5}$ اس کی عشری صورت ہم تین طریقوں سے معلوم کریں گے۔

$\frac{1}{5}$ کی عشری صورت معلوم کریں گے۔

طریقہ (I)

```
   0.2
5) 1.0
  -0
   1 0
  -1 0
   0 0
```

$\therefore \quad 2\frac{1}{5} = 2.2$

(II)

```
    2.2
5)11.000
 - 10
   010
 -  10
    00
```

(III)

$$\frac{11}{5} = \frac{11 \times 2}{5 \times 2} = \frac{22}{10} = 2.2$$

$$\therefore \quad \frac{11}{5} = 2.2$$

مثال : $\frac{-5}{8}$ اس ناطق عدد کو عشری صورت میں لکھیے۔

$\frac{5}{8}$ کا تقسیم کر کے عشری صورت میں 0.625 حاصل ہوتا ہے۔ $\therefore \quad \frac{-5}{8} = -0.625$

مذکورہ بالا مثال میں باقی صفر آیا ہے۔تقسیم کا عمل مکمل ہو گیا ہے۔ناطق اعداد کی ایسی عشری صورت کو متوالی عشری صورت کہتے ہیں۔

مثال : کچھ ناطق اعداد کی عشری صورت کس طرح مختلف ہوتی ہے اُسے ہم دیکھیں گے۔

(i) عدد $\frac{5}{3}$ کی عشری صورت میں تحویل کیجیے۔

$$\begin{array}{r} 1.66 \\ 3\overline{)5.00} \\ -\ 3 \\ \hline 2\,0 \\ -\ 1\,8 \\ \hline 20 \\ -\ 18 \\ \hline 2 \end{array}$$

$\therefore \frac{5}{3} = 1.666.......$

$\therefore \frac{5}{3} = 1.\dot{6}$

(ii) عدد $\frac{2}{11}$ کی عشری صورت میں تحویل کیجیے۔

$$\begin{array}{r} 0.18 \\ 11\overline{)2.00} \\ -\ 0 \\ \hline 20 \\ -\ 11 \\ \hline 90 \\ -\ 88 \\ \hline 20 \end{array}$$

$\therefore \frac{2}{11} = 0.1818.......$

$\therefore \frac{2}{11} = 0.\overline{18}$

(iii) $2\frac{1}{3}$ کی عشری صورت معلوم کیجیے۔ $2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$

$$\begin{array}{r} 2.33 \\ 3\overline{)7.00} \\ -\ 6 \\ \hline 1\,0 \\ -\ 9 \\ \hline 10 \\ -\ 9 \\ \hline 01 \end{array}$$

$\therefore 2\frac{1}{3} = 2.33...$

$\therefore 2\frac{1}{3} = 2.\dot{3}$

(iv) $\frac{5}{6}$ کی عشری صورت معلوم کیجیے۔

$$\begin{array}{r} 0.833 \\ 6\overline{)50} \\ -\ 0 \\ \hline 50 \\ -\ 48 \\ \hline 020 \\ -\ 18 \\ \hline 020 \\ -\ 18 \\ \hline 02 \end{array}$$

$\therefore \frac{5}{6} = 0.833...$

$\therefore \frac{5}{6} = 0.8\dot{3}$

اوپر دی ہوئی مثالوں میں تقسیم کا عمل مکمل نہیں ہوتا ہے۔ اعشاریہ کی علامت کے دائیں جانب ایک ہندسہ یا کچھ ہندسوں کا گروہ بار بار آتا ہے۔ ایسی کسروں کو متوالی کسر کہتے ہیں۔

جس عشری کسر میں اعشاریہ کی علامت کے دائیں جانب صرف ایک ہی ہندسہ بار بار آتا ہے، تو اعشاریہ کی علامت کے بعد کے پہلے ہندسے کے اوپر ایک نقطہ لگاتے ہیں۔ جیسے $2\frac{1}{3} = 2.33 .... = 2.\dot{3}$

اسی طرح اعشاریہ علامت کے دائیں جانب جو ہندسوں کا گروہ بار بار آتا ہے تو اعشاریہ کی علامت کے دائیں جانب کے پہلے گروہ کے اوپر افقی لکیر لگاتے ہیں۔ جیسے

$\frac{2}{11} = 0.1818 .... = 0.\overline{18}$ اور $\frac{5}{6} = 0.8333 .... = 0.8\dot{3}$

یہ میری سمجھ میں آ گیا

کچھ ناطق اعداد کی عشری صورت غیر متوالی ہوتی ہے تو کچھ ناطق اعداد کی عشری صورت متوالی ہوتی ہے۔

آیئے بحث کریں

معلوم کیجیے کہ تقسیم کیے بغیر کون سے نسب نما والے ناطق اعداد کو عشری غیر متوالی صورت میں لکھ سکتے ہیں۔

مشقی سوالات 24

◉ درج ذیل ناطق اعداد کی عشری صورت میں تحویل کیجیے۔

(i) $\frac{13}{4}$ (ii) $\frac{-7}{8}$ (iii) $7\frac{3}{5}$ (iv) $\frac{5}{12}$ (v) $\frac{22}{7}$ (vi) $\frac{4}{3}$ (vii) $\frac{7}{9}$

آیئے بحث کریں

جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم ان علامتوں کا استعمال کر کے لکھے ہوئے اعداد کی ترتیب کو کثیر رکنی کہتے ہیں۔

$72 \div 6 + 2 \times 2$ اس کثیر رکنی کو حل کر کے جواب معلوم کیجیے۔

’ہوسا‘ کا طریقہ

$72 \div 6 + 2 \times 2$

$= 12 + 2 \times 2$

$= 12 + 4$

$= 16$

’منگرو‘ کا طریقہ

$72 \div 6 + 2 \times 2$

$= 12 + 2 \times 2$

$= 14 \times 2$

$= 28$

دونوں جواب مختلف آئے ہیں، کیوں کہ الگ الگ ترتیب سے عمل کیے گئے۔ جب ہم اعمال کی ترتیب مختلف لیں تو جواب مختلف آتے ہیں۔ ایسا نہ ہو اس لیے اعمال کی ترتیب طے کرنے کے لیے کچھ اصول بنائے گئے ہیں۔ ان اصولوں کی پابندی کریں تو صرف ایک ہی جواب حاصل ہوتا ہے۔ اب ہم ان اصولوں کا مطالعہ کریں گے۔ کب کب کون سا عمل پہلے کرنا مطلوب ہوتا ہے۔ اس وقت کثیر رکنی میں قوسین کا استعمال کرتے ہیں۔

کثیر رکنی حل کرنے کے اصول

1. عبارت میں ایک سے زیادہ عمل ہوں تو ضرب اور تقسیم کا عمل بائیں سے دائیں جانب جس ترتیب میں آئے ہوں، اُسی ترتیب میں کیجیے۔
2. بعد میں جمع اور تفریق کے عمل، بائیں سے دائیں جانب جس ترتیب میں آئے ہوں، اُسی ترتیب میں کیجیے۔
3. قوسین میں ایک سے زائد عمل ہوں تو، اوپر دیے ہوئے اصولوں کی پابندی کر کے وہ عمل پہلے کیجیے۔

اوپر کے اصول کا استعمال کرتے ہیں تو ’ہوسا‘ کا طریقہ صحیح سمجھ میں آتا ہے۔

$$\therefore \quad 72 \div 6 + 2 \times 2 = 16$$

ذیل کی کثیر رکنی حل کیجیے۔

مثال

$40 \times 10 \div 5 + 17$

$= 400 \div 5 + 17$

$= 80 + 17$

$= 97$

مثال

$80 \div (15 + 8 - 3) + 5$

$= 80 \div (23 - 3) + 5$

$= 80 \div 20 + 5$

$= 4 + 5$

$= 9$

مثال

$$2 \times \{25 \times [(113-9)+(4 \div 2 \times 13)]\}$$
$$= 2 \times \{25 \times [104+(4 \div 2 \times 13)]\}$$
$$= 2 \times \{25 \times [104+(2 \times 13)]\}$$
$$= 2 \times \{25 \times [104+26]\}$$
$$= 2 \times \{25 \times 130\}$$
$$= 2 \times 3250$$
$$= 6500$$

مثال

$$\frac{3}{4}-\frac{5}{7}\times\frac{1}{3}$$
$$=\frac{3}{4}-\frac{5}{21}$$ ... (پہلے ضرب کا عمل)
$$=\frac{3\times 21-5\times 4}{84}$$ ... (بعد میں تفریق کا عمل)
$$=\frac{63-20}{84}$$
$$=\frac{43}{84}$$

یاد رکھیں : اعمال کی ترتیب واضح ہونے کے لیے ایک سے زائد مرتبہ قوسین کا استعمال کرنا پڑتا ہے۔ اس کے لیے سادہ قوسین ( )، مربعی قوسین [ ]، محرابی قوسین { } استعمال کیے جاتے ہیں۔
قوسین کو حل کرتے وقت اندرونی قوسین میں دیا ہوا عمل سب سے پہلے کرتے ہیں۔ بعد میں ترتیب وار باہر کے قوسین میں دیا ہوا عمل کرتے ہیں۔

مشقی سوالات 25

درج ذیل کثیر رکنیاں حل کیجیے۔

(1) $50 \times 5 \div 2 + 24$ (2) $(13 \times 4) \div 2 - 26$

(3) $140 \div [(-11) \times (-3) - (-42) \div (4-1)]$

(4) $\{(220-140)+[10 \times 9+(-2 \times 5)]\} - 100$ (5) $\frac{3}{5}+\frac{3}{8}\div\frac{6}{4}$

سرگرمی : چوکون میں دیے ہوئے عددوں اور علامتوں کا استعمال کیجیے اور '112' قیمت لانے کے لیے کثیر رکنیاں بنائیے۔

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	+ × ÷ −

✸ اضافی معلومات کے لیے

کثیر رکنی حل کرتے وقت علامتوں کی ترتیب

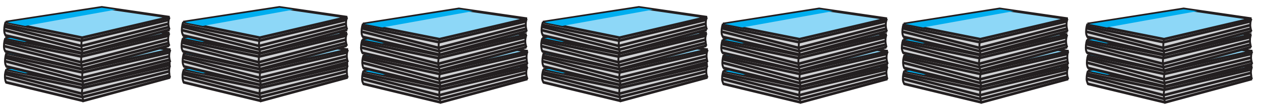
B	O	D	M	A	S
( )	×	÷	×	+	−
قوسین میں اعمال سب سے پہلے	ضرب (کا، کی، کے)	تقسیم	ضرب	جمع	تفریق
	مثال : $\frac{1}{4}$ کا 200 $= 200 \times \frac{1}{4}$				

❑❑❑

آیئے ذرا یاد کریں

7 لڑکوں میں ہر ایک کو 4 بیاضیں تقسیم کی گئی۔

بیاضیں $28 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 =$ کل بیاضیں



یہاں جمع کا عمل کئی مرتبہ کیا گیا ہے۔

- ایک ہی عدد کی کئی مرتبہ کی گئی جمع کو ضرب کی صورت میں لکھ سکتے ہیں۔

بیاضیں $28 = 7 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 =$ کل بیاضیں

آیئے سمجھ لیں

قاعدہ (اساس) اور قوت نما (Base and Index)

اب ہم عدد '2' کو کئی مرتبہ لے کر کی جانے والے ضرب کی صورت کو مختصراً کس طرح کرتے ہیں۔ دیکھیں گے۔

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

یہاں 2 کو 8 مرتبہ لے کر ضرب کیا گیا ہے۔ اس ترتیب کو مختصراً 2^8 لکھتے ہیں۔

یہاں 2^8 یہ ضرب کی قوت نما صورت ہے۔ اس میں 2 قاعدہ (اساس) اور 8 قوت ہے۔

2^8 ← قوت (8) ، ← قاعدہ (2)

مثال : $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$ ، یہاں 5^4 یہ قوت نما والا عدد ہے۔

5^4 اس قوت نما صورت والے عدد میں عدد 5 'قاعدہ' اور عدد 4 قوت نما ہے۔

اس کو '5 کی قوت 4' یا '5 کی چوتھی قوت' پڑھتے ہیں۔

عام طور پر 'a' کوئی ایک عدد ہو تو $a \times a \times a \times \ldots$ (m مرتبہ) $= a^m$

a^m کو 'a کی قوت m' یا 'a کی m ویں قوت' پڑھتے ہیں۔ یہاں m ایک طبعی عدد ہے۔

$\therefore \quad 5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$

یعنی 5^4 اس قوت نما والے عدد کی قیمت 625 ہے۔

اسی طرح، $\left[\frac{-2}{3}\right]^3 = \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} = \frac{-8}{27}$

یعنی $\left[\frac{-2}{3}\right]^3$ کی قیمت $\frac{-8}{27}$ ہے۔

اسے یاد رکھیے کہ $7^1 = 7$، $10^1 = 10$ ہوتا ہے۔ کسی بھی عدد کی پہلی قوت یعنی وہی عدد ہوتا ہے۔

عدد کی قوت 1 ہو تو قوت کو لکھا نہیں جاتا۔ جیسے $5^1 = 5$، $a^1 = a$

مشقی سوالات 26

.1 ذیل کی جدول مکمل کیجیے۔

نمبر شمار	قوت نما والا عدد	قاعدہ	قوت	ضربی صورت	قیمت
(i)	3^4	3	4	$3 \times 3 \times 3 \times 3$	81
(ii)	16^3				
(iii)		-8	2		
(iv)				$\frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7}$	$\frac{81}{2401}$
(v)	$(-13)^4$				

.2 قیمت معلوم کیجیے۔

(i) 2^{10} (ii) 5^3 (iii) $(-7)^4$ (iv) $(-6)^3$

(v) 9^3 (vi) 8^1 (vii) $\left(\frac{4}{5}\right)^3$ (viii) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$

مربع اور مکعب (Square and Cube)

$3^2 = 3 \times 3$

3^2 کو 3 کی دوسری قوت یا 3 کا مربع پڑھتے ہیں۔

$5^3 = 5 \times 5 \times 5$

5^3 کو 5 کی تیسری قوت یا 5 کا مکعب پڑھتے ہیں۔

یاد رکھیں :

- کسی بھی عدد کی دوسری قوت کو اس عدد کا مربع کہتے ہیں۔
- کسی بھی عدد کی تیسری قوت کو اس عدد کا مکعب کہتے ہیں۔

آیئے سمجھ لیں :

قاعدہ یکساں ہو تو قوت نما والے اعداد کا ضرب

مثال : $2^4 \times 2^3$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$= 2^7$

اس کی بناء پر، $2^4 \times 2^3 = 2^{4+3} = 2^7$

مثال : $(-3)^2 \times (-3)^3$

$= (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$

$= (-3)^5$

اس بناء پر، $(-3)^2 \times (-3)^3 = (-3)^{2+3} = (-3)^5$

مثال : $\left(\frac{-2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{-2}{5}\right)^3 = \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) = \left(\frac{-2}{5}\right)^5$

اس بناء پر، $\left(\frac{-2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{-2}{5}\right)^3 = \left(\frac{-2}{5}\right)^{2+3} = \left(\frac{-2}{5}\right)^5$

یہ میری سمجھ میں آگیا

اگر a ناطق عدد ہے اور m اور n مثبت صحیح اعداد ہوں تو $a^m \times a^n = a^{m+n}$

مشقی سوالات 27

مختصر ترین صورت میں لکھیے۔

(i) $7^4 \times 7^2$ (ii) $(-11)^5 \times (-11)^2$ (iii) $\left(\frac{6}{7}\right)^3 \times \left(\frac{6}{7}\right)^5$

(iv) $\left(-\frac{3}{2}\right)^5 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^3$ (v) $a^{16} \times a^7$ (vi) $\left(\frac{p}{5}\right)^3 \times \left(\frac{p}{5}\right)^7$

آیئے سمجھ لیں

یکساں قاعدہ والے قوت نما والے اعداد کی تقسیم

مثال : $6^4 \div 6^2 = ?$

$$\frac{6^4}{6^2} = \frac{6 \times 6 \times 6 \times 6}{6 \times 6}$$

$$= 6 \times 6$$

$$= 6^2$$

$$6^4 \div 6^2 = 6^{4-2} = 6^2$$

مثال : $(-2)^5 \div (-2)^3 = ?$

$$\frac{(-2)^5}{(-2)^3} = \frac{(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)}{(-2) \times (-2) \times (-2)}$$

$$= (-2) \times (-2)$$

$$= (-2)^2$$

$$\therefore\ (-2)^5 \div (-2)^3 = (-2)^{5-3} = (-2)^2$$

یہ میری سمجھ میں آگیا

اگر a غیر صفر کوئی ناطق عدد ہے، m اور n مثبت صحیح اعداد ہیں اور $m > n$ ہو تو $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

a^0 کا مطلب

$a \neq 0$ ہو تب

$$\frac{a^m}{a^m} = 1$$

اسی طرح

$$\frac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^0$$

$$\therefore\ \boxed{a^0 = 1}$$

a^{-m} کا مطلب

$$a^{-m} = a^{-m} \times 1$$

$$= a^{-m} \times \frac{a^m}{a^m}$$

$$= \frac{a^{-m+m}}{a^m}$$

$$= \frac{a^0}{a^n} = \frac{1}{a^m}$$

$$\therefore\ \boxed{a^{-m} = \frac{1}{a^m}}$$

$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ کا مطلب ، $\therefore\ a^{-1} = \frac{1}{a}$

اسی طرح $a \times \frac{1}{a} = 1$ یعنی $a \times a^{-1} = 1$

$\therefore$ a^{-1} یہ a کا ضربی معکوس ہے۔

اسی طرح، $\frac{5}{3}$ کا ضربی معکوس $\frac{3}{5}$ ہے۔

$$\therefore\ \boxed{\left(\frac{5}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{5}}$$

مثال : $\left(\frac{4}{7}\right)^{-3}$ اس قوت نما والے عدد دیکھیں گے۔

$$\left(\frac{4}{7}\right)^{-3} = \frac{1}{\frac{4}{7}\times\frac{4}{7}\times\frac{4}{7}} = \frac{1}{\frac{64}{343}} = \frac{343}{64} = \left(\frac{7}{4}\right)^{3}$$

یہ میری سمجھ میں آ گیا

- اس بناء پر، اگر $a \neq 0$، $b \neq 0$ اور m ایک مثبت صحیح عدد ہو تو $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^{m}$

ذیل کی مثالوں کا مشاہدہ کر کے دیکھیے کہ کون سا اصول حاصل ہوتا ہے۔

مثال : $(3)^4 \div (3)^6$

$$= \frac{(3)^4}{(3)^6}$$

$$= \frac{3\times3\times3\times3}{3\times3\times3\times3\times3\times3} = \frac{1}{3^2}$$

$$\therefore\ 3^4 \div 3^6 = 3^{4-6} = 3^2$$

مثال : $\left(\frac{3}{5}\right)^{2} \div \left(\frac{3}{5}\right)^{5}$

$$= \frac{\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}}{\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}} = \frac{1}{\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}} = \frac{1}{\left(\frac{3}{5}\right)^{3}}$$

$$\therefore\ \left(\frac{3}{5}\right)^{2} \div \left(\frac{3}{5}\right)^{5} = \left(\frac{3}{5}\right)^{2-5} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$$

یہ میری سمجھ میں آ گیا

اگر a ناطق عدد ہو اور $a \neq 0$ اور m اور n مثبت اعداد ہوں تو $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

آ یئے سمجھ لیں :

قاعدہ (-1) ہو اور قوت مکمل عدد ہو تو دیکھیں کیا ہوتا ہے۔

$$(-1)^6 = \underline{(-1)\times(-1)}\times\underline{(-1)\times(-1)}\times\underline{(-1)\times(-1)} = 1\times1\times1 = 1$$

$$(-1)^5 = \underline{(-1)\times(-1)}\times\underline{(-1)\times(-1)}\times(-1) = 1\times1\times(-1) = -1$$

اگر m جفت عدد ہو تو $(-1)^m = 1$ اور m طاق عدد ہو تو $(-1)^m = -1$

مشقی سوالات 28

1. مختصر کیجیے۔

(i) $a^6 \div a^4$ (ii) $m^5 \div m^8$ (iii) $p^3 \div p^{13}$ (iv) $x^{10} \div x^{10}$

2. قیمت معلوم کیجیے۔

(i) $(-7)^{12} \div (-7)^{12}$ (ii) $7^5 \div 7^3$ (iii) $\left(\frac{4}{5}\right)^{3} \div \left(\frac{4}{5}\right)^{2}$ (iv) $4^7 \div 4^5$

آیئے سمجھ لیں :

دو اعداد کے ضرب اور تقسیم کی قوت

ذیل کی مثالوں کا مشاہدہ کرکے دیکھیے کہ کون سا اصول حاصل ہوتا ہے۔

مثال : $(2 \times 3)^4$

$$= (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3)$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 2^4$$

مثال : $\left(\frac{4}{5}\right)^3$

$$= \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5}$$

$$= \frac{4 \times 4 \times 4}{5 \times 5 \times 5} = \frac{4^3}{5^3}$$

یہ میری سمجھ میں آ گیا

اگر a اور b غیر صفر ناطق اعداد ہوں اور m صحیح عدد ہو تو

(1) $(a \times b)^m = a^m \times b^m$ (2) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

$(a^m)^n$ یعنی قوت نما والے عدد کی قوت

مثال : $(5^2)^3$

$$(5^2)^3$$

$$= 5^2 \times 5^2 \times 5^2$$

$$= 5^{2+2+2}$$

$$= 5^{2 \times 3}$$

$$= 5^6$$

مثال : $(7^{-2})^{-5}$

$$(7^{-2})^{-5} = \frac{1}{(7^{-2})^5} \quad \ldots \boxed{a^{-m} = \frac{1}{a^m}}$$

$$= \frac{1}{7^{(-2)} \times 7^{(-2)} \times 7^{(-2)} \times 7^{(-2)} \times 7^{(-2)}}$$

$$= \frac{1}{7^{(-2)+(-2)+(-2)+(-2)+(-2)}}$$

$$= \frac{1}{7^{(-2)\times 5}} \quad = \frac{1}{7^{-10}} \quad = 7^{10}$$

مثال : $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\right]^3$

$$\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\right]^3$$

$$= \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{5}\right)^{(-2)+(-2)+(-2)} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-6}$$

$$(a^m)^n = a^m \times a^m \times a^m \times \ldots \text{(مرتبہ } n) = a^{m+m+m+\ldots\ldots\ldots n} = a^{m \times n}$$

اوپر دی ہوئی مثال سے ہمیں یہ اصول ملتا ہے۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

- اگر a غیر صفر ناطق عدد ہے۔ m اور n صحیح اعداد ہوں تو، $(a^m)^n = a^{m \times n} = a^{mn}$

یاد رکھیں : اگر a اور b غیر صفر ناطق عدد ہے اور m، n صحیح اعداد ہوں تو

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $a^m \div a^n = a^{m-n}$
- $a^1 = a$
- $a^0 = 1$
- $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$
- $(ab)^m = a^m \times b^m$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$
- $(a^m) = a^{mn}$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$

مشقی سوالات 29

1. مختصر کیجیے۔

(i) $\left[\left(\frac{15}{12}\right)^3\right]^4$ (ii) $(3^4)^{-2}$ (iii) $\left[\left(\frac{1}{7}\right)^{-3}\right]^4$ (iv) $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\right]^{-3}$ (v) $(6^5)^4$

(vi) $\left[\left(\frac{6}{7}\right)^5\right]^2$ (vii) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}\right]^5$ (viii) $\left[\left(\frac{5}{8}\right)^3\right]^{-2}$ (ix) $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^6\right]^1$ (x) $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}\right]^2$

2. درج ذیل اعداد کو مثبت قوت کا استعمال کر کے لکھیے۔

(i) $\left(\frac{2}{7}\right)^{-2}$ (ii) $\left(\frac{11}{3}\right)^{-5}$ (iii) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-3}$ (iv) $(y)^{-4}$

ریاضی میری ساتھی : سائنس میں، علم فلکیات میں

1. عشری طریقے سے اعداد لکھتے وقت 10 کی قوت کا خاص استعمال کرتے ہیں۔

زمین اور چاند کے درمیان فاصلہ 38,40,00,000 میٹر ہے۔ کیا اس عدد کو قوت نما کی صورت میں لکھ سکتے ہیں؟ یہ فاصلہ 10 کی قوت کی صورت میں ذیل کے مطابق لکھتے ہیں۔

384 000 000 ⟶ 384×10^6

38 4000 000 ⟶ 38.4×10^7

3 84000000 ⟶ 3.84×10^8 (معیاری صورت)

یہ فاصلہ کوئی بھی بہت بڑا یا چھوٹا عدد لکھتے وقت ایک ہندسی صحیح عدد والی عشری کسر والا عدد اور 10 کی مناسب قوت کا حاصل ضرب کر کے لکھتے ہیں۔ اس عدد کو (Standard form) معیاری صورت کہتے ہیں۔

2. ذیل میں آکسیجن کے جوہر کا قطر ملی لیٹر میں دیا ہوا ہے۔

0.0000000000000356 ⟶ 3.56×10^{-14}

3. ذیل کے عدد کو معیاری صورت میں لکھنے کی کوشش کیجیے۔

سورج کا قطر 1400000000 میٹر ہے۔ روشنی کی رفتار 300000000 میٹر فی سیکنڈ ہے۔

4. بازو کی شکل میں Googol عدد دکھایا گیا ہے۔ اسے 10 کی قوت کی صورت میں لکھنے کی کوشش کیجیے۔

Googol

1000000000000000000000000000
0000000000000000000000000
0000000000000000000000000
0000000000000000000000000

آئیے ذرا یاد کریں :

کامل مربع عدد کا جذر المربع معلوم کرنا

دیے ہوئے عدد کو اسی عدد سے ضرب کرتے ہیں تو آنے والا حاصل ضرب، اُس عدد کا مربع ہوتا ہے۔

مثال : $6 \times 6 = 6^2 = 36$

اسے 6 کا مربع 36 پڑھتے ہیں۔ ... $6^2 = 36$

مثال : $(-5) \times (-5) = (-5)^2 = 25$

اسے (-5) کا مربع 25 پڑھتے ہیں۔ $(-5)^2 = 25$

آئیے سمجھ لیں :

✸ دیے ہوئے عدد کا جذر المربع معلوم کرنا

مثال : $3 \times 3 = 3^2 = 9$ ... یہاں 3 کا مربع 9 ہے۔

اس معلومات کو 9 کا جذر المربع 3 کی صورت میں لکھ سکتے ہیں۔ جذر المربع کے لیے $\sqrt{}$ اس علامت کا استعمال کرتے ہیں۔

$\sqrt{9}$ یعنی 9 کا جذر المربع : $\therefore \quad \sqrt{9} = 3$

مثال : $7 \times 7 = 7^2 = 49 \quad ; \quad \therefore \sqrt{49} = 7$

مثال : $8 \times 8 = 8^2 = 64$ اس بناء پر $\sqrt{64} = 8$

$(-8) \times (-8) = (-8)^2 = 64$ اس بناء پر 64 کا جذر المربع (-8) بھی ملتا ہے۔

x مثبت عدد ہو تو اس کے دو جذر المربع ہوتے ہیں۔

ان میں سے منفی جذر المربع $-\sqrt{x}$ سے اور مثبت جذر المربع $\sqrt{x}$ سے ظاہر کرتے ہیں۔

