গণিত

ষষ্ঠ শ্রেণী

गणित इयत्ता सहावी (बंगाली माध्यम)

টেলি-মানস হেল্পলাইন

Tele MANAS (Tele Mental Health Assistance and Networking Across States)

(১৪৪১৬ / ১৮০০-৮৯-১৪৪১৬)

জাতীয় মানসিক স্বাস্থ্য কর্মসূচির অধীনে টেলি-মানস, এই কেন্দ্র সরকার সমর্থিত একটি প্রকল্প, যা মহারাষ্ট্র রাজ্য অক্টোবর ২০২২ থেকে কার্যকর হয়েছে। টেলি-মানস কর্মসূচির মাধ্যমে হেল্পলাইন নম্বর ১৪৪১৬ এ ফোন করে ২৪×৭ বিনামূল্য এবং সবার জন্য মানসিক স্বাস্থ্য পরিসেবা পাওয়া যায়। এর মাধ্যমে বিভিন্ন মানসিক সমস্যার জন্য বিশেষজ্ঞদের দ্বারা চিকিৎসা ও পরামর্শ প্রদান করা হয়। টেলি-মানস হেল্পলাইনে ফোন করার পর যে তথ্য দেওয়া হয় তা সম্পূর্ণ গোপন রাখা হয়। তাই শিক্ষার্থীরা নির্ভয়ে তাদের সমস্যা এই হেল্পলাইন নম্বরে ফোন করে জানাতে পারে এবং নিজের সমস্যার জন্য সাহায্য চাইতে পারে। অন্যদেরও সাহায্য নেওয়ার জন্য উৎসাহিত করা যেতে পারে।

মনোদর্পণ

মনোদর্পণ (৮৪৪৮৪৪০৬৩২) এর মাধ্যমে দূরভাষ পরিসেবা জুলাই ২০২০ থেকে শিক্ষা মন্ত্রনালয়ের উদ্যোগে জাতীয় শিক্ষাগত গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পরিষদ (NCERT) এর মনোদর্পণ কর্মসূচির মাধ্যমে শিক্ষার্থী, অভিভাবক এবং শিক্ষকদের মানসিক দিকনির্দেশনা ও সহায়তা প্রদান করা হয়। এই পরিসেবা প্রতিদিন সকাল ৮টা থেকে সন্ধ্যা ৮টা পর্যন্ত, সপ্তাহের সব দিন উপলব্ধ। শিক্ষার্থী, অভিভাবক ও শিক্ষকেরা প্রয়োজনীয় দিকনির্দেশনা ও পরামর্শ পাওয়ার জন্য এই হেল্পলাইন নম্বরে ফোন করতে পারে।

প্রস্তুত পাঠ্যপুস্তকটি রাজ্য শিক্ষাগত গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পর্ষদ, মহারাষ্ট্র, পুণে কর্তৃক পাঠ্যক্রম অনুসারে প্রস্তুত করা হয়েছে এবং তাদের দ্বারাই পাঠ্যপুস্তকটি পর্যালোচনা করা হয়েছে। শাসন নির্ণয় ক্রমাঙ্ক : অভ্যাস - 2116/(প্র.ক্র.43/16) এসডী-4 তারিখ-25.04.2016 অনুযায়ী স্থাপিত করা সমন্বয় সমিতির তারিখ-1.04.2026-এর সভায় এই পাঠ্যপুস্তক শিক্ষাগত বর্ষ 2026–27 থেকে নির্ধারিত করার জন্য মান্যতা দেওয়া হয়েছে।

গণিত

ষষ্ঠ শ্রেণী

মহারাষ্ট্র রাজ্য পাঠ্যপুস্তক নির্মিতী ও অভ্যাসক্রম সংশোধন মণ্ডল, পুণে-411004

ছকের মধ্যে দেওয়া Q.R. Code টি স্মার্টফোন দ্বারা স্ক্যান করলে তোমার কাছে ডিজিটাল পাঠ্যপুস্তক এবং পাঠ্যপুস্তকের উপাদানগুলি সম্পর্কিত দৃশ্য, শ্রাব্য ও শ্রাব্য-দৃশ্য অধ্যয়ন-অধ্যাপন সামগ্রীও উপলব্ধ হবে।

First Edition : 2026 © মহারাষ্ট্র রাজ্য পাঠ্যপুস্তক নির্মিতী ও অভ্যাসক্রম সংশোধন মণ্ডল, পুণে-411004
এই পুস্তকের সর্ব অধিকার মহারাষ্ট্র রাজ্য পাঠ্যপুস্তক নির্মিতী ও অভ্যাসক্রম সংশোধন মণ্ডলের অধীনে সুরক্ষিত আছে। এই পাঠ্যপুস্তকের কোনো অংশ সঞ্চালক, মহারাষ্ট্র রাজ্য পাঠ্যপুস্তক নির্মিতী ও অভ্যাসক্রম সংশোধন মণ্ডলের লিখিত অনুমতি ছাড়া উদ্ধৃতি করা যাবে না।

✻ গণিত বিষয় সমিতি ✻

ড. স্মিতা নাইক	(অধ্যক্ষ)
শ্রীমতী পূজা যাদব	(সদস্য)
শ্রী উমেশ রেলে	(সদস্য)
শ্রী প্রদীপ পালভে	(সদস্য)
শ্রী অভয় হট্টেকর	(সদস্য)
শ্রী লহু রোডে	(সদস্য)
ড. তুষার সালুঙ্খে	(সদস্য)
শ্রী গজানন পওয়ার	(সদস্য)
শ্রী বিক্রম বোর্হাডে	(সদস্য)
ড. যুবরাজ পওয়ার	(সদস্য)
শ্রীমতী মাধুরী মোনে	(সদস্য)
শ্রী শিবাজী সূর্যবংশী	(সদস্য)
শ্রী অনিল কাকডে	(সদস্য)
শ্রী অনিল পাটিল	(সদস্য)
শ্রী অনিল সোনবণে	(সদস্য)
শ্রী কৃষ্ণা কোলী	(সদস্য)
শ্রী লীলারাম বোপচে	(সদস্য)
শ্রী আনসার শেখ	(আমন্ত্রিত)
শ্রীমতী সুবর্ণা দেশপাণ্ডে	(আমন্ত্রিত)
ড. জয়শ্রী অত্রে	(আমন্ত্রিত)
শ্রীমতী তরুবেন পোপট	(আমন্ত্রিত)
শ্রী প্রদীপ গৌতম	(আমন্ত্রিত)
ড. মনীষা য়াদব	(অভ্যাসক্রম সমন্বয়ক)
শ্রীমতী বৃষালী গায়কবাড	(অভ্যাসক্রম সমন্বয়ক)
শ্রী বালকৃষ্ণ মাপারী	(সদস্য-সচিব)

✻ কেন্দ্রীয় সমিতি সদস্য ✻

শ্রী. মিলিন্দ নাইক শ্রী. কিরণ বর্বে
শ্রীমতি মনিষা পাঠক শ্রীমতি আরতী গণেশ

✻ সংযোজক ✻

শ্রী বালকৃষ্ণ মাপারী
বিশেষাধিকারী, গণিত (বি.কা.)

✻ বাংলা ভাষান্তর সংযোজক ✻

ড. অলকা পোতদার
বিশেষাধিকারী, হিন্দী ভাষা (বি.কা.)

শ্রী কৃষ্ণপদ গোপাল বিশ্বাস
সহায়ক বিশেষাধিকারী, বাংলা ভাষা (বি.কা.)

✻ ভাষান্তর বিষয়তজ্ঞ ✻

শ্রী বিদুর শিশির অধিকারী
শ্রী সুজিত শঙ্কর দাস
শ্রী দিলীপ রায়
শ্রী বাবুরাম সেন
শ্রী ভোলানাথ সরকার
শ্রী মুরলীধর সরকার

কাগজ : 70 জী.এস.এম. ক্রিমবোভ
মুদ্রণাদেশ : N/PB/2026-27/300
মুদ্রক : M/S. MUSTAFA OFFSETS, MUMBAI

✻ গুণবত্তা সমীক্ষক ✻

শ্রী অরবিন্দ রায়রীকর
এড. নরেন্দ্র লড়কত
ড. শর্মিষ্ঠা ওক

✻ মুখপৃষ্ঠ ও চিত্রাঙ্কন ✻

কস্তুরী দিব্যাকর

✻ অক্ষরাঙ্কন-ডিজাইনিঙ্গ ✻

সমর্থ গ্রাফিক্স্,
522, নারায়ণ পেঠ, পুণে-30

✻ নির্মিতি ✻

শ্রীমতী মিতালী শিতপ
প্র. মুখ্য নির্মিতি অধিকারী
শ্রী নিতিন বাণী
নির্মিতি অধিকারী

✻ প্রকাশক ✻

শ্রী হেমন্ত বাবর
প্র. নিয়ন্ত্রক
পাঠ্যপুস্তক নির্মিতী মণ্ডল, প্রভাদেবী, মুম্বাই-25

ভারতের সংবিধান

উদ্দেশিকা

"আমরা, ভারতের জনগণ, ভারতকে সার্বভৌম, সমাজতান্ত্রিক, ধর্মনিরপেক্ষ, গণতান্ত্রিক, সাধারণতন্ত্র রূপে গড়ে তুলতে এবং তার সকল নাগরিকই যাতে
সামাজিক, অর্থনৈতিক ও রাজনৈতিক ন্যায়,
বিচার, মতপ্রকাশ, বিশ্বাস, ধর্ম
এবং উপাসনার স্বাধীনতা,
সামাজিক প্রতিষ্ঠা অর্জন
ও সুযোগের সমতা প্রতিষ্ঠা
এবং তাদের সকলের মধ্যে

ব্যক্তির মর্যাদা এবং জাতীয় ঐক্য
ও সংহতি সুনিশ্চিতকরণের মাধ্যমে
তাদের মধ্যে যাতে ভ্রাতৃত্বের ভাব

গড়ে ওঠে তার জন্য

সত্যনিষ্ঠার সঙ্গে শপথ গ্রহণ করে আমাদের গণপরিষদে, আজ ১৯৪৯ সালের ২৬ শে নভেম্বর, (তিথি মাঘ শুক্ল সপ্তমী, সম্বত দুই হাজার ছয় বিক্রমী) এতদ্বারা এই সংবিধান গ্রহণ, বিধিবদ্ধ এবং নিজেদের অর্পণ করছি।"

ভারতের সংবিধান

ভাগ ৪ক

নাগরিকের মৌলিক কর্তব্য

অনুচ্ছেদ ৫১ ক.

মৌলিক কর্তব্য - ভারতের প্রতিটি নাগরিকের এই কর্তব্য থাকবে যে তাকে -

(ক) সংবিধানকে মান্য করতে হবে এবং সংবিধানের আদর্শ, প্রতিষ্ঠানসমূহ, জাতীয় পতাকা এবং জাতীয় সংগীতের প্রতি শ্রদ্ধা জানাতে হবে।
(খ) যে সকল মহান আদর্শ দেশের স্বাধীনতার জন্য জাতীয় সংগ্রামকে অনুপ্রাণিত করেছিল, সেগুলিকে পোষণ এবং অনুসরণ করতে হবে।
(গ) ভারতের সার্বভৌমিকতা, ঐক্য এবং সংহতিকে সমর্থন ও সংরক্ষণ করতে হবে।
(ঘ) দেশরক্ষা ও জাতীয় সেবাকার্যে আত্মনিয়োগের জন্য আহৃত হলে সাড়া দিতে হবে।
(ঙ) ধর্মগত, ভাষাগত, অঞ্চলগত বা শ্রেণীগত বিভেদের ঊর্ধ্বে থেকে সমস্ত ভারতবাসীর মধ্যে ঐক্য ও ভ্রাতৃত্ব-বোধকে সম্প্রসারিত করতে হবে এবং নারীজাতির মর্যাদা হানিকর সকল প্রথাকে পরিহার করতে হবে।
(চ) আমাদের দেশের বহুমুখী সংস্কৃতির গৌরবময় ঐতিহ্যকে মূল্যপ্রদান ও সংরক্ষণ করতে হবে।
(ছ) বনভূমি, হ্রদ, নদী, বন্যপ্রাণী-সহ প্রাকৃতিক পরিবেশের সংরক্ষণ ও উন্নতি এবং জীবজন্তুর প্রতি মমত্ববোধ প্রকাশ করতে হবে।
(জ) বৈজ্ঞানিক দৃষ্টিভঙ্গি, মানবিকতাবোধ, অনুসন্ধিৎসা, সংস্কারমূলক মনোভাবের প্রসার ঘটাতে হবে।
(ঝ) জাতীয় সম্পত্তি রক্ষণাবেক্ষণ ও হিংসার পথ পরিহার করতে হবে।
(ঞ) সকল ক্ষেত্রে জাতীয় উন্নতির উৎকর্ষ এবং গতি বজায় রাখার উদ্দেশ্যে ব্যক্তিগত ও সমষ্টিগত সকল কাজে চরম উৎকর্ষের জন্য সচেষ্ট হতে হবে।
(ট) মাতা-পিতা বা অভিভাবকদের ছয় থেকে চৌদ্দ বছর বয়সের প্রত্যেক শিশুকে শিক্ষাদানের ব্যবস্থা করতে হবে।

রাষ্ট্রগীত

জনগণমন-অধিনায়ক জয় হে
ভারত-ভাগ্যবিধাতা।
পাঞ্জাব সিন্ধু গুজরাত মরাঠা
দ্রাবিড় উৎকল বঙ্গ,
বিন্ধ্য হিমাচল যমুনা গঙ্গা
উচ্ছল জলধিতরঙ্গ
তব শুভ নামে জাগে, তব শুভ আশিষ মাগে,
গাহে তব জয়গাথা।
জনগণ মঙ্গলদায়ক জয় হে,
ভারত-ভাগ্যবিধাতা।
জয় হে, জয় হে, জয় হে,
জয় জয় জয় জয় হে।।

প্রতিজ্ঞা

ভারত আমার দেশ। সমস্ত ভারতবাসী আমার ভাই-বোন।

আমি আমার দেশকে ভালবাসি। আমার দেশের সমৃদ্ধি এবং বিবিধতায় বিভূষিত পরম্পরার উপর আমার গর্ব।

ওই পরম্পরার সফলতা অনুসারে চলার জন্য আমি সর্বদা ক্ষমতা অর্জন করতে চেষ্টা করবো।

আমি আমার মা-বাবা, গুরুজন এবং বড়দের প্রতি সম্মান ও সৌজন্যপূর্ণ ব্যবহার করবো।

আমি প্রতিজ্ঞা করছি যে, আমি আমার দেশ ও দেশবাসীর প্রতি নিষ্ঠাবান থাকবো। তাদের কল্যাণ এবং সমৃদ্ধিতেই আমার সুখ নিহিত।

राज्यगीत

**जय जय महाराष्ट्र माझा, गर्जा महाराष्ट्र माझा
जय जय महाराष्ट्र माझा, गर्जा महाराष्ट्र माझा ।।धृ।।**

**भिती न आम्हा तुझी मुळी ही गडगडणाऱ्या नभा
अस्मानाच्या सुलतानीला जबाब देती जिभा
सह्याद्रीचा सिंह गर्जतो शिव शंभू राजा
दरी दरीतून नाद गुंजला महाराष्ट्र माझा
जय जय महाराष्ट्र माझा, गर्जा महाराष्ट्र माझा ।।१।।**

**काळ्या छातीवरी कोरली, अभिमानाची लेणी
पोलादी मनगटे खेळती, खेळ जीवघेणी
दारिद्र्याच्या उन्हात शिजला
निढळाच्या घामाने भिजला
देश गौरवासाठी झिजला
दिल्लीचे ही तख्त राखितो, महाराष्ट्र माझा
जय जय महाराष्ट्र माझा, गर्जा महाराष्ट्र माझा
जय जय महाराष्ट्र माझा ।।२।।**

প্রস্তাবনা

আমার শিক্ষার্থীবন্ধু, শিক্ষক এবং অভিভাবকদের আন্তরিক নমস্কার,

জাতীয় শিক্ষানীতি 2020 (NEP 2020) অনুযায়ী প্রস্তুতকৃত ষষ্ঠ শ্রেণীর গণিত পাঠ্যপুস্তকটি আপনাদের হাতে তুলে দিতে পেরে অত্যন্ত আনন্দ হচ্ছে। রাজ্য পাঠ্যক্রম কাঠামো 2024 (SCF 2024) অনুসারে, উচ্চ-প্রাথমিক স্তরে (ষষ্ঠ থেকে অষ্টম শ্রেণী) গণিত বিষয়ের মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের মধ্যে মৌলিক পাটিগাণিতিক দক্ষতার পাশাপাশি যৌক্তিক চিন্তা ভাবনা, সৃজনশীল সমস্যা সমাধান, মৌখিক ও লিখিত নির্ভুল যোগাযোগ ক্ষমতাও বিকশিত হয়ে থাকে। এই চিন্তাভাবনা মনে রেখেই এই পাঠ্যপুস্তকটি প্রস্তুত করা হয়েছে। এতে পরিবেশের এবং সেই সাথে দৈনন্দিন জীবনের অভিজ্ঞতার সাথে গণিতের সমন্বয় ঘটানোর চেষ্টা করা হয়েছে।

পূর্ব মাধ্যমিক স্তরে শিক্ষার্থীদের ঠিক কোন – কোন দক্ষতা অর্জন করা উচিত, তা পঠন-পাঠনের সময় স্পষ্ট থাকা প্রয়োজন। সেই কারণে এই পাঠ্যপুস্তকের শুরুতে গণিত বিষয়ক প্রত্যাশিত দক্ষতা এবং 'শিখণ ফলাফল' (Learning Outcomes) উল্লেখ করা হয়েছে। সেই দক্ষতার নিরিখে পাঠ্যপুস্তকের বিষয়বস্তু এক অভিনব পদ্ধতিতে উপস্থাপন করা হয়েছে। আমাদের চারপাশে অনেক জায়গায় গণিতের ব্যবহার দেখতে পাওয়া যায়, এই বিষয়টি অনুধাবন করানোর উদ্দেশ্যে কিছু জায়গায় ব্যবহারিক ও দৈনন্দিন জীবনের উদাহরণ অন্তর্ভুক্ত করা হয়েছে। আমাদের চারপাশের এবং তার ওপারের পৃথিবী সম্পর্কেও চিন্তা করার জন্য শিক্ষার্থীদের উৎসাহিত করতে পাঠ্যগুলির মধ্যে পূর্বজ্ঞানের উপর আধারিত 'পুনরাবৃত্তি', স্ব-শিক্ষণমূলক কার্যাবলী 'চিন্তন করো', 'বুঝে নাও', শিক্ষক ও শিক্ষার্থীদের মধ্যে 'গাণিতিক আলোচনা', বিনোদনের জন্য 'গাণিতিক খেলা', 'জাদুই গণিত ও ধাঁধা' অন্তর্ভুক্ত করা হয়েছে। এই স্তরের গণিত বিষয়ের জ্ঞান হলো বাস্তব অভিজ্ঞতা থেকে অবাস্তব ধারণার দিকে নিয়ে যাওয়ার জন্য মাধ্যমিক স্তরের একটি সংযোগকারী সেতু।

পঠন-পাঠন প্রক্রিয়া যেনো শিক্ষার্থী-কেন্দ্রীক হয়, স্ব-শিক্ষণ প্রক্রিয়ার উপর যেনো জোর দেওয়া হয় এবং একই সাথে শিক্ষার প্রক্রিয়াটি যেনো আকর্ষণীয় ও আনন্দদায়ক হয়ে ওঠে এই দৃষ্টিকোণ সামনে রেখেই এই পাঠ্যপুস্তকটি রচনা করা হয়েছে। পাঠ্যপুস্তকে জ্যামিতি, সংখ্যার ধারণা, সংখ্যাপদ্ধতি, চিত্রপ্রবাহ(প্যাটার্ন), ভগ্নাংশ, বীজগণিত, ব্যবহারিক গণিত, তথ্য ব্যবস্থাপনা ইত্যাদি ক্ষেত্রের অন্তর্ভুক্ত ধারণাগুলি সহজ ভাষায় স্পষ্ট করা হয়েছে। প্রতিটি পাঠের শেষে পাঠের সারসংক্ষেপ 'এক নজরে' শিরোনামে দেওয়া আছে। পাঠের সাথে সম্পর্কিত 'ইতিহাসের প্রসঙ্গ' উল্লেখ করা হয়েছে। এছাড়াও অনুশীলনের জন্য অনুশীলন সমূহ ও স্বাধ্যায় দেওয়া হয়েছে। পঠন-পাঠন প্রক্রিয়াকে কার্যকরী করতে সহায়ক হবে এমন আই.সি.টি. (ICT) টুল্স এর পরামর্শ দেওয়া হয়েছে। সেই সাথে পাঠের বিষয়বস্তুর উপর ভিত্তি করে বিভিন্ন উপক্রম ও প্রকল্প দেওয়া হয়েছে।

শিক্ষার্থী, শিক্ষক ও অভিভাবকেরা এই পুস্তকটিকে স্বাগত জানাবেন, এটাই আশা রাখছি।

(অনুরাধা ওক)
সঞ্চালক,
মহারাষ্ট্র রাজ্য পাঠ্যপুস্তক নির্মিতী ও
অভ্যাসক্রম সংশোধন মণ্ডল, পুণে

পুণে

তারিখ : 01–05–2026

ভারতীয় সৌর : বৈশাখ 11,

শকে 1948, মহারাষ্ট্র দিন

পাঠ্যক্রমের লক্ষ্য, অধ্যয়ন দক্ষতা এবং শিখন ফলাফল

পাঠ্যক্রমের লক্ষ্য CG 1: সংখ্যা এবং সংখ্যার সমূহ বুঝে (অখণ্ড সংখ্যা, ভগ্নাংশ, পূর্ণসংখ্যা, মূলদ সংখ্যা এবং বাস্তব সংখ্যা)। এগুলির মধ্যে প্যাটার্ন বা রূপরেখা খুঁজে বের করা এবং পারস্পরিক সম্পর্ক বুঝে নেওয়া।		
দক্ষতা CG	**শিখন ফলাফল**	**পৃষ্ঠা সংখ্যা**
C 1.1 : 20 অঙ্ক পর্যন্ত বড়ো অখন্ড সংখ্যা পড়ে, লেখে, তৈরী করা, তাদের তুলনা করা, অনুমান করে। তাদের উপর গাণিতিক প্রক্রিয়া করার দক্ষতা ও অভ্যাস তৈরী করে। সেই সংখ্যাগুলিকে কথায় লেখে এবং সূচক আকারে লিখে বৈজ্ঞানিক সংকেতে প্রকাশ করে।	ভারতীয় সংখ্যা পদ্ধতি অনুযায়ী বড়ো সংখ্যা পড়ে ও লেখে।	18,20
	গণনা সংখ্যা বা স্বাভাবিক সংখ্যার ধারণা স্পষ্ট করে।	18
	অখণ্ড সংখ্যার ধারণা এবং প্রয়োজনীয়তা স্পষ্ট করে।	18,19
	দুটি সংখ্যার মধ্যে ছোটো-বড়ো ভাব চিহ্নিত করে ও তুলনা করে।	19,20
	দুটি অখণ্ড সংখ্যার মধ্যে (ছোট-বড়ো ভাব) তুলনা করে।	19,20
	প্রদত্ত অখণ্ড সংখ্যাগুলির যোগ ও বিয়োগ করে।	20
	নিজেই শাব্দিক উদাহরণ তৈরী করে।	19
	পূর্ণ সংখ্যার প্রয়োজনীয়তা কেনো তৈরী হলো, তা উদাহরণের মাধ্যমে স্পষ্ট করে।	20,21
	দৈনন্দিন জীবনে শূন্য এবং ঋণাত্মক সংখ্যার ব্যবহার কোথায় হয়, তা ব্যবহারিক প্রয়োগের মাধ্যমে দেখায়।	20,21
	ধনাত্মক ও ঋণাত্মক সংখ্যা পড়ে ও লেখে।	20
	ধনাত্মক ও ঋণাত্মক সংখ্যার শ্রেণীবিন্যাস করে।	21,22
	প্রদত্ত সংখ্যার বিপরীত সংখ্যা লেখে।	21,22
	পূর্ণ সংখ্যাগুলির মধ্যে ছোটো-বড়ো ভাব চিহ্নিত করে।	21
	পূর্ণ সংখ্যাগুলির যোগ ও বিয়োগ করে।	23,24
	ভগ্নাংশ যে পূর্ণ সংখ্যারই একটি অংশ, তা খুঁজে বের করে।	42
	প্রদত্ত ভগ্নাংশ পড়ে ও লেখে।	43
	প্রদত্ত দুটি ভগ্নাংশের মধ্যে তুলনা করে।	44,45
	একক ভগ্নাংশ (Unit fraction) চিহ্নিত করে।	44
	মিশ্র ভগ্নাংশের মধ্যে একটি পূর্ণ সংখ্যার অংশ এবং একটি ভগ্নাংশ অংশ থাকে, তা বলে।	48
	প্রদত্ত ভগ্নাংশের সমতুল্য ভগ্নাংশ তৈরী করে।	43,47
	প্রদত্ত ভগ্নাংশকে লঘিষ্ঠ আকারে (অতি সংক্ষিপ্ত রূপ) প্রকাশ করে।	43
	অপ্রকৃত ভগ্নাংশকে মিশ্র ভগ্নাংশে রূপান্তরিত করে।	48
	মিশ্র ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ করে।	48
	যে ভগ্নাংশগুলির হর 10, 100, 1000, ... থাকে, তাদের দশমিক ভগ্নাংশ বলে - তা স্পষ্ট করে।	78
	সাধারণ ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তরিত করে।	81
	দশমিক ভগ্নাংশকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তরিত করে।	80
	দশমিক ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ করে।	81
C 1.2 : সংখ্যার চিত্রপ্রবাহ (প্যাটার্ন) খোঁজে, সনাক্ত করে ও প্রসারিত করে, চিত্রপ্রবাহের নিয়মগুলি বর্ণনা করে। (উদা. 7 এর গুণিতক সংখ্যা, 3 এর সূচক, মৌলিক সংখ্যা এবং বিভিন্ন বিন্যাসের মধ্যে সম্পর্ক স্পষ্ট করে।	সম, বিষম, মৌলিক সংখ্যা, সহ মৌলিকসংখ্যা, জমজ মৌলিক সংখ্যা, ত্রিভুজাকার সংখ্যা, বর্গ সংখ্যা চিনতে পারে।	27,28
	সংখ্যার সিরিজের মধ্যে (সম, বিষম, মৌলিক সংখ্যা, সহ-মৌলিক সংখ্যা, জমজ মৌলিক সংখ্যা, ত্রিভুজাকার সংখ্যা, বর্গ সংখ্যা) প্যাটার্ন খুঁজে বের করে, তার বিস্তার করে, তৈরী করে এবং তা ছবির আকারে উপস্থাপন করে।	27,28
	সংখ্যার মৌলিক উৎপাদক (Prime factors) বিশ্লেষণ করে।	34
	ল.সা.গু. (LCM) এবং গ.সা.গু. (HCF/GCD) এর ধারণার প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা করে।	35,36,37
	প্রদত্ত সংখ্যাগুলির মৌলিক উৎপাদক পদ্ধতিতে গ.সা.গু. বের করে।	36
	প্রদত্ত সংখ্যাগুলির ভাগ পদ্ধতিতে গ.সা.গু. বের করে।	36
	প্রদত্ত সংখ্যাগুলির মৌলিক উৎপাদক পদ্ধতিতে ল.সা.গু. বের করে।	38
	নির্দিষ্ট বা বাস্তব পরিস্থিতিতে ল.সা.গু. এবং গ.সা.গু. এর প্রয়োগ করে।	37,39