مثال : 81 کا جذر المربع معلوم کیجیے۔

$81 = 9 \times 9 = (-9) \times (-9)$ ، $\therefore \sqrt{81} = 9$ اور $-\sqrt{81} = -9$

ہم اکثر و بیشتر اوقات مثبت جذر المربع پر غور کرتے ہیں۔

✸ دیے ہوئے اعداد کا اجزائے ضربی کے طریقے سے جذر المربع معلوم کرنا :

مثال : 144 کا جذر المربع معلوم کیجیے۔

دیے ہوئے عدد کے مفرد ضربی اجزا کے یکساں جز و ضربیوں (عادوں) کی جوڑیاں بنائیے۔

2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

$144 = 2 \times 72$

$= 2 \times 2 \times 36$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 18$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 9$

$= \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{3 \times 3}$

حاصل ہونے والے مفرد اجزائے ضربیوں (عادوں) میں یکساں جز و ضربیوں کی جوڑیاں بنائیے۔

ہر جوڑی سے ایک عدد جز و ضربی لے کر ضرب کیجیے۔ $\sqrt{144} = 2 \times 2 \times 3 = 12 \quad \therefore \sqrt{144} = 12$

مثال : 324 کا جذرالمربع معلوم کیجیے۔

دیے ہوئے عدد کے مفرد اجزائے ضربی معلوم کر کے یکساں جزو ضربیوں کی جوڑیاں بنائیے۔

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$324 = 2 \times 162$

$= 2 \times 2 \times 81$

$= 2 \times 2 \times 3 \times 27$

$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 9$

$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

جذرالمربع کے لیے ہر جوڑی سے ایک عدد لیجیے اور ضرب کیجیے۔

$\sqrt{324} = 2 \times 3 \times 3 = 18$ $\therefore \sqrt{324} = 18$

مشقی سوالات 30

◉ جذرالمربع معلوم کیجیے۔

(i) 625 (ii) 1225 (iii) 289 (iv) 4096 (v) 1089

✸ اضافی معلومات کے لیے (تقسیم کے طریقے سے جذرالمربع)

(1) 9801 کا جذرالمربع معلوم کیجیے۔

	99
9	$\overline{98}\,\overline{01}$
+9	−81
189	1701
+9	−1701
198	0000

$\therefore \sqrt{9801} = 99$

(2) 19321 کا جذرالمربع معلوم کیجیے۔

	139
1	$\overline{1}\,\overline{93}\,\overline{21}$
+1	−1
23	093
+3	−69
269	2421
+9	−2421
278	0000

$\therefore \sqrt{19321} = 139$

(3) 141.61 کا جذرالمربع معلوم کیجیے۔

	11.9
1	$\overline{1}\,\overline{41}.\overline{61}$
+1	−1
21	041
+1	−21
229	2061
+9	−2061
238	0000

$\therefore \sqrt{141.61} = 11.9$

جس عدد کے مفرد جز ضربی بہت بڑے ہیں اور اس کے اجزائے ضربی کرنا مشکل ہے، اس کا مربع معلوم کرنے کے لیے یہ طریقہ مفید ہوتا ہے۔

اب مزید ایک مثال $\sqrt{137}$ لیں گے۔

	11.7
1	$\overline{1}\,\overline{37}.\overline{00}$
+1	−1
21	037
+1	−21
227	1600
+7	−1589
234	11

$\sqrt{137} > 11.7$

لیکن، $(11.8)^2 = 139.14$

$\therefore \quad 11.7 < \sqrt{137} < 11.8$

اس طرح $\sqrt{137}$ کے قریب کا عدد معلوم کر سکتے ہیں۔ جس عدد کا جذرالمربع مکمل عدد نہیں ہوتا، اس کا جذرالمربع قریب قریب کے عشری کسر میں اس طریقے سے معلوم کر سکتے ہیں۔

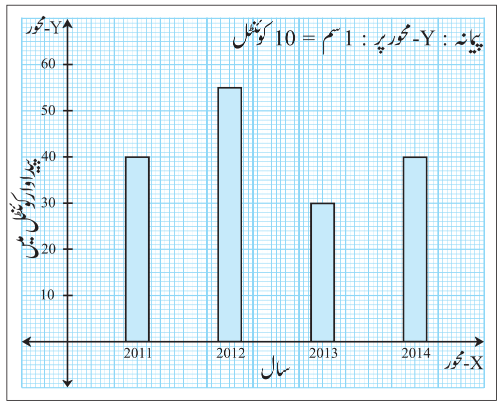
❑❑❑

7 متصل ستونی ترسیم

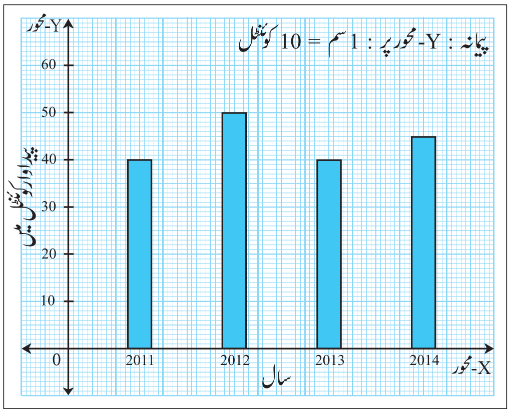
آیئے بحث کریں

اجے اور وجے کے کھیتوں میں گیہوں کی پیداوار کوئنٹل میں کتنی ہوئی ہے اس کی معلومات ذیل میں دی ہوئی ستونی ترسیم میں دکھائی گئی ہے۔ اس کا مشاہدہ کیجیے۔

وجے کی گیہوں کی پیداوار



اجے کی گیہوں کی پیداوار



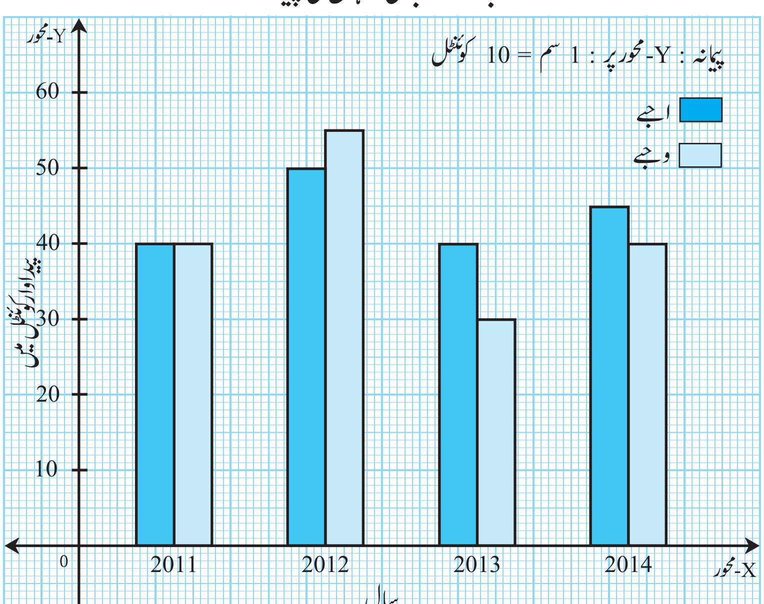
متصل ستونی ترسیم (Joint-Bar Graph)

آیئے دیکھتے ہیں کہ کیا دونوں ترسیم کی معلومات ایک ہی ترسیم میں بتائی جاسکتی ہے۔ اس سے کم جگہ میں زیادہ معلومات دی جاسکے گی، اسی طرح اجے اور وجے کی گیہوں کی پیداوار کے درمیان موازنہ کرنا آسان ہوجائے گا۔ اس قسم کی ترسیم کو متصل ستونی ترسیم کہتے ہیں۔

متصل ستونی ترسیم کا مشاہدہ کرکے نیچے دیے ہوئے سوالوں کے جواب دیجیے۔

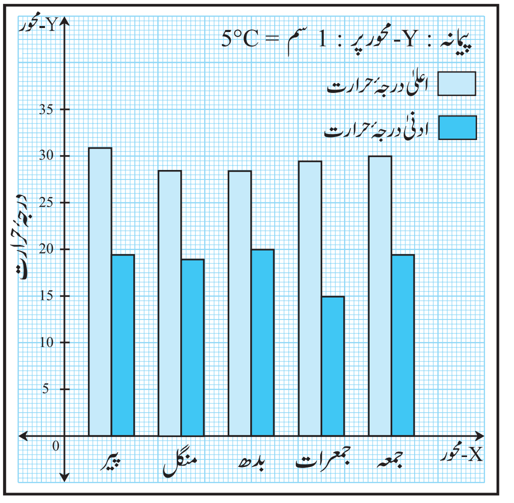
1. کس سال دونوں کی گیہوں کی پیداوار مساوی ہے؟
2. سال 2014 میں گیہوں کی پیداوار کس کی زیادہ تھی؟
3. سال 2013 میں ہر ایک کی گیہوں کی پیداوار کتنی تھی؟

اجے اور وجے کی گیہوں کی پیداوار



متصل ستونی ترسیم کا پڑھنا

پونہ شہر کا پانچ دنوں کا اعلیٰ و ادنیٰ درجۂ حرارت (°C میں) دیا ہوا ہے۔ متصل ستونی ترسیم کا مشاہدہ کر کے نیچے پوچھے ہوئے سوالوں کے جواب دیجیے۔



- X- محور پر کون سی معلومات دکھائی گئی ہے؟
- Y- محور پر کون سی معلومات دکھائی گئی ہے؟
- سب سے زیادہ درجۂ حرارت کس دن ہے؟
- ادنیٰ درجۂ حرارت کس دن سب سے زیادہ ہے؟
- جمعرات کو اعلیٰ اور ادنیٰ درجۂ حرارت کے درمیان کتنا فرق ہے؟
- کس دن اعلیٰ اور ادنیٰ درجۂ حرارت کے درمیان فرق سب سے زیادہ ہے؟

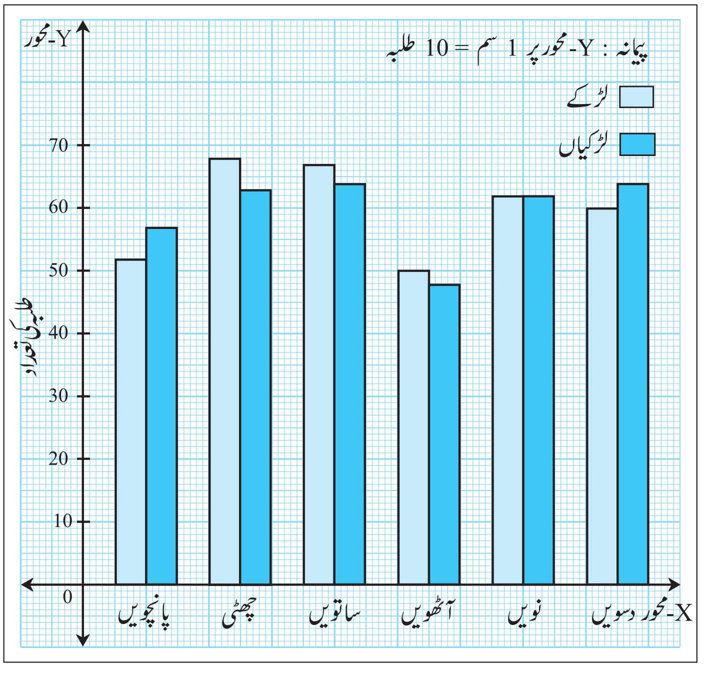
آیئے سمجھ لیں :

متصل ستونی ترسیم (Joint bar graph) بنانا

ایک اسکول کے لڑکے اور لڑکیوں کی تعداد دی ہوئی ہے۔ اس معلومات سے متصل ستونی بنایئے۔

جماعت	پانچویں	چھٹی	ساتویں	آٹھویں	نویں	دسویں
لڑکے	52	68	67	50	62	60
لڑکیاں	57	63	64	48	62	64

متصل ستونی ترسیم کے لیے مراحل



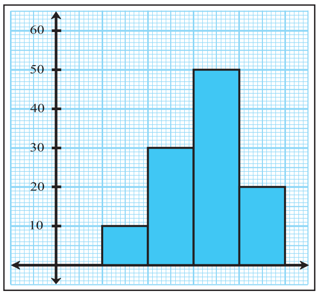
1. ترسیم کاغذ پر X- محور، Y- محور اور ان کا نقطہ تقاطع دکھایئے۔
2. دو متصل ستونوں کے درمیان فاصلہ یکساں رکھ کر X- محور پر جماعت دکھایئے۔
3. Y- محور پر پیمانہ طے کیجیے۔
   جیسے : 1 اکائی = 10 لڑکے/لڑکیاں
   Y- محور پر لڑکے/لڑکیوں کی تعداد دکھایئے۔
4. طے کردہ پیمانہ کے لحاظ سے ہر جماعت میں لڑکے اور لڑکیوں کی تعداد دکھانے والے ستونوں کی اونچائی طے کیجیے اور ستون کھینچیے۔ دو ستونوں کو الگ الگ دکھانے کے لیے مختلف رنگ استعمال کیجیے۔

یہ میری سمجھ میں آگیا

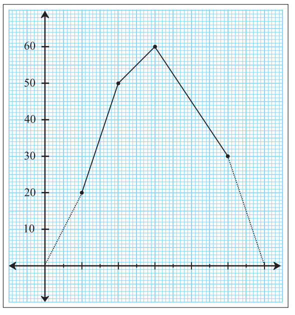
- متصل ستونی ترسیم میں تمام ستونوں کی چوڑائی مساوی ہونا چاہیے۔
- متواتر دو متصل ستونوں کے درمیان فاصلہ یکساں ہونا چاہیے۔
- متصل ستونی ترسیم کا استعمال موازنہ کے مطالعہ کے لیے کرتے ہیں۔

ریاضی میری ساتھی : اخبار میں، ماہنامے میں، معلومات کو پیش کرنا

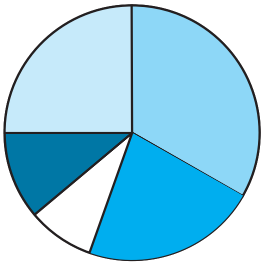
اخبارات سے مختلف قسم کی ترسیموں کا ذخیرہ کرکے اس پر بحث کیجیے۔



.1 مستطیلی ترسیم



.2 خطی ترسیم



.3 دائروی ترسیم

ICT Tools or Links

معلومات کو پیش کرتے وقت متصل ستونی ترسیم کی بجائے مختلف ترسیموں کا استعمال کیا جاتا ہے۔

MS-Excell، Graph Matica، Geogebra میں موجود مختلف قسم کی ترسیم اساتذہ کی مدد سے دیکھیے۔

مشقی سوالات 31

.1 عالمی شجر کاری کے دن اسکول میں لگائے ہوئے پودوں کی تعداد جدول میں دی ہوئی ہے۔اس کی مدد سے متصل ستونی ترسیم کھینچیے۔

گل مہر	اشوک	نیم	کرنج	بادام	پودوں کی تعداد / اسکول کے نام
42	15	72	60	40	نتن ودیالیہ، ملکہ پور
40	25	60	38	42	بھارت ودیالیہ

.2 ایک جوس سینٹر پر سنیچر اور اتوار کو مختلف پھلوں کے رس لینے کے لیے آنے والے گاہکوں کی تعداد جدول میں دکھائی ہوئی ہے۔اس معلومات سے متصل ستونی ترسیم کھینچیے۔

اناناس	سیب	سنترہ	موسمبی	پھل / دن
40	56	30	43	سنیچر
67	78	65	59	اتوار

.3 گرام پنچایت الیکشن میں پانچ پولنگ بوتھوں پر ذیل کے مطابق رائے دہی ہوئی/ ووٹ ڈالے گئے۔اس کی مدد سے متصل ستونی ترسیم کھینچیے۔

افراد \ پولنگ بوتھ	1	2	3	4	5
مرد	200	270	560	820	850
عورتیں	700	240	340	640	470

.4 بھارت کے پانچ شہروں کا اعلیٰ اور ادنیٰ درجۂ حرارت °C میں دیا ہوا ہے۔اس کی مدد سے متصل ستونی ترسیم کھینچیے۔

درجۂ حرارت (°C میں) \ شہر	دہلی	ممبئی	کولکاتا	ناگپور	کپورتھلا
اعلیٰ درجۂ حرارت	35	32	37	41	37
ادنیٰ درجۂ حرارت	26	25	26	29	26

.5 جدول میں سولا پور، پونہ کے سرکاری دواخانہ میں ایک مہینہ میں ٹیکہ دیے جانے والے بچوں کی تعداد دی ہوئی ہے۔اس کی مدد سے متصل ستونی ترسیم کھینچیے۔

شہر \ ٹیکہ کے نام	ڈی۔پی۔ٹی۔ڈوز	پولیوڈوز	چیچک	یرقان
سولا پور	65	60	65	63
پونہ	89	87	88	86

.6 مہاراشٹر اور گجرات ریاستوں میں تعلیم یافتہ لوگوں کا تناسب فی صدی میں دیا ہوا ہے۔اس کی مدد سے متصل ستونی ترسیم کھینچیے۔

ریاست \ سال	1971	1981	1991	2001	2011
مہاراشٹر	46	57	65	77	83
گجرات	40	45	61	69	79

ریاضیاتی پہیلی

$$1 + 3 = 2^2$$

$$1 + 3 + 5 = 3^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$$

اس بناء پر کیا، $1 + 3 + \dots\dots\dots (2n - 1) = n^2$ کا ضابطہ سمجھ میں آ گیا۔

اس ضابطہ کی مدد سے $n = 5, 6, 7, 8, \dots$ اعداد کے لیے تصدیق کیجیے۔

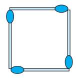
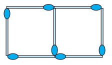
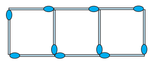
سائنس کے تجربات کے اندراجات سے اندازہ کرنے کے لیے اور اسی طرح جغرافیہ، معاشیات، میں متصل ترسیم کا استعمال ہوتا ہے۔

817LP9

آ یئے سمجھ لیں :

الجبری عبارتیں (Algebraic Expressions)

نیچے دی ہوئی جدول میں تیلیوں کی تشکیل کو دیکھیے اور تواتر کا مشاہدہ کیجیے۔

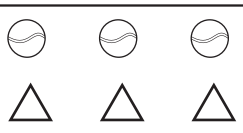
تیلیوں کی تشکیل				....	......	....	......	....
مربع	1	2	3	4	......	10	......	n
تیلیوں کی تعداد	4	7	10	13	......	....	......	....
	$3 + 1$	$6 + 1$	$9 + 1$	$12 + 1$	......	....	......	....
	$3 \times 1 + 1$	$3 \times 2 + 1$	$3 \times 3 + 1$	$3 \times 4 + 1$	......	$3 \times 10 + 1$	......	$3 \times n + 1$

اوپر دیے ہوئے تواتر مشاہدہ کرنے پر یہ سمجھ میں آتا ہے کہ، 1+ مربعوں کی تعداد × 3 = تیلیوں کی تعداد →

یہاں مربعوں کی تعداد تبدیل ہوتی ہے، وہ 2، 3، 4، ...، 10، ... میں سے کوئی بھی ہوسکتی ہے۔

مربعوں کی تعداد معلوم نہیں ہو تو اُسے حرف سے ظاہر کرتے ہیں۔ یہاں مربعوں کی تعداد کو n حرف سے ظاہر کیا گیا ہے۔

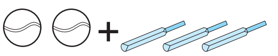
یہاں n متغیر ہے۔ متغیر 'n' کا استعمال کریں تو $3 \times n + 1$ یعنی $3n + 1$ الجبری عبارت حاصل ہوتی ہے۔



گیند = 3

مثلث = 3

t t t = $3t$



بلّا ☐ + گیند ☐ =

امرود ☐ + آم ☐ =

$x + x + y + y + y = 2x + 3y$

l

b b

l

مستطیل کا احاطہ $= 2l + 2b$

$= 2\,(l + b)$

یہ میری سمجھ میں آ گیا

- $3n + 1$، $3t$، $2x + 3y$، $2(l + b)$ یہ الجبری عبارتیں ہیں۔

اِن الجبری عبارتوں میں n، t، x، y، l، b متغیر ہیں۔

آیئے سمجھ لیں :

- عبارت $3x$ میں متغیر x کا ضریب 3 (ceofficient) ہے۔
- $-15t$ میں متغیر t کا ضریب -15 ہے۔
- جس عبارت میں ضرب ہی ایک عمل ہوتا ہے، اس عبارت کو رکن (term) کہتے ہیں۔
- الجبری عبارت میں کئی رکن ہوتے ہیں۔

متغیر	ضریب	رکن
m, n	11	$11\,mn$
x, y	-9	$-9x^2y^3$
p	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}p$
a	1	a

مثال : الجبری عبارت $4x^2 - 2y + \frac{5}{6}xz$ میں

$4x^2$ پہلا رکن ہے۔اس میں 4 ضریب ہے۔

$-2y$ دوسرا رکن ہے۔اس میں -2 ضریب ہے۔

$\frac{5}{6}xz$ تیسرا رکن ہے۔اس میں $\frac{5}{6}$ ضریب ہے۔

یاد رکھیں :

- الجبری عبارت $15 - x$ میں دو ارکان ہیں۔ پہلا رکن 15 یہ ایک عدد ہے۔ '$15 - x = 15 + (-x)$' میں دوسرا رکن $-x$ ہے۔ اس رکن میں متغیر x کا ضریب (-1) ہے۔
- جن ارکان میں متغیر اور ان کی قوت مساوی ہوتی ہے، اُن ارکان کو مشابہ ارکان کہتے ہیں۔

مشابہ ارکان (Like terms)

(i) $2x, 5x, -\frac{2}{3}x$ (ii) $-5x^2y, \frac{6}{7}yx^2$

غیر مشابہ ارکان (Unlike terms)

(i) $7xy, 9y^2, -2xyz$ (ii) $8mn, 8m^2n^2, 8m^3n$

الجبری عبارتوں کی قسمیں (Types of algebraic expressions)

عبارت میں موجود ارکان کی تعداد سے عبارت کا نام طے ہوتا ہے۔ایک رکن والی یک رکنی، دو رکن والی دو رکنی، تین رکنی والی سہ رکنی اور تین سے زائد رکن والی کثیر رکنی کہلاتی ہے۔

کثیر رکنی	سہ رکنی	دو رکنی	یک رکنی
• $a^3 - 3a^2b + 3ab + b^3$	• $a + b + c$	• $2x - 3y$	• $4x$
• $4x^2 - 7x^2 + 9 - 5x^3 - 16x$	• $x^2 - 5x + 6$	• $2l + 2b$	• $\frac{5}{6}m$
• $5x^5 - \frac{1}{2}x + 8x^3 - 5$	• $8a^2 + 5a^2b + c$	• $3mn - 5m^2n$	• -7

مشقی سوالات 32

◉ درج ذیل عبارتوں کے ارکان کی تعداد کی بنا پر یک رکنی عبارت، دو رکنی عبارت وغیرہ قسموں میں جماعت بندی کیجیے۔

(i) $7x$ (ii) $5y - 7z$ (iii) $3x^3 - 5x^2 - 11$ (iv) $1 - 8a - 7a^2 - 7a^3$

(v) $5m - 3$ (vi) a (vii) 4 (viii) $3y^2 - 7y + 5$

آیئے سمجھ لیں :

الجبری عبارتوں کی جمع (Addition of algebraic expressions)

✸ یک رکنیوں کی جمع (Addition of monomials)

مثال : 3 امرود + 4 امرود = (3 + 4) امرود = 7 امرود

مثال : $3x + 4x = (3 + 4)x = 7x$

مشابہ ارکان کی جمع ایک ہی قسم کی چیزوں کی طرح کرتے ہیں۔

مثال : جمع کیجیے۔

(i) $-3x - 8x + 5x = (-3 - 8 + 5)x = -6x$

(ii) $\frac{2}{3}ab - \frac{5}{7}ab = \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{7}\right)ab = \frac{-1}{21}ab$

(iii) $-2p^2 + 7p^2 = (-2 + 7)p^2 = 5p^2$

> غور کیجیے۔
>
> $3x + 4y = ?$ کتنا
>
> 3 امرود + 4 آم = 7 امرود ?
>
> $7m - 2n = 5m$?

✸ دو رکنیوں کی جمع (Addition of binomial expressions)

مثال : افقی ترتیب

$(2x + 4y) + (3x + 2y)$

$= 2x + 3x + 4y + 2y$

$= 5x + 6y$

عمودی ترتیب

$$\begin{array}{r} 2x + 4y \\ +\quad 3x + 2y \\ \hline 5x + 6y \end{array}$$

مشابہ ارکان کی جمع کرتے وقت اُن ارکان کے ضریبوں کی جمع کر کے اس کے آگے متغیر لکھتے ہیں۔

مثال : جمع کیجیے : $9x^2y^2 - 7xy$; $3x^2y^2 + 4xy$

افقی ترتیب

$(9x^2y^2 - 7xy) + (3x^2y^2 + 4xy)$

$= 9x^2y^2 - 7xy + 3x^2y^2 + 4xy$

$= (9x^2y^2 + 3x^2y^2)\ (-7xy + 4xy)$

$= 12x^2y^2 - 3xy$

عمودی ترتیب

$$\begin{array}{r} 9x^2y^2 - 7xy \\ +\quad 3x^2y^2 + 4xy \\ \hline 12x^2y^2 - 3xy \end{array}$$

کچھ احتیاط برتیں

$3x + 7y$ میں دونوں ارکان غیر مشابہ ہیں۔اس لیے ان کی جمع $3x + 7y$ یا $7y + 3x$ ہی لکھنا ہوتی ہے۔

مشقی سوالات 33

⊙ جمع کیجیے۔

(i) $9p + 16q$; $13p + 2q$

(ii) $2a + 6b + 8c$; $16a + 13c + 18b$

(iii) $13x^2 - 12y^2$; $6x^2 - 8y^2$

(iv) $17a^2b^2 + 16c$; $28c - 28a^2b^2$

(v) $3y^2 - 10y + 16$; $2y - 7$

(vi) $-3y^2 + 10y - 16$; $7y^2 + 8$

آیئے سمجھ لیں :

الجبری عبارتوں کی تفریق (Substraction of algebraic expressions)

صحیح اعداد کی تفریق کرتے وقت ایک صحیح عدد سے دوسرا صحیح عدد تفریق کرنا یعنی پہلے صحیح عدد میں دوسرے صحیح عدد کا متضاد عدد (جمعی معکوس) ملانے کا مطالعہ ہم کر چکے ہیں۔

اسی اصول کا استعمال ہم الجبری عبارتوں کی تفریق کرنے کے لیے کرنے والے ہیں۔

مثال : $18 - 7$

$= 18 + (-7) = 11$

مثال : $9x - 4x$

$= [9 + (-4)]x = 5x$

مثال : پہلی عبارت سے دوسری عبارت تفریق کیجیے۔

$16x + 23y + 12z$; $9x - 27y + 14z$

افقی تفریق

$(16x + 23y + 12z) - (9x - 27y + 14z)$

$= 16x + 23y + 12z - 9x + 27y - 14z$

$(16x - 9x) + (23y + 27y) + (12z - 14z)$

$= 7x + 50y - 2z$

عمودی ترتیب

$$\begin{array}{rrrr} & 16x & +\ 23y & +\ 12z \\ - & \oplus\ 9x & \ominus\ 27y & \oplus\ 14z \\ & - & + & - \\ \hline & 7x & +\ 50y & -\ 2z \end{array}$$

(جو عبارت تفریق کرنا ہے اس عبارت کے ہر رکن کی علامت تبدیل کر کے جمع کیجیے)

مشقی سوالات 34

⊙ پہلی عبارت سے دوسری عبارت تفریق کیجیے۔

(i) $(4xy - 9z)$; $(3xy - 16z)$

(ii) $(5x + 4y + 7z)$; $(x + 2y + 3z)$

(iii) $(14x^2 + 8xy + 3y^2)$; $(26x^2 - 8xy - 17y^2)$

(iv) $(6x^2 + 7xy + 16y^2)$; $(16x^2 - 17xy)$

(v) $(4x + 16z)$; $(19y - 14z + 16x)$

آیئے سمجھ لیں :

الجبری عبارتوں کا ضرب (Multiplication of algebraic expressions) :

✸ یک رکنیوں کی ضرب

مثال : $3x \times 12y$

$= 3 \times 12 \times x \times y$

$= 36xy$

مثال : $2a^2 \times 3ab^2$

$= 2 \times 3 \times a^2 \times a \times b^2$

$= 6a^3b^2$

مثال : $(-12x) \times 3y^2$

$= -12 \times 3 \times x \times y \times y$

$= -36xy^2$

مثال : $(-3x^2) \times (-4xy)$

$= (-3) \times (-4) \times x^2 \times x \times y$

$= 12x^3y$

یہ میری سمجھ میں آ گیا

دو یک رکنیوں کی ضرب کرتے وقت، سب سے پہلے علامتوں کو ذہن میں رکھتے ہوئے ضریبوں کی ضرب کیجیے۔ بعد میں متغیروں کی ضرب کیجیے۔

دو رکنی کو یک رکنی سے ضرب دینا

مثال :
$x(x + y)$
$= x \times x + x \times y$
$= x^2 + xy$

مثال : $(7x - 6y) \times 3z = 7x \times 3z - 6y \times 3z$
$= 7 \times 3 \times x \times z - 6 \times 3 \times y \times z$
$= 21xz - 18yz$

دو رکنی کی دو رکنی سے ضرب

مثال :

$$\begin{array}{rl} & 3x + 4y \\ \times & 5x + 7y \\ \hline & 15x^2 + 20xy \\ & + 21xy + 28y^2 \\ \hline & 15x^2 + 41xy + 28y^2 \end{array}$$

… (5x سے ضرب دینا)
… (7y سے ضرب دینا)
… (جمع کرنے پر)

$(3x + 4y)(5x + 7y)$
$= 3x(5x + 7y) + 4y(5x + 7y)$
$= 3x \times 5x + 3x \times 7y + 4y \times 5x + 4y \times 7y$
$= 15x^2 + 21xy + 20xy + 28y^2$
$= 15x^2 + 41xy + 28y^2$

مثال : ایک مستطیلی کھیت کی لمبائی $(2x + 7)$ میٹر اور چوڑائی $(x + 2)$ میٹر، تو اس کھیت کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل :
مستطیلی کھیت کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی
$= (2x + 7) \times (x + 2)$
$= 2x(x + 2) + 7(x + 2)$
$= 2x^2 + 4x + 7x + 14$
$= 2x^2 + 11x + 14$

اس لیے مستطیلی کھیت کا رقبہ $(2x^2 + 11x + 14)$ مربع میٹر ہے۔

مشقی سوالات 35

1. ضرب کیجیے۔

(i) $16xy \times 18xy$ (ii) $23xy^2 \times 4yz^2$ (iii) $(12a + 17b) \times 4c$ (iv) $(4x + 5y) \times (9x + 7y)$

2. ایک مستطیل کی لمبائی $(8x + 5)$ سم اور چوڑائی $(5x + 3)$ سم ہے، تو اس مستطیل کا رقبہ معلوم کیجیے۔

آیئے ذرا یاد کریں :

یک متغیری مساواتیں (Equations in one variable)

درج ذیل مساواتیں حل کیجیے۔

(1) $x + 7 = 4$ (2) $4p = 12$ (3) $m - 5 = 4$ (4) $\frac{t}{3} = 6$

آیئے سمجھ لیں :

مثال $2x + 2 = 8$
$\therefore\ 2x + 2 - 2 = 8 - 2$
$\therefore\ 2x = 6$
$\therefore\ x = 3$

مثال $3x - 5 = x - 17$
$\therefore\ 3x - 5 + 5 - x = x - 17 + 5 - x$
$\therefore\ 2x = -12$
$\therefore\ x = -6$

مثال : ایک مستطیل کی لمبائی، اس کی چوڑائی کے دُگنا سے 1 سم زیادہ ہے۔ اس مستطیل کا احاطہ 50 سم ہو تو اس کی لمبائی کتنی ہے؟

حل : فرض کیجیے مستطیل کی چوڑائی x سم ہے۔

اس لیے مستطیل کی لمبائی $(2x + 1)$ سم ہوگی۔

مستطیل کا احاطہ = 2 × لمبائی + 2 × چوڑائی

$\therefore \quad 2(2x + 1) + 2x = 50$

$\therefore \quad 4x + 2 + 2x = 50$

$\therefore \quad 6x + 2 = 50$

$\therefore \quad 6x = 50 - 2$

$\therefore \quad 6x = 48$

$\therefore \quad x = 8$

مستطیل کی چوڑائی 8 سم ہے۔

مستطیل کی لمبائی $= 2x + 1 = 2 \times 8 + 1$

$\therefore$ مستطیل کی لمبائی = 17 سم

مثال : ایک طبعی عدد اور اس کے آگے متواتر عدد کی جمع 69 ہے، تو وہ عدد کون سا ہے؟

حل : فرض کیجیے x طبعی عدد ہے۔

اس کے آگے کا متواتر عدد $x + 1$ ہے۔

$(x) + (x + 1) = 69$

$\therefore \quad x + x + 1 = 69$

$\therefore \quad 2x + 1 = 69$

$\therefore \quad 2x = 69 - 1$

$\therefore \quad 2x = 68$

$\therefore \quad x = 34$

$\therefore$ طبعی عدد = 34

$\therefore$ آگے کا متواتر طبعی عدد = 34 + 1

= 35

یادرکھیں : حل شدہ مثالوں سے سمجھ میں آتا ہے کہ، کسی رکن کو مساوات میں '=' علامت کے ایک طرف سے دوسری طرف لے جاتے وقت اُس کی علامت بدلنا ہوتا ہے۔

مشقی سوالات 36

1. $(3x - 11y) - (17x + 13y)$ اس تفریق کے حل کے لیے صحیح متبادل منتخب کیجیے۔

(i) $7x - 12y$ (ii) $-14x - 54y$ (iii) $-3(5x + 4y)$ (iv) $-2(7x + 12y)$

2. $(23x^2y^3z) \times (-15x^3yz^2)$ کا جواب .... آئے گا۔

(i) $-345x^5y^4z^3$ (ii) $345x^2y^3z^5$ (iii) $145x^3y^2z$ (iv) $170x^3y^2z^3$

3. درج ذیل مساواتیں حل کیجیے۔

(i) $4x + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$ (ii) $10 = 2y + 5$ (iii) $5m - 4 = 1$

(iv) $6x - 1 = 3x + 8$ (v) $2(x - 4) = 4x + 2$ (vi) $5(x + 1) = 74$

4. راکیش کی عمر ثانیہ کی عمر سے 5 سال کم ہے۔ اُن کی عمروں کا مجموعہ 27 سال ہے، تو ہر ایک کی عمر کتنی ہے؟

5. ایک جنگل میں اشوکا کے جتنے درخت لگائے گئے ہیں اُس سے جامن کے 60 درخت زیادہ لگائے گئے ہیں۔ وہاں دونوں قسم کے کل درخت 200 ہیں، تو جامن کے درختوں کی تعداد کتنی ہے؟

6. شبھانگی کے پاس 50 روپے کے جتنے نوٹ ہیں۔ اُس سے دُگنا 20 روپے کے نوٹ ہیں۔ اس کے پاس کل 2700 روپے ہیں تو 50 روپے کے نوٹ کتنے ہیں؟

*7. وراٹ کے بنائے گئے رن روہت کے رنوں سے دُگنا تھے۔ دونوں کے رنوں کو ملا کر کل رن دو سیکڑہ سے دو کم تھے۔ تو ہر ایک نے کتنے رن بنائے؟

مجموعہ سوالات 1

.1 درج ذیل مثالیں حل کیجیے۔

(i) $(-16) \times (-5)$ (ii) $(72) \div (-12)$ (iii) $(-24) \times 2$

(iv) $125 \div 5$ (v) $(-104) \div (-13)$ (vi) $25 \times (-4)$

.2 مفرد اجزائے ضربی کرکے درج ذیل اعداد کا 'م ع ا' اور 'م ذ ا' معلوم کیجیے۔

(i) 75,135 (ii) 114,76 (iii) 153, 187 (iv) 32, 24, 48

*3. مختصر کیجیے۔

(i) $\frac{322}{391}$ (ii) $\frac{247}{209}$ (iii) $\frac{117}{156}$

.4 درج ذیل اعداد کے جذرالمربع معلوم کیجیے۔

(i) 784 (ii) 225 (iii) 1296 (iv) 2025 (v) 256

.5 ایک الیکشن (انتخاب) کے لیے چار پولنگ بوتھ دیے ہوئے ہیں۔ ہر بوتھ پر عورتوں اور مردوں کی رائے دہی کی معلومات جدول میں دی ہوئی ہے۔ اس پر سے متصل ستونی ترسیم کھینچیے۔

پولنگ بوتھ	نوودیہ ودیالیہ	ودیانکیتن شالا	سٹی ہائی اسکول	ابھینو شالا
عورتیں	500	520	680	800
مرد	440	640	760	600

.6 کثیر رکنی حل کیجیے۔

(i) $45 \div 5 + 20 \times 4 - 12$ (ii) $(38 - 8) \times 2 \div 5 + 13$

(iii) $\frac{5}{3} + \frac{4}{7} \div \frac{32}{21}$ (iv) $3 \times \{4 [85 + 5 - (15 \div 3)] + 2\}$

.7 حل کیجیے۔

(i) $\frac{5}{12} + \frac{7}{16}$ (ii) $3\frac{2}{5} - 2\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{12}{5} \times \frac{(-10)}{3}$ *(iv) $4\frac{3}{8} \div \frac{25}{18}$

.8 $\triangle ABC$ اس طرح بنایئے کہ $m\angle A = 55°$، $m\angle B = 60°$ اور $l(AB) = 5.9$ سم

.9 $\triangle XYZ$ اس طرح بنایئے کہ $l(XY) = 3.7$ سم، $l(YZ) = 7.7$ سم، $l(XZ) = 6.3$ سم

.10 $\triangle PQR$ اس طرح بنایئے کہ $m\angle P = 80°$، $m\angle Q = 70°$، $l(QR) = 5.7$ سم

.11 دی ہوئی پیمائش کے مطابق $\triangle EFG$ بنایئے، $l(FG) = 5$ سم، $m\angle EFG = 90°$، $l(EG) = 7$ سم

.12 $\triangle LMN$ میں $l(LM) = 6.2$ سم، $m\angle LMN = 60°$، $l(MN) = 4$ سم ہو تو $\triangle LMN$ بنایئے۔

.13 درج ذیل زاویوں کے مکملہ زاویوں کی پیمائشیں لکھیے۔

(i) 35° (ii) $a°$ (iii) 22° (iv) $(40 - x)°$

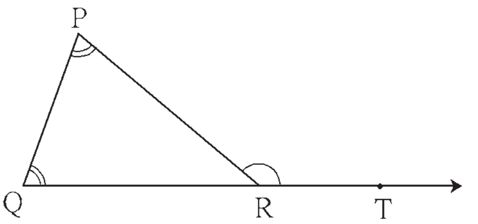
.14 درج ذیل زاویوں کے متمم زاویوں کی پیمائشیں لکھیے۔

(i) 111° (ii) 47° (iii) 180° (iv) $(90 - x)°$

.15 درج ذیل اشکال بنایئے۔

(1) متصلہ زاویوں کی جوڑی (2) ایسے دو زاویے بنایئے جو متمم زاویے ہیں لیکن متصلہ نہیں۔ (3) دو متصلہ مکملہ زاویوں کی جوڑی

16. $\triangle PQR$ میں $\angle P$ اور $\angle Q$ کی پیمائشیں مساوی ہیں اور $m\angle PRQ = 70°$ ہو تو درج ذیل زاویوں کی پیمائشیں معلوم کیجیے۔



(i) $m\angle PRT$ (ii) $m\angle P$ (iii) $m\angle Q$

17. مختصر کیجیے۔

(i) $5^4 \times 5^3$ (ii) $\left(\frac{2}{3}\right)^6 \div \left(\frac{2}{3}\right)^9$ (iii) $\left(\frac{7}{2}\right) \times \left(\frac{7}{2}\right)^{-6}$ (iv) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \div \left(\frac{4}{5}\right)$

18. قیمت معلوم کیجیے۔

(i) $17^{16} \div 17^{16}$ (ii) 10^{-3} (iii) $\left(2^3\right)^2$ (iv) $4^6 \times 4^{-4}$

19. حل کیجیے۔

(i) $(6a-5b-8c)+(15b+2a-5c)$ (ii) $(3x+2y)(7x-8y)$

(iii) $(7m-5n)-(-4n-11m)$ (iv) $(11m-12n+13p)-(9m+7n-8p)$

20. درج ذیل مساواتیں حل کیجیے۔

(i) $4(x+12)=8$ (ii) $3y+4=5y-6$

کثیر متبادل والے سوالات

- درج ذیل سوالوں کے متبادل جواب دیے ہوئے ہیں۔ ان میں سے صحیح متبادل منتخب کیجیے۔

1. مثلث کے تینوں زاویوں کے ناصف متراکز ہوتے ہیں۔ ان کے نقطۂ تراکز کو .... کہتے ہیں۔

(i) حائط مرکز (ii) راس (iii) داخلی مرکز (iv) نقطۂ تقاطع

2. $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^{-3}\right]^4 =$ ....

(i) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-7}$ (ii) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-10}$ (iii) $\left(\frac{7}{3}\right)^{12}$ (iv) $\left(\frac{3}{7}\right)^{20}$

3. $5 \div \left(\frac{3}{2}-\frac{1}{3}\right)$ کی مختصر صورت .... ہے۔

(i) 3 (ii) 5 (iii) 0 (iv) $\frac{1}{3}$

4. مساوات $x + \frac{5}{2} = 3x - \frac{1}{2}$ کا حل .... ہے۔

(i) $\frac{5}{3}$ (ii) $\frac{7}{2}$ (iii) 4 (iv) $\frac{3}{2}$

*5. درج ذیل میں سے کس کثیر رکنی کی قیمت 37 ہے۔

(i) $10 \times 3 + (5+2)$ (ii) $10 \times 4 + (5-3)$ (iii) $8 \times 4 + 3$ (iv) $(9 \times 3) + 2$

9 مستقیم تناسب اور معکوس تناسب

دوسرا حصّہ

آیئے بحث کریں

مستقیم تناسب (Direct proportion)

ہم نے گزشتہ سال دو اعداد کا موازنہ کرتے ہوئے انھیں نسبت میں لکھنا سیکھ چکے ہیں۔

مثال : اب ذیل کی شکلیں دیکھیے ۔ یہاں دائرے میں بنائے ہوئے قطر کی وجہ سے دائرے کے حصے دکھائے ہوئے ہیں۔

(A) (B) (C) (D)

کیا یہاں قطروں کی تعداد اور بنے ہوئے دائرے کے حصوں کی تعداد میں کچھ تعلق نظر آتا ہے؟

- شکل (A) میں ایک قطر کی وجہ سے دائرے کے ☐ حصے بن گئے ہیں۔
- شکل (B) میں دو قطروں کی وجہ سے دائرے کے ☐ حصے بن گئے ہیں۔
- شکل (D) میں چار قطروں کی وجہ سے دائرے کے ☐ حصے بن گئے ہیں۔

یہاں پر قطر کی تعداد اور ان سے بنے ہوئے حصوں کی تعداد کی نسبت مستقل ہے ... $\frac{4}{8} = \frac{3}{6} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{\text{قطر کی تعداد}}{\text{حصوں کی تعداد}}$

مثال : نگر پریشد کے اسکول میں طلبہ کو ملی ہوئی بیاضوں کی تعداد درج ذیل جدول میں دکھائی ہوئی ہے۔

طلبہ	15	12	10	5
بیاضیں	90	72	60	30

$\frac{1}{6} = \frac{5}{30} = \frac{10}{60} = \frac{12}{72} = \frac{15}{90} = \frac{\text{طلبہ کی تعداد}}{\text{بیاضوں کی تعداد}}$

یعنی یہاں نسبت 1 : 6 مستقل (Constant) ہے۔

اوپر کے دونوں مثالوں سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ قطروں کی تعداد بڑھانے پر دائرے کے حصوں کی تعداد بڑھتی ہے۔طلبہ کی تعداد کم ہونے پر بیاضوں کی تعداد بھی کم ہوجاتی ہے۔قطر کی تعداد اور دائرے کے حصوں کی تعداد مستقیم تناسب میں ہیں اسی طرح طلبہ کی تعداد اور بیاضوں کی تعداد مستقیم تناسب میں ہیں۔

سرگرمی :

- کیا موٹر سائیکل میں بھرا ہوا پیٹرول اور اس کے ذریعے طے کردہ فاصلہ مستقیم تناسب میں ہوتا ہے؟ غور کیجیے۔
- کیا ہم سائنسی معاملات اور روزمرہ کے لین دین میں مستقیم تناسب میں بدلنے والے اعداد کی مثالیں دے سکتے ہیں؟ اس تعلق سے بحث کریں۔

مثال : 10 قلم کی قیمت 60 روپے ہو تو، ایسے 13 قلم کی قیمت کتنے روپے ہوگی؟

حل : 13 قلم کی قیمت معلوم کرنا ہے۔فرض کیجیے وہ x روپے ہے۔

قلم کی تعداد اور اس کی قیمت مستقیم تناسب میں ہے۔اس لیے انھیں نسبت میں لکھ کر مساوات حاصل کریں۔

$$\therefore \quad \frac{10}{60} = \frac{13}{x}$$

$\therefore \quad 10x = 780$ (طرفین کو $60x$ سے ضرب کرنے پر)

$\therefore \quad x = 78$

13 قلم کی قیمت 78 روپے ہے۔

مشقی سوالات 37

1. 7 کلوگرام پیاز 140 روپے میں ہو تو 12 کلوگرام پیاز کتنے روپے میں ملے گی؟
2. 600 روپے میں 15 گھاس کے گٹھے ہوں تو، 1280 روپیوں میں کتنے گھاس کے گٹھے ملیں گے؟
3. روزانہ 13 کلوگرام 500 گرام اضافی خوراک 9 گائے کو درکار ہو تو اس تناسب سے 12 گائے کو کتنی خوراک درکار ہوگی؟
4. 12 کوئنٹل سویابین 36000 روپے میں ملتا ہو تو 8 کوئنٹل سویابین کی قیمت کتنی ہوگی؟
5. اگر دو موبائیل کی قیمت 16,000 روپے ہو تو 13 موبائیل خریدنے کے لیے کتنے روپے درکار ہوں گے؟

آیئے سمجھ لیں :

معکوس تناسب (Inverse proportion)

شجر کاری کے لیے 90 گڑھے کھودنے کے لیے کچھ رضا کار جمع ہوئے ہیں۔ایک رضا کار روزانہ ایک گڑھا کھودتا ہے۔

15 رضا کاروں کو گڑھے کھودنے کے لیے درکار دن $= \frac{90}{15} = 6$ دن

10 رضا کاروں کو گڑھے کھودنے کے لیے درکار دن $= \frac{90}{10} = 9$ دن

کیا رضا کاروں کی تعداد اور گڑھے کھودنے کے لیے درکار دن مستقیم تناسب میں ہیں؟

رضا کاروں کی تعداد کم ہونے پر درکار دنوں کی تعداد بڑھتی ہے یا اس کے برعکس۔رضا کاروں کی تعداد بڑھنے پر درکار دن کم ہو جاتے ہیں۔رضا کار اور دنوں کی تعداد کا حاصل ضرب مستقل ہے۔لہٰذا ہم کہتے ہیں کہ یہ اعداد معکوس تناسب میں ہیں۔

فرض کیجیے سُدھا کو ایک مجموعہ سوالات سے 48 مثالیں حل کرنا ہے۔اگر وہ روزانہ ایک مثال حل کرے تو اسے مجموعہ سوالات حل کرنے کے لیے 48 دن لگتے ہیں۔اس نے روزانہ 8 مثالیں حل کرے تو اسے مجموعہ سوالات حل کرنے کے لیے $6 = \frac{48}{8}$ دن درکار ہوں گے۔

وہ اگر روزانہ 12 مثالیں حل کرتی ہو تو اسے $4 = \frac{48}{12}$ دن درکار ہوں گے۔

روزانہ حل کی ہوئے مثالیں اور درکار دن معکوس تناسب میں ہیں۔ان کا حاصل ضرب مستقل ہے۔

اس بات کو ذہن نشین رکھیے کہ '$8 \times 6 = 12 \times 4 = 48 \times 1$'

مثال : ایک بڑی دیوار تعمیر کرنے کے لیے 15 مزدوروں کو 8 گھنٹے لگتے ہوں تو 12 مزدوروں کو وہی کام مکمل کرنے کے لیے کتنے گھنٹے درکار ہوں گے؟

حل : مزدوروں کی تعداد بڑھتی ہے تو کام کے لیے درکار وقت کم لگتا ہے۔ مزدوروں کی تعداد اور انھیں لگنے والا وقت معکوس تناسب میں ہے۔

مزدوروں کی تعداد اور دیوار کی تعمیر کے لئے درکار گھنٹوں کا حاصل ضرب مستقل ہے۔

اب ہم x متغیر کا استعمال کرتے ہوئے مثال حل کریں گے۔ فرض کیجیے کہ 12 مزدوروں کو x گھنٹے لگتے ہیں۔

15 مزدوروں کو 8 گھنٹے لگتے ہیں :

12 مزدوروں کو x گھنٹے لگتے ہیں۔

$\therefore \quad 12 \times x = 15 \times 8$

$\therefore \quad 12x = 120$

$\therefore \quad x = 10$

اس لیے 12 مزدوروں کو دیوار تعمیر کرنے کے لیے 10 گھنٹے لگیں گے۔

مثال : کلاس روم میں 40 صفحوں والا دستی شمارہ بنانے کا کام شروع کیا گیا ہے۔ ایک طالب علم کو یہ شمارہ بنانے کے لیے 80 دن لگتے ہیں۔ تو 4 طلبہ کو وہی شمارہ بنانے کے لیے صفحوں والا کتنے دن لگیں گے؟

حل : ایک ہی کام زیادہ طلبہ کرتے ہوں تو درکار دن کم ہوتے ہیں۔ یعنی طلبہ کی تعداد اور درکار دن کی تعداد میں معکوس تناسب ہے۔ فرض کیجئے 4 طلبہ کو x دن لگتے ہیں۔

دن	طلبہ
80	1
x	4

$\therefore \quad 4x = 80 \times 1$

$\therefore \quad x = \frac{80}{4}$

$\therefore \quad x = 20$

$\therefore$ 4 طلبہ کو 20 دن درکار ہوں گے۔

مثال : ایک اسکول کے ساتویں جماعت کے طلبہ سیر کے لیے بس کے ذریعے فارم ہاؤس گئے۔ اس وقت انھیں کچھ تجربات حاصل ہوئے ان کا مطالعہ کیجیے اور ہر تجربہ کے اعداد مستقیم تناسب میں ہیں یا معکوس تناسب میں لکھیے۔

- سیر کے خرچ کے لیے ہر طالب علم سے 60 روپے جمع کیے گئے۔

کل 45 طلبہ تھے۔ اس لیے کل ☐ روپے جمع ہوئے۔ اگر 50 طلبہ ہوتے تو ☐ روپے جمع ہوتے۔

طلبہ کی تعداد اور جمع ہونے والی رقم .... تناسب میں ہیں۔

- اسکول کے پڑوس کے حلوائی نے سیر کے لیے 90 لڈو دیے۔

45 طلبہ سیر کے لیے آئیں گے تو ہر ایک کو ☐ لڈو ملیں گے۔ اگر 30 طلبہ سیر کو آتے تو ہر ایک کو ☐ لڈو ملتے۔

طلبہ کی تعداد اور ہر ایک کو ملنے والے لڈو .... تناسب میں ہیں۔

- اسکول سے سیر کا مقام 120 کلومیٹر تھا۔

فارم ہاؤس کو جاتے وقت بس کی رفتار 40 کلومیٹر فی گھنٹہ تھی اس لیے کل ☐ گھنٹے لگے۔

واپس آتے وقت بس کی رفتار 60 کلومیٹر فی گھنٹہ تھی اس لیے ☐ گھنٹے لگے۔

بس کی رفتار اور درکار وقت .... تناسب میں ہیں۔

- کسان نے اس کے درخت کے بیر جمع کیے وہ کل 180 تھے۔

اس نے وہ تمام بیر 45 طلبہ کو مساوی تقسیم کیا، ہر ایک کو ☐ بیر ملے۔

اگر 60 طلبہ ہوتے تو ہر ایک کو ☐ بیر ملے ہوتے۔

طلبہ کی تعداد اور ہر ایک کو ملنے والے بیر کی تعداد .... تناسب میں ہیں۔

مشقی سوالات 38

1. ایک کھیت کی کھرپنی (صفائی) مکمل کرنے کے لئے 5 مزدوروں کو 12 دن لگتے ہیں، تو 6 مزدوروں کو کتنے دن لگیں گے؟ 15 مزدوروں کو کتنے دن لگیں گے؟

2. موہن راؤ نے روزانہ 40 صفحات کے حساب سے ایک کتاب کا مطالعہ کیا، تو اس کتاب کی پڑھائی 10 دن میں مکمل ہوتی ہے۔ وہی کتاب 8 دن میں مکمل پڑھنا ہو تو ہر روز کتنے صفحے پڑھنا ہوگا؟

3. 'مریم' کی سائیکل چلانے کی رفتار فی گھنٹہ 6 کلو میٹر ہے۔ اسے 12 کلو میٹر فاصلہ پر واقع خالہ کے گھر جانا ہے، تو اسے کتنا وقت لگے گا؟ اگر سائیکل کی رفتار فی گھنٹہ 4 کلو میٹر ہو تو کتنا وقت لگے گا؟

4. ایک سرکاری گودام میں اناج کا ذخیرہ 4000 لوگوں کو 30 دن کے لئے کافی ہوتا ہے، تو وہ اناج کا ذخیرہ 6000 لوگوں کے لئے کتنے دنوں تک کافی ہوگا؟

آیئے سمجھ لیں :

شراکت (Partnership)

کوئی بھی کاروبار شروع کرتے وقت جگہ، خام مال وغیرہ کے لیے پیسوں کی ضرورت ہوتی ہے۔ اس رقم کو سرمایہ کہتے ہیں۔ اکثر دو یا زائد افراد مل کر سرمایہ جمع کرتے ہیں۔ یعنی وہ افراد شراکت کے ذریعے سرمایہ کاری کرتے ہوئے کاروبار شروع کرتے ہیں۔ شراکت کے کاروبار میں بینک میں شراکت دار کے مخلوط کھاتہ ہوتے ہیں۔ اس کاروبار کے لئے سرمایہ کی جس تناسب میں سرمایہ کاری ہوتی ہے اس تناسب سے کاروبار میں حاصل ہونے والے نفع یا نقصان کی تقسیم ہوتی ہے۔