C 1.3 : শূন্য এবং ঋণাত্মক রাশিও যে সংখ্যা, তা বোঝে। সেগুলির উপর পাটিগাণিতিক প্রক্রিয়া সম্পন্ন করে। ব্রহ্মগুপ্তের উপস্থাপনা অনুযায়ী শূন্য এবং ঋণাত্মক রাশির ব্যবহার করে পাটিগাণিতিক প্রক্রিয়াগুলি অনুশীলন করে।	➤ শূন্য এবং ঋণাত্মক রাশির উপর গাণিতিক প্রক্রিয়া সম্পন্ন করে।	21,22,23
	➤ ব্রহ্মগুপ্ত শূন্য এবং ঋণাত্মক রাশি সম্পর্কে যে ধারণা দিয়েছিলেন, তা বুঝেনিয়ে তার প্রয়োগ করে।	23,24
C 1.4 : অখন্ড সংখ্যা (Whole numbers), ভগ্নাংশ (Fractions), পূর্ণ সংখ্যা (Integers), মূলদ সংখ্যা (Rational numbers), বাস্তব সংখ্যা (Real numbers) এবং সেগুলির বৈশিষ্ট্যের উপর ভিত্তি করে সংখ্যার সমূহ (Sanch) তৈরী করে এবং তাদের বৈশিষ্ট্যগুলি বোঝে। সেগুলিকে সংখ্যা-রেখায় প্রকাশ করে।	➤ সংখ্যা রেখায় পূর্ণ সংখ্যা প্রকাশ করে।	20,21
	➤ ভগ্নাংশ সংখ্যার বিশ্লেষণ করে।	43
	➤ সংখ্যা রেখায় ভগ্নাংশ সংখ্যা প্রকাশ করে।	45
	➤ ব্যবহারিক কাজের মাধ্যমে আনুমানিক ভগ্নাংশ বলে (যেমন- কোনো পাত্র দেখিয়ে তাতে জল ঢেলে সেটি কতোখানি ভর্তি হয়েছে, তা ভগ্নাংশ আকারে অনুমান করে বলে)।	43
C 1.5 : শতকরা এয় ধারণা বুঝে উদাহরণ সমাধান করার জন্য তা ব্যবহার করে।	➤ শতকরা এই ধারণাকে দৈনন্দিন ব্যবহারের সাথে যুক্ত করে।	90,91
	➤ 'শতকরা' মানে যে 100, তা জানে।	90
	➤ শতকরা-কে ভগ্নাংশের আকারে প্রকাশ করে।	92
	➤ ভগ্নাংশের আকারের তথ্যকে শতকরা রূপে লেখে।	91
C 1.6 : দৈনন্দিন জীবনের বিভিন্ন পরিস্থিতিতে ভগ্নাংশ (অনুপাত ও সমানুপাত এবং দশমিক উভয় রূপেই) খুঁজে বের করে এবং সেগুলির ব্যবহার করে।	➤ দৈনন্দিন জীবনে দশমিক ভগ্নাংশের ব্যবহার কোথায় কোথায় হয়, তা খুঁজে বের করে।	78
	➤ সাধারণ ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করে।	81
	➤ দশমিক ভগ্নাংশকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর করে।	80
	➤ অনুপাতের প্রকাশ ভগ্নাংশ আকারে করে।	51
	➤ অনুপাতের বাস্তব জীবনের উদাহরণ খুঁজে বের করে।	51
	➤ দুটি সংখ্যার অনুপাতকে অনুপাতের আকারে লেখে।	52
	➤ সমতুল্য ভগ্নাংশ ব্যবহার করে অনুপাতকে সংক্ষিপ্ত আকারে লেখে।	51,52
	➤ একই প্রকারের রাশির পরিমাপের অনুপাত বের করার সময় সেই পরিমাপের এককগুলিকে সমান করে।	53
	➤ ঐকিক নিয়ম ব্যবহার করে এবং তা অনুপাতের আকারে লেখে।	54,55
পাঠ্যক্রমের লক্ষ্য CG 2 : চলক (Variable)**, ধ্রুবক** (Constant)**, সহগ** (Coefficient)**, বীজগাণিতিক রাশি** (Algebraic Expressions) **এবং এক চলক বিশিষ্ট সমীকরণ** (Linear Equations in one variable) **সংক্রান্ত ধারণাসমূহ ভালো ভাবে বোঝা এবং বাস্তব জীবনের বিভিন্ন সমস্যা সমাধানের ক্ষেত্রে এই ধারণাগুলোকে সহজে প্রয়োগ করা।**		
C 2.1 : সংখ্যামালার মধ্যে সমতা চিহ্নিত করে এবং সেটি একটি পাটিগাণিতিক সমীকরণ কি না তা পরীক্ষা করে।	➤ সমতার ধারণাটি ব্যাখ্যা করে।	67
	➤ সমতার বৈশিষ্ট্য সমূহ যাচাই করে দেখে।	68
	➤ সংখ্যা ও মৌলিক প্রক্রিয়ার সাহায্যে গাণিতিক রাশি (পদাবলী) তৈরী করে এবং সমাধান করে।	65,66
C2.4 : অজানা তথ্য খুঁজে বের করার জন্য ধাঁধা এবং শাব্দিক উদাহরণ সমাধানের উদ্দেশ্যে রৈখিক সমীকরণ গঠন করে ও সমাধান করে।	➤ এক চলক বিশিষ্ট রৈখিক সমীকরণ সনাক্ত করে।	70,71
	➤ এক চলক বিশিষ্ট রৈখিক সমীকরণ গঠন করে।	72
	➤ সমীকরণের উভয়পক্ষে প্রতিবার সমান প্রক্রিয়া (একই গাণিতিক অপারেশন) করা হলে, প্রাপ্ত সমীকরণটি যে ভারসাম্যপূর্ণ থাকে - তা বোঝে এবং ব্যাখ্যা করে।	71,72
	➤ সমীকরণের উভয়পক্ষে গাণিতিক প্রক্রিয়া চালিয়ে চলকের মান বের করে।	71,72,73
C2.5 : বীজগাণিতিক চিন্তাভাবনার মাধ্যমে ধাঁধা এবং সমস্যা সমাধানের জন্য নিজস্ব পদ্ধতি তৈরী করে।	➤ বিভিন্ন সমস্যা সমাধানের জন্য বীজগাণিতিক চিন্তাভাবনা প্রয়োগ করে।	72,73
	➤ ধাঁধা/কাজ/সমস্যা সমাধানের বিভিন্ন পদ্ধতি ও পথ নিয়ে জোড়ায়/দলে/আলোচনা/যুক্তিতর্ক করার মাধ্যমে আনন্দ লাভ করে।	146,147
পাঠ্যক্রমের লক্ষ্য CG –3 সাধারণ জ্যামিতিক আকৃতি (2D, 3D) তৈরী করা, সেগুলির বৈশিষ্ট্য ও উপপাদ্য বোঝা এবং সেগুলি যাচাই করা।		
C 3.1 : বিভিন্ন ধরণের দ্বিমাত্রিক (2D) এবং ত্রিমাত্রিক (3D) আকারের বর্ণনা ও শ্রেণীবিভাগ করে এবং তাদের নির্দিষ্ট বৈশিষ্ট্য অনুযায়ী তাদের মধ্যকার পারস্পরিক সম্পর্ক বুঝতে পারে।	➤ দ্বিমাত্রিক (2D) এবং ত্রিমাত্রিক (3D) বস্তুর ধারণা চেনে। দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক আকৃতির বর্ণনা এবং শ্রেণিবিভাগ করতে পারে।	1,2,3
	➤ প্রিজম এবং পিরামিড এর মধ্যে পার্থক্য বোঝে।	7
	➤ প্রিজমের শ্রেণিবিভাগ করে তার প্রকারভেদ অনুযায়ী নাম চেনে এবং তাদের বিভিন্ন অংশ গণনা করে লেখে।	4,5

	➤ পিরামিডের শ্রেণিবিভাগ করে তার প্রকারভেদ অনুযায়ী নাম চেনে এবং তাদের বিভিন্ন অংশ গণনা করে লেখে।	5,6
	➤ গোলক যে একটি ত্রিমাত্রিক আকৃতি তা চেনে এবং তার বর্ণনা করতে পারে।	6,7
C 3.2: রেখা, কোণ, ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ, বৃত্ত এবং বহুভুজের প্রধান বৈশিষ্ট্যগুলি বুঝে সংশ্লিষ্ট উদাহরণ বা সমস্যা সমাধানের জন্য সেগুলির ব্যবহার করে।	➤ বিন্দু, রেখা, রেখাংশ, রশ্মি ও সমতল চেনে।	9,11
	➤ সমরেখ বিন্দু এবং অসমরেখ বিন্দুর ধারণা স্পষ্টভাবে ব্যাখ্যা করে বলতে পারে।	10
	➤ সরল কোণ, শূন্য কোণ, পূর্ণ কোণ, সূক্ষ্ম কোণ, স্থূল কোণ ও সম কোণের ধারণা চেনে।	14,15
	➤ ত্রিভুজের বিভিন্ন অংশ ও উপাদান চেনে এবং ত্রিভুজ পড়তে (নামকরণ করতে) পারে।	57
	➤ ত্রিভুজ এবং ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের মধ্যে পার্থক্য চেনে।	58
	➤ কোণভেদে ও বাহুভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদ চেনে এবং তাদের ব্যাখ্যা করে।	59
	➤ বিভিন্ন কার্যকলাপের মাধ্যমে চতুর্ভুজের বিভিন্ন উপাদান যেমন শীর্ষবিন্দু, বাহু, কোণ, সন্নিহিত কোণ, সম্মুখ কোণ, অভ্যন্তরীণ ভাগ, বহির্ভাগ ও চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্র ইত্যাদি খুঁজে বের করে।	62,63
C 3.4 : নির্দিষ্ট বৈশিষ্ট্য অনুযায়ী রেখা, সমান্তরাল রেখা, লম্ব রেখা, কোণ, ত্রিভুজ এবং বৃত্তের মতো জ্যামিতিক আকারগুলির জ্যামিতি বাক্সের (কম্পাস বাক্স) সরঞ্জাম ব্যবহার করে অঙ্কন (রচনা) করে।	➤ জ্যামিতি বাক্সের সরঞ্জামগুলি সনাক্ত করতে পারে। সেগুলি ব্যবহার করতে পারে।	98
	➤ দেওয়া রেখাংশের দৈর্ঘ্য স্কেল দিয়ে পরিমাপ করে এবং লেখে।	98
	➤ স্কেল দিয়ে মেপে দেওয়া দৈর্ঘ্যের রেখাংশ অঙ্কন করে।	98,99
	➤ কোণমাপক ব্যবহার করে নির্দিষ্ট পরিমাপের কোণ অঙ্কন করে।	102
	➤ কোণের মাপ পরিমাপ করে এবং লেখে।	107
	➤ কম্পাস ব্যবহার করে বৃত্ত অঙ্কন করে।	98
	➤ একটি দেওয়া কোণের সমান পরিমাপের আরেকটি কোণ কম্পাস ও স্কেলের সাহায্যে গঠন করে।	105
	➤ কম্পাস এবং স্কেলের সাহায্যে কোণ সমদ্বিখণ্ডিত করে।	105
	➤ গুনিয়া (সেট স্কয়ার) ব্যবহার করে রেখার উপরের কোনো বিন্দু থেকে সেই রেখার উপর লম্ব অঙ্কন করে।	101
	➤ কোণমাপক ব্যবহার করে রেখার উপরের কোনো বিন্দু থেকে সেই রেখার উপর লম্ব অঙ্কন করে।	102
	➤ কম্পাস ব্যবহার করে রেখার উপরের কোনো বিন্দু থেকে সেই রেখার উপর লম্ব অঙ্কন করে।	102
	➤ কাগজ ভাঁজকরে রেখার বাইরের কোনো বিন্দু থেকে সেই রেখার উপর লম্ব অঙ্কন করে।	103
	➤ গুনিয়া (সেট স্কয়ার) ব্যবহার করে রেখার বাইরের কোনো বিন্দু থেকে সেই রেখার উপর লম্ব অঙ্কন করে।	103
	➤ কম্পাস এবং স্কেল ব্যবহার করে রেখার বাইরের কোনো বিন্দু থেকে সেই রেখার উপর লম্ব অঙ্কন করে।	104
পাঠ্যক্রমের লক্ষ্য CG 4 : দ্বিমাত্রিক (2D) আকারের পরিসীমা এবং ক্ষেত্রফল সম্পর্কে ধারণা বা বোধের বিকাশ ঘটানো। দৈনন্দিন জীবনের নানাবিধ সমস্যা সমাধানের জন্য তার ব্যবহার করা।		
C 4.1 : বর্গক্ষেত্র, ত্রিভুজ, সামান্তরিক (Parallelogram), ট্রাপিজিয়াম (Trapezium) ইত্যাদির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করার সূত্র খুঁজে বের করে, তা বুঝতে পারে এবং প্রয়োগ করে। মিশ্র দ্বিমাত্রিক (composite 2D shapes) আকারের ক্ষেত্রফল খোঁজার জন্য কার্যপদ্ধতি তৈরী করে।	➤ আশেপাশের পরিবেশ থেকে আয়তক্ষেত্র এবং বর্গক্ষেত্র আকারের বস্তু খুঁজে বের করে।	109
	➤ আয়তক্ষেত্র এবং বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বের করার সূত্র খুঁজে বের করে।	114,115
	➤ আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা এবং বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা নির্ণয়ের সূত্র খুঁজে বের করে।	108,109
	➤ ত্রিভুজের পরিসীমা বের করে।	110
	➤ আয়তক্ষেত্র এবং বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও পরিসীমার সূত্রের সাহায্যে মিশ্র জটিল সমস্যার সমাধান করে।	119
	➤ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সূত্র থেকে সমকোণী ত্রিভুজ, সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ এবং স্থূলকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের সূত্র তৈরী করে।	115
	➤ ক্ষেত্রফলের সূত্র প্রয়োগ করে মিশ্র জটিল উদাহরণ বা গাণিতিক সমস্যার সমাধান করে।	117,118

C 4.2 : সমকোণী ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্যের উপর বৌধায়ন-পিথাগোরাসের উপপাদ্য শেখে। ত্রিভুজের বাহুগুলির উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সাহায্যে উপপাদ্যটির জ্যামিতিক প্রমাণ অধ্যয়ন করে। দৈর্ঘ্যের উপর শুল্বসূত্র ব্যবহার করে এই সম্পর্কিত আরও কিছু জ্যামিতিক অঙ্কন শেখে।	▸ সমকোণী ত্রিভুজ থেকে অতিভুজ এবং সমকোণ সংলগ্ন বাহুগুলি চিহ্নিত করে।	122
	▸ সমকোণী ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য থেকে বৌধায়ন-পিথাগোরাসের উপপাদ্য ব্যাখ্যা করে।	123
	▸ স্বাভাবিক সংখ্যার উপর ভিত্তি করে পিথাগোরাসের ত্রয়ী (Pythagorean triplet) ধারণাটি ব্যাখ্যা করে এবং ত্রয়ী খুঁজে বের করে।	125
	▸ ত্রিভুজের বাহুগুলির দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে, পিথাগোরাসের ত্রয়ীর ধারণার সাহায্যে ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ কি না তা নির্ধারণ করে।	125, 126
C4.3 : বিভিন্ন দ্বিমাত্রিক (2D) আকৃতি ব্যবহার করে সমতল পৃষ্ঠের উপর টাইলিং-এর সাহায্যে বিভিন্ন নকশা তৈরী করে। ভারত তথা সারা বিশ্বের বিভিন্ন শিল্পকলায় এই আকৃতিগুলি দেখা যায় তা বোঝে।	▸ বিন্দু (dots) ব্যবহার করে রাঙ্গোলি বা আলপনার নকশা তৈরী করে।	12,112
	▸ দ্বিমাত্রিক (2D) আকৃতি ব্যবহার করে নকশা তৈরী করে।	12, 29,30
C4.4 : গণিতের ফ্র্যাক্টাল জ্যামিতি বা Fractal Geometry (way to describe the texture of a surface -একটি পৃষ্ঠের গঠন বা টেক্সচার বর্ণনা করার উপায়) ধারণার সাথে পরিচিত হয়।ভারত ও সারা বিশ্বের শিল্পকর্মের পাশাপাশি প্রকৃতিতেও যে ফ্র্যাক্টাল দেখা যায়, তা বোঝে।	▸ ফ্র্যাক্টাল ধারণাটি ব্যাখ্যা করে এবং প্রকৃতিতে পাওয়া বিভিন্ন ফ্র্যাক্টাল সনাক্ত করে।	31
	▸ ফ্র্যাক্টাল নামক জ্যামিতিক আকৃতি সম্পর্কে তথ্য প্রদান করে।	29,30
	▸ দ্বিমাত্রিক আকৃতির ফ্র্যাক্টাল সনাক্ত করে।	29,30
	▸ ভারতের পাশাপাশি সারা বিশ্বের বিভিন্ন শিল্পকর্মে এবং প্রকৃতিতে ফ্র্যাক্টাল খুঁজে বের করে।	29,30
	▸ বিভিন্ন ফ্র্যাক্টালের মধ্যে লুকিয়ে থাকা বিভিন্ন দ্বিমাত্রিক আকৃতি খুঁজে বের করে।	29,30
	▸ দ্বিমাত্রিক আকৃতি ব্যবহার করে ফ্র্যাক্টাল তৈরী করে।	29,30
পাঠ্যক্রমের লক্ষ্য CG 5 : দৈনন্দিন জীবনের অভিজ্ঞতার ভিত্তিতে তথ্য সংগ্রহ করা, লেখচিত্র (আলেখ) ও সারণিতে তা সাজানো এবং তার অর্থ বিশ্লেষণ করা।		
C 5.1 : তথ্য (data) সংগ্রহ করে, তথ্য উপস্থাপন করে। গড়/মধ্যমান, মধ্যমা এবং সংখ্যাগুরু মান-এই কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপকগুলি ব্যবহার করে তথ্যের ব্যাখ্যা করে।	▸ পরিসংখ্যানগত (data) তথ্য সংগ্রহ করে।	135
	▸ পরিসংখ্যানগত তথ্যের মধ্যে প্রাপ্তাঙ্ক, চিহ্ন (tally marks) এবং গণসংখ্যা (frequency) ব্যবহার করে।	135,136
	▸ পরিসংখ্যানগত আকারের তথ্যের ব্যবস্থাপনা বা বিন্যাস করে।	136,137
C 5.2 : তথ্যের ব্যাখ্যা করার জন্য তথ্যের সঠিক উপস্থাপনা (যেমন : চিত্রালেখ, আয়তালেখ, স্তম্ভালেখ, রৈখিক গ্রাফ, পাইচিত্র) নির্বাচন করে। সেগুলি নিজে তৈরী করে ব্যবহার করে।	▸ চিত্রালেখ (pictograph) ব্যবহার করে তথ্য উপস্থাপন করে।	138
	▸ চিত্রালেখ বিশ্লেষণ বা ব্যাখ্যা (interpretation) করে।	138
	▸ স্তম্ভালেখ (bar graph) পর্যবেক্ষণ করে।	138,139
	▸ স্তম্ভালেখ ব্যবহার করে তথ্য উপস্থাপন করে।	139,140
	▸ স্তম্ভালেখ থেকে বিশ্লেষণ বা ব্যাখ্যা করে।	141
	▸ ইনফোগ্রাফিক্স (infographics) সম্পর্কে তথ্য জেনে নেয়।	142
	▸ ইনফোগ্রাফিক্সের সাহায্যে তথ্য উপস্থাপন করে।	142,143
	▸ ইনফোগ্রাফিক্সের মধ্যে থাকা শৈল্পিকতা এবং সৌন্দর্যের অভিজ্ঞতা লাভ করে।	143
পাঠ্যক্রমের লক্ষ্য CG 6 : গাণিতিক চিন্তাভাবনা প্রক্রিয়ার বিকাশ ঘটানো, গাণিতিক ধারণাসমূহ যৌক্তিকভাবে এবং নির্ভুলতার সাথে প্রকাশ করার ক্ষমতার বিকাশ ঘটানো।		
C 6.1 : বীজগণিত, প্রাথমিক সংখ্যা তত্ত্ব (Elementary Number Theory) এবং জ্যামিতির মতো ক্ষেত্রগুলি থেকে সংজ্ঞা ও অনুমান (conjectures) তৈরী করে সেগুলিকে উপপাদ্য ও সঠিক বিবৃতিতে রূপান্তরিত করে এবং মূল্যায়নের জন্য আরোহী (ঊর্ধ্বক্রম-inductive) ও অবরোহী (অধঃক্রম-deductive) পদ্ধতি ব্যবহার করে যুক্তি গ্রাহ্য প্রমাণ উপস্থাপন করে।	▸ প্রদত্ত তথ্যের বিশ্লেষণ করে।	37,116 117,133
	▸ প্রদত্ত তথ্য নিয়ে যুক্তি সঙ্গতভাবে চিন্তন করে।	39,120
	▸ উপাদান/তথ্যের উপর নিজের চিন্তাভাবনা নিজের কথায় সুনির্দিষ্টভাবে প্রকাশ করে।	97
	▸ বীজগণিত, প্রাথমিক সংখ্যা তত্ত্ব, জ্যামিতির মতো ক্ষেত্রের সংজ্ঞাগুলোর বিশ্লেষণ করে।	3
	▸ প্রাপ্ত তথ্যও উপপাদ্য নির্ভুল ভাবে নিজের বিবৃতিতে উপস্থাপন করে।	122-124
	▸ উপপাদ্য/গাণিতিক বিবৃতি প্রমাণ করার জন্য আরোহী (inductive)/ অবরোহী (deductive) পদ্ধতি ব্যবহার করে।	108,114

	▸ গাণিতিক বিবৃতি বিভিন্ন উদাহরণের সাহায্যে প্রমাণিত হয় এই বিষয়ে উদাহরণ সহ যুক্তি প্রদর্শন করে।	125,126
	▸ অন্যান্য শিক্ষার্থীদের সাথে আলোচনা করে তাদের চিন্তাভাবনা বা মতামত বোঝার চেষ্টা করে।	88
পাঠ্যক্রমের লক্ষ্য CG 7: গাণিতিক ধাঁধা এবং সমস্যার সমাধানের জন্য নিজের সৃজনশীল পদ্ধতি এবং কর্মপদ্ধতি (বা কৌশল) তৈরী করা।		
C 7.1 : ধাঁধা এবং অন্যান্য সমস্যা সমাধান করার সময়, নিজের উদ্ভাবনী (নতুন) উপায় খুঁজে বের করে এবং অন্যদের খুঁজে পাওয়া বিভিন্ন উপায়গুলিকে উৎসাহিত করে।	▸ গাণিতিক ধাঁধা বুঝে নেয়।	75
	▸ গাণিতিক ধাঁধা সমাধানের জন্য প্রদত্ত উপাদানগুলোর মধ্যে সম্পর্ক খোঁজে।	26,42
	▸ সমস্যা সমাধানের জন্য সৃজনশীলভাবে চিন্তা করে।	148
	▸ গাণিতিক ধাঁধা এবং সমস্যা সমাধানের জন্য কৌশল তৈরী করে।	148
	▸ গাণিতিক ধাঁধা সমাধানের সময় অন্যদের খুঁজে বের করা সমাধানগুলিকে উৎসাহিত করে।	146
C 7.2 : ধাঁধা তৈরী করা এবং তা সমাধান করার মধ্যে শৈল্পিকতা ও সৌন্দর্য খুঁজে পায়। নিজেকে নিয়োজিত করে (ব্যস্ত রাখে)। অংশগ্রহণ করে।	▸ নিজে নিজেই গাণিতিক ধাঁধা তৈরী করে।	77
	▸ ছাপা (প্রিন্ট) ও ডিজিটাল মাধ্যমে আসা ধাঁধাগুলি নিজে নিজেই সমাধান করে।	146
পাঠ্যক্রমের লক্ষ্য CG 8 : তথ্যের বিশ্লেষণ, প্যাটার্ন (চিত্রপ্রবাহ) চেনা, তথ্যের উপস্থাপন, সাধারণীকরণ, বিমূর্ততা এবং অ্যালগরিদম তৈরী করা। এর জন্য কম্পিউটেশনাল চিন্তাভাবনার (Computational Thinking) মৌলিক দক্ষতা ও ক্ষমতা বিকাশ করা। কম্পিউটেশনাল চিন্তাভাবনা যেখানে কার্যকর প্রমাণিত হয়, সেখানে সমস্যা সমাধানের জন্য তার ব্যবহার করা।		
C 8.1 : পুনরাবৃত্তি, প্রতীকী উপস্থাপন এবং যৌক্তিক ক্রিয়ারমতো নির্দেশাবলী বা প্রোগ্রামিং তৈরীর কৌশলগুলি ব্যবহার করে সমস্যার দিকে নতুন দৃষ্টিকোণ থেকে তাকানো এবং ক্রমানুসারী পদক্ষেপের সিরিজ ব্যবহার করে সমস্যার পুনর্গঠন করা।	▸ শিক্ষার্থী প্রদত্ত তথ্যের মধ্যে সমস্যাটি চিহ্নিত করে তা বিশ্লেষণ করে।	125,126
	▸ প্যাটার্ন (আকৃতিবন্ধ) সনাক্ত করতে পারে।	28
	▸ প্রদত্ত তথ্য বিভিন্ন পদ্ধতিতে চিত্র, তালিকা (টেবিল) ইত্যাদির মাধ্যমে প্রদর্শন করে।	143
	▸ প্যাটার্নের নিয়ম ও যুক্তি স্পষ্ট করে।	28,29
পাঠ্যক্রমের লক্ষ্য CG 9 : ভারত এবং বিশ্বজুড়ে গণিতের সময়ের সাথে সাথে হওয়া বিকাশ সম্পর্কে জানা ও তা বোঝা। এর মধ্যে প্রাচীন ও আধুনিক গণিতবিদদের অবদান জানা এবং তাঁদের কাজের প্রতি গর্ব বোধ করা।		
C 9.1 : বিভিন্ন সংস্কৃতির বিভিন্ন সময়কালের গণনা পদ্ধতি, পূর্ণসংখ্যা, ঋণাত্মক সংখ্যা, মূলদ সংখ্যা, শূন্য ইত্যাদি বীজগণিত এবং জ্যামিতির ধারণাগুলি কীভাবে বিকশিত হয়েছে তা অধ্যয়ন করে।	▸ বিভিন্ন সংস্কৃতির বিভিন্ন সময়কালের গণনা পদ্ধতি অধ্যয়ন করে ও তা চিহ্নিত করে।	100
	▸ পূর্ণসংখ্যা, ঋণাত্মক সংখ্যা, মূলদ সংখ্যা, শূন্য ইত্যাদির মতো ধারণাগুলি কীভাবে বিকশিত হয়েছে তা অধ্যয়ন করে ও তার সাথে পরিচিত হয়।	18,21
	▸ বীজগণিত এবং জ্যামিতির ধারণাগুলি কীভাবে বিকশিত হয়েছে তা অধ্যয়ন করে।	10,14,15
C 9.2 : ভারতীয় গণিতবিদ যেমন - বৌধায়ন, পিঙ্গলা, আর্যভট্ট, ব্রহ্মগুপ্ত, বীরহঙ্ক, ভাস্কর, রামানুজন প্রমুখের গণিতে অবদান সম্পর্কে জ্ঞান লাভ করে এবং তাদের প্রতি গর্ব বোধ করে।	▸ ভারতীয় গণিতবিদ বৌধায়ন-এর পরিচয় লাভ করে, তাঁর অবদান সম্পর্কে তথ্য সংগ্রহ করে এবং তাঁর প্রতি গর্ব বোধ করে।	123,124
	▸ ভারতীয় গণিতবিদ পিঙ্গলা, আর্যভট্ট, ব্রহ্মগুপ্ত, বীরহঙ্ক, ভাস্করাচার্য, রামানুজন প্রমুখের পরিচয় লাভ করে এবং তাঁদের সম্পর্কে গর্ব বোধ করে।	47,146
	▸ মহারাষ্ট্রের গণিতবিদ দত্তাত্রেয় রামচন্দ্র কাপরেকর-এর পরিচয় লাভ করে, তাঁর অবদান সম্পর্কে তথ্য সংগ্রহ করে এবং তাঁর প্রতি গর্ব বোধ করে।	26
পাঠ্যক্রমের লক্ষ্য CG 10: অন্যান্য বিদ্যালয় বিষয়ের সাথে গণিত বিষয়ের সমন্বয় বোঝা ।		
C 10.1 : বিজ্ঞান, সামাজিক বিজ্ঞান, দৃশ্যকলা (visual arts), সঙ্গীত, বৃত্তিমূলক শিক্ষা এবং ক্রীড়া ইত্যাদির মতো বিভিন্ন বিষয়ের সাথে গণিতের সমন্বয় চিহ্নিত করে।	▸ গণিত বিষয়ের বিজ্ঞানের সাথে সমন্বয় স্পষ্ট করে।	11,21,67,71
	▸ গণিত বিষয়ের সামাজিক বিজ্ঞানের সাথে সমন্বয় স্পষ্ট করে।	9,12
	▸ গণিত বিষয়ের দৃশ্যকলা বিষয়ের সাথে সমন্বয় স্পষ্ট করে।	12,15,30,31
	▸ গণিত বিষয়ের সঙ্গীত বিষয়ের সাথে সমন্বয় স্পষ্ট করে।	1
	▸ গণিত বিষয়ের বৃত্তিমূলক শিক্ষার সাথে সমন্বয় স্পষ্ট করে।	84,91,94
	▸ গণিত বিষয়ের ক্রীড়া বিষয়ের সাথে সমন্বয় স্পষ্ট করে।	1,9,35,58