مثال : سلیم اور عقیل نے بالترتیب 2100 اور 2800 روپے سرمایہ لگا کر کاروبار شروع کیا۔ انھیں 3500 روپے نفع ہوا، تو وہ اسے کس طرح تقسیم کریں گے؟

حل : سرمایہ کی نسبت معلوم کریں گے۔ $\frac{2100}{2800} = \frac{3}{4}$ $= 2100 : 2800$ (یعنی سرمایہ کی نسبت $3 : 4$ ہے)

نفع کی تقسیم سرمایہ کے تناسب میں کرنا ہے۔ فرض کیجیے سلیم کا نفع $3x$ اور عقیل کا نفع $4x$ ہے۔

$\therefore\ 3x + 4x = 3500$ ... (کل نفع 3500 روپے ہے)

$\therefore\ 7x = 3500$ $\quad \therefore\ x = 500$

$\therefore$ سلیم کا نفع $= 3x = 1500$ روپے اور عقیل کا نفع $= 4x = 2000$ روپے

مثال : ایک کاروبار میں پرکاش اور سیام نے 130000 روپے سرمایہ $2 : 3$ کی نسبت میں سرمایہ کاری کی تو ہر ایک کی سرمایہ کاری کتنی ہے؟ اس کاروبار میں انھیں 36000 روپے نفع حاصل ہوا، تو ہر ایک کا نفع کتنا ہوگا؟

حل : پرکاش اور سیام ان کے سرمایہ کاری کا تناسب $2 : 3$ ہے۔

سرمایہ کاری کے تناسب میں نفع کی تقسیم ہوتی ہے اس لئے نفع کا تناسب $2 : 3$ ہوگا۔

فرض کیجیے پرکاش کی سرمایہ کاری 3y اور سیام کی سرمایہ کاری 2y ہے۔

کل سرمایہ کاری = $3y + 2y$

$\therefore \quad 5y = 130000$

$\therefore \quad \frac{5y}{5} = \frac{130000}{5}$ (5 سے تقسیم کرنے پر)

$\therefore \quad y = 26000$

$\therefore$ پرکاش کی سرمایہ کاری $= 3y$

$= 3 \times 26000$

$=$ ₹ 78000

سیام کی سرمایہ کاری $= 2y$

$= 2 \times 26000$

$=$ ₹ 52000

فرض کیجیے پرکاش کا نفع 3x اور سیام کا نفع 2x ہے۔

$\therefore$ کل نفع = $3x + 2x$

$5x = 36000$

$\therefore \quad \frac{5x}{5} = \frac{36000}{5}$ (5 سے تقسیم کرنے پر)

$\therefore \quad x = 7200$

$\therefore$ پرکاش کا نفع $= 3x$

$= 3 \times 7200$

$=$ ₹ 21600

سیام کا نفع $= 2x$

$= 2 \times 7200$

$=$ ₹ 14400

مثال : عبدل، ساجد اور جوزف نے نیتا کو 30 روپے، 70 روپے اور 50 روپے دیئے۔ نیتا نے اس میں 150 روپے ملا کر کاغذ اور رنگ خریدا۔ سب نے ان چیزوں سے تحفہ کے کارڈ بنائے اور فروخت کیے۔ انھیں کل 420 روپے منافع حاصل ہوا۔ تو ہر ایک کو کتنا نفع ملے گا؟

حل : چاروں کا سرمایہ ملا کر کل سرمایہ 300 روپے تھا۔ اس میں سے نیتا کے 150 روپے یعنی نصف سرمایہ اُسی کا تھا۔ انھیں کل 420 روپے منافع حاصل ہوا۔ سائیلی کا منافع 420 کا نصف یعنی 210 روپے ہوگا۔ بقیہ منافع عبدل، ساجد اور جوزف کو تقسیم کرنا ہوگا۔ عبدل، ساجد اور جوزف ان کا سرمایہ بالترتیب 30 روپے، 70 روپے اور 50 روپے ہے۔ سرمایہ کا تناسب 50 : 70 : 30 کی نسبت میں ہے۔ یعنی 3:7:5 کی نسبت میں ہے۔ تینوں کا منافع 210 روپے ہے۔

فرض کیجیے ان کا منافع بالترتیب 3k, 7k, 5k ہے۔

$\therefore \quad 3k + 7k + 5k = 210$

$\therefore \quad 15k = 210$

$\therefore \quad k = 14$

عبدل کا نفع $= 3k = 3 \times 14 = 42$ روپے ، ساجد کا نفع $= 7k = 7 \times 14 = 98$ روپے

جوزف کا نفع $= 5k = 5 \times 14 = 70$ روپے

مثال : سریتا بین، عائشہ اور مینا کشی ہر ایک نے 2400، 5200 اور 3400 روپے سرمایہ کاری کر کے کاروبار شروع کیا۔ انھیں 50% منافع حاصل ہوا۔ تو وہ اسے کس طرح تقسیم کریں گے؟ وہ اس منافع کو نہ لیتے ہوئے آئندہ سال کے کاروبار کے لیے سرمایہ میں ملا لیا جائے تو ہر ایک کی اگلے سال کی شراکت داری کتنی ہوگی؟

حل : $\rightarrow$ کل سرمایہ $= 2400 + 5200 + 3400 = 11000$ روپے

اس سرمایہ پر 50% نفع حاصل ہوا۔

$\therefore$ کل نفع $= \frac{11000 \times 50}{100} = 5500$

سرمایہ کاری کے تناسب میں نفع تقسیم کرنا ہے۔

ہم دو اعداد کا تناسب دونوں اعداد کو مشترک عاد سے تقسیم کرکے آسان بناتے ہیں۔ اسی طرح دو سے زائد اعداد کا تناسب آسان بنا سکتے ہیں۔

شراکت کا تناسب $= 2400 : 5200 : 3400$

$= 24 : 52 : 34$ ... (100 سے تقسیم کرنے پر)

$= 12 : 26 : 17$ ... (2 سے تقسیم کرنے پر)

فرض کیجیے۔ سریتا بین کا نفع $= 12p$ ، عائشہ کا نفع $= 26p$ ، میناکشی کا نفع $= 17p$

$\therefore\ 12p + 26p + 17p = 55p = 5500,\qquad \therefore\ p = \frac{5500}{55} = 100$

$\therefore$ سریتا بین کا نفع $= 12 \times 100 = 1200$، عائشہ کا نفع $= 26 \times 100 = 2600$

میناکشی کا نفع $= 17 \times 100 = 1700$

نفع نہ لیتے ہوئے وہ سرمایہ میں ملایا جائے تو ہر ایک کی نئی سرمایہ کاری معلوم کریں گے۔

اگلے سال کے لئے سریتا بین کی سرمایہ کاری $= 2400 + 1200 = 3600$ روپے

اگلے سال کے لئے عائشہ کی سرمایہ کاری $= 5200 + 2600 = 7800$ روپے

اگلے سال کے لئے میناکشی کی سرمایہ کاری $= 3400 + 1700 = 5100$ روپے

آیئے بحث کریں

- مذکورہ بالا مثال میں سریتا بین، میناکشی اور عائشہ ان میں سے ہر ایک نے نفع نہ نکالتے ہوئے اپنے سرمایہ میں اضافہ کیا تو اگلے سال کے لیے ان کی سرمایہ کاری کا تناسب معلوم کیجیے۔

مشقی سوالات 39

1. سریش اور رمیش نے 144000 روپے 5 : 4 کی نسبت میں سرمایہ کاری کرکے ایک قطعۂ اراضی خریدا۔ کچھ سال بعد فروخت کرنے پر انھیں 20% نفع حاصل ہوا۔ تو ہر ایک کو کتنا نفع ملا؟

2. ویراٹ اور سمراٹ نے بالترتیب 50000 روپے اور 120000 روپے سرمایہ کاری کرکے ایک کاروبار شروع کیا۔ اس کاروبار میں انھیں 20% نقصان ہوا۔ تو ہر ایک کو کتنا نقصان ہوا؟

3. سویتا، پیوش اور نچیتا ان تینوں نے مل کر سولا پوری چادر اور تولیہ فروخت کرنے کا کاروبار 80000 روپے سرمایہ کاری کرکے شروع کیا۔ اس میں سے سویتا کی سرمایہ کاری 30000 روپے تھی اور پیوش کی سرمایا کاری 12000 روپے تھی۔ انھیں سال کے آخر میں 24% نفع ہوا، تو نچیتا کی سرمایہ کاری کتنی تھی؟ نچیتا کو کتنا نفع حاصل ہوا؟

4. الف اور ب نے اپنے حاصل ہونے والے نفع 24500 روپے کو 7 : 3 تناسب میں تقسیم کرلیا۔ ہر ایک نے ملنے والے اپنے منافع میں سے 2% رقم فوجی فلاح فنڈ (سینک کلیان فنڈ) میں جمع کیا، تو ہر ایک نے کتنی رقم فنڈ میں جمع کی؟

*5. جیا، سیما، نکھل اور نلیش چاروں نے ایک کاروبار کے لیے 6 : 7 : 4 : 3 تناسب سے 360000 روپے کی سرمایہ کاری کی، تو جیا کی سرمایہ کاری کتنی تھی؟ انھیں اس کاروبار میں 12% نفع ہوا تو نکھل کے حصے میں کتنے روپے ملیں گے؟

❑❑❑

10 بینک اور مفرد سود

آیئے ذرا یاد کریں :

بینک پیسوں کا کاروبار کرنے والا سرکار سے منظور شدہ ادارہ ہوتا ہے۔ بینک سے پیسوں کی منصوبہ بندی یعنی معاشی منصوبہ بندی کرنا آسان ہوجاتا ہے۔ بینک میں نقد رقم جمع کرنے یا نکالنے کا لین دین کر سکتے ہیں ۔اس کے لیے بینک میں کھاتا کھولنا ضروری ہوتا ہے۔ بینک میں مختلف قسم کے کھاتے ہوتے ہیں۔

آیئے سمجھ لیں :

مختلف کھاتے

✸ چالو کھاتا (رواں کھاتا) (Current account)

چالو (رواں) کھاتا زیادہ تر بیوپاریوں اور روزانہ پیسوں کا لین دین کرنے والوں کے لیے ہوتا ہے۔اس میں کھاتا دار ایک دن میں کتنی بھی مرتبہ لین دین کرسکتا ہے۔ بینک اس کھاتے کے لیے پاس بک اور مانگنے پر چیک بک دیتی ہے۔اس قسم کے کھاتا میں جمع رقم پر بینک سود نہیں دیتی۔ چیک کے ذریعے بینک میں پیسے جمع کر سکتے ہیں یا بینک سے پیسے نکال سکتے ہیں ۔

✸ بچت کھاتا (Saving account)

کھاتے دار مخصوص رقم بینک میں جمع کر کے بچت کھاتا کھول سکتا ہے۔ کچھ بینکوں میں بغیر رقم جمع کرتے ہوئے بھی بچت کھاتا کھولا جاسکتا ہے۔اس کھاتے پر بینک روزانہ جمع توازن پر کچھ سود دیتی ہے۔اکثر طے شدہ مدت میں کتنی مرتبہ پیسہ نکالا جائے اس پر پابندی ہوتی ہے۔اس کھاتے کے لیے بینک پاس بک اور مانگنے پر چیک بک دیتی ہے۔

✸ متوالی امانت کھاتا (Recurring deposit account)

اس کھاتے میں ہر مہینہ کھاتے دار طے شدہ رقم جمع کرتا ہے۔اس قسم کے ڈپازٹ پر بینک سود دیتی ہے۔ یہ سود بچت کھاتے سے زیادہ ہوتا ہے۔اس طرح کے کھاتے سے کھاتے دار کی لازمی بچت ہوتی ہے۔

مذکورہ بالا کھاتے کے لیے اکثر بینک میں کبھی کبھی مخلوط کھاتا رہنا سہولت بخش ہوتا ہے۔مثلاً میاں ۔ بیوی، سرپرست و طالب علم وغیرہ۔اسی طرح کاروبار میں شراکت داری، ہاؤسنگ سوسائٹی، خیراتی ادارے وغیرہ کے لئے بینک کا کھاتا ایک سے زیادہ لوگوں کو استعمال کرنا ضروری ہوتا ہے۔

✸ معیادی امانت کھاتا (Fixed diposit)

امانت دار مخصوص رقم مخصوص میعاد (وقت) کے لئے بینک میں جمع کرتا ہے اس طرح کے ڈپازٹ پر بینک بچت کھاتے سے زیادہ شرح سود دیتا ہے۔ میعادی امانت پر سود کی شرح ہر بینک میں مختلف ہوسکتی ہے۔ بزرگ شہریوں کو عام شرح سے کچھ زیادہ سود دیا جاتا ہے۔

کریڈٹ کارڈ، اے ٹی ایم (ATM) / ڈیبٹ کارڈ :

بینک میں نہ جاتے ہوئے نقد رقم حاصل کرنے کے لئے (Automated teller machine) ATM کارڈ کا استعمال ہوتا ہے۔نقد رقم کے بغیر لین دین کے لیے کریڈٹ کارڈ، ڈیبیٹ کارڈ کا استعمال ہوتا ہے۔اس طرح کے کارڈ درخواست کرنے پر بینک سے حاصل کیے جاسکتے ہیں ۔

آیئے بحث کریں

کیا آپ نے بینک پاس بک دیکھا ہے؟

یہاں پر بینک پاس بک کا ایک صفحہ دیا ہوا ہے۔اس کے اندراجات کا معائنہ کیجیے۔

ओळ क्र. पंक्ति क्र. LINE.No. No.	तारीख दिनांक DATE	तपशील ब्योरा PARTICULARS	चेक क्रमांक चेक क्रमांक CHEQUE No.	रक्कम काढली निकाली गई रकम AMOUNT WITHDRAWN	रक्कम ठेवली जमा की गई रकम AMOUNT DEPOSITED	शिल्लक बाकी जमा BALANCE
1.	2.2.2016	cash			1500.00	7000.00
2.	8.2.2016	cheque	232069		5000.00	12000.00
3.	12.2.2016	cheque	243965	3000.00		9000.00
4.	15.2.2016	self		1500.00		7500.00
5.	26.2.2016	interest			135.00	7635.00

مورخہ 16 – 2 – 2 کو بینک میں جمع کی گئی رقم ☐ روپے۔میزان رقم ☐ روپے۔

مورخہ 16 – 2 – 12 کو چیک نمبر 243965 سے ☐ رقم نکالی گئی۔میزان رقم ☐ روپے۔

مورخہ 16 – 2 – 26 کو بینک سے سود (Intrest) ملا۔وہ رقم ☐ روپے۔

بچت کھاتا اور متوالی امانت کھاتے کے لیے پاس بک دیا جاتا ہے۔اس پاس بک میں تاریخ کے لحاظ سے جمع کی گئی رقم نکالی گئی رقم اور میزان رقم ان تمام باتوں کا ریکارڈ ہوتا ہے۔

سرگرمی : آپ کے گھر کے سرپرست کی اجازت سے ان کے بینک کے پاس بک کے اندراجات کا مطلب سمجھ لیجیے۔

آیئے ذرا یاد کریں :

راحل نے اپنے آفس کے کمپیوٹر کو خریدنے کے لیے 8 فی صدی فی سال کی شرح سے 30000 روپے بینک سے ایک سال کے لیے قرض لیا۔ مدت پوری ہونے پر اسے لی ہوئی قرض کی رقم سے زیادہ 2400 روپے ادا کرنا پڑا۔

اس معلومات کی بنا پر درج ذیل خاکہ مکمل کیجیے۔

روپے ☐ = اصل زر، روپے ☐ = شرح سود، روپے ☐ = سود، سال ☐ = مدت

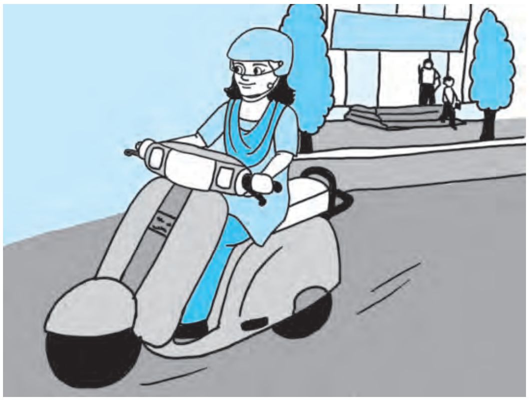
بینک کو ادا کی گئی کل رقم = 30000 + 2400 = ☐

آیئے سمجھ لیں :

اوپر کی مثال میں راحل نے بینک میں کل کتنی رقم جمع کی اُسے معلوم کرنے کے لیے اصل زر اور سود کی جمع کی گئی۔اس رقم کو کل زر کہتے ہیں۔

سود + اصل زر = کل زر

مثال : نیہا نے دو پہیہ گاڑی خریدنے کے لیے 12 فی صدی فی سال کی شرح سے 50000 روپے بینک سے قرض لیا۔ ایک سال بعد وہ بینک کو کتنے روپے واپس لوٹائے گی؟



حل : اوپر کی مثال میں مدت ختم ہونے پر بینک کو واپس کی جانے والی کل رقم معلوم کرنا ہے۔ یعنی کل زر معلوم کرنا ہے۔ یہاں اصل زر 50000 روپے ہے۔ 12 فی صدی فی سال شرح یعنی 100 روپے اصل زر کا ایک سال کے لیے 12 روپے سود ہے۔ سود کی اصل زر سے نسبت دو طریقوں سے لکھ کر مساوات حاصل کریں گے۔

فرض کیجیے 50000 روپے اصل زر پر حاصل ہونے والا سود x روپے ہے۔

100 روپے اصل زر پر حاصل ہونے والا سود 12 روپے ہے۔

$$\therefore \quad \frac{x}{50000} = \frac{12}{100}$$

$$\therefore \frac{x}{50000} \times 50000 = \frac{12}{100} \times 50000$$ ... (طرفین کو 50000 سے ضرب کرنے پر)

$$\therefore \quad x = 6000$$

$\therefore$ (بینک کو واپس کی جانے والی رقم) کل زر = اصل زر + سود

$= 50000 + 6000$

$\therefore$ بینک کو واپس کی جانے والی رقم = ₹ 56000

مثال : آکاش نے 8 فی صدی فی سال کی شرح سے بینک میں 25000 روپے 3 سال کے لیے امانت کے طور پر رکھا۔ تو اسے ہر سال کتنے روپے سود ملے گا؟ کل کتنا سود ملے گا؟

حل : اس مثال میں اصل زر 25000 روپے، مدت 3 سال، شرح سود 8 فی صدی فی سال ہے۔ 100 روپے اصل زر پر 8 روپے سود ہے، اس لیے فرض کیجیے 25000 روپے اصل زر پر ایک سال کے لیے سود x روپے ہے۔ سود کی اصل زر سے دو طریقوں سے نسبت لکھ کر مساوات بنائیں گے۔

$$\therefore \quad \frac{x}{25000} = \frac{8}{100}$$

$$\therefore \frac{x}{25000} \times 25000 = \frac{8}{100} \times 25000$$ ... (طرفین کو 25000 سے ضرب کرنے پر)

$$\therefore \quad x = 2000$$

آکاش کو ایک سال کے لیے 2000 روپے سود ملے گا۔

$\therefore$ آکاش کو 3 سال کا کل سود $= 2000 \times 3 = 6000$

اس لیے آکاش کو 3 سال کا 6000 روپے سود ملے گا۔

آیئے سمجھ لیں :

مفرد سود کی مثالیں حل کرتے وقت ایک ضابطے کا استعمال ہوتا ہے آیئے اس ضابطے کو دیکھتے ہیں۔

ہر سال اصل زر وہی رکھ کر ایک ہی شرح سے سود کا حساب لگایا جاتا ہے۔ اس حساب کو مفرد سود کا حساب کہتے ہیں۔

اصل زر 'ا' ، مدت 'م' سال کے لیے امانت رکھنے پر شرح سود 'ش' فی صدی فی سال ہو تو کتنا سود ملے گا وہ معلوم کریں۔

فرض کیجیے اصل زر 'ا' پر ایک سال کا سود 'س' ہے۔

ایک سال کا سود اور اصل زر کے تناسب کو دیکھیں

$$\therefore \quad \frac{\text{س}}{\text{ا}} = \frac{\text{ش}}{100} \qquad \therefore \quad \text{س} = \frac{\text{ش} \times \text{ا}}{100}$$

$$\text{'م' سال کا سود} = \text{م} \times \text{س} = \frac{\text{م} \times \text{ش} \times \text{ا}}{100}$$

$$\text{مفرد سود} = \frac{\text{مدت} \times \text{شرح} \times \text{اصل زر}}{100}$$

پہلے کی مثال ضابطہ سے حل کریں گے۔

اوپر کی مثال میں م = 3 ، ش = 8 ، ا = 25000

$$\text{کل سود} = \frac{\text{م} \times \text{ش} \times \text{ا}}{100}$$

$$= \frac{25000 \times 8 \times 3}{100}$$

$$= 6000$$

اس لیے کل سود 6000 روپے ہوگا۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

یہاں، ا = اصل زر، م = مدت (سال میں)، ش = شرح سود، $\text{کل سود} = \frac{\text{م} \times \text{ش} \times \text{ا}}{100}$ →

مثال : سندیپ بھاؤ نے اپنے بیٹے کی تعلیم کے لیے بینک سے $8\frac{1}{2}$ فی صدی فی سال کی شرح سے 120000 روپے، 4 سال کی مدت کے لیے تعلیمی قرض لیا تو اسے مدت ختم ہونے پر کل کتنی رقم ادا کرنا ہوگی؟

حل : یہاں اصل زر 120000 روپے ہے۔ ضابطے کا استعمال کر کے سود معلوم کریں گے۔ یہاں پر 'ا' = 120000 روپے،

'م' = 4 سال، 'ش' = 8.5

$$\therefore \quad \text{کل سود} = \frac{\text{م} \times \text{ش} \times \text{ا}}{100} = \frac{120000 \times 8.5 \times 4}{100}$$

$$= \frac{120000 \times 85 \times 4}{100 \times 10}$$

$$= 120 \times 85 \times 4$$

$$= 40800$$

کل سود + اصل زر = کل زر

کل زر = 120000 + 40800 = 160800 روپے (بینک کو واپس کی گئی کل رقم یعنی کل زر)

مشقی سوالات 40

.1 ریحانہ نے اسکول کی سنچائیکا میں 1500 روپے 9 فی صدی فی سال کی شرح سے 2 سال کے لیے رکھے تو اس مدت کے بعد اسے کل کتنی رقم ملے گی؟

.2 جیٹھالال نے بینک سے 10 فی صدی فی سال کی شرح سے 2,50,000 روپے 5 سال کی مدت کے لیے بطور گھر قرض لیا تو انھیں ہر سال کتنا سود دینا ہوگا؟ اسی طرح انھیں بینک کو کل کتنی رقم دینی ہوگی؟

.3 شری کانت نے 85000 روپے 7 فی صدی فی سال کی شرح سے $2\frac{1}{2}$ سال کے لئے 'بچت' بینک میں جمع کیے۔ تو اسے مدت پوری ہونے پر کتنا مفرد سود ملے گا؟

.4 سود کی کسی شرح سے 5000 روپے اصل زر کا 4 سال مدت پر 1200 روپے سود ہوتا ہے۔ تو اسی شرح سے اسی مدت کے لیے 15000 روپے اصل زر کا سود کتنا ہوگا؟

.5 پنکج نے 1,50,000 روپے 10 فی صدی فی سال کی شرح سے دو سال کے لیے بینک میں امانت رکھے۔ تو انھیں اس مدت کے بعد کتنی رقم ملے گی؟

آیئے سمجھ لیں :

اصل زر، مدت، شرح اور کل زر، ان میں سے کوئی تین دیا ہو تو چوتھا معلوم کرنا۔

ضابطے میں معلوم کیے جانے والے عدد کے لیے حرف فرض کر کے مساوات بنا کر مثال حل کر سکتے ہیں۔

مثال : اصل زر = 25000 روپے، کل زر = 31000 روپے، مدت = 4 سال ہو تو شرح سود معلوم کیجیے؟

حل : یہاں کل سود = کل زر − اصل زر

31000 − 25000 = 6000 روپے

اصل زر = 25000 روپے، مدت = 4 سال، سود = 6000 روپے

اب ہم ضابطے کی مدد سے شرح سود معلوم کریں گے۔

$$\text{مفرد سود} = \frac{\text{اصل زر} \times \text{شرح} \times \text{مدت}}{100}$$

$$6000 = \frac{25000 \times \text{ش} \times 4}{100}$$

$$\text{ش} = \frac{6000 \times 100}{25000 \times 4}$$

$$\text{ش} = 6$$

∴ سود کی شرح فی صدی فی سال 6 روپے ہے۔

مثال : انمیش نے 5 سال کے لئے مفرد سود کے حساب سے کچھ رقم قرض لی۔ سود کی شرح 9 فی صدی فی سال ہے۔ اس نے مدت ختم ہونے پر کل 17400 روپے واپس کیے، تو اس نے کل کتنے روپے قرض لیا تھا؟

حل :
$$\text{مفرد سود} = \frac{\text{اصل زر} \times \text{شرح} \times \text{مدت}}{100}$$

یہاں اس ضابطہ کا استعمال کرنا مشکل ہوتا ہے۔

کیونکہ سود اور اصل زر دونوں معلوم نہیں ہیں، لیکن 100 روپے اصل زر کے لیے 5 سال میں 45 روپے سود ہوتے ہیں۔
اس لیے 145 = (100 + 45) روپے کل زر ہوتے ہیں۔ اب اصل زر اور کل زر کی نسبت دو طریقوں سے لکھ کر مساوات حاصل کریں گے۔

اگر انمیش کا اصل زر 'ا' ہو تو $\frac{\text{ا}}{17400} = \frac{100}{145}$

$$\therefore \quad \text{'ا'} = \frac{100 \times 17400}{145} = ₹12000$$

∴ انمیش نے 12000 روپے قرض لیا تھا۔

آیئے بحث کریں

کیا ہم ضابطہ کا استعمال کرتے ہوئے نئے قسم کی مساوات ترتیب دے کر مثال حل کر سکتے ہیں؟

مشقی سوالات 41

1. 1700 روپے کا، کچھ فی صدی فی سال کی شرح سے 2 سال کا سود 340 روپے ہو تو سود کی شرح فی صدی .... ہوگی۔

(1) 12% (2) 15% (3) 4% (4) 10%

2. 3000 روپے کا مخصوص شرح سے کچھ سال کا سود 600 روپے ہوتا ہے، تو 1500 روپے کا اسی شرح اور اتنے ہی سال کا سود کتنا ہوگا؟

(1) 300 روپے (2) 1000 روپے (3) 700 روپے (4) 500 روپے

3. جاوید نے 12000 روپے 9 فی صدی فی سال کی شرح سے کچھ سال کے لیے بینک میں امانت رکھے۔ وہ ہر سال سود کی رقم نکال لیتا ہو تو اسے مدت ختم ہونے پر سود کے ساتھ کل 17400 روپے ملے۔ تو اس نے کتنے سال کے لیے رقم امانت رکھی؟

*4. لتا بین نے گھریلو صنعت شروع کرنے کے لیے بینک سے کچھ رقم 10 فی صدی فی سال کی شرح سے $2\frac{1}{2}$ سال کے لیے قرض لیا۔ اس نے قرض ادا کرنے کے لیے کل 10250 روپے بطور سود ادا کیا، تو انھوں نے کل کتنی رقم قرض لی تھی؟

5. درج ذیل جدول میں خالی جگہ مکمل کیجیے۔

کل زر	سود	مدت	شرح سود (فی صدی فی سال)	اصل زر	
....	....	3 سال	7 %	4200	(i)
....	1200	4 سال	6 %	....	(ii)
....	800	....	5 %	8000	(iii)
18000	6000	....	5 %	....	(iv)
....	2400	5 سال	$2\frac{1}{2}$ %	....	(v)

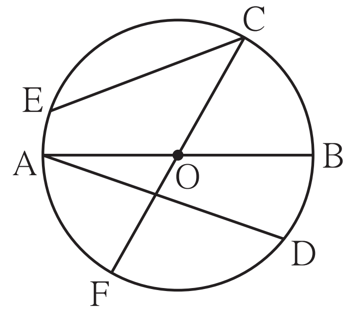
سرگرمی :

- مختلف بینکوں میں براہ راست ملاقات کے لیے جایئے اور ان کے مختلف کھاتوں پر دیئے جانے والے سود کی معلومات حاصل کیجیے۔
- اسکول میں استاد کی مدد سے سنچایکا (بچت بینک) شروع کر کے اس میں کھاتا کھول کر معاشی بچت کیجیے۔

❑❑❑

11 دائرہ

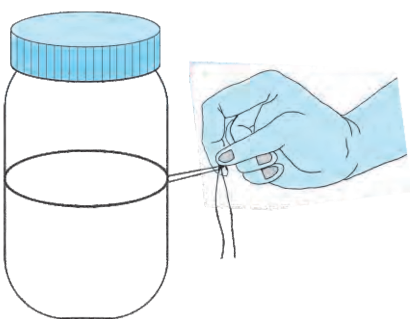
آیئے ذرا یاد کریں :



بازو کی شکل میں دائرہ کے نصف قطر، وتر اور قطر پہچانیے اور ان کے نام ذیل کے جدول میں لکھیے۔

				نصف قطر
				وتر
				قطر

دائرے کا محیط (Circumference of circle)



عملی کام I پانی کی مدور استوانہ نما بوتل کو کاغذ پر رکھ کر پیندہ یا نچلی سطح کے گرد پینسل سے دائرہ بنایئے۔ دھاگے کی مدد سے دائرہ کا محیط ناپیے۔

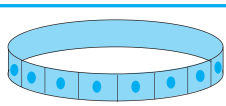
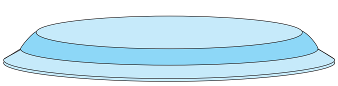
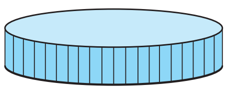
عملی کام II چوڑی کا محیط دھاگے کی مدد سے ناپیے۔

عملی کام III کوئی بھی ایک دائروی چیز کا محیط دھاگے کی مدد سے ناپیے۔

آیئے سمجھ لیں :

محیط اور قطر میں تعلق

عملی کام I نیچے دی ہوئی چیزوں کے محیط اور قطر ناپ کر محیط کی قطر سے نسبت جدول میں لکھیے۔

محیط کی قطر سے نسبت	قطر	محیط	چیز	نمبر شمار
$\frac{19}{6} = 3.16$	6 سم	19 سم	 چوڑی / کنگن	1
....	....	....	 دائروی اوندھا برتن	2
....	....	....	 برنی کا ڈھکن	3

جدول کا مشاہدہ کیجیے اور محیط کی قطر سے نسبت کو جانچیے۔ آپ نے کیا مشاہدہ کیا؟

کسی بھی دائرے کے محیط کی اس کے قطر سے نسبت تین گنا سے تھوڑی زیادہ ہوتی ہے اور وہ مستقل ہوتی ہے۔ اس مستقل عدد کو یونانی حروف تہجی کے حرف π (پائے) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ یہ عدد ناطق عدد نہیں ہے۔ اس بات کو عظیم ریاضی دانوں نے بڑی محنت سے ثابت کیا۔ عام طور پر π کی قیمت $\frac{22}{7}$ یا 3.14 لیتے ہیں مثال میں اگر π کی قیمت نہ دی جائے تو اسے $\frac{22}{7}$ تسلیم کرتے ہیں۔

نصف قطر 'r'، قطر 'd' اور محیط 'c' ہو تو $\frac{(c)}{(d)} = \pi$ یعنی $\boxed{c = \pi d}$ لیکن $d = 2r$، $\therefore\ c = \pi \times 2r$ یعنی $\boxed{c = 2\pi r}$

مثال : ایک دائرے کا قطر 14 سم ہے، تو اس کا محیط معلوم کیجیے۔

حل : دائرے کا قطر $= d = 14$ سم

دائرے کا محیط $= c = \pi d$

$$c = \frac{22}{7} \times 14$$

دائرے کا محیط $= 44$ سم

مثال : ایک دائرے کا نصف قطر 35 سم ہے، اس کا محیط معلوم کیجیے۔

حل : دائرے کا نصف قطر $= r = 35$ سم

دائرے کا محیط $= c = 2\pi r$

$$c = 2 \times \frac{22}{7} \times 35$$

$\therefore$ دائرے کا محیط $= 220$ سم

مثال : ایک دائرے کا محیط 198 سم ہے، تو اس کا نصف قطر اور قطر معلوم کیجیے۔

حل : دائرے کا محیط $= c = 2\pi r$

$$198 = 2 \times \frac{22}{7} \times r$$

$$r = 198 \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22}$$

نصف قطر $= 31.5$ سم

$\therefore$ قطر $= 2 \times 31.5 = 63$ سم

مثال : ایک دائرے کا محیط 62.80 سم ہے۔ $\pi = 3.14$ رکھ کر دائرے کا قطر معلوم کیجیے۔

حل : دائرے کا محیط $= c = \pi d$

$$62.80 = 3.14 \times d$$

$$\frac{62.80}{3.14} = d$$

$$20 = d$$

$\therefore$ قطر $= 20$ سم

مثال : ایک دائرہ نما میدان کا نصف قطر 7.7 میٹر ہے۔ اس میدان کے گرد تین پھیروں والی تار کی باڑھ لگانے کے لیے 50 روپے فی میٹر کے حساب سے کتنا خرچ آئے گا؟

حل : دائرہ نما میدان کا محیط $= 2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 7.7 = 48.4$ میٹر

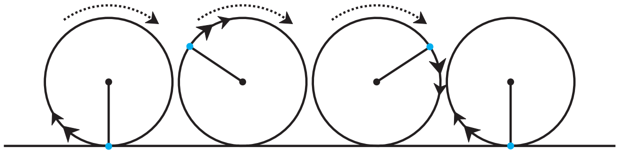
باڑھ کے ایک پھیرے کے لیے درکار تار $= 48.4$ میٹر

باڑھ کے ایک پھیرے کے لیے خرچ $= 48.4 \times 50$

$= 2420$ روپے

باڑھ کے تین پھیروں کے لیے خرچ $= 3 \times 2420 = 7260$ روپے

مثال : ایک بس کے پہیہ کا قطر 0.7 میٹر ہے۔دوگاؤں کے درمیان 22 کلومیٹر کا فاصلہ ہے۔اس فاصلے کو طے کرنے کے لیے پہیہ کتنے چکر لگائے گا؟



حل :
$$\text{پہیے کا محیط} = \pi d$$
$$= \frac{22}{7} \times 0.7$$
$$= 2.2 \text{ میٹر}$$

مشابہ ارکان کا تناسب معلوم کرتے وقت ان کی اکائیاں یکساں رہنا ضروری ہے۔

22 کلومیٹر $= 22 \times 1000 = 22000$ میٹر

اس لیے پہیہ کی ایک گردش مکمل ہونے پر 2.2 کلومیٹر کا فاصلہ طے ہوتا ہے۔ (1 محیط = 1 چکر)

$$\text{پہیے کے کل چکر} = \frac{\text{فاصلہ}}{\text{محیط}} = \frac{22000}{2.2} = \frac{220000}{22} = 10000$$

22 کلومیٹر فاصلہ طے کرنے کے لیے بس کے پہیے کو 10000 چکر لگانے ہوں گے۔

مشقی سوالات 42

.1 مندرجہ ذیل جدول کو مکمل کیجیے۔

محیط (c)	قطر (d)	نصف قطر (r)	نمبر شمار
....	....	7 سم	(i)
....	28 سم	....	(ii)
616 سم	....	....	(iii)
72.6 سم	....	....	(iv)

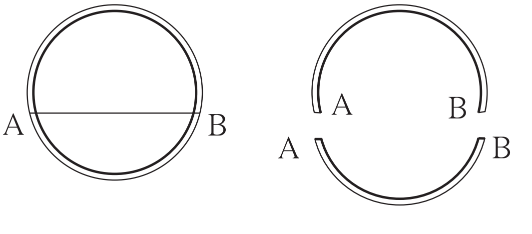
.2 ایک دائرے کا محیط 176 سم ہے،اس کا نصف قطر معلوم کیجیے۔

.3 ایک دائرہ نما باغ کا نصف قطر 56 میٹر ہے۔باغ کے اردگرد چار پھیروں والی تار کی باڑھ لگانے کے لیے 40 روپے فی میٹر کے حساب سے کتنا خرچ آئے گا؟

.4 ایک بیل گاڑی کے پہیے کا قطر 1.4 میٹر ہے۔بیل گاڑی کو 1.1 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرنے کے لئے پہیے کے کتنے چکر ہوں گے؟

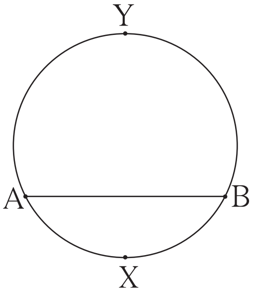
آیئے ذرا یاد کریں :

دائرے کا قوس (Arc of the circle)



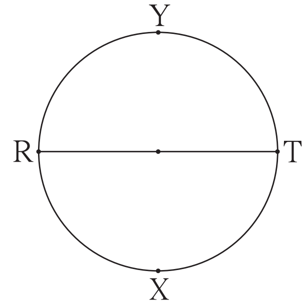
مقابل کی شکل میں ایک پلاسٹک کی دائرہ نما چوڑی دکھائی گئی ہے۔فرض کیجیے یہ چوڑی نقطہ A اور نقطہ B پر ٹوٹی ہوئی ہے تو تصویر میں دکھائے گئے چوڑی کے ہر ٹکڑے کو دائرہ کے تعلق سے کیا کہتے ہیں؟

آیئے سمجھ لیں :



مقابل کی شکل میں وتر AB کی وجہ سے دائرے کے دو حصے ہو گئے ہیں۔ ان میں سے قوس AXB چھوٹا قوس ہے، اسے اصغر قوس کہتے ہیں۔ اور قوس AYB بڑا قوس ہے، اسے اکبر قوس کہتے ہیں۔

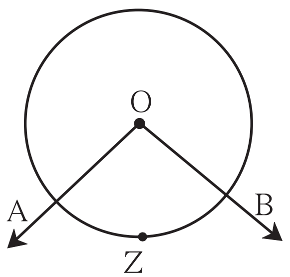
اصغر قوس AXB کو قوس AB بھی لکھتے ہیں۔



جن دو قوسوں کے اختتامی نقاط مشترک ہوتے ہیں اور دونوں قوس سے مل کر دائرہ مکمل ہو جاتا ہے تو وہ قوس ایک دوسرے کے نظیری قوس ہوتے ہیں۔ یہاں قوس AYB اور قوس AXB ایک دوسرے کے نظیری قوس ہیں۔

مقابل کی شکل میں وتر RT دائرہ کا قطر ہے۔ قطر کی وجہ سے دائرے کے دونوں قوس مساوی ہو جاتے ہیں۔ انھیں نصف دائروی قوس یا نصف دائرہ کہتے ہیں۔

مرکزی زاویہ اور قوس کی پیمائش (Central angle and Measure of an Arc)

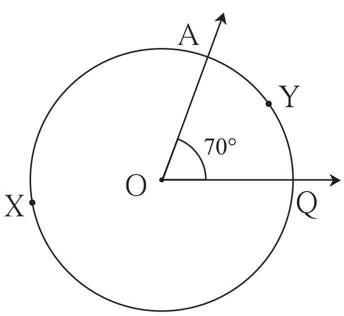


بازو کی شکل میں دائرے کا مرکز 'O' زاویہ AOB کا راسی نقطہ ہے۔

دائرہ کا مرکز جس زاویہ کا راسی نقطہ ہوتا ہے اس زاویہ کو مرکزی زاویہ کہتے ہیں۔

شکل میں، ∠AOB قوس AZB کا نظیری مرکزی زاویہ ہے۔

قوس سے بننے والے مرکزی زاویے کی پیمائش کو قوس کی پیمائش کہتے ہیں۔

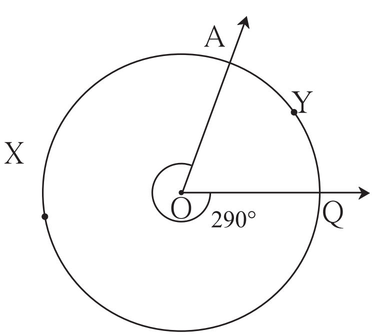


✸ اصغر قوس کی پیمائش :

بازو کی شکل میں، مرکزی زاویہ یعنی ∠AOQ کی پیمائش 70° ہے۔

∴ اصغر قوس AYQ کی پیمائش 70° ہے۔

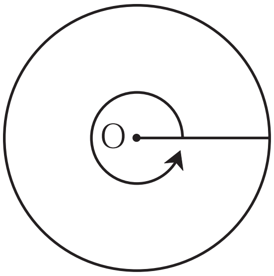
اسے m(قوس AYQ) = 70° لکھتے ہیں۔



✸ اکبر قوس کی پیمائش :

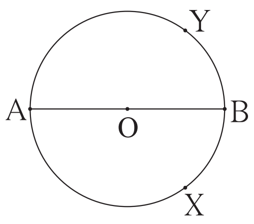
∴ اکبر قوس کی پیمائش = 360° − نظیری اصغر قوس کی پیمائش

∴ شکل میں اکبر قوس AXQ کی پیمائش = 360° − 70° = 290°



✸ دائرہ کی پیمائش

شکل کے مطابق دائرے کا نصف قطر OA گھڑی کی سوئی کے مخالف (غیر ساعت وار) سمت میں مکمل زاویے میں گھومتا ہے۔اس وقت 360° پیمائش کا زاویہ بنتا ہے۔اس کا A سرا ایک مکمل دائرہ بناتا ہے۔



$\therefore$ دائرہ کے مرکزی زاویہ کی پیمائش $= 360^\circ$

اس لیے ایک مکمل دائرہ کی پیمائش 360° ہوتی ہے۔

✸ نصف دائرے کی پیمائش :

اب شکل کا مشاہدہ کیجیے اور نصف دائرہ AXB اور نصف دائرہ AYB کی پیمائش طے کیجیے۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

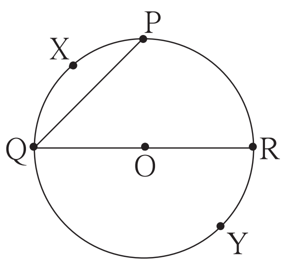
- اصغر قوس کی پیمائش اس سے متعلق مرکزی زاویے کی پیمائش کے برابر ہوتی ہے۔
- نظیری اصغر قوس کی پیمائش $- 360^\circ =$ اکبر قوس کی پیمائش ←
- نصف دائرے کی پیمائش 180° ہوتی ہے۔

مشقی سوالات 43

.1 صحیح متبادل منتخب کیجیے۔

اگر قوس AXB اور قوس AYB ایک دوسرے کے نظیری قوس ہوں اور $m($قوس $AXB)=120^\circ$ ہو تو، کتنے $m($قوس $AYB)=?$

(i) 140° (ii) 60° (iii) 240° (iv) 160°



.2 'O' مرکز والے دائرہ میں کچھ قوس دکھائے گئے ہیں۔ان میں سے دائرے کے اصغر قوس، اکبر قوس اور نصف دائرہ کے نام لکھیے۔

.3 'O' مرکز والے دائرہ میں، اصغر قوس PXQ کی پیمائش 110° ہے تو اکبر قوس PYQ کی پیمائش معلوم کیجیے۔

ICT Tools or Links

Geogebra Software کا استعمال کیجیے اور مرکزی زاویہ اور ان کے مختلف قوس کی پیمائشوں میں تعلق move option کا استعمال کرتے ہوئے معلوم کیجیے۔

❑❑❑

آیئے ذرا یاد کریں :

احاطہ (Perimeter)

بند شکل کے تمام اضلاع کی لمبائیوں کا مجموعہ، اس شکل کا احاطہ کہلاتا ہے۔

$\therefore$ کثیر ضلعی کا احاطہ = کثیر ضلعی کے تمام اضلاع کی لمبائیوں کا مجموعہ

$\therefore$ مربع کا احاطہ = 4 × ضلع

ضلع 'a' کے مربع کا احاطہ = $4a$

مستطیل کا احاطہ = 2 لمبائی + 2 چوڑائی

لمبائی 'l' اور چوڑائی 'b' کے مستطیل کا احاطہ = $2l + 2b$

مثال : ایک مستطیل کا احاطہ 64 سم ہے۔ اس کی لمبائی 17 سم ہو تو چوڑائی کتنی ہوگی؟

حل : فرض کیجیے مستطیل کی چوڑائی x سم ہے۔

احاطہ = 2 × لمبائی + 2 × چوڑائی

2 (لمبائی + چوڑائی) = 64

$\therefore$ $2(17 + x) = 64$

$\therefore$ $\frac{2(17 + x)}{2} = \frac{64}{2}$

$\therefore$ $17 + x = 32$

$\therefore$ $x = 15$

$\therefore$ مستطیل کی چوڑائی 15 سم ہے۔

مثال : لمبائی 28 سم اور چوڑائی 20 سم کے ایک مستطیل کا احاطہ، ایک مربع کے احاطہ کے مساوی ہے، تو اس مربع کا ضلع معلوم کیجیے؟

حل : مستطیل کا احاطہ = 2 (لمبائی + چوڑائی)

$= 2(28 + 20)$

= 96 سم

$4a = 96$ ... (مربع کا ضلع 'a' سم ہو تو)

مربع کا احاطہ = 96

$4a = 96$

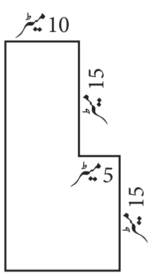
$a = \frac{96}{4} = 24$

مربع کا ضلع 24 سم ہے۔

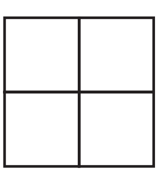
مشقی سوالات 44

1. ایک مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی دگنا کی جائے تو، اس مستطیل کا احاطہ اصل مستطیل کے احاطے سے کتنے گنا زیادہ ہو جائے گا؟

2. ایک مربع کا ضلع تین گنا کیا جائے تو، اس کا احاطہ اصل مربع کے احاطے سے کتنے گنا ہو جائے گا؟



3. مقابل کی شکل میں ایک میدان کا نقشہ دیا ہوا ہے۔
اس میں اضلاع کی لمبائیاں دی ہوئی ہیں۔
اس معلومات کی بنا پر میدان کا احاطہ معلوم کیجیے۔



4. ایک میٹر لمبائی کے مربع نما کپڑے کا ایک ٹکڑا لے کر شکل میں بتائے ہوئے طریقے کے مطابق چار مساوی شکل کے رومال بنائے گئے۔ تمام رومال کے کناروں پر لیس (کنار پٹی) لگانے کے لیے کتنی لمبائی کی لیس درکار ہوگی؟

آیئے ذرا یاد کریں :

رقبہ (Area)

- مربع کا رقبہ = ضلع × ضلع = $(\text{ضلع})^2$
- مستطیل کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی = $l \times b$

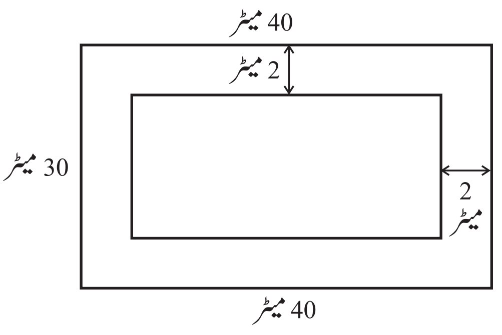
رقبہ ہمیشہ مربع میٹر، مربع سم، مربع کلومیٹر وغیرہ اکائی میں ہوتا ہے۔

عملی کام I

کھوکھو، کبڈی جیسے کھیل کے میدان، ٹینس کورٹ، بیڈمنٹن کورٹ ان میں سے جو ممکن ہو ان کی لمبائی اور چوڑائی ناپیے۔ میدان کا احاطہ اور رقبہ معلوم کیجیے۔

عملی کام II

انیسہ کے گھر کی ایک دیوار کو نیا رنگ دینا ہے۔ دیوار کی لمبائی 7 میٹر اور اونچائی 5 میٹر ہے۔ رنگ وروغن کا خرچ 120 روپے فی مربع میٹر ہو تو اُسے پینٹر کو کتنے روپے ادا کرنا ہوگا؟ اسے طے کیجیے۔



مثال : ایک 40 میٹر لمبے اور 30 میٹر چوڑے مستطیلی باغ کے اندر کمپاؤنڈ سے متصل باغ کے اردگرد 2 میٹر چوڑا راستہ بنانا ہے۔ اس راستے پر سم 20 × سم 25 ابعاد کے فرش بٹھانا ہے تو کل کتنے فرش درکار ہوں گے؟

حل :

فرش بٹھائے جانے والے علاقے کا رقبہ معلوم کریں گے۔

100 سم = 1 میٹر
25 سم = $\frac{25}{100}$ میٹر

$\therefore$ باغ کا رقبہ = 40 × 30 = 1200 مربع میٹر

راستہ چھوڑ کر باغ کے اندر کا رقبہ = 36 × 26 = 936 مربع میٹر

$\therefore$ فرش بٹھائے جانے والے علاقہ کا رقبہ = 1200 − 936 = 264 مربع میٹر

$\therefore$ ہر فرش کا رقبہ = $\frac{25}{100} \times \frac{20}{100} = \frac{1}{20}$ مربع میٹر

ایک فرش کا رقبہ $\frac{1}{20}$ مربع میٹر ہو تو 264 مربع میٹر جگہ میں بٹھائے جانے والے فرش کی تعداد معلوم کریں گے۔

فرشیوں کی تعداد = $\dfrac{\text{جگہ کا کل رقبہ}}{\text{ایک فرش کا رقبہ}}$

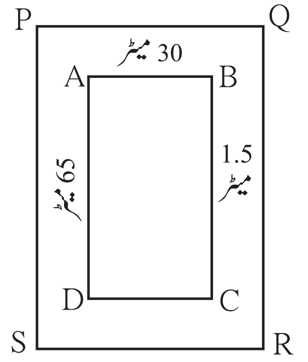
$= 264 \div \frac{1}{20}$

$= 264 \times 20 = 5280$

$\therefore$ 5280 فرش درکار ہوں گے۔

مثال : ایک مستطیل نما کھیل کے میدان کی لمبائی 65 میٹر اور چوڑائی 30 میٹر ہے۔ اس میدان کے گرد باہر کے جانب چاروں طرف 1.5 میٹر چوڑا راستہ ہے۔ اس راستے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل :



مثال میں کھیل کے میدان کی شکل مستطیل نما ہے۔

فرض کیجیے □ABCD کھیل کا میدان ہے۔ اس کے گرد باہر کی جانب 1.5 میٹر چوڑا راستہ چاروں طرف ہے۔ □ABCD کے چاروں جانب 1.5 میٹر کا فاصلہ رکھ کر □PQRS مستطیل بنائیں گے۔

مستطیل PQRS کی لمبائی = 65 + 1.5 + 1.5 = 68 میٹر

مستطیل PQRS کی چوڑائی = 30 + 1.5 + 1.5 = 33 میٹر

راستہ کا رقبہ = مستطیل PQRS کا رقبہ – مستطیل ABCD کا رقبہ

= 68 × 33 – 65 × 30 = ☐ – ☐ = ☐ مربع میٹر

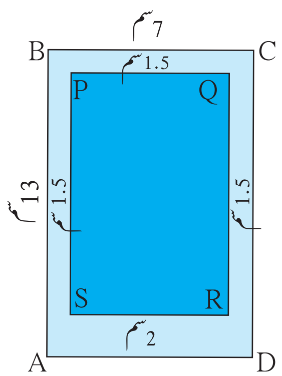
آیئے بحث کریں

کیا ہم اوپر کی مثال میں دیے ہوئے راستہ کا رقبہ دوسرے طریقے سے معلوم کر سکتے ہیں؟

مثال : ایک موبائیل کی لمبائی 13 سم اور چوڑائی 7 سم ہے۔ اس پر PQRS اسکرین کی شکل دکھائی گئی ہے، تو اسکرین کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل : فرض کیجیے موبائیل کے کناروں سے مستطیل ABCD بنا ہے۔ اس کی لمبائی 13 سم اور چوڑائی 7 سم ہے۔

فرض کیجیے ضلع AB، ضلع BC اور ضلع DC کی جانب سے 1.5 سم کا فاصلہ چھوڑ کر اور DA کی جانب سے 2 سم کا فاصلہ چھوڑ کر مستطیل PQRS بنا ہے۔



مستطیل PQRS کی لمبائی = ☐ سم

مستطیل PQRS کی چوڑائی = ☐ سم

اسکرین کا رقبہ = مستطیل PQRS کا رقبہ = ... × ... = ☐ مربع سم

عملی کام

مختلف شکل کے موبائیل دیکھیے اور ان پر بٹھائے ہوئے اسکرین کا رقبہ معلوم کیجیے۔

مشقی سوالات 45

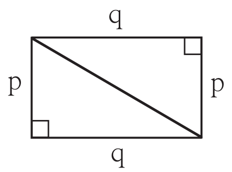
1. ایک مربع کا ضلع 12 سم ہے تو اس مربع کا رقبہ معلوم کیجیے۔
2. ایک مستطیل کی لمبائی 15 سم اور چوڑائی 5 سم ہو تو اس مستطیل کا رقبہ معلوم کیجیے۔
3. ایک مستطیل کا رقبہ 102 مربع سم ہے۔ مستطیل کی لمبائی 17 سم ہو تو مستطیل کا احاطہ معلوم کیجیے۔
4*. ایک مربع کا ضلع 3 گنا کرنے پر، اس کا رقبہ اصل مربع کے رقبہ کے کتنا گنا ہو جائے گا؟

آیئے سمجھ لیں :

قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ (Area of right angled triangle)

عملی کام ایک ہی ناپ کے دو قائمۃ الزاویہ مثلث (کاٹ کر) لیجیے۔انھیں شکل میں دکھائے ہوئے طریقے کے مطابق جوڑیے۔ مشاہدہ کیجیے کہ ایک مستطیل بنتا ہے۔مثلث کے قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع p اور q لمبائی کے ہیں، اور وہی مستطیل کے اضلاع بھی ہیں۔

شکل سے صاف ظاہر ہوتا ہے کہ



قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ × 2 = مستطیل کا رقبہ ∴

$\therefore$ 2 × قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ $= p \times q$