পাঠ্যক্রমের লক্ষ্য CG 11: দৈনন্দিন জীবনের সমস্যা সমাধানের জন্য আর্থিক সাক্ষরতা বিকাশ করা।		
C 11.1: অংশীদারিত্ব, লাভ-ক্ষতি এই ধারণাগুলো বুঝে নেয় এবং দৈনন্দিন জীবনের সমস্যা সমাধান করে।	▸ ব্যবসায়ের লাভ এবং ক্ষতি সনাক্ত করে।	85
	▸ লাভ-ক্ষতির ওপর প্রভাব ফেলে এমন বিষয়গুলো চিহ্নিত করে।	87
	▸ ব্যবসায় হওয়া লাভ বা ক্ষতি হিসাব করে বের করে।	86,87
C 11.3 : ব্যাংকিং লেনদেন, সুদের হিসাব (সরল সুদ, চক্রবৃদ্ধি সুদ) এর ওপর ভিত্তি করে দৈনন্দিন জীবনের সমস্যা সমাধান করে।	▸ আসল, সুদের হার এবং সময় দেওয়া থাকলে সরল সুদ হিসাব করে বের করে।	133,134

পাঠ্যপুস্তক ব্যবহার নির্দেশিকা...

এই পাঠ্যপুস্তকটি জাতীয় শিক্ষানীতি (NEP -2020) এবং রাজ্য পাঠ্যক্রমের রূপরেখা অনুযায়ী তৈরী করা হয়েছে। তাই এটি ব্যবহার করে পড়াশোনা করার বা করানোর সময় নিম্নলিখিত বিষয়গুলো মাথায় রাখতে হবে।

- পাঠ্যপুস্তকের বিষয়বস্তু (পাঠ্য অংশ, অনুশীলনী, প্রকল্প, ব্যবহারিক কাজ, গাণিতিক ধাঁধা, সমস্ত গাণিতিক ধারণা স্পষ্টভাবে বোঝার জন্য এবং পরীক্ষার জন্য স্কুলের গণিত কিটের সামগ্রী ব্যবহার করবেন।
- নতুন ধারণাগুলির জন্য অতিরিক্ত প্রাসঙ্গিক উপাদান সংগ্রহ করে নিজের স্তরে ব্যবহার করবেন।
- ইমোজির সাহায্যে দেওয়া শিরোনামগুলি ('পুনরাবৃত্তি', 'বুঝে নাও', 'গাণিতিক আলোচনা', 'চিন্তন করো', 'কৃতি করো', 'অনুশীলনী', 'এক নজরে', 'ইতিহাসের প্রেক্ষাপটে') ধারণা স্পষ্ট করা, মূল উপাদান ও মূল্যবোধ এবং জীবনশৈলী দক্ষতার বিকাশের দৃষ্টিকোণ থেকে দেওয়া হয়েছে।
- শিক্ষার্থীদের অর্জিত জ্ঞান বাস্তব জীবনে প্রয়োগ করার ক্ষেত্রে এবং যুক্তিযুক্ত চিন্তাভাবনা করার জন্য উৎসাহিত করতে হবে।
- প্রতিটি অধ্যায় থেকে যেনো কাঙ্ক্ষিত শিখনফল অর্জিত হয়, পাঠ্যপুস্তকে দেওয়া নির্দেশনাবলী সেইভাবেই পথপ্রদর্শক হিসেবে কাজ করবে। তবে শিক্ষাদানের সময় নমনীয়তা বজায় রাখা প্রয়োজন।
- বিভিন্ন গাণিতিক মাত্রা (আলোচনা, শিক্ষাদান, অনুশীলন, খেলা) ইত্যাদির মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের মধ্যে সমালোচনামূলক চিন্তাভাবনা, যৌক্তিক ক্ষমতা এবং অনুমানের দক্ষতার বিকাশ ঘটাতে হবে।
- শিক্ষকদের সাথে শিক্ষার্থীদের কথোপকথন যেন স্পষ্টভাবে প্রকাশ পায়, তার জন্য পাঠ্যপুস্তকে প্রাসঙ্গিক ইমোজি ব্যবহার করা হয়েছে। যেমন 'মনে করে দেখুন', 'বুঝে নাও', 'আমাকে বলো', 'কাজটি করো', 'গাণিতিক খেলা', চিন্তন করো', 'গাণিতিক মজা এবং আলোচনা করো' ইত্যাদি।
- বিশেষ চাহিদাসম্পন্ন শিশুদের শিক্ষাদান প্রক্রিয়ার সময় সাংকেতিক ভাষা (Sign Language) এবং পরিপূরক শিক্ষণ পদ্ধতির ব্যবহার করা উচিত। এই ধরণের শিক্ষার্থীদের যেভাবে সম্ভব, সেইভাবে নিজেদের প্রকাশ করার সুযোগ দিতে হবে।

সূচীপত্র

অ.ক্র.	পাঠের নাম	পৃষ্ঠা সংখ্যা
1	ত্রিমাত্রিক আকার	1-8
2	রেখা ও কোণ	9-17
3	সংখ্যার জগতে	18-26
4	চিত্রপ্রবাহ	27-32
5	গ.সা.গু. ও ল.সা.গু.	33-42
6	ভগ্নাংশ	43-49
7	অনুপাত ও সমানুপাত	50-56
8	ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ	57-64
9	সমীকরণ	65-74
10	জাদুই গণিত - 1	75-77
11	দশমিক ভগ্নাংশ	78-83
12	লাভ-ক্ষতি	84-89
13	শতকরা	90-97
14	জ্যামিতিক রচনা	98-107
15	পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল	108-121
16	বৌধায়ন-পিথাগোরাসের উপপাদ্য	122-126
17	ব্যাংক ও সরল সুদ	127-134
18	তথ্যের উপস্থাপন	135-145
19	জাদুই গণিত - 2	146-148
20	উত্তর সূচী	149-156

পুনরাবৃত্তি

✲ নীচের বস্তুগুলির ছবি চিনে নিয়ে সেগুলিকে দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক আকারে শ্রেণীবদ্ধ করো।

ঢোল

টেবিলের পৃষ্ঠতল

সানাই

ক্যারম বোর্ডের পৃষ্ঠতল

হারমোনিয়ম

রাস্তা

খেলার মাঠ

লাটিম

ক্র.	দ্বিমাত্রিক আকার (2D)	ত্রিমাত্রিক আকার (3D)
1	টেবিলের পৃষ্ঠতল	
2		
3		
4		

✲ এমন আরও কিছু আকারের নাম লেখো এবং শ্রেনীবদ্ধ করো।

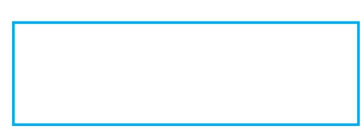
মাত্রা (Dimensions)

বুঝে নাও

✲ একমাত্রিক আকার (One Dimensional shape) (1D)

দৈর্ঘ্য

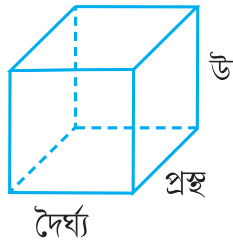
✲ দ্বিমাত্রিক আকার (Two Dimensional shape) (2D)


প্রস্থ

দৈর্ঘ্য

দ্বিমাত্রিক আকার সমতল পৃষ্ঠের উপর জায়গা দখল করে।

✻ ত্রিমাত্রিক আকার (Three Dimensional shape) (3D)



ত্রিমাত্রিক আকার মহাশূন্যে জায়গা দখল করে।

ইন্টারনেটের মাধ্যমে দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক আকার পর্যবেক্ষণ করো।

গাণিতিক আলোচনা

নীচের বিষয়গুলির উপর দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক আকার সম্পর্কে আলোচনা করো।

1) গাছ ও তার ছায়া 2) আলমারির পৃষ্ঠতল ও আলমারি 3) বাক্সের পৃষ্ঠতল ও বাক্স

কৃতি করো

তুমি ত্রিমাত্রিক আকার কিভাবে তৈরী করবে।

আমি দিয়াশলাই বাক্সে ভেজা মাটি ভরবো এবং তার ইট আয়তঘনক তৈরী করবো।

ঠিক আছে, তৈরী করা আকারটি আয়তঘনক ত্রিমাত্রিক কি না তা যাচাই করো।

বুঝে নাও

আকারের উপাদান

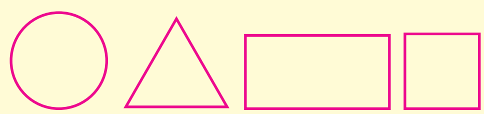
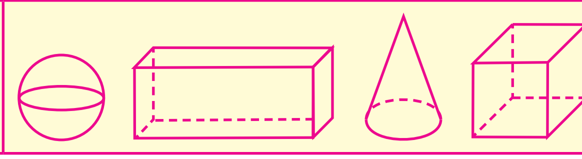
দ্বিমাত্রিক আকার

আয়ত

ত্রিমাত্রিক আকার

আয়তঘনক

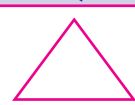
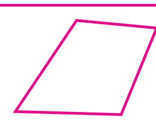
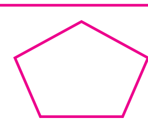
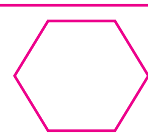
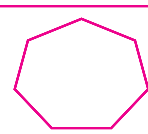
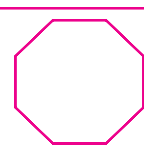
শিক্ষকের জন্য সূচনা : শিক্ষার্থীদের ত্রিমাত্রিক আকারের অভিজ্ঞতা দেওয়ার জন্য বাস্তব বস্তু হতে ধরিয়ে দিতে হবে।

দ্বিমাত্রিক আকার	ত্রিমাত্রিক আকার
✻ দুটি বাহুর সাধারন বিন্দু এটি শীর্ষবিন্দু (vertex) থাকে। ✻ দ্বিমাত্রিক আকারে দুটি সংলগ্ন সংযোগকারী রেখাংশ হলো আকৃতির বাহু/ভূজা (side)। ✻ দ্বিমাত্রিক আকারে শুধুমাত্র একটি পৃষ্ঠ থাকে।	✻ তিন বা তিনের অপেক্ষা বেশি ধারের সাধারন বিন্দু হলো শীর্ষবিন্দু (vertex)। ✻ ত্রিমাত্রিক আকারে দুটি পৃষ্টের সাধারন বাহুকে ধার (Edge) বলা হয়। ✻ ত্রিমাত্রিক আকার এটি অনেকগুলি পৃষ্টের সমন্বয়ে তৈরী হয়।
	

দ্বিমাত্রিক আকার

✻ **বহুভুজ-আকৃতি :** তিন বা তিনের বেশি বাহু বিশিষ্ট আবদ্ধ আকৃতি হলো বহুভুজ।

✻ **নীচের সারণীটি পূর্ণ করো।**

নাম	আকৃতি	শীর্ষবিন্দুর সংখ্যা	বাহুর সংখ্যা
ত্রিভুজ		3	3
চতুর্ভুজ			
পঞ্চভুজ			
ষড়ভুজ			
সপ্তভুজ			
....			