$\therefore$ قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ $= \frac{p \times q}{2}$

یہ میری سمجھ میں آ گیا

قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times$ قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع کی لمبائیوں کا حاصل ضرب

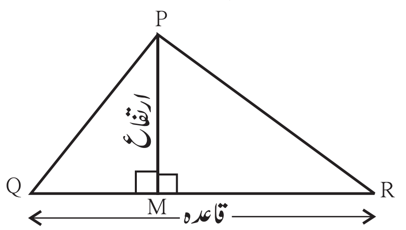
قائمۃ الزاویہ مثلث میں قائمہ زاویہ بنانے والے دو اضلاع میں سے ایک ضلع اگر قاعدہ ہو تو دوسرا ضلع ارتفاع کہلاتا ہے۔

$\therefore$ قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times$ قاعدہ × ارتفاع

$\triangle ABC$ کسی بھی قسم کا مثلث ہو تو قاعدہ کے لیے کوئی ایک ضلع لیا جاتا ہے۔اس ضلع کے مقابل کے راسی نقطہ سے قاعدہ پر کھینچا ہوا عمود مثلث کا ارتفاع کہلاتا ہے۔

ΔPQR کسی ایک قسم کا ایک مثلث ہے جس کا قاعدہ QR ہے۔راسی نقطہ P سے قاعدہ QR پر PM عمود کھینچا گیا ہے۔

شکل 1 : نقطہ M خط QR پر واقع ہے۔



$\triangle PMR$ اور $\triangle PMQ$ قائمۃ الزاویہ مثلث ہیں۔

$\therefore A(\triangle PQR) = A(\triangle PMQ) + A(\triangle PMR)$

$= \frac{1}{2} \times l(QM) \times l(PM) + \frac{1}{2} \times l(MR) \times l(PM)$

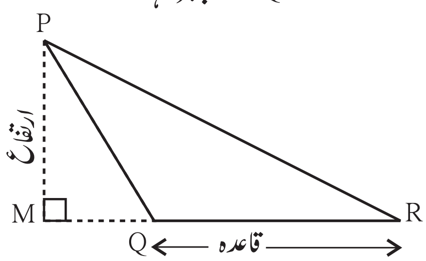
$= \frac{1}{2} [l(QM) + l(MR)] \times l(PM)$

$= \frac{1}{2} \times l(QR) \times l(PM)$

$= \frac{1}{2} \times$ قاعدہ × ارتفاع

$A(\triangle PQR) = \frac{1}{2} \times$ قاعدہ × ارتفاع

شکل 2 : نقطہ M خط QR کے باہر ہے۔



$\triangle PMR$ اور $\triangle PMQ$ قائمۃ الزاویہ مثلث ہیں۔

$\therefore A(\triangle PQR) = A(\triangle PMR) - A(\triangle PMQ)$

$= \frac{1}{2} \times l(MR) \times l(PM) - \frac{1}{2} \times l(MQ) \times l(PM)$

$= \frac{1}{2} [l(MR) - l(MQ)] \times l(PM)$

$= \frac{1}{2} \times l(QR) \times l(PM)$

$= \frac{1}{2} \times$ قاعدہ × ارتفاع

$A(\triangle PQR) = \frac{1}{2} \times$ قاعدہ × ارتفاع

یہ میری سمجھ میں آگیا

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع}$$

مثال : ایک قائمۃ الزاویہ مثلث کے قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع 3.5 سم اور 4.2 سم ہیں۔اس مثلث کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل : قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times$ (قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع کی لمبائی کا حاصل ضرب)

$= \frac{1}{2} \times 3.5 \times 4.2$

$= 7.35$ مربع سم

مثال : ایک مثلث کا قاعدہ 5.6 سم اور ارتفاع 4.5 سم ہے، اس مثلث کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل : $\therefore$ مثلث کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times$ قاعدہ $\times$ ارتفاع

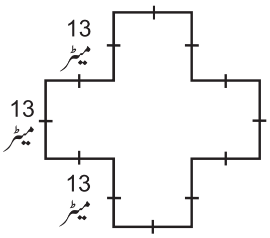
$= \frac{1}{2} \times 5.6 \times 4.5$

$\therefore$ مثلث کا رقبہ $= 12.6$ سم^2

(مربع سم کو سم^2 بھی لکھا جاتا ہے)

مشقی سوالات 46

1. ایک کیلنڈر کے صفحے کی لمبائی 45 سم اور چوڑائی 26 سم ہے، اس صفحہ کا رقبہ کتنا ہوگا؟
2. ایک مثلث کی ارتفاع 3.6 سم اور قاعدہ 4.8 سم ہے تو اس مثلث کا رقبہ کتنا ہوگا؟
3. ایک مستطیلی شکل کے قطعہ ارض کی لمبائی 75.5 میٹر اور چوڑائی 30.5 میٹر ہے۔ 1000 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے قطعہ ارض کی کل قیمت کتنی ہوگی؟
4. مستطیل نما ہال کی لمبائی 12 میٹر اور چوڑائی 6 میٹر ہے۔اس میں 30 سم ضلع کے مربع نما فرش بچھانا ہے۔تو پورے ہال کے لیے کل کتنے فرش درکار ہوں گے؟ اس مثال میں اگر 15 سم ضلع کے مربع نما فرش ہوں تو کل کتنے فرش درکار ہوں گے؟
5. مقابل کی شکل میں ایک باغ کے ناپ دیئے ہیں۔اس باغ کا احاطہ اور رقبہ معلوم کیجیے۔

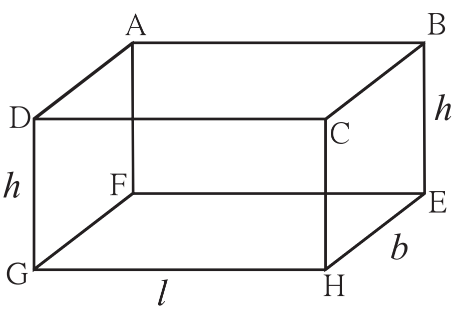


آیئے سمجھ لیں :

سطح کا رقبہ (Surface area)

کسی بھی سہ رُخی اجسام کے تمام سطحوں کے رقبوں کا مجموعہ یعنی اس چیز کی کل سطح کا رقبہ کہلاتا ہے۔

✱ مکعب نما کی سطح کا رقبہ :



- مکعب نما کی چھے سطح ہوتی ہیں۔
- ہر سطح مستطیل نما ہوتی ہے۔
- مقابل کی مستطیل نما سطحوں کے رقبے متماثل ہوتے ہیں۔
- ہر کنارا اس سے ملنے والے دونوں کناروں پر عمود ہوتا ہے۔
- مکعب نما کی افقی سطحوں کی لمبائی 'l' چوڑائی 'b' اور عمودی سطح کی اونچائی 'h' سے ظاہر کریں گے۔

مستطیل ABCD کا رقبہ = مستطیل GHEF کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی = $l \times b$

مستطیل ADGF کا رقبہ = مستطیل BCHE کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی = $b \times h$

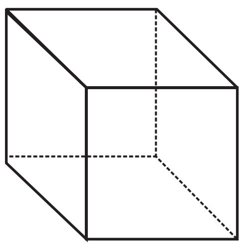
مستطیل CHGD کا رقبہ = مستطیل ABEF کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی = $l \times h$

مکعب نما کے کل سطحوں کا رقبہ = تمام مستطیل کے رقبوں کا مجموعہ

∴ مکعب نما کی کل سطحوں کا رقبہ = 2 (لمبائی × چوڑائی + چوڑائی × اونچائی + لمبائی × اونچائی)

$$= 2(l \times b + b \times h + l \times h) = 2\,(lb + bh + lh)$$

✸ مکعب کی سطح کا رقبہ :



- مکعب کی کل چھے سطحیں ہوتی ہیں۔
- ہر سطح مربع نما ہوتی ہے۔
- تمام سطحوں کا رقبہ مساوی ہوتا ہے۔
- فرض کیجیے مربع کا ضلع 'l' ہے۔

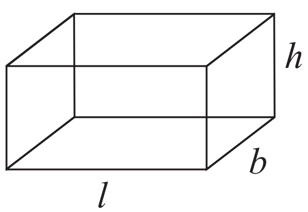
مربع کا رقبہ = مکعب کی ایک سطح کا رقبہ

∴ مکعب کی کل سطحوں کا رقبہ = 6 مربعوں کے رقبوں کا مجموعہ

$= 6 \times l^2$ $= 6 \times$ (ضلع)^2

مثال : لمبائی 1.5 میٹر، چوڑائی 1.2 میٹر اور اونچائی 1.3 میٹر والے ٹین کا مکعب نما شکل کا ایک بند صندوق بنانا ہے۔ تو کل کتنی ٹین کی چادر درکار ہوگی؟

حل : صندوق کی لمبائی = $l = 1.5$ میٹر , چوڑائی = $b = 1.2$ میٹر , اونچائی = $h = 1.3$ میٹر



∴ صندوق کی کل سطحوں کا رقبہ = $2\,(l \times b + b \times h + l \times h)$

$= 2\,(1.5 \times 1.2 + 1.2 \times 1.3 + 1.5 \times 1.3)$

$= 2\,(1.80 + 1.56 + 1.95)$

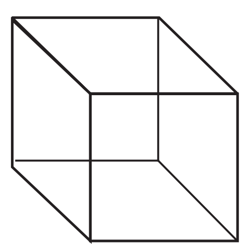
$= 2\,(5.31)$

∴ صندوق کی کل سطحوں کا رقبہ = 10.62 مربع میٹر

اس لیے صندوق بنانے کے لیے کل 10.62 مربع میٹر ٹین کی چادر درکار ہوگی۔

مثال : ایک مکعب نما ڈبے کی لمبائی 0.4 میٹر ہے۔ اس ڈبہ کو باہر سے روغن دینا ہے۔ اگر خرچ 50 روپے فی مربع میٹر ہو تو کل کتنا خرچ آئے گا؟

حل :



∴ مکعب کا ضلع = $l = 0.4$ میٹر

∴ مکعب کی کل سطح کا رقبہ = $6 \times (l)^2$

$= 6 \times (0.4)^2$

∴ مکعب کی کل سطح کا رقبہ = $6 \times 0.16 = 0.96$ مربع میٹر

ایک مربع میٹر رنگ وروغن لگانے کا خرچ 50 روپے ہے۔

∴ 0.96 مربع میٹر رنگ وروغن لگانے کا خرچ $= 0.96 \times 50$

$=$ 48 روپے

∴ صندوق کو رنگ وروغن لگانے کا خرچ 48 روپے ہوگا۔

مشقی سوالات 47

1. مکعب کے ضلع کی لمبائی درج ذیل کے مطابق ہو تو مکعب کی کل سطحوں کا رقبہ معلوم کیجیے۔

(i) 3 سم (ii) 5 سم (iii) 7.2 سم (iv) 6.8 میٹر (v) 5.5 میٹر

2. ذیل میں مکعب نما کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی بالترتیب دی ہوئی ہے، اس معلومات کی بنا پر کل سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔

(i) 12 سم , 10 سم , 5 سم (ii) 5 سم , 3.5 سم , 1.4 سم

(iii) 2.5 میٹر , 2 میٹر , 2.4 میٹر (iv) 8 میٹر , 5 میٹر , 3.5 میٹر

3. ایک ماچس کی ڈبیہ کی لمبائی 4 سم، چوڑائی 2.5 سم اور اونچائی 1.5 سم ہے۔اس ڈبیہ کو باہر سے رنگین کاغذ چسپانا ہے،کل کتنا کاغذ درکار ہوگا؟

4. ایک باغ کے خشک پتے اور دیگر گھاس پھوس ٹرالی پر رکھ کر لے جانے کے لیے ایک بغیر ڈھکن کی ٹین کی ٹنکی بنانا ہے۔اس کی لمبائی 1.5 میٹر، چوڑائی 1 میٹر اور اونچائی 1 میٹر ہے۔اس کے لیے کل کتنے رقبے کی ٹین کی چادر درکار ہوگی؟ اس صندوق کو اندر اور باہر سے زنگ سے بچانے کے لیے رنگ وروغن کا خرچ، 150 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے کتنا ہوگا؟ معلوم کیجیے۔

ریاضیاتی پہیلی

کچھ تین ہندسی اعداد ایسے ہوتے ہیں ان ہندسوں کا حاصل ضرب اس عدد کو مکمل تقسیم کرتا ہے۔

مثال :

(i) عدد 175 لیجیے، $1 \times 7 \times 5 = 35 \rightarrow \frac{175}{35} = 5$

(ii) عدد 816 لیجیے، $8 \times 1 \times 6 = 48 \rightarrow \frac{816}{48} = 17$

(iii) عدد 612 لیجیے، $6 \times 1 \times 2 = 12 \rightarrow \frac{612}{12} = 51$

اسی طرح 135، 312، 672 وغیرہ اعداد بھی ہیں۔آپ اس قسم کے اور اعداد تلاش کریں۔

❑❑❑

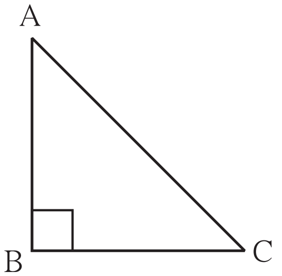
فیثاغورث کا مسئلہ

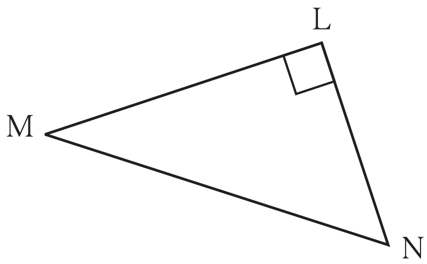
آیئے ذرا یاد کریں :

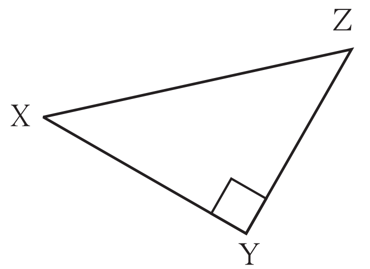
قائمۃ الزاویہ مثلث (Right angled triangle)

یہ بات ہم جانتے ہیں کہ جس مثلث کا ایک زاویہ، قائمہ زاویہ ہوتا ہے اُسے قائمۃ الزاویہ مثلث کہتے ہیں اور قائمہ زاویہ کے مقابل کے ضلع کو وتر کہتے ہیں۔

- درج ذیل قائمۃ الزاویہ کے وتروں کے نام لکھیے۔







△ABC کا وتر ☐   △LMN کا وتر ☐   △XYZ کا وتر ☐

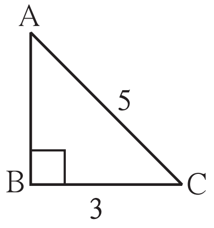
فیثاغورث کا مسئلہ (The Theorem of Pythagoras)

چھٹی صدی قبل مسیح میں ایک عظیم یونانی ریاضی داں فیثاغورث ہو گذرے ہیں۔ ریاضی مضمون کے لیے انھوں نے بڑی خدمات انجام دی ہیں۔ ریاضی کے علوم سکھانے میں وہ بہت مشہور تھے۔ ان کے کئی شاگرد بھی تھے۔

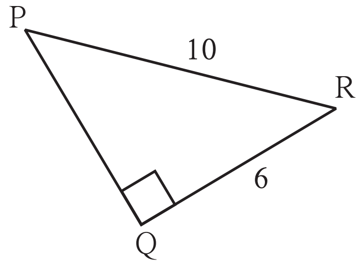
قائمۃ الزاویہ مثلث کے تعلق سے ایک مسئلہ بہت پہلے سے کئی ممالک کے لوگ جانتے تھے۔ بھارت کی قدیم کتاب ''شُلوسُتر'' میں بھی اس بات کا ذکر ملتا ہے۔ لیکن اس مسئلہ کا ثبوت فیثاغورث نے سب سے پہلے دیا اس لیے ان کا نام اس مسئلہ کو دیا گیا۔ ''قائمۃ الزاویہ مثلث میں وتر کی لمبائی کا مربع، باقی ماندہ دو اضلاع کی لمبائیوں کے مربعوں کے مجموعے کے برابر ہوتا ہے۔'' یہی فیثاغورث کا مسئلہ کہلاتا ہے۔

عملی کام وتر اور زاویہ قائمہ بنانے والا ایک ضلع دیا ہو تو ذیل میں دیے ہوئے خاکے کے مطابق قائمۃ الزاویہ مثلث بنائیے۔ تیسرے ضلع کی لمبائی ناپیے۔

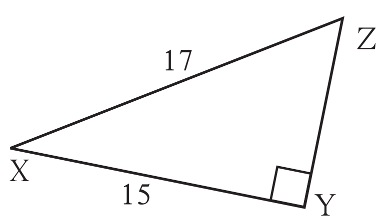
(i)



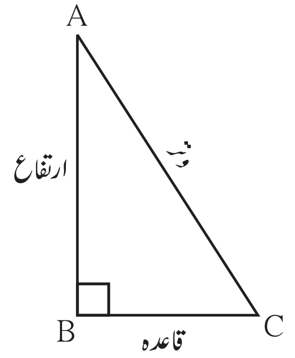
(ii)



(iii)



آیئے سمجھ لیں :



مقابل کی شکل میں، فیثاغورث کا مسئلہ ذیل کے مطابق لکھتے ہیں۔

$\triangle ABC$ میں $\angle B$ قائمہ زاویہ ہوتو

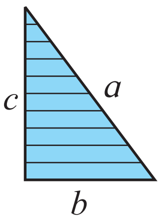
$$[l(AC)]^2 = [l(AB)]^2 + [l(BC)]^2$$

عام طور پر قائمۃ الزاویہ مثلث میں قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع میں سے ایک ضلع قاعدہ اور دوسرا ضلع ارتفاع کے طور پر سمجھا جاتا ہے۔اس مسئلہ کو ذیل کے مطابق لکھتے ہیں۔

$\rightarrow$ $(\text{وتر})^2 = (\text{قاعدہ})^2 + (\text{ارتفاع})^2$

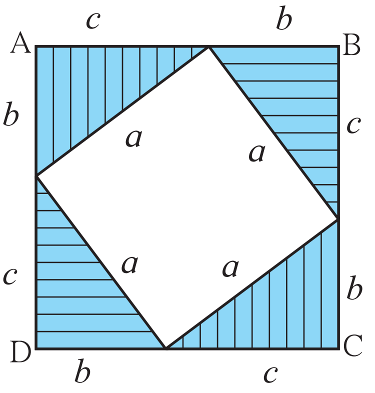
فیثاغورث کے مسئلہ کی تصدیق کے لیے درج ذیل عمل کیجیے۔

عملی کام

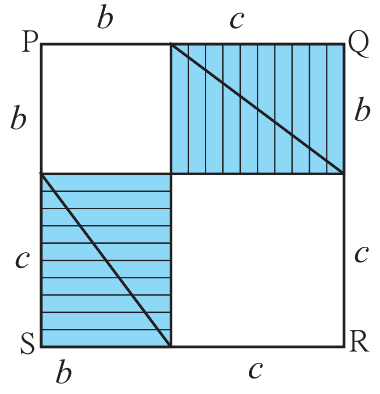


ایک کارڈ شیٹ کے مساوی ناپ کے 8 قائمۃ الزاویہ مثلث (کاٹ کر) لیجیے۔اس کے اضلاع کسی بھی لمبائی کے ہوسکتے ہیں۔فرض کیجیے اس مثلث کا وتر 'a' اکائی، قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع 'b' اکائی اور 'c' اکائی ہیں۔اس بات کو دھیان میں رکھیں کہ اس مثلث کا رقبہ $\frac{bc}{2}$ ہے۔

اب دوسرے کارڈ شیٹ پر $(b + c)$ اکائی ضلع کے دو مربع پینسل سے بنایئے۔شکل میں دکھائے ہوئے طریقے کے مطابق کاٹے ہوئے 8 مثلثوں میں سے 4 مثلث، مربع ABCD میں رکھ دیجیے۔اور بقیہ 4 مثلث شکل کے مطابق مربع PQRS میں رکھ دیجیے۔مثلثوں سے ڈھکے ہوئے حصے کو خط کشیدہ کیجیے۔



شکل (i)



شکل (ii)

شکلوں کا معائنہ کیجیے۔شکل (i) میں خالی جگہ میں 'a' ضلع والا مربع بنا ہے۔شکل (ii) میں خالی جگہ میں 'b' اور 'c' ضلع کے دو مربع بنے ہوئے ہیں۔

دونوں مربعوں میں خط کشیدہ کیے ہوئے حصے مساوی یعنی چار قائمۃ الزاویہ مثلث کے رقبہ کے مساوی ہیں۔

شکل (i) میں

مربع ABCD کا رقبہ $= a^2 + 4 \times$ قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ

$$= a^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times bc$$

$$= a^2 + 2bc$$

شکل (ii) میں

$\therefore$ مربع PQRS کا رقبہ $= b^2 + c^2 + 4 \times$ قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ

$= b^2 + c^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times bc$

$= b^2 + c^2 + 2bc$

$\therefore$ مربع ABCD کا رقبہ = مربع PQRS کا رقبہ

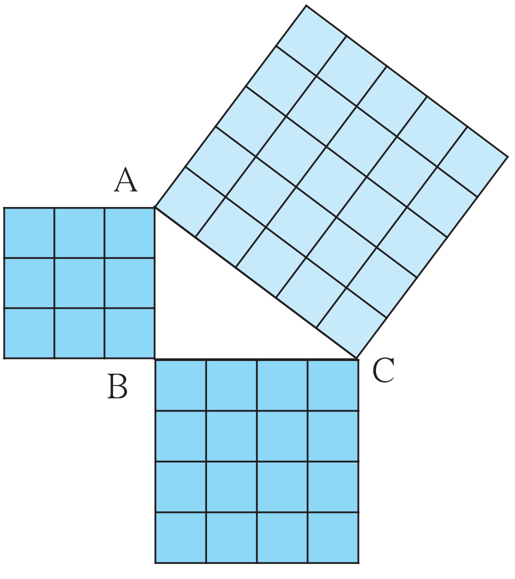
$\therefore \quad a^2 + 2bc = b^2 + c^2 + 2bc$

$\therefore \quad a^2 = b^2 + c^2$

آیئے بحث کریں

- شکل (i) میں خالی ذوار بعۃ الاضلاع کا ہر زاویہ قائمہ ہے۔ چاندہ کا استعمال کیے بغیر اس کی تصدیق کیجیے۔

عملی کام ایک کارڈ شیٹ پر 3 سم، 4 سم اور 5 سم لمبائی کا ایک قائمۃ الزاویہ مثلث بنایئے۔ ہر ضلع پر ایک مربع بنایئے۔ ہر مربع کا رقبہ معلوم کیجیے اور فیثا غورث کے مسئلہ کی تصدیق کیجیے۔

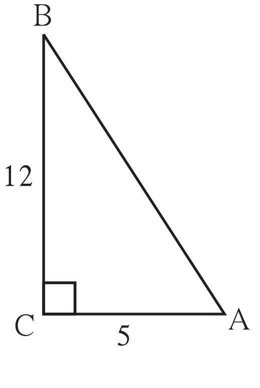


نوٹ : فیثا غورث کے مسئلہ کا استعمال کرکے قائمۃ الزاویہ مثلث کے دو ضلعے دیے ہوں تو تیسرا ضلع معلوم کرسکتے ہیں۔

مثال : $\triangle ABC$ میں $\angle C = 90°$، $l(AC) = 5$ سم اور $l(BC) = 12$ سم ہو تو کتنے $l(AB) = ?$

حل : قائمۃ الزاویہ $\triangle ABC$ میں $\angle C = 90°$، اس لیے ضلع AB وتر ہوگا۔

فیثا غورث کے مسئلہ کی رُو سے



$\therefore \quad l(AB)^2 = l(AC)^2 + l(BC)^2$

$= 5^2 + 12^2$

$= 25 + 144$

$\therefore \quad l(AB)^2 = 169$

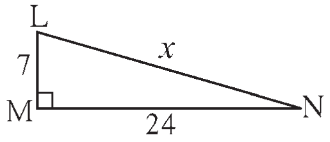
$\therefore \quad l(AB)^2 = (13)^2$

$\therefore \quad l(AB) = 13$

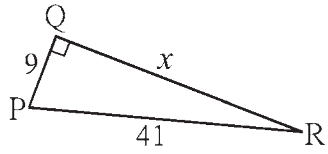
$\therefore$ قطعۂ خط AB کی لمبائی $= 13$ سم

مشقی سوالات 48

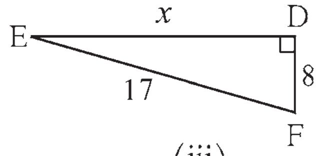
.1 ذیل کی شکلوں کو دیکھ کر 'x' کی قیمت معلوم کیجیے۔



(i)



(ii)



(iii)

.2 قائمۃ الزاویہ $\triangle PQR$ میں $\angle P = 90°$، اگر سم $l(PQ) = 24$ اور سم $l(PR) = 10$ ہوتو قطعہ خط QR کی لمبائی معلوم کیجیے۔

.3 قائمۃ الزاویہ $\triangle LMN$ میں $\angle M = 90°$، اگر سم $l(LM) = 12$ اور سم $l(LN) = 20$ ہوتو قطعہ خط MN کی لمبائی معلوم کیجیے۔

.4 15 میٹر لمبائی کی ایک سیڑھی زمین سے 9 میٹر اونچائی پر کھڑکی تک پہنچتی ہے۔تو دیوار کا قاعدہ اور سیڑھی کے نچلے سرے کے درمیان کا فاصلہ معلوم کیجیے۔

آیئے سمجھ لیں :

طبعی اعداد کے ثلاثی ارکان میں اگر بڑے عدد کا مربع دیگر دو اعداد کے مربعوں کے مجموعے کے برابر ہوتو اُسے فیثا غورث کے ثلاثی اعداد کہتے ہیں۔

جس مثلث کے ضلعوں کی لمبائی اس طرح ثلاثی اعداد کی صورت میں دکھائی جاتی ہے اس مثلث کو قائمۃ الزاویہ مثلث کہتے ہیں۔

مثال : کیا (7, 24, 25) یہ اعداد فیثا غورث کے ثلاثی اعداد ہیں؟

حل : 25، 24، 7 میں سے ہر عدد کا مربع معلوم کریں گے۔

$$\therefore \quad (7)^2 = 49, (24)^2 = 576, (25)^2 = 625$$

$$\therefore \quad 49 + 576 = 625$$

$$\therefore \quad (7)^2 + (24)^2 = (25)^2$$

اس لیے 7، 24 اور 25 فیثا غورث کے ثلاثی اعداد ہیں۔

سرگرمی : 1 سے 50 تک اعداد میں سے ایسے تین اعداد کے گروہ تلاش کیجیے جو فیثا غورث کے ثلاثی اعداد کہلاتے ہیں۔

مشقی سوالات 49

.1 ذیل میں کچھ ثلاثی اعداد دیے ہیں، ان میں سے فیثا غورث کے ثلاثی اعداد دریافت کیجیے۔

(i) 3 , 4 , 5 (ii) 2 , 4 , 5 (iii) 4 , 5 , 6

(iv) 2 , 6 , 7 (v) 9 , 40 , 41 (vi) 4 , 7.5 , 8.5

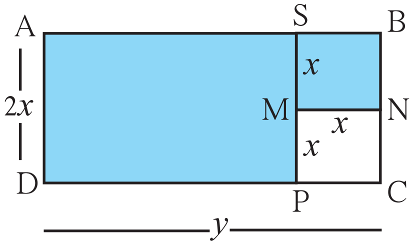
.2 ذیل میں کچھ مثلثوں کے تینوں اضلاع دیے ہوئے ہیں ہیں۔ان میں سے کون سا مثلث قائمۃ الزاویہ مثلث ہے بتایئے۔

(i) 8, 15, 17 (ii) 11, 12, 15 (iii) 11, 60, 61

(iv) 1.5, 1.6, 1.7 (v) 40, 20, 30

14 الجبری ضابطے – مربع کی توسیع

آیئے ذرا یاد کریں :



بازو کی شکل میں مستطیل ABCD دکھایا گیا ہے۔ اس مستطیل کی لمبائی y اکائی ہے اور چوڑائی $2x$ اکائی ہے۔ اس مستطیلی شکل کے ایک کونے سے x اکائی ضلع والا مربع کاٹ کر نکال لیا گیا ہے۔ رنگین حصے کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے الجبری عبارت پر عمل کا استعمال کریں گے۔

مستطیل ABCD کا رقبہ کو A(□ABCD) لکھیں گے۔

رنگین علاقے کا رقبہ $= A(\square ABCD) - A(\square MNCP) = 2xy - x^2$

رنگین علاقے کا رقبہ $= A(\square ASPD) + A(\square SBNM) = (y - x) \times 2x - x^2$

$$= 2xy - 2x^2 + x^2$$

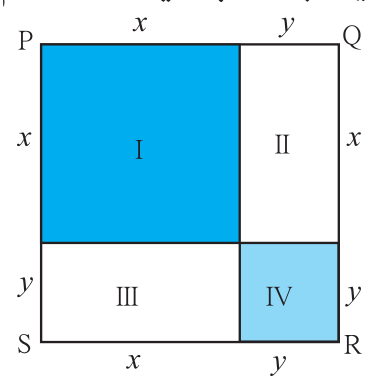
$$= 2xy - x^2$$

آیئے سمجھ لیں :

مربع کی توسیع

الجبری عبارتوں کی ضرب کر کے حاصل ہونے والی عبارت اُس ضرب کی توسیعی صورت ہوتی ہے۔ مخصوص قسم کے عبارتوں کی توسیع فوراً لکھنا آسان ہو اس لیے ضابطے بنائے جاتے ہیں۔ ان میں سے ہم کچھ ضابطوں کا مطالعہ کریں گے۔

عملی کام I



- مقابل کی شکل میں □ PQRS ایک مربع ہے اور اس کا ضلع $(x + y)$ ہے۔

$\therefore \quad A(\square PQRS) = (x + y)^2$

مربع PQRS کے رقبہ کو مستطیل I، II، III اور IV کے رقبوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔

یہاں، مربع PQRS کا رقبہ مستطیل I، II، III اور IV کے رقبوں کے مجموعہ کے برابر ہے۔

$\therefore$ A (□ PQRS) = A (مستطیل I) + A (مستطیل II) + A (مستطیل III) + A (مستطیل IV)

$$\therefore \quad (x + y)^2 = x^2 + xy + xy + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$\therefore \quad (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

اب الجبری عبارت $(x + y)^2$ کی ضرب کریں گے۔

$$\therefore \quad (x + y)(x + y) = x(x + y) + y(x + y)$$

$$= x^2 + xy + yx + y^2 \; ; \quad \therefore \; (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

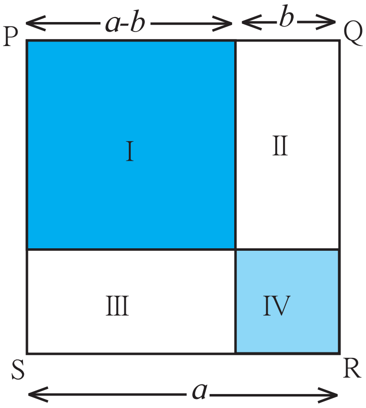
$(x + y)$ اس دورکنی کا مربع کرنے پر حاصل ہونے والی الجبری عبارت، رقبہ کے پیائش سے حاصل ہوئی عبارت کے مساوی ہے۔

$\therefore \quad (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ ... (یہ دورکنی کے مربع کا توسیعی ضابطہ ہے۔)

عملی کام II بازو کی شکل میں PQRS 'a' ضلع والا ایک مربع ہے۔اور اسے 4 مستطیل میں تقسیم کیا گیا ہے۔

جیسے $(a-b)$ والا مربع، b ضلع کا مربع اور $(a-b)$، 'b' ضلع والے دو مستطیل۔

$\therefore$ A (مربع I) + A (مستطیل II) + A (مستطیل III) + A (مربع IV) = A (□PQRS)



$$\therefore \quad (a-b)^2 + (a-b)\,b + (a-b)\,b + b^2 = a^2$$

$$\therefore \quad (a-b)^2 + 2ab - 2b^2 + b^2 = a^2$$

$$\therefore \quad (a-b)^2 + 2ab - b^2 = a^2$$

$$\therefore \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

الجبری عبارت کو ضرب کرتے ہوئے ضابطہ بنائیں گے۔

$$\therefore \quad (a-b)^2 = (a-b)\times(a-b)$$

$$= a(a-b) - b(a-b)$$

$$= a^2 - ab - ab + b^2$$

$$\therefore \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

یہ میری سمجھ میں آ گیا

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \qquad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

مربع کی توسیع کے ضابطے میں 'a' اور 'b' کے لیے کوئی بھی قیمت رکھ کر ہم تصدیق کر سکتے ہیں۔ مثلاً $a = 5$، $b = 3$

$$(a+b)^2 = (5+3)^2 = (8)^2 = 64$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 5^2 + 2\times5\times3 + 3^2$$

$$= 25 + 30 + 9 = 64$$

$$(a-b)^2 = (5-3)^2 = (2)^2 = 4$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 5^2 - 2\times5\times3 + 3^2$$

$$= 25 - 30 + 9 = 4$$

درج ذیل قیمتیں رکھ کر مربع کی توسیع کے ضابطہ کی تصدیق کیجیے۔

(i) $a = -7,\ b = 8$ (ii) $a = 11,\ b = 3$ (iii) $a = 2.5,\ b = 1.2$

توسیع کیجیے :

مثال : $(2x+3y)^2$

$= (2x)^2 + 2(2x)\times(3y) + (3y)^2$

$= 4x^2 + 12xy + 9y^2$

مثال : $(51)^2$

$= (50+1)^2$

$= 50^2 + 2\times50\times1 + 1\times1$

$= 2500 + 100 + 1$

$= 2601$

مثال : $(5x-4)^2$

$= (5x)^2 - 2(5x)\times(4) + (4)^2$

$= 25x^2 - 40x + 16$

مثال : $(98)^2$

$= (100-2)^2$

$= (100)^2 - 2\times100\times2 + (2)^2$

$= 10000 - 400 + 4$

$= 9604$

مشقی سوالات 50

.1 توسیع کیجیے۔

(i) $(5a+6b)^2$ (ii) $\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{3}\right)^2$ (iii) $(2p-3q)^2$ (iv) $\left(x-\frac{2}{x}\right)^2$

(v) $(ax+by)^2$ (vi) $(7m-4)^2$ (vii) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$ (viii) $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2$

.2 $\left(8-\frac{1}{x}\right)$ اس دورکنی کا مربع درج ذیل میں سے کون سا ہے؟ مناسب متبادل لکھیے۔

(i) $64-\frac{1}{x^2}$ (ii) $64+\frac{1}{x^2}$ (iii) $64-\frac{16}{x}+\frac{1}{x^2}$ (iv) $64+\frac{16}{x}+\frac{1}{x^2}$

.3 $m^2n^2+14mnpq+49p^2q^2$ درج ذیل میں سے کس دورکنی کی مربعی توسیعی صورت ہے؟ بتائیے۔

(i) $(m+n)(p+q)$ (ii) $(mn-pq)$ (iii) $(7mn+pq)$ (iv) $(mn+7pq)$

.4 توسیع کے ضابطے کی مدد سے قیمت معلوم کیجیے۔

(i) $(997)^2$ (ii) $(102)^2$ (iii) $(97)^2$ (iv) $(1005)^2$

آیئے سمجھ لیں :

$(a+b)(a-b)$ کی توسیع

$$\therefore \quad (a+b)(a-b) = (a+b)\times(a-b)$$
$$= a(a-b)+b(a-b)$$
$$= a^2-ab+ba-b^2$$
$$= a^2-b^2$$
$$\therefore \quad (a+b)(a-b) = a^2-b^2$$

یہ میری سمجھ میں آگیا

$$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$$

مثال : $(3x+4y)(3x-4y) = (3x)^2-(4y)^2 = 9x^2-16y^2$

مثال : $102\times 98 = (100+2)(100-2) = (100)^2-(2)^2 = 10000-4 = 9996$

مشقی سوالات 51

.1 توسیع کے ضابطے کی مدد سے ذیل کی ضرب کیجیے۔

(i) $(x+y)(x-y)$ (ii) $(3x-5)(3x+5)$

(iii) $(a+6)(a-6)$ (iv) $\left(\frac{x}{5}+6\right)\left(\frac{x}{5}-6\right)$

.2 توسیع کے ضابطے کی مدد سے قیمت معلوم کیجیے۔

(i) 502×498 (ii) 97×103 (iii) 54×46 (iv) 98×102

آیئے سمجھ لیں :

الجبری عبارتوں کے اجزائے ضربی کرنا

ہم نے مکمل اعداد کے اجزائے ضربی کرنے کا طریقہ سیکھا ہے۔ اب ہم دیکھیں گے کہ الجبری عبارتوں کے اجزائے ضربی کیسے کی جاتی ہے پہلے یک رکنی کی مثال لیں گے۔

$15 = 3 \times 5 \rightarrow$ ، یعنی 15 کے اجزائے ضربی 3 اور 5 ہیں۔

اسی طرح $3x = 3 \times x$ یعنی $3x$ کے اجزائے ضربی 3 اور x ہیں۔

اب دیکھیے عبارت $5t^2$ لیتے ہیں۔ $\quad 5t^2 = 5 \times t^2 = 5 \times t \times t$

یہاں 1، 5، t، t^2، $5t$، $5t^2$ یہ تمام $5t^2$ کے اجزائے ضربی ہیں۔

$$6ab^2 = 2 \times 3 \times a \times b \times b$$

یک رکنی کے اجزائے ضربی کرتے وقت پہلے متغیر کے ضریب کے اجزائے ضربی کیے جاسکتے ہوں تو کیجیے، بعد میں متغیر کے اجزائے ضربی کیجیے۔

مشقی سوالات 52

⊙ ذیل کی عبارتوں کے مفرد اجزائے ضربی صورت میں لکھیے۔

(i) $201a^3b^2$ (ii) $91xyt^2$ (iii) $24a^2b^2$ (iv) tr^2s^3

آیئے سمجھ لیں :

دو رکنی کے اجزائے ضربی کرنا

$4xy + 8xy^2$ اس دو رکنی میں ہر رکن کا $4x$ اور y جزو ضربی ہیں۔

$$\therefore \ 4xy + 8xy^2 = 4(xy + 2xy^2) = 4x(y + 2xy) = 4xy(1 + 2y)$$

دونوں ارکان میں مشترک جزو ضربی تلاش کرکے، قوسین کے باہر ضرب کی صورت میں لکھا گیا، تو دو رکنی کے اجزائے ضربی بنائے گئے۔

(اس طرح اجزائے ضربی بنائے جاتے ہیں۔) ... $\therefore \ 9a^2bc + 12abc^2 = 3(3a^2bc + 4abc^2) = 3abc(3a + 4c)$

ہمیں ضابطہ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ معلوم ہے۔

اس طرح $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ اجزائے ضربی حاصل ہوتے ہیں۔

اجزائے ضربی کیجیے۔

مثال : $a^2 - 4b^2 = a^2 - (2b)^2$
$= (a + 2b)(a - 2b)$

مثال : $3a^2 - 27b^2 = 3(a^2 - 9b^2)$
$= 3(a + 3b)(a - 3b)$

مشقی سوالات 53

⊙ ذیل کی عبارتوں کے اجزائے ضربی کیجیے۔

(i) $p^2 - q^2$ (ii) $4x^2 - 25y^2$ (iii) $y^2 - 4$ (iv) $p^2 - \frac{1}{25}$ (v) $9x^2 - \frac{1}{16}y^2$

(vi) $x^2 - \frac{1}{x^2}$ (vii) $a^2b - ab$ (viii) $4x^2y - 6x^2$ (ix) $\frac{1}{2}y^2 - 8z^2$ (x) $2x^2 - 8y^2$

❑❑❑

آیئے سمجھ لیں :

اوسط (Median / Average)

اسمیتا کو روزانہ گھر سے اسکول سائیکل کے ذریعے جانے کے لیے کتنے منٹ لگتے ہیں، یہ معطیات ذیل میں دی ہوئی ہے۔ اسمیتا کو پیر سے سنیچر سائیکل کے ذریعے اسکول جانے کے لیے درکار وقت ذیل کی جدول میں دیا ہوا ہے۔

سنیچر	جمعہ	جمعرات	بدھ	منگل	پیر	دن
20	18	18	22	20	20	منٹ

اس جدول سے ہمیں یہ بات سمجھ میں آتی ہے کہ کبھی اُسے 18 منٹ لگتے ہیں، کبھی 22 منٹ تو کبھی 20 منٹ لگتے ہیں۔ اسکول کے 6 دنوں کا خیال کریں تو اسے اسکول جانے کے لیے روزانہ اندازاً کتنے منٹ لگتے ہیں؟

ریاضی میں اس طرح کا اندازہ معلوم کرنے کے لیے اوسط معلوم کرتے ہیں۔ یہاں 6 دنوں میں لگنے والے منٹوں کی جمع کو 6 سے تقسیم کیا جائے تو جو عدد حاصل ہوگا وہ اندازاً روزانہ لگنے والا وقت ہوگا۔ وہ اُن تمام اعداد کا اوسط ہے۔

$$\therefore \quad \text{اوسط} = \frac{\text{چھے دنوں میں اسکول جانے کے لیے درکار منٹوں کی جمع}}{\text{کل دن کی تعداد}}$$

$$= \frac{20 + 20 + 22 + 18 + 18 + 20}{6} = \frac{118}{6} = 19\frac{2}{3}$$

اسمیتا کو اسکول جانے کے لیے روزانہ اوسطاً $19\frac{2}{3}$ منٹ لگتے ہیں۔

مثال : ایک اسکول نے ، طلبہ کا گھر سے اسکول کے درمیان کا فاصلہ معلوم کرنے کے لیے سروے کیا۔ اُن میں سے ذیل میں چھے طلبہ کے گھر سے اسکول کے درمیان کا فاصلہ دیا گیا ہے۔ اس فاصلہ کا اوسط معلوم کریں گے۔

750 میٹر ,1 کلومیٹر ,1.5 کلومیٹر ,700 میٹر ,800 میٹر ,950 میٹر

حل : طلبہ کے گھر سے اسکول کے درمیان کا فاصلہ یکساں اکائی میں لینا ضروری ہے۔

1 کلومیٹر = 1000 میٹر

1.5 کلومیٹر = 1500 میٹر

$$\text{اوسط} = \frac{\text{چھے طلبہ کا گھر اور اسکول کے درمیان کے فاصلہ کا مجموعہ}}{\text{کل طلبہ}}$$

$$= \frac{950 + 800 + 700 + 1500 + 1000 + 750}{6} = \frac{5700}{6}$$

$= 950$ میٹر

اسکول کے طلبہ کے گھر اور اسکول کے درمیان کے فاصلہ کی اوسط 950 میٹر ہے۔

آیئے بحث کریں

مثال : ایک ہفتہ کے ساتوں دن رضیہ رسّی کود کی مشق کرتی ہے۔ ہر روز ایک منٹ میں اس کی لگائی ہوئی رسی کود کی تعداد ذیل میں دی گئی ہے۔

60, 62, 61, 60, 59, 63, 58

حل :

$\therefore$ اوسط = $\dfrac{\text{سات دنوں میں لگائے ہوئے رسّی کود کا مجموعہ}}{\text{کل دن}}$

$= \dfrac{\square + \square + \square + \square + \square + \square + \square}{7} = \dfrac{\square}{\square}$

$\therefore$ روزانہ ایک منٹ میں لگائی گئی رسی کود کا اوسط = 60.42

جس عدد کی معلومات ہمیں ضروری ہے۔ اس کے جتنے نمونے ہمیں دی ہوئی معلومات میں ملتے ہیں، اُسے (شمارہ) معطیات کہتے ہیں۔

ہم جانتے ہیں کہ رسی کود کی تعداد طبعی اعداد میں گنتے ہیں کسی بھی دن یہ گنتی کسر میں نہیں ہوتی۔ لیکن اوسط کسر میں ہوسکتا ہے۔

یہ میری سمجھ میں آگیا

اوسط = $\dfrac{\text{دی گئی معلومات کے تمام معطیات کا مجموعہ}}{\text{کل معطیات کی تعداد}}$

سرگرمی : ✸ کلاس میں 10 طلبہ کا گروپ بنا کر ہر گروپ کے طلبہ کی اونچائی کا اوسط معلوم کیجیے۔

✸ کلاس ٹیچر سے حاضری مانگ کر ایک ہفتے کی اوسط حاضری معلوم کیجیے۔

مشقی سوالات 54

1. ایک شہر میں ایک ہفتہ میں ہوئی بارش ملی میٹر میں دی ہوئی ہے۔ اس بنا پر ہفتہ بھر کی بارش کا اوسط معلوم کیجیے۔

9, 11, 8, 20, 10, 16, 12

2. اسکول کے سالانہ گیدرنگ میں اپنی مدد آپ مہیلا بچت گٹ نے اپنی خوردنوش کی دکان لگائی۔ ہر گھنٹے میں فروخت ہونے سے حاصل ہوئی رقم ₹960، ₹830، ₹945، ₹800، ₹847، ₹970 اس طرح ہے۔ تو فی گھنٹہ فروخت ہوئی رقم کا اوسط معلوم کیجیے۔

3. وردھا میں 5 سال میں ہوئی بارش ذیل میں دی ہوئی ہے۔ اس معطیات کی بنا پر 5 سال میں ہوئی بارش کا اوسط معلوم کیجیے۔

900 ملی میٹر، 650 ملی میٹر، 450 ملی میٹر، 733 ملی میٹر، 400 ملی میٹر

4. ایک کسان نے جانوروں کے خوراک کے بورے خریدا۔ ان کے اوزان کلوگرام میں ذیل میں دیے ہوئے ہیں۔ تو ان بوروں کا اوسط وزن معلوم کیجیے۔

49.8, 49.7, 49.5, 49.3, 50, 48.9, 49.2, 48.8

آیئے سمجھ لیں :

تعددی تقسیمی جدول (Frequency distribution table)

کبھی کبھی دی ہوئی معلومات میں کچھ شمارے (Data) کئی مرتبہ آتے ہیں۔ کون سا شمارہ کتنی مرتبہ آیا ہے اسے دکھانے والے عدد کو اس شمارہ کا تعدد کہتے ہیں۔

ایسے وقت تعددی جدول بنائی جاتی ہے۔ اس جدول میں شمارہ، شماریاتی نشان (Tally mark) اور تعدد اس طرح کل تین ستون ہوتے ہیں۔

1. پہلے ستون میں چھوٹے عدد سے شروع کرتے ہوئے بڑے عدد تک تمام شمارے لکھیے۔

مثلاً 1، 2، 3، 4، 5، 6 ان تمام اعداد کو ایک کے نیچے ایک ترتیب وار لکھیے۔

2. معلومات میں دیے ہوئے اعداد ترتیب سے پڑھیے۔ ہر وقت معطیات میں سے عدد پڑھنے کے بعد، جدول میں اُس عدد کے بازو کی ستون میں '|' ایسا نشان لگایئے۔ اس کھڑی لکیر (نشان) کو شماریاتی نشان (tally کا نشان) کہتے ہیں۔

جیسے 3 کا عدد پڑھ کر 3 عدد کے سامنے دوسرے ستون میں '|' اس طرح نشان لگایئے۔ 4 نشانات تک '||||' چار عمودی لکیر کھینچی جاتی ہیں۔ لیکن پانچواں نشان ~~||||~~ اس طرح لکھتے ہیں۔ اس طرح شماریاتی نشان کی کل تعداد کی گنتی کرنا آسان ہوجاتا ہے۔

3. ہر عدد کے سامنے شماریاتی نشان کی کل تعداد گن کر لکھیے، اُس عدد کو تعدد کہتے ہیں۔ تیسرے ستون میں تعدد لکھتے ہیں۔

4. آخر میں تمام تعددوں کی جمع کی جاتی ہے۔ اُسے 'N' حرف سے ظاہر کرتے ہیں۔ یہ مجموعہ کل شماروں کی تعداد کے مساوی ہوتا ہے۔

دی ہوئی معطیات کی بنا پر تعددی جدول بنانا

مثال : ایک کلاس کے کچھ لڑکیوں کا گھر سے اسکول تک کا فاصلہ (کلومیٹر) میں دیا ہوا ہے۔

1, 3, 2, 4, 5, 4, 1, 3, 4, 5, 6, 4, 6, 4, 6

اس کی بنا پر ہم دیکھیں گے کہ تعددی جدول کس طرح تیار کرتے ہیں۔

شماروں کی گنتی کرتے وقت جس شمارہ (عدد) کو گن چکے ہیں اسے دھیان میں رکھنے کے لیے اس عدد پر ترچھی لکیر سے کٹ مار کا نشان لگاتے ہیں۔ یہاں پر پہلے تین شماروں کی گنتی ہونے کے بعد شماروں کی فہرست دی ہوئی ہے۔

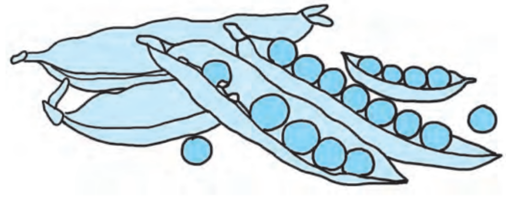
(~~1~~, ~~3~~, ~~2~~, 4, 5, 4, 1, 3, 4, 5, 6, 4, 6, 4, 6)

شمارہ	شماریاتی نشان	تعدد
1	||	2
2	|	1
3	||	2
4	~~||||~~	5
5	||	2
6	|||	3
	کل تعدد N = 15	

پریا کی والدہ نے بازار سے مٹر کی پھلیاں خرید لائی۔ والدہ نے پھلیاں چھیلنا شروع کیا۔ پریا قریب ہی بیٹھ کر ریاضی کی پڑھائی کر رہی تھی۔ اُس کا دھیان والدہ کی پھلیوں کے چھیلنے کی طرف گیا۔ کچھ پھلیوں میں سے 4 دانہ تو کچھ پھلیوں میں سے 7 دانے نکل رہے تھے۔ پھر پریا نے اُس میں سے 50 پھلیاں اُٹھا کر چھیلا اور اس میں موجود دانوں کی تعداد کا اندراج کیا۔

پریا نے مٹر کے پھلیوں میں موجود دانوں کی تعددی جدول بنائی۔

دانوں کی تعداد	شماریاتی نشان	تعدد
2	𝍸 |||	8
3	𝍸 𝍸 𝍸	15
4	𝍸 𝍸 ||	12
5				2
6	𝍸 ||	7
7					3
8					3
	کل تعدد N = 50	



4, 3, 2, 4, 3, 4, 3, 3, 2, 8
2, 3, 3, 4, 3, 4, 4, 5, 2, 8
8, 2, 5, 3, 4, 4, 3, 6, 2, 3
4, 4, 3, 3, 2, 6, 4, 4, 7, 2
3, 6, 3, 6, 6, 6, 7, 6, 7, 3

والدہ : کیا تم چھلی ہوئی پھلیوں کے دانوں کا اوسط معلوم کر سکتی ہو؟

پریا : ہاں، ان 50 اعداد کی جمع کر کے اس مجموعے کو 50 سے تقسیم کرنا ہوگا؟ یہ پیچیدہ کام ہے نا؟

والدہ : ہم اس کام کو آسان کر سکتے ہیں۔ تعدی جدول میں 2 دانے کتنی پھلیوں میں، 3 دانے کتنی پھلیوں میں ہیں وغیرہ ہمیں معلوم ہیں نا؟

پریا : جی ہاں! 2 دانے 8 پھلیوں میں، 3 دانے 15 پھلیوں میں، 4 دانے 12 پھلیوں میں وغیرہ ہمیں معلوم ہے۔

اب میری سمجھ میں آیا۔ 8×2، 15×3، 12×4 اس طرح ضرب کر کے ان کے حاصل ضرب کی جمع کی جائے تو ان 50 اعداد کی جمع حاصل ہوتی ہے۔

والدہ : سات چھوٹی حاصل ضرب اور ان کی جمع کرنا آسان ہے نا؟

بہت زیادہ شمارے یا معطیات ہو تو ایسے وقت میں تعددی جدول کا استعمال کیا جاتا ہے۔

پریا : پھر تمام شماروں کا مجموعہ 206 ہوا۔

$$\therefore \text{اوسط} = \frac{206}{50} = 4.12$$

والدہ : کسی بھی پھلی میں مٹر کے دانے مکمل عدد میں ہی ہوتے ہیں، لیکن اوسط کبھی کبھی کسر میں بھی ہوسکتا ہے۔ یہاں ہر پھلی میں عموماً 4 دانے ہیں یہ کہا جاسکتا ہے۔

یہ میری سمجھ میں آ گیا

- شماروں کی درجہ بندی آسانی سے کرنے کے لیے شماریاتی نشانات (tally کے نشان) کا استعمال کیا جاتا ہے۔
- شماریاتی نشانات کی تعداد، تعدد ظاہر کرتی ہے۔ایسی جدول کو تعددی جدول کہتے ہیں۔
- شماروں کی تعداد زیادہ ہو تو تعددی جدول کا استعمال اوسط معلوم کرنے کے لیے کیا جاتا ہے۔

مشقی سوالات 55

1. ایک کلاس کے 30 طلبہ کی اونچائی سینٹی میٹر میں دی ہوئی ہے۔اس کی مدد سے تعددی جدول بنائیے۔

131, 135, 140, 138, 132, 133, 135, 133, 134, 135, 132, 133, 140, 139, 132,

131, 134, 133, 140, 140, 139, 136, 137, 136, 139, 137, 133, 134, 131, 140

2. ایک بستی میں 50 خاندان رہتے ہیں۔ ہر خاندان کے افراد کی تعداد ذیل میں دی ہوئی ہے۔اس معطیات کی بنا پر تعددی جدول بنائیے۔

5, 4, 5, 4, 5, 3, 3, 3, 4, 3, 4, 2, 3, 4, 2, 2, 2, 2, 4, 5, 1, 3, 2, 4, 5, 3, 3, 2,

4, 4, 2, 3, 4, 3, 4, 2, 3, 4, 5, 3, 2, 3, 2, 3, 4, 5, 3, 2, 3, 2

3. ایک پانسہ 40 مرتبہ اُچھالنے پر اوپری رخ پر حاصل ہوئے اعداد کا اندراج ذیل کے مطابق ہے۔اس کی مدد سے تعددی جدول بنائیے۔