চিন্তন করো

বহুভুজাকৃতির বাহুর সংখ্যা বাড়াতে থাকলে কোন আবদ্ধ আকৃতি তৈরী হবে ?

কৃতি করো

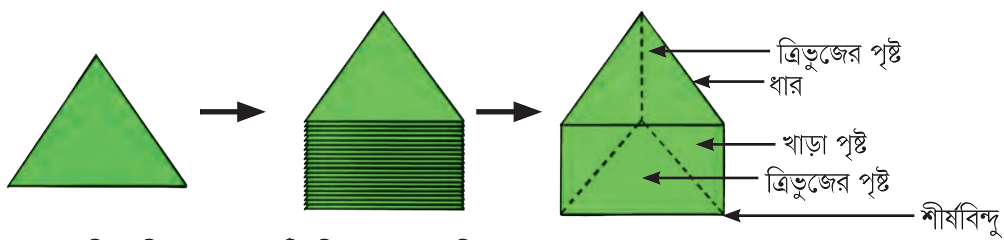
স্ট্রা এর সাহায্যে বিভিন্ন বহুভুজাকৃতি তৈরী করো।

ত্রিমাত্রিক আকার
প্রিজম (Prism)

কৃতি করো

(1) ত্রিভুজাকার প্রিজম

কৃতি 1 : (1) পুরু পিচবোর্ডের সমান আকারের 10 থেকে 15টি ত্রিভুজ কাটো।
(2) কাটা ত্রিভুজগুলি একের উপর এক রাখো।
(3) তৈরী হওয়া ত্রিমাত্রিক আকারের উপাদান গুলি লেখো।

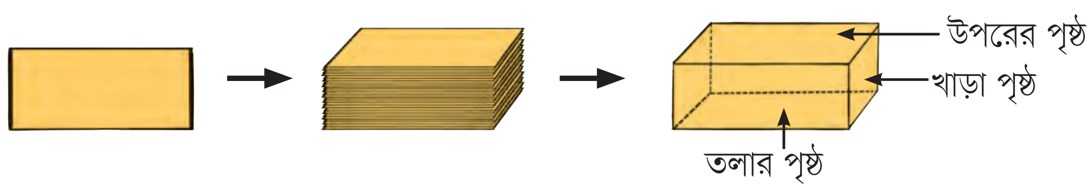


তৈরী হওয়া ত্রিমাত্রিক আকারটি ত্রিভুজাকার প্রিজম।

ত্রিভুজাকার প্রিজমের [6] টি শীর্ষবিন্দু, [2] টি ত্রিভুজাকার পৃষ্ঠ, [3] টি আয়তাকার পৃষ্ঠ [9] টি ধার আছে।

(2) আয়তঘনক বা চৌকাকার প্রিজম

কৃতি 2 : (1) পুরু পিচবোর্ডের সমান আকারের 10 থেকে 15টি আয়ত কাটো।
(2) কাটা আয়তগুলি একের উপর এক রাখো।
(3) তৈরী হওয়া ত্রিমাত্রিক আকারের উপাদান গুলি লেখো।



তৈরী হওয়া ত্রিমাত্রিক আকারটি আয়তঘনক।

আয়ত ঘনকের [ ] টি শীর্ষবিন্দু, [ ] টি আয়তাকার পৃষ্ঠ ও [ ] টি ধার আছে।

ব্যাবহারিক কাজ

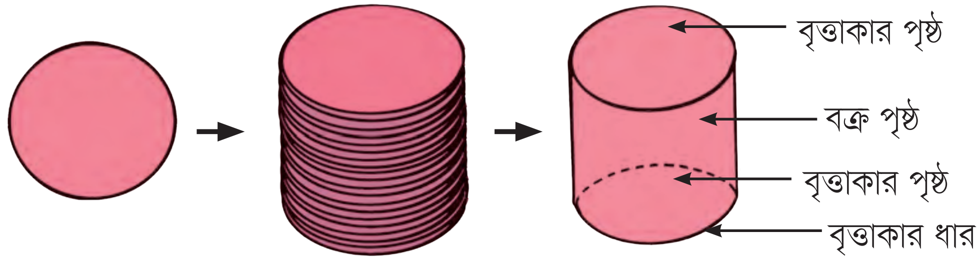
উপরের কৃতি - 1 এবং কৃতি - 2 এর মতো ভিন্ন-ভিন্ন আকার নিয়ে যেমন বর্গক্ষেত্র, পঞ্চভুজ, ষড়ভুজ এবং সেগুলি একের উপর এক সাজিয়ে 'প্রিজম' তৈরী করো। তাদের নাম, শীর্ষবিন্দু, পৃষ্ঠ, ধার এগুলি নোট করো।

• লম্ব বৃত্তাকার বেলন (সিলিন্ডার)

কৃতি 3: (1) পুরু পিচবোর্ডের সমান ব্যাসার্ধের 10 থেকে 15টি বৃত্ত কাটো।
(2) কাটা বৃত্ত গুলি একের উপরে এক রাখো।

শিক্ষকের জন্য সূচনা : প্রিজমের নাম কীভাবে নির্ধারিত হয় সে বিষয়ে শিক্ষার্থীদের সাথে আলোচনা করা প্রয়োজন।

(3) তৈরী হওয়া ত্রিমাত্রিক আকারের উপাদানগুলি লেখো।

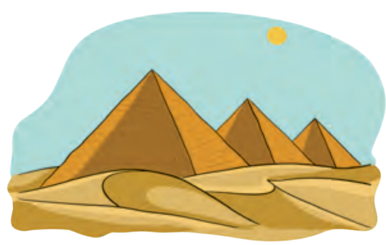


তৈরী হওয়া ত্রিমাত্রিক আকৃতিটি লম্ব বৃত্তাকার বেলন (সিলিন্ডার)।
লম্ব বৃত্তাকার বেলনটিতে [ ] টি বৃত্তাকার পৃষ্ঠ, [ ] টি বক্রপৃষ্ঠ, [ ] টি বৃত্তকার ধার আছে।

পিরামিড (Pyramid)

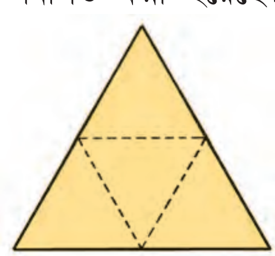
বুঝে নাও

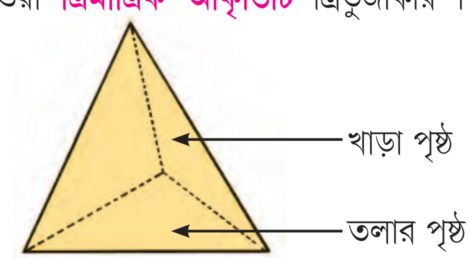
নীচের ছবিতে দেখানো পিরামিড এবং তাবুর পর্যবেক্ষণ করো। এই ছবিতে এমন একটি গঠন রয়েছে যার খাড়া তলগুলি ত্রিভুজাকার এবং সেগুলি শীর্ষে একটি বিন্দুতে মিলিত হয়। এমন আকৃতিকে পিরামিড বলে।



(1) ত্রিভুজাকার পিরামিড

নীচের আকৃতিতে বাহুগুলির দৈর্ঘ্য সমান এমন একটি ত্রিভুজ রয়েছে। তার প্রতিটি বাহুর মধ্যবিন্দুগুলিকে মিলানো হয়েছে। বিন্দু-বিন্দু রেখা (dotted lines) ভাঁজ করে তিনটি শির্ষবিন্দুকে একটি বিন্দুতে মিলিত করা হয়েছে। তৈরী হওয়া **ত্রিমাত্রিক আকৃতিটি** ত্রিভুজাকার পিরামিড।

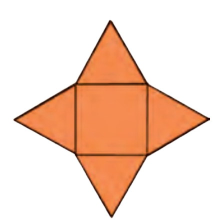


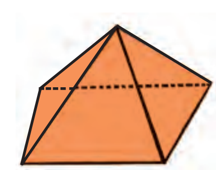


ত্রিভুজাকার পিরামিডটিতে [4] টি শীর্ষবিন্দু, [4] টি ত্রিভুজাকার পৃষ্ঠ ও [6] টি ধার আছে।

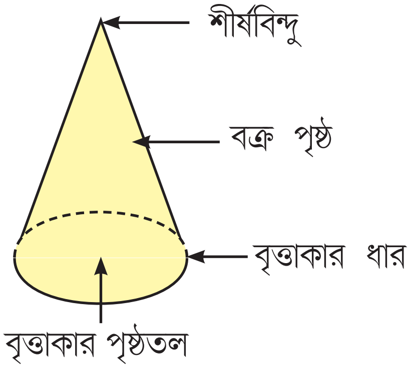
(2) চতুর্ভুজাকার পিরামিড

কাছাকাছি ত্রিমাত্রিক আকৃতিটি হলো চতুর্ভুজাকার পিরামিড। এতে [ ] টি শীর্ষবিন্দু, [ ] টি ত্রিভুজাকার পৃষ্ঠ, [ ] টি ধার ও [ ] টি চতুর্ভুজাকার পৃষ্ঠ আছে।





● **শঙ্কু (বৃত্ত প্রিজম)**



কৃতি :

(1) কাগজের উপর 6 সেমি ব্যাসার্ধের একটি বৃত্ত আঁকো।

(2) কাঁচি দিয়ে বৃত্তটি কেটে ফেলো। তাঁর দুটি অর্ধবৃত্ত কেটে নাও।

(3) একটি অর্ধবৃত্তের দুটি ব্যাসার্ধ একে অপরের সাথে জুড়ে দাও।

(4) কাগজের উপর 3 সেমি ব্যাসার্ধের অন্য একটি বৃত্ত আঁকো সেটি কেটে নিয়ে আকৃতির পরিধিতে লাগাও।

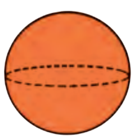
(5) তৈরী হওয়া ত্রিমাত্রিক আকৃতিটি হলো শঙ্কু।

(6) শঙ্কুর উপাদানগুলি লেখো :

☐ শীর্ষবিন্দু ☐ বৃত্তাকার ধার

☐ বৃত্তাকার পৃষ্ঠতল ☐ বক্র পৃষ্ঠ

● **গোলক**



আমরা দৈনন্দিন জীবনে বল, লাড্ডু ইত্যাদির মতো দেখতে পাই। বলের আকৃতি হলো গোল। এই ত্রিমাত্রিক আকৃতির কোনো ধার বা শীর্ষবিন্দু থাকে না কিন্তু একটি বক্রপৃষ্ঠ থাকে।

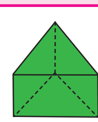
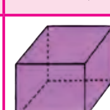
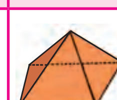
আলোচনা করো।

(1) প্রিজম, পিরামিড, লম্ব বৃত্তাকার বেলন, শঙ্কু এদের উচ্চতা কীভাবে দেখানো যাবে?

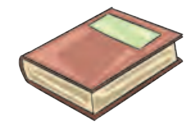
(2) গোলক-এর মতো ত্রিমাত্রিক আকারের উচ্চতা দেখানো যাবে কি?

অনুশীলনী 1.1

1) নীচের সারণীটি পূর্ণ করো।

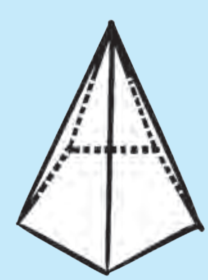
প্রিজম/পিরামিড	ত্রিভুজাকার		চতুর্ভুজাকার		পঞ্চভুজাকার	
	প্রিজম	পিরামিড	প্রিজম	পিরামিড	প্রিজম	পিরামিড
ছবি						
তলার পৃষ্ঠ সংখ্যা	ত্রিভুজাকার	ত্রিভুজাকার				
শীর্ষবিন্দুর সংখ্যা	6	4				
ধারের সংখ্যা	9	6				
খাড়া পৃষ্ঠের সংখ্যা	3	3				
তলা / উপরের পৃষ্ঠ	2	1				

2) পরিবেশে দেখতে পাওয়া আকৃতিগুলির নাম লিখে সারণীটি পূর্ণ করো।

				
শঙ্কু				

পিরামিড ও প্রিজমের পার্থক্য

বুঝে নাও

	প্রিজম	পিরামিড
পৃষ্ঠ	পৃষ্ঠতল ও উপরের পৃষ্ঠ ত্রিভুজাকার, চতুর্ভুজাকার অথবা বহুভুজাকার হয়ে থাকে। খাড়া পৃষ্ঠগুলি আয়তাকার হয়।	পৃষ্ঠতলের ত্রিভুজাকার, চতুর্ভুজাকার অথবা বহুভুজাকার হয়ে থাকে। খাড়া পৃষ্ঠগুলি ত্রিভুজাকার হয়।
শীর্ষবিন্দু	পৃষ্ঠতল এবং উপরের পৃষ্ঠভাগে থাকে।	পৃষ্ঠতলের এবং চূড়ায় একটি শীর্ষবিন্দু থাকে।
ধার	তলার বা উপরের পৃষ্ঠ ভাগের বাহুর সংখ্যার তিন গুণ হয়।	পৃষ্ঠতলের ভাগের বাহুর সংখ্যার দ্বিগুন হয়।
আকৃতি		

চিন্তন করো

1) ঘনক এটি কি পিরামিড নাকি প্রিজম ?

2) কোন আকৃতিতে সমস্ত পৃষ্ঠ ত্রিভুজাকার হয় ?

3) তল পৃষ্ঠের বাহুর সংখ্যা বাড়াতে থাকলে কি ধরনের পিরামিড/প্রিজম তৈরী হবে ?

এক নজরে

- অনেক বাহু বিশিষ্ঠ আবদ্ধ আকৃতিই হলো বহুভুজ।
- মাত্রা : এক মিত্রিক, দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক আকার।

অনুশীলনী 1

1) সঠিক বিকল্পটি চয়ন করো।

(i) ক্যারম খেলার গুটি একের উপরে এক রাখলে কোন আকার তৈরী হবে?

অ) আয়তাকারঘন ব) লম্ববৃত্তাকার বেলন ক) শঙ্কু ড) ঘনক

(ii) বালির ঘড়ি কোন দুটি সমান আকার দিয়ে তৈরী হয়েছে?

অ) ঘনক ব) ত্রিভুজাকার প্রিজম ক) গোলক ড) শঙ্কু

(iii) নীচের কোন আকারটি ত্রিমাত্রিক নয়?

অ) বর্গক্ষেত্র ব) গোলক ক) লম্ববৃত্তাকার বেলন ড) শঙ্কু

2) নীচের সংখ্যাগুলির ভিত্তিতে ত্রিমাত্রিক আকারগুলি আঁকো এবং নাম লেখো।

i) 5টি পৃষ্ঠ, 5টি শীর্ষবিন্দু এবং 8টি ধার রয়েছে। একটি তল বর্গাকার ও বাকি তলগুলি ত্রিভুজাকার।

↓

----

ii) একটি পৃষ্ঠ বক্রাকার, কোনো শীর্ষবিন্দু নেই এবং ধারও নেই।

↓

----

iii) 6টি পৃষ্ঠ, 12টি ধার, এবং 8টি শীর্ষবিন্দু রয়েছে।

↓

----

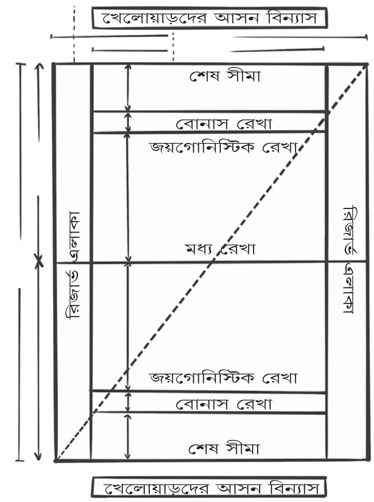
iv) 1টি বক্রপৃষ্ঠ 2টি বৃত্তাকার ধার, এবং 2টি সমতল পৃষ্ঠ রয়েছে।

↓

----

2 রেখা এবং কোণ

পুনরাবৃত্তি

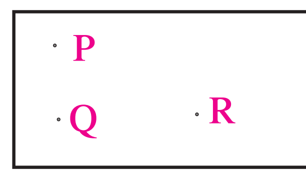


যে কোনো খেলার মাঠ আঁকতে হলে জ্যামিতিক আকার মৌলিক ধারনার প্রযোজন হয়। পাশের ছবিতে কাবাডি খেলার মাঠ আঁকা দেখানো হয়েছে। এটি আঁকার জন্য বিন্দু, রেখা সমতলের মতো মৌলিক জ্যামিতিক ধারণা ব্যবহৃত হয়।

এখন আমরা বিন্দু, রেখা, সমতলের মতো মৌলিক ধারণাগুলি অধ্যয়ন করবো। এই ধারণাগুলি আমাদের উন্নত জ্যামিতিক বিষয় যেমন, বিভিন্ন আকাররের গঠন এবং তাদের বিশ্লেষণ বুঝতে সাহায্য কররে।

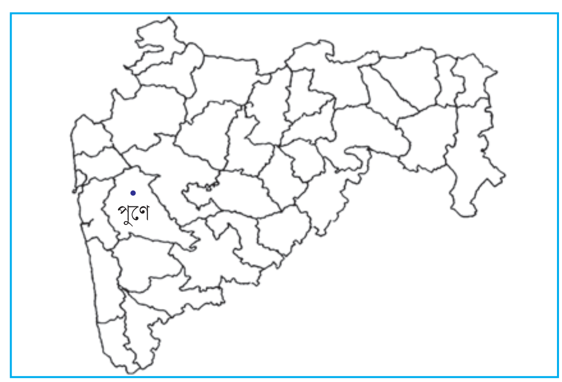
বিন্দু (Point)

বুঝে নাও



কাগজের উপর পেন্সিলের একটি সরু ডগা বসিয়ে একটি চিহ্ন করো। এই চিহ্নই হলো বিন্দু। বিন্দুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ বা উচ্চতা থাকে না, বিন্দু বোঝাতে ইংরাজি বর্ণমালার বড়ো হাতের অক্ষর ব্যবহার করা হয় যেমন বিন্দু P, বিন্দু Q, বিন্দু R।

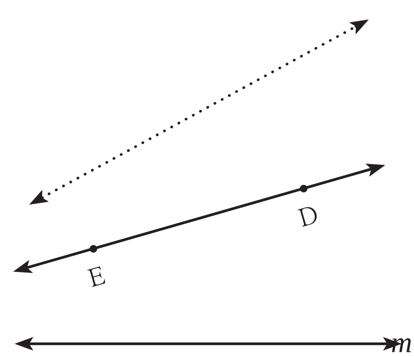
কৃতি করো



পাশের মহারাষ্ট্রের মানচিত্রে নীচের শহরগুলি বিন্দু দিয়ে দেখাও।

1) পুণে	2) মুম্বাই
3) নাশিক	4) নাগপুর
5) কোল্হাপুর	6) সাতারা

রেখা (Line)



পাশের আকৃতিটি হলো একটি 'রেখা'। রেখা উভয় দিকে অসিম পর্যন্ত বিস্তৃত থাকে। এটি বোঝাতে রেখার উভয় প্রান্তে তীরের চিহ্ন দেওয়া হয়। রেখা একমাত্রিক হয় এবং একটি রেখার উপর অগণিত বিন্দু থাকে। রেখার উপর অবস্থিত যেকোনো দুটি বিন্দু দিয়ে রেখার নামকরণ করা হয়। যেমন - পাশের চিত্রে রেখার নাম রেখা DE বা রেখা ED। অনেক সময় রেখাকে একটি ইংরাজি বর্ণমালার ছোটো হাতের অক্ষর দিয়ে ও নামকরণ করা হয়, যেমন রেখা m, রেখা n, রেখা a।

সমরেখ এবং অসমরেখ বিন্দু (Collinear and Non-collinear points)

গাণিতিক আলোচনা

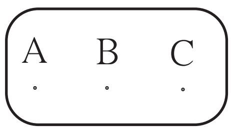
(1) কাগজে একটি বিন্দু নাও। তাদিয়ে কতোগুলি রেখা আঁকা যায় ?

(2) এখন কাগজে দুটি বিন্দু নাও। তা দিয়ে কতোগুলি রেখা আঁকা যায় ?

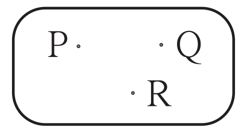
(3) কাগজে তিনটি বিন্দু নাও। সেই তিনটি বিন্দু দিয়ে কতোগুলি রেখা আঁকা যায় ?

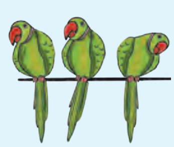
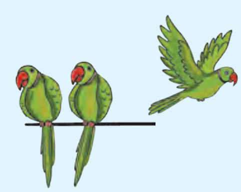
সরিতা এবং আফরোজ তিনটি বিন্দু নীচে দেওয়া পদ্ধতিতে এঁকেছে।

সরিতা

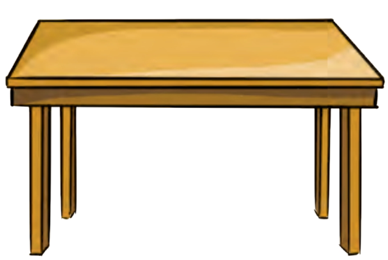


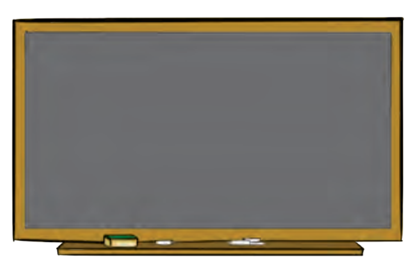
আফরোজ



• সরিতার আঁকা তিনটি বিন্দু দিয়ে শুধুমাত্র একটি রেখা আঁকা যায়।	• আফরোজের আঁকা তিনটি বিন্দু দিয়ে একটি ও রেখা আঁকা যায় না।
• যদি তিন বা তার বেশী বিন্দু একই রেখার উপরে থাকে তবে তাদের সমরেখ বিন্দু বলা হয়।	• যদি তিন বা তার বেশী বিন্দু একটি রেখার উপর না থাকে, তবে তাদের অসমরেখ বিন্দু বলা হয়।
তারে বসা পাখি	
	

সমতল (Plane)

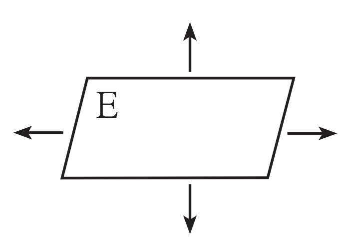




চিত্রে টেবিল, বোর্ড এবং তাদের পৃষ্ঠ সমতল। সমস্ত সমতল পৃষ্ঠ অসীম হয়। এই অসীম সমতল বোঝাতে তীরে ব্যবহৃত হয়। সবদিক দিয়ে অসীম পৃষ্ঠভাগ কে প্রতল বলে এটা অসীম বান (তীর) চিহ্ন দিয়ে দেখানো হয়েছে।

সমতলের (প্রতলের) নাম ইংরাজি বড়ো অক্ষরের অক্ষর দিয়ে দেখানো হয়।

যেমন - সমতল E



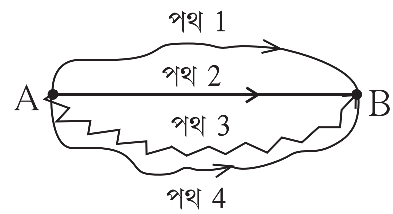
বিন্দু, রেখা, সমতল জ্যামিতির মূল বিষয়।

রেখাংশ (Segment)

কৃতি করো

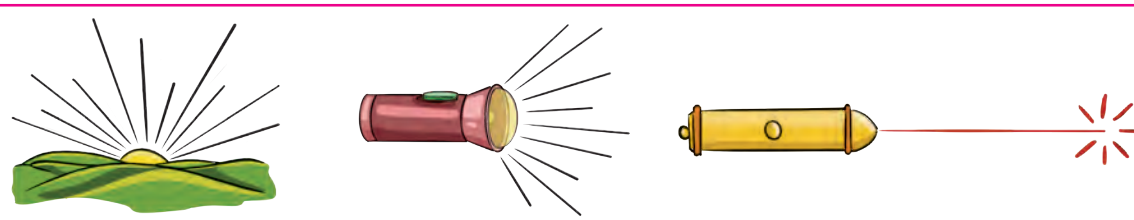
কাগজে একটি রেখা x আঁকো। রেখা x এর উপর বিন্দু P ও Q নাও। রেখাটির বিন্দু P থেকে বিন্দু Q পর্যন্ত অংশটিকে রেখাংশ বা রেখাখণ্ড বলে। বিন্দু P এবং বিন্দু Q হলো রেখাংশটির প্রান্ত বিন্দু। এই রেখাংশটির নাম রেখাংশ PQ বা রেখাংশ QP এই ভাবে লেখে এবং এর উচ্চারণ ও লেখন রেখ PQ বা রেখ QP এভাবে করা হয়।

কাগজে বিন্দু A এবং বিন্দু B নামে দুটি বিন্দু নাও। সেগুলিকে বিভিন্ন ভাবে যুক্ত করো। A থেকে B পর্যন্ত যাওয়ার জন্য অনেক পথ আছে সেগুলোর মধ্যে সবথেকে ছোটো পথ (পথ 2) হলো রেখাংশ AB।



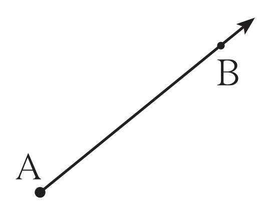
রশ্মি (Ray)

বুঝে নাও



সূর্য্যের রশ্মি | টর্চের আলো | লেজার বন্দুক থেকে নির্গত আলো

রশ্মি একটি রেখারই অংশ, যা একটি বিন্দু থেকে শুরু হয় এবং একটি দিকে অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত হয়। রশ্মি যে বিন্দু থেকে শুরু হয় সেই বিন্দুটিকে রশ্মির আদিবিন্দু বা আরম্ভবিন্দু বলে।



পাশের চিত্রে বিন্দু A হলো রশ্মি AB এর আরম্ভবিন্দু এবং B হলো রশ্মির উপর A বিন্দু ছাড়া অন্য একটি বিন্দু। এর আরম্ভবিন্দু থেকে রশ্মি টিকে পড়া এবং লেখা হয় **রশ্মি AB,** রশ্মি BA হিসাবে নয়।

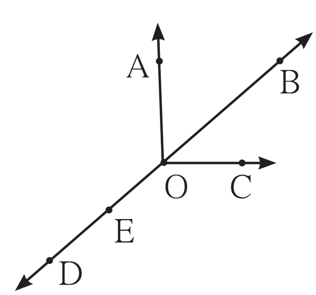
অনুশীলনী 2.1

(1) পাশের আকৃতি দেখো এবং নীচে দেওয়া ধারণাগুলির নাম লেখো।

(i) বিন্দু (ii) রেখাংশ

(iii) রশ্মি (iv) সমরেখ বিন্দু

(v) রেখা (vi) অসমরেখ বিন্দু



(2) নীচের আকৃতিগুলি আঁকো।

(i) রেখা BT (ii) রশ্মি DE (iii) রেখাংশ MP (iv) রেখা y (v) বিন্দু M

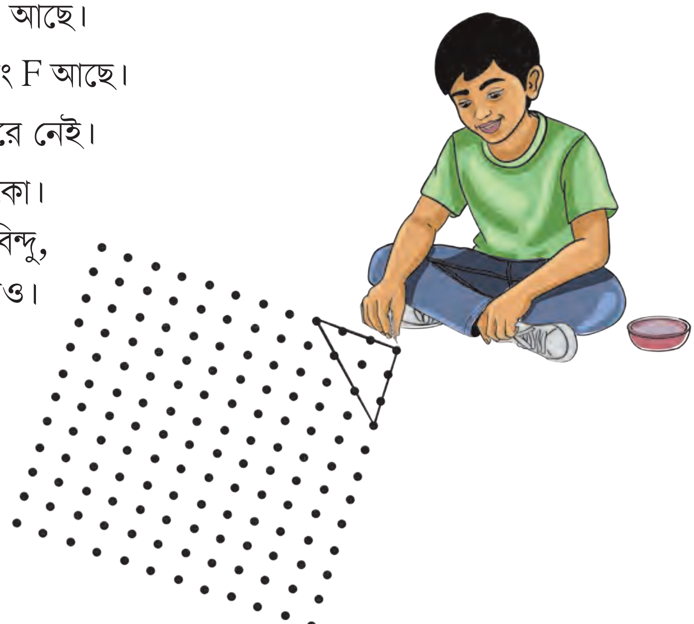
(3) নীচের বিষয়গুলি স্পষ্ট হবে এমন ভাবে আঁকো।

(i) বিন্দু P রেখাংশ AB এর উপর আছে।

(ii) রেখা m এর উপর বিন্দু E এবং F আছে।
কিন্তু বিন্দু D রেখা m এর উপরে নেই।

(iii) রশ্মি OP এবং রশ্মি OQ আঁকো।

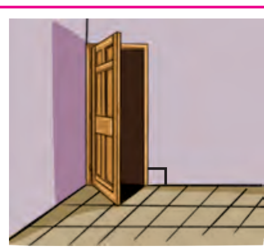
(4) পাশের ছবিতে একটি রঙ্গোলীতে বিন্দু, রেখাংশ এবং সমতল (প্রতল) দেখাও।



(5) ভারতের মানচিত্রে চারটি গুরুত্বপূর্ণ স্থান বিন্দুর দ্বারা নির্দেশ করা হয়েছে। এই স্থান গুলিকে যুক্ত করে যতটা সম্ভব রেখাংশ আঁকো।

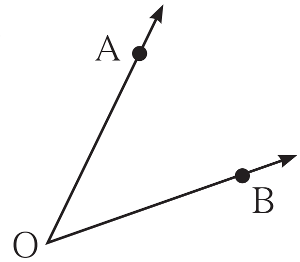
কোণ (Angle)

পুনরাবৃত্তি



উপরের ছবিগুলিতে যেখানে কোণা আছে, সেখানে কোন ধরণের আকৃতি তৈরী হয়েছে ?

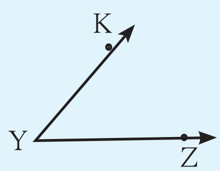
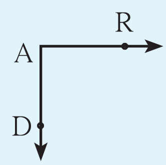
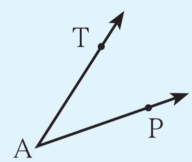
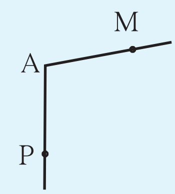
বুঝে নাও



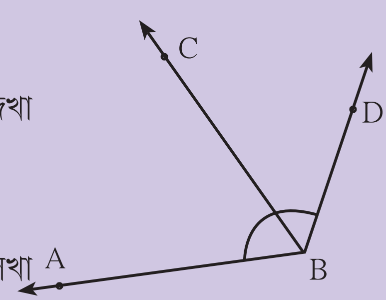
একটিমাত্র সাধারণ বিন্দু থাকা দুটি রেখাংশ বা একটি মাত্র সাধারণ আদিবিন্দু থাকা দুটি রশ্মির দ্বারা কোণ তৈরী হয়। কোণ তৈরী করা রেখাংশ বা রশ্মি-গুলিকে ‘কোণের বাহু’ বা ‘কোণের ধার’ বলে। সাধারণ বিন্দুটিকে ‘কোণের শীর্ষবিন্দু’ বলে। আকৃতিটিতে রশ্মি OA এবং রশ্মি OB হলো কোণের বাহু এবং বিন্দু O হলো কোণের শীর্ষবিন্দু।

পাশের কোণটির নাম কোণ AOB বা কোণ BOA বা কোণ O এইভাবে পড়া হয়। এই চিহ্ন (∠) ব্যবহার করে ∠AOB বা ∠BOA বা ∠O এভাবে লেখা হয়।

✻ **নীচের সারণীটি পূর্ণ করো।**

	(i)	(ii)	(iii)	(iv)
আকৃতি				
কোণের নাম	∠KYZ বা ∠ZYK			
কোণের শীর্ষবিন্দু	Y			
কোণের বাহু/ভুজা	রশ্মি YK রশ্মি YZ			

আকৃতিতে কোণের নাম ∠B এভাবে লিখলে চলবে কি?
আমাদের ঠিক কোন কোণটি ∠B তা কীভাবে বোঝা যাবে ?
কারন B শীর্ষবিন্দু থাকা তিনটি রশ্মি আছে। এখানে কয়টি কোণ দেখা যাচ্ছে ? সেই কোণগুলির নাম লেখো,
যেমন :∠ABC, ∠ ______ এবং ∠ ______
নির্দিষ্ট কোণ বোঝাতে তিনটি অক্ষরের ব্যবহার করে কোনের নাম লেখা হয়। তার মধ্যে শীর্ষ বিন্দুর নাম মাঝখানে থাকে।

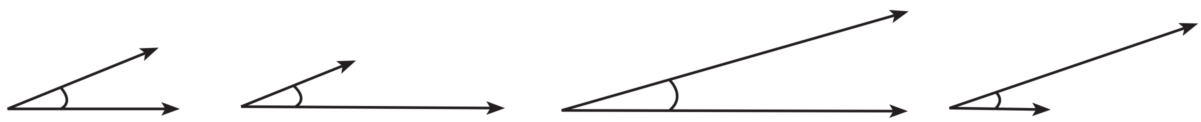


∠ABC এবং ∠ABD এর মধ্যে কোন কোণটি বড়ো ?
∠CBD এবং ∠ABD এর মধ্যে বড়ো কোণ কোনটি?
কোণের ছোটো বড়োত্ব কীভাবে স্থির করবে ?

কৃতি করো

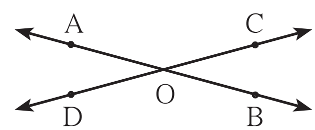
(1) একই শীর্ষবিন্দু থেকে অনেক রশ্মি আঁকো। রশ্মি সংখ্যা ও উৎপন্ন হওয়া সব কোণের সংখ্যা লেখো। 6টি রশ্মি পর্যন্ত সারণী তৈরী করো।

(2) নীচে দেওয়া কোণগুলি মাপো। কোণগুলি পর্যবেক্ষণ করো। কোণের বাহু, কোণগুলির মাপ বিবেচনা করে তোমার পর্যবেক্ষণ নোট করো।



কোণের বাহু ছোটো - বড়ো করলে কোণের মাপ পরিবর্তিত হয় কি?

(3) পাশের আকৃতিতে রেখা AB এবং রেখা DC একে অপরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। আকৃতি উৎপন্ন হওয়া সব কোণের নাম লেখো।



চিত্রে রশ্মি OA এবং রশ্মি OB মিলে কোন আকৃতি তৈরী হয় ? সেটির নাম লেখো।

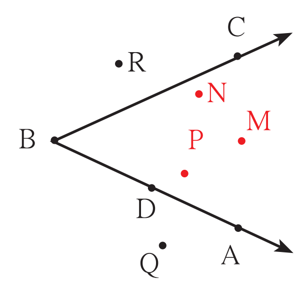
কোণের অভ্যন্তরীন ও বাহ্যিক ভাগ
(Interior and Exterior of Angle)

বুঝে নাও

পাশের চিত্রে ∠ABC এর মধ্যে, বিন্দু P, বিন্দু M, এবং বিন্দু N কোণের অভ্যন্তরীন ভাগে আছে।

বিন্দু Q এবং বিন্দু R কোণের বাহ্যিক ভাগে আছে।

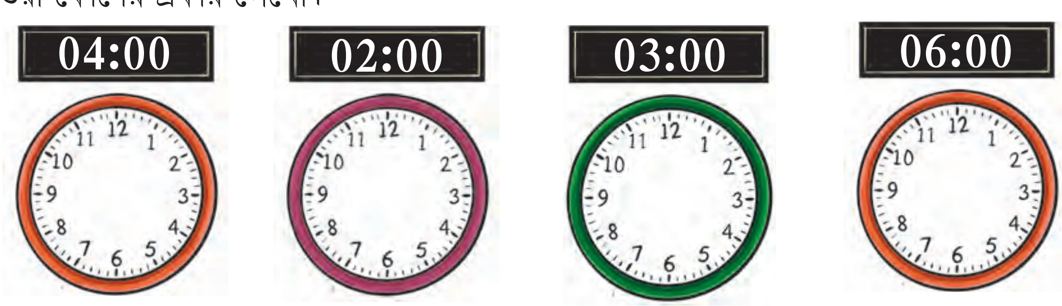
বিন্দু A, বিন্দু B, বিন্দু C এবং বিন্দু D কোণের উপর অবস্থিত বিন্দু আছে।



কোণের প্রকার (Types of angles)

কৃতি করো

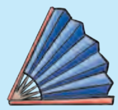
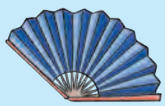
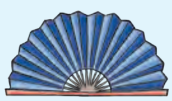
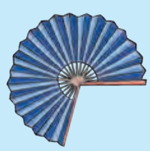
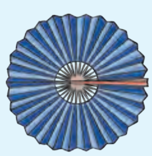
ডিজিটাল ঘড়িতে দেখানো সময়, ঘন্টা ও মিনিটের কাটা ব্যবহার করে দেয়াল ঘড়িতে দেখাও এবং উৎপন্ন হওয়া কোণের প্রকার লেখো।



1.-------- 2. -------- 3. -------- 4. --------

- ঘড়ির কাটাগুলির মধ্যে 6 টা বাজলে কোন ধরনের কোণ তৈরী হবে ?

চলো তা জানার জন্য কোণের সব ধরনের প্রকারভেদ দেখি। এর জন্য আমরা একটি কাগজের পাখা ব্যবহার করবো। পাখার একটি ধার স্থির রেখে অন্য ধারটিকে ঘুরিয়ে বিভিন্ন ধরনের কোণ করা যায়।

ছবি	কোণের প্রকার
শূন্যকোণ	• কাগজের পাখা বন্ধ অবস্থায় রাখলে পাখার দুই ধারের মধ্যে ‘শূন্যকোণ’ হয়েছে। শূন্যকোণের পরিমাপ 0° এভাবে লেখা হয়।
 লঘুকোণ	• পাখার একটি ধার স্থির রেখে অন্য ধারটি সামান্য ঘোরালে সেখানে .... তৈরী হয়েছে। • এর পরিমাপ ...... এর থেকে বেশী এবং ...... এর থেকে কম হয়।
সমকোণ	• এখানে .... তৈরী হয়েছে। • সমকোণের পরিমাপ .... হয়।
 স্থূলকোণ	• এখানে .... হয়েছে। • এর পরিমাপ ..... এর থেকে বেশী এবং ...... এর থেকে কম হয়।
 সরলকোণ	• দুই ধারের জন্য এখানে একটি সোজা রেখা হয়েছে। একে ‘সরলকোণ’ বলে। • সরল কোণের পরিমাপ 180° হয়।
 প্রতিফলকোণ	• এই চিত্রে তৈরী কোণটি ‘প্রতিফলকোণ’। • এই কোণটি সরলকোণের থেকে বড়ো। • এই কোণের পরিমাপ 180° এর বেশি এবং 360° এর কম হয়।
 পূর্ণকোণ	• এই চিত্রে একটি সম্পূর্ণ বৃত্ত হয়েছে যেখানে পাখার দুই ধারই একই বিন্দুতে মিলিত হয়। এই কোণটিকে ‘পূর্ণকোণ’ বলে। পূর্ণকোণের পরিমাপ 360° হয়।

গাণিতিক আলোচনা

ঘড়িতে ঘন্টা ও মিনিটের কাঁটা যখন পর-পর দুটি সংখ্যার উপরে আসে তখন তাদের মধ্যে কোন কোণ তৈরী হবে ?

কৃতি করো

(1) চিত্রের কোণগুলির প্রকার চেনো এবং বিভিন্ন ধরনের কোণ ব্যবহার করে এমন একটি ছবি আঁকো।

(2) ব্যায়াম করার সময় হাত উপর- নিচ করলে কোন-কোন ধরনের কোণ তৈরী হয় তা প্রত্যক্ষ করে দেখো ও কোণগুলির নাম লেখো।

গাণিতিক