3, 2, 5, 6, 4, 2, 3, 1, 6, 6, 2, 3, 5, 3, 5, 3, 4, 2, 4, 5, 4, 2, 6

3, 3, 2, 4, 3, 3, 4, 1, 4, 3, 3, 2, 2, 5, 3, 3, 4

4. ایک اقامت خانہ کے میس میں 30 طلبہ کو کھانے میں دی جانے والی پوڑیوں کی تعداد ذیل کے مطابق ہے، اس کی مدد سے تعددی جدول بنائیے۔

3, 2, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 4, 5, 2, 3, 4, 3, 2, 5, 4, 4, 4, 3, 3, 2, 2, 2, 3, 4, 3, 2, 3, 2, 3, 2

اوسط کا استعمال سائنس کے تمام شعبوں میں، علم طب، جغرافیہ، علم معاشیات، سماجی علوم وغیرہ مضامین میں ہوتا ہے۔

مجموعۂ سوالات 2

.1 اجمل نے 1500 روپے، 9 فی صدی فی سال کی شرح سے کچھ سال کے لیے بینک میں جمع کیے۔ اُسے مدت ختم ہونے پر 5400 روپے مفرد سود ملا۔ تو اس نے کتنے سال کے لیے رقم بینک میں جمع کیا؟

.2 ایک سڑک بنانے کے کام کے لیے 10 مزدوروں کو 4 دن لگتے ہیں، تو 8 مزدوروں کو کتنے دن درکار ہوں گے؟

.3 نصیرالدین اور مہیش ہر ایک نے بالترتیب ₹40,000 اور ₹60,000 سرمایہ لگا کر ایک کاروبار شروع کیا۔ اس کاروبار میں اُنھیں 30% نفع حاصل ہوا۔ تو بتایئے ہر ایک کو کتنا نفع ملا؟

.4 ایک دائرے کا قطر 5.6 سم ہے۔ اس کا محیط معلوم کیجیے۔

.5 توسیع کیجیے۔

(i) $(2a-3b)^2$ (ii) $(10+y)^2$ (iii) $\left(\frac{p}{3}+\frac{q}{4}\right)^2$ (iv) $\left(y-\frac{3}{y}\right)^2$

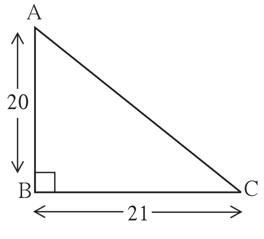
.6 ضابطے کا استعمال کرتے ہوئے ضرب کیجیے۔

(i) $(x-5)(x+5)$ (ii) $(2a-13)(2a+13)$ (iii) $(4z-5y)(4z+5y)$ (iv) $(2t-5)(2t+5)$

.7 ایک بیل گاڑی کے پہیے کا قطر 1.05 میٹر ہے۔ تو پہیے کے 1000 گردشوں میں بیل گاڑی کتنے کلومیٹر کا فاصلہ طے کرے گی؟

.8 ایک 40 میٹر لمبائی کے مستطیل نما باغ کا رقبہ 1000 مربع میٹر ہے۔ تو باغ کی چوڑائی اور اسی طرح باغ کا احاطہ معلوم کیجیے۔ اس باغ کے گرد دروازہ کے لیے 4 میٹر کی جگہ چھوڑ کر 3 پھیروں والی تار کی باڑھ لگانا ہے۔ اگر تار کی باڑھ کا خرچ 250 روپے فی میٹر ہو تو باڑھ لگانے کا کل خرچ معلوم کیجیے۔

.9 بازو کی شکل میں دی ہوئی معلومات سے وتر AC معلوم کیجیے اور اسی طرح ΔABC کا احاطہ معلوم کیجیے۔



.10 ایک مکعب کا ضلع 8 سم ہے تو اس مکعب کی کل سطحوں کا رقبہ کتنا ہے؟

.11 اجزائے ضربی کیجیے : $365\,y^4z^3-146\,y^2z^4$

کثیر متبادل سوالات

سوال : مندرجہ ذیل سوالات کے متبادل جوابات دیے ہوئے ہیں۔ ان میں سے صحیح متبادل منتخب کیجیے۔

.1 اگر اعداد $33, 34, 35, x, 37, 38, 39$ کا اوسط 36 ہو تو x کی قیمت .... ہوگی۔

(i) 40 (ii) 32 (iii) 42 (iv) 36

.2 (61^2-51^2) ان مربعی اعداد کی حاصل تفریق، .... ہوگی۔

(i) 1120 (ii) 1230 (iii) 1240 (iv) 1250

.3 2600 روپے کو 8 : 5 کے تناسب میں سمیرا اور سنیتا میں تقسیم کرنے پر ہر ایک کے حصے میں .... اور .... روپے آئیں گے۔

(i) ₹1500 , ₹ 1100 (ii) ₹1300 , ₹ 900

(iii) ₹ 800 , ₹ 500 (iv) ₹1600 , ₹ 1000

جوابات کی فہرست ANSWERS

مشقی سیٹ 1 : 1. -- 2. -- 3. مثلث کے اندرون میں
4. قائمۃ الزاویہ مثلث کے وتر پر 5. مثلث کا حائط مرکز معلوم کرنا

مشقی سیٹ 2 ---

مشقی سیٹ 3 --- مشقی سیٹ 4 --- مشقی سیٹ 5 ---

مشقی سیٹ 6 :

1. (i) قطعہ MG ≅ قطعہ GR (ii) قطعہ MG ≅ قطعہ NG
(iii) قطعہ GC ≅ قطعہ GB (iv) قطعہ GE ≅ قطعہ GR
2. (i) قطعہ AB ≅ قطعہ WA (ii) قطعہ AP ≅ قطعہ YC
(iii) قطعہ AC ≅ قطعہ PY (iv) قطعہ PW ≅ قطعہ BY
(v) قطعہ YA ≅ قطعہ YQ (vi) قطعہ BW ≅ قطعہ ZX
(مذکورہ بالا سوالات میں ہر ایک کے کئی جواب ہوسکتے ہیں)

مشقی سیٹ 7 : ⊙ $\angle AOB \cong \angle BOC$, $\angle AOB \cong \angle RST$,
$\angle AOC \cong \angle PQR$, $\angle DOC \cong \angle LMN$,
$\angle BOC \cong \angle RST$

مشقی سیٹ 8 : ⊙ (i) 35 (ii) −54 (iii) −36 (iv) −56
(v) 124 (vi) 84 (vii) 441 (vii) −105

مشقی سیٹ 9 :

1. (i) −6 (ii) $\frac{-7}{2}$ (iii) $\frac{-3}{4}$ (iv) $\frac{-2}{3}$ (v) $\frac{-17}{4}$
(vi) 6 (vii) $\frac{5}{3}$ (viii) $\frac{-1}{6}$ (ix) $\frac{6}{5}$ (x) $\frac{1}{63}$
2. 24 ÷ 5, 72 ÷ 15, ÷48 ÷ (−10) وغیرہ
3. −5 ÷ 7, −15 ÷ 21, 20 ÷ (−28) وغیرہ کئی

مشقی سیٹ 10 : 1. 1 2. 4,5 اور 17,19
3. 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71,
73, 79, 83, 89, 97 کل 16 مفرد اعداد
4. 59 اور 61, 71 اور 73
5. (2,3), (5,7), (11,12), (17,19), (29,30) وغیرہ کئی 6. 2

مشقی سیٹ 11 : ⊙ (i) 2 × 2 × 2 × 2 × 2
(ii) 3 × 19 (iii) 23 (iv) 2 × 3 × 5 × 5
(v) 2 × 2 × 2 × 3 × 3 × 3
(vi) 2 × 2 × 2 × 2 × 13 (vii) 3 × 3 × 5 × 17
(viii) 2 × 3 × 3 × 19 (ix) 13 × 19 (x) 13 × 43

مشقی سیٹ 12 : 1. (i) 5 (ii) 8 (iii) 5 (iv) 1 (v) 2
(vi) 7 (vii) 3 (viii) 3 (ix) 1 (x) 21
2. (i) م ع ا 25, مختصرترین صورت $\frac{11}{21}$
(ii) م ع ا 19, مختصرترین صورت $\frac{4}{7}$
(iii) م ع ا 23, مختصرترین صورت $\frac{7}{3}$

مشقی سیٹ 13 :

1. (i) 60 (ii) 120 (iii) 288 (iv) 60 (v) 3870
(vi) 90 (vii) 1365 (viii) 180 (ix) 567 (x) 108
2. (i) 1;1184 (ii) 1;2346 (iii) 15; 60
(iv) 9; 126 (v) 26; 312

مشقی سیٹ 14 : 1. (i) 30 (ii) 40,20
2. (i) 14; 28 (ii) 16; 32 (iii) 17; 510
(iv) 23; 69 (v) 7; 588
3. (i) 252 (ii) 150 (iii) 1008
(iv) 60 (v) 240 4. 365
5. (i) $\frac{12}{11}$ (ii) $\frac{17}{19}$ (iii) $\frac{23}{29}$
6. 144 7. 255 8. 14 میٹر 9. 18 اور 20

مشقی سیٹ 15 : 1. اندرونی حصے میں نقاط : R, C, N, X
بیرونی حصے میں نقاط : T, U, Q, V, Y
زاویہ کی ساقین پر نقاط : A, W, G, B
2. $\angle ANB$ اور $\angle BNC$, $\angle BNC$ اور $\angle ANC$,
$\angle ANC$ اور $\angle ANB$, $\angle PQR$ اور $\angle PQT$
3. (i) متصلہ ہیں۔ (ii) اور
(iii) متصلہ نہیں ہیں کیونکہ اندرونی حصے الگ الگ نہیں ہیں۔ (iv) متصلہ ہیں۔

مشقی سیٹ 16 : 1. (i) 50° (ii) 27° (iii) 45° (iv) 35°
(v) 70° (vi) 0° (vii) $(90 - x)°$
2. 20° اور 70°

مشقی سیٹ 17 : 1. (i) 165° (ii) 95° (iii) 60°
(iv) 143° (v) 72° (vi) 180° (vii) $(180 - a)°$

2. مکملہ زاویوں کی جوڑیاں :

(i) $\angle B$ اور $\angle N$ (ii) $\angle D$ اور $\angle F$ (iii) $\angle Y$ اور $\angle E$

متمم زاویوں کی جوڑیاں : (i) $\angle B$ اور $\angle G$ (ii) $\angle N$ اور $\angle J$

3. $\angle X$ اور $\angle Z$ یہ ایک دوسرے کے مکملہ زاویے ہیں۔

4. 65° اور 25°

5. (i) $\angle P$ اور $\angle M$ (ii) $\angle T$ اور $\angle N$

(iii) $\angle P$ اور $\angle T$ (iv) $\angle M$ اور $\angle N$

(v) $\angle P$ اور $\angle N$ (vi) $\angle M$ اور $\angle T$ 6. 160°

7. $m\angle A = (160 - x)°$

مشقی سیٹ 18 :

1. شعاع PM اور شعاع PL , شعاع PT اور شعاع PN

2. نہیں۔ کیوں کہ ان شعاعوں سے ایک خط نہیں بنتا ہے۔

مشقی سیٹ 19 : ---

مشقی سیٹ 20 : 1. $m\angle APB = 133°$, $m\angle BPC = 47°$,

$m\angle CPD = 133°$

2. $m\angle PMS = (180 - x)°$, $m\angle SMQ = x°$,

$m\angle QMR = (180 - x)°$

مشقی سیٹ 21 :

1. $m\angle A = m\angle B = 70°$ 2. 40°, 60°, 80°

3. $m\angle ACB = 34°$, $m\angle ACD = 146°$,

$m\angle A = m\angle B = 73°$

مشقی سیٹ 22 :

1. (i) $\frac{71}{252}$ (ii) $\frac{67}{15}$ (iii) $\frac{430}{323}$ (iv) $\frac{255}{77}$

2. (i) $\frac{16}{77}$ (ii) $\frac{14}{45}$ (iii) $\frac{-13}{6}$ (iv) $\frac{7}{6}$

3. (i) $\frac{6}{55}$ (ii) $\frac{16}{25}$ (iii) $-\frac{2}{3}$ (iv) 0

4. (i) $\frac{5}{2}$ (ii) $-\frac{8}{3}$ (iii) $-\frac{39}{17}$ (iv) $\frac{1}{7}$ (v) $-\frac{3}{22}$

5. (i) $\frac{4}{3}$ (ii) $\frac{100}{121}$ (iii) $\frac{7}{4}$ (iv) $-\frac{1}{6}$ (v) $\frac{2}{5}$

(vi) $-\frac{10}{7}$ (vii) $-\frac{9}{88}$ (viii) $\frac{25}{2}$

مشقی سیٹ 23 : ⊙

(i) $\frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}$ (ii) $\frac{23}{30}, \frac{22}{30}, \frac{21}{30}$

(iii) $-\frac{9}{15}, -\frac{7}{15}, \frac{4}{15}$ (iv) $\frac{6}{9}, 0, -\frac{4}{9}$

(v) $-\frac{2}{4}, -\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$ (vi) $\frac{17}{24}, \frac{11}{24}, \frac{-13}{24}$

(vii) $\frac{6}{7}, \frac{8}{7}, \frac{9}{7}$ (viii) $-\frac{1}{8}, -\frac{2}{8}, -\frac{5}{8}$ وغیرہ کئی

مشقی سیٹ 24 :

(i) 3.25 (ii) −0.875 (iii) 7.6 (iv) $0.41\dot{6}$

(v) 3.142857 (vi) $1.\dot{3}$ (vii) $0.\dot{7}$

مشقی سیٹ 25 : 1. 149 2. 0 3. 4 4. 60 5. $\frac{17}{20}$

مشقی سیٹ 26 : 1. --- 2. (i) 1024 (ii) 125 (iii) 2401

(iv) −216 (v) 729 (vi) 8 (vii) $\frac{64}{125}$ (viii) $\frac{1}{16}$

مشقی سیٹ 27 : ⊙ (i) 7^6 (ii) $(-11)^7$ (iii) $\left(\frac{6}{7}\right)^8$

(iv) $\left(-\frac{3}{2}\right)^8$ (v) $(a)^{23}$ (vi) $\left(\frac{p}{5}\right)^{10}$

مشقی سیٹ 28 : 1. (i) a^2 (ii) m^{-3} (iii) p^{-10} (iv) 1

2. (i) 1 (ii) 49 (iii) $\frac{4}{5}$ (iv) 16

مشقی سیٹ 29 : 1. (i) $\left(\frac{15}{12}\right)^{12}$ (ii) 3^{-8} (iii) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-12}$

(iv) $\left(\frac{2}{5}\right)^{6}$ (v) 6^{20} (vi) $\left(\frac{6}{7}\right)^{10}$ (vii) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-20}$

(viii) $\left(\frac{5}{8}\right)^{-6}$ (ix) $\left(\frac{3}{4}\right)^{6}$ (x) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-6}$

2. (i) $\left(\frac{7}{2}\right)^{2}$ (ii) $\left(\frac{3}{11}\right)^{5}$ (iii) $\left(\frac{6}{1}\right)^{3}$ یا 6^3 (iv) $\frac{1}{y^4}$

مشقی سیٹ 30 :

1. (i) 25 (ii) 35 (iii) 17 (iv) 64 (v) 33

مشقی سیٹ 32 : ⊙ (i) یک رکنی $= 7x;\ a\ ;\ 4$

(ii) دو رکنی $= 5y - 7z;\ 5m - 3$

(iii) سہ رکنی $= 3x^3 - 5x^2 - 11;\ 3y^2 - 7y + 5$

(iv) کثیر رکنی $= 1 - 8a - 7a^2 - 7a^3$

مشقی سیٹ 33 : ⊙ (i) $22p + 18q$ (ii) $18a + 24b + 21c$

(iii) $19x^2 - 20y^2$ (iv) $-11a^2b^2 + 44c$

(v) $3y^2 - 8y + 9$ (vi) $4y^2 + 10y - 8$

مشقی سیٹ 34 : ⊙ (i) $xy + 7z$ (ii) $4x + 2y + 4z$

(iii) $-12x^2 + 16xy + 20y^2$

(iv) $-10x^2 + 24xy + 16y^2$ (v) $-12x + 30z - 19y$

مشقی سیٹ 35 : 1. (i) $288x^2y^2$ (ii) $92xy^3z^2$

(iii) $48ac + 68bc$ (iv) $36x^2 + 73xy + 35y^2$

2. $(40x^2 + 49x + 15)$ مربع میٹر

مشقی سیٹ 36 : 1. $-2(7x + 12y)$ 2. $-345x^5y^4z^3$

3. (i) 1 (ii) $\frac{5}{2}$ (iii) 1 (iv) 3 (v) -5 (vi) $\frac{69}{5}$

4. 16 سال, 11 سال 5. 130 6. 30 نوٹ 7. 132, 66

مجموعۂ سوالات – 1

1. (i) 80 (ii) -6 (iii) -48 (iv) 25 (v) 8 (vi) -100
2. (i) 15; 675 (ii) 38;228 (iii) 17; 1683 (iv) 8; 96
3. (i) $\frac{14}{17}$ (ii) $\frac{13}{11}$ (iii) $\frac{3}{4}$
4. (i) 28 (ii) 15 (iii) 36 (iv) 45 (v) 16
5. --- 6. (i) 77 (ii) 25 (iii) $\frac{49}{24}$ (iv) 1026
7. (i) $\frac{41}{48}$ (ii) $\frac{23}{20}$ (iii) -8 (iv) $\frac{63}{20}$
8. --- 9. --- 10. --- 11. --- 12. ---
13. (i) 55° (ii) $(90 - a)°$ (iii) 68° (iv) $(50 + x)°$
14. (i) 69° (ii) 133° (iii) 0° (iv) $(90 + x)°$
15. --- 16. (i) 110° (ii) 55° (iii) 55°
17. (i) 5^7 (ii) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$ (iii) $\left(\frac{7}{2}\right)^2$ (iv) $\left(\frac{4}{5}\right)^3$
18. (i) 1 (ii) $\frac{1}{1000}$ (iii) 64 (iv) 16
19. (i) $8a + 10b - 13c$ (ii) $21x^2 - 10xy - 16y^2$

    (iii) $18m - n$ (iv) $2m - 19n + 11p$
20. (i) $x = -10$ (ii) $y = 5$

کثیر متبادل سوالات : 1. داخلی مرکز 2. $\left(\frac{7}{3}\right)^{12}$ 3. 3

4. $\frac{3}{2}$ 5. $10 \times 3 + (5 + 2)$

مشقی سیٹ 37 : 1. ₹240 2. 32 گھنٹے

3. 18 کلوگرام 4. ₹24000 5. ₹104000

مشقی سیٹ 38 :

1. 10 دن; 4 دن 2. 50 صفحات 3. 2 گھنٹہ ; 3 گھنٹہ ; 20 دن

مشقی سیٹ 39 : 1. ₹12800; ₹16000

2. ₹10000; ₹24000 3. ₹38000; ₹9120

4. ₹147; ₹343 5. ₹54000; ₹15120

مشقی سیٹ 40 : 1. ₹1770 2. ₹25000; ₹375000

3. ₹14875 4. ₹3600 5. ₹180000

مشقی سیٹ 41 :

1. 10% 2. ₹300 3. 5 سال 4. ₹41000

5. (i) ₹882; ₹5082 (ii) ₹5000; ₹6200

(iii) 2 سال, ₹8800 (iv) ₹12000, 10 سال

(v) ₹19200, ₹21600

مشقی سیٹ 42 : 1. (i) 14 سم ; 44 سم (ii) 14 سم ; 88 سم

(iii) 98 سم ; 196 سم (iv) 11.55 سم ; 23.1 سم

2. 28 سم 3. ₹56320 4. 250 چکر

مشقی سیٹ 43 : 1. 240°

2. اصغرقوس کے نام : PXQ قوس, PR قوس, RY قوس,

XP قوس, XQ قوس, QY قوس

اکبرقوس کے نام : PYQ قوس, PQR قوس, RQY قوس,

XQP قوس, QRX قوس

نصف دائروی قوس کے نام : QPR قوس, QYR قوس

3. 250°

مشقی سیٹ 44 : 1. 2 گنا 2. 3 گنا 3. 90 میٹر 4. 8 میٹر

مشقی سیٹ 45 :

1. 144 مربع سم 2. 75 مربع سم 3. 46 سم 4. 9 گنا

مشقی سیٹ 46 : 1. 1170 مربع سم 2. 8.64 مربع سم

3. ₹ 2302750 4. 800 فرشیاں; 3200 فرشیاں

5. 156 میٹر; 845 مربع میٹر

مشقی سیٹ 47 : 1. (i) 54 مربع سم (ii) 150 مربع سم

(iii) 311.04 مربع میٹر (iv) 277.44 مربع میٹر

(v) 181.5 مربع میٹر

2. (i) 460 مربع سم (ii) 58.8 مربع سم

(iii) 31.6 مربع میٹر (iv) 171 مربع سم

3. 39.5 مربع سم 4. 6.5 مربع سم, ₹1950

مشقی سیٹ 48 : 1. (i) 25 اکائی (ii) 40 اکائی (iii) 15 اکائی

2. 26 سم 3. 16 سم 4. 12 میٹر

مشقی سیٹ 49 : 1. (i) ہاں (ii) نہیں (iii) نہیں

(iv) نہیں (v) ہاں (vi) نہیں

2. (i) ہاں (ii) نہیں (iii) ہاں (iv) نہیں (v) نہیں

مشقی سیٹ 50 :

1. (i) $25a^2 + 60ab + 36b^2$ (ii) $\frac{a^2}{4} + \frac{ab}{3} + \frac{b^2}{9}$

(iii) $4p^2 - 12pq + 9q^2$ (iv) $x^2 - 4 + \frac{4}{x^2}$

(v) $a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2$ (vi) $49m^2 - 56m + 16$

(vii) $x^2 + x + \frac{1}{4}$ (viii) $a^2 - 2 + \frac{1}{a^2}$

2. $64 - \frac{16}{x} + \frac{1}{x^2}$ 3. $(mn + 7pq)^2$

4. (i) 994009 (ii) 10404 (iii) 9409 (iv) 1010025

مشقی سیٹ 51 : 1. (i) $x^2 - y^2$ (ii) $9x^2 - 25$

(iii) $a^2 - 36$ (iv) $\frac{x^2}{25} - 36$

2. (i) 249996 (ii) 9991 (iii) 2484 (iv) 9996

مشقی سیٹ 52 : ⦿ (i) $3 \times 67 \times a \times a \times a \times b \times b$

(ii) $13 \times 7 \times x \times y \times t \times t$

(iii) $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times a \times a \times b \times b$

(iv) $t \times r \times r \times s \times s \times s$

مشقی سیٹ 53 : ⦿ (i) $(p + q)(p - q)$

(ii) $(2x + 5y)(2x - 5y)$ (iii) $(y + 2)(y - 2)$

(iv) $\left(p + \frac{1}{5}\right)\left(p - \frac{1}{5}\right)$

(v) $\left(3x + \frac{1}{4}y\right)\left(3x - \frac{1}{4}y\right)$

(vi) $\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)$ (vii) $ab(a - 1)$

(viii) $2x^2(2xy - 3x)$

(ix) $\frac{1}{2}(y + 4z)(y - 4z)$

(x) $2(x + 2y)(x - 2y)$

مشقی سیٹ 54 : 1. 12.29 ملی میٹر 2. ₹ 892

3. 626.6 ملی میٹر 4. 49.4 کلوگرام

مشقی سیٹ 55 :

1.

اونچائی	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	کل
لڑکے	3	3	5	3	3	2	2	1	3	5	30

2.

افراد	1	2	3	4	5	کل
خاندان	1	13	16	13	7	50

3.

شمارہ	1	2	3	4	5	6	کل
تعدد	2	8	13	8	5	4	40

4.

بوریاں	2	3	4	5	کل
لڑکے	9	10	8	3	30

مجموعہ سوالات – 2 :

1. 4 سال 2. 5 دن

3. ₹12000; ₹18000 4. 17.6 سم

5. (i) $4a^2 - 12ab + 9b^2$ (ii) $100 + 20y + y^2$

(iii) $\frac{p^2}{9} + \frac{pq}{6} + \frac{q^2}{16}$ (iv) $y^2 - 6 + \frac{9}{y^2}$

6. (i) $x^2 - 25$ (ii) $4a^2 - 169$

(iii) $16z^2 - 25y^2$ (iv) $4t^2 - 25$

7. 3.3 کلومیٹر 8. 25 میٹر; 130 میٹر; ₹94500

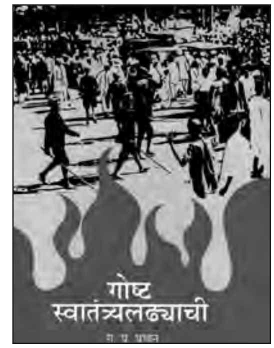
9. 29 اکائی; 70 اکائی 10. 384 مربع سم

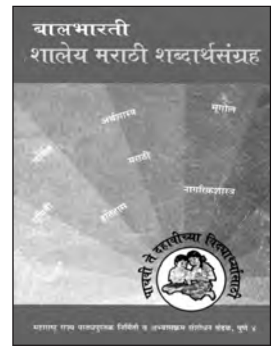
11. $73y^2z^3(5y^2 - 2z)$

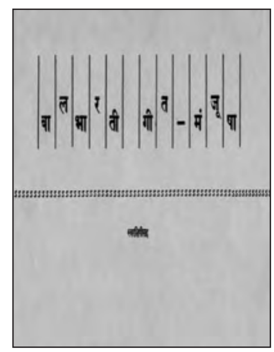
کثیر متبادل سوالات

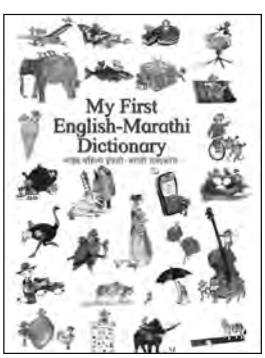
1. 36 2. 1120 3. ₹1600, ₹1000

❑❑❑









- पाठ्यपुस्तक मंडळाची वैशिष्ट्यपूर्ण पाठ्येत्तर प्रकाशने.
- नामवंत लेखक, कवी, विचारवंत यांच्या साहित्याचा समावेश.
- शालेय स्तरावर पूरक वाचनासाठी उपयुक्त.

पुस्तक मागणीसाठी www.ebalbharati.in, www.balbharati.in संकेत स्थळावर भेट द्या.

साहित्य पाठ्यपुस्तक मंडळाच्या विभागीय भांडारांमध्ये विक्रीसाठी उपलब्ध आहे.

ebalbharati

विभागीय भांडारे संपर्क क्रमांक : पुणे - ☎ २५६५९४६५, कोल्हापूर- ☎ २४६८५७६, मुंबई (गोरेगाव) - ☎ २८७७१८४२, पनवेल - ☎ २७४६२६४६५, नाशिक - ☎ २३९१५११, औरंगाबाद - ☎ २३३२१७१, नागपूर - ☎ २५४७७१६/२५२३०७८, लातूर - ☎ २२०९३०, अमरावती - ☎ २५३०९६५

مہاراشٹر راجیہ پاٹھیہ پستک نرمتی وابھیاس کرم سنشودھن منڈل، پونہ - ۴۱۱۰۰۴

उर्दू गणित इ. ७वी

₹41.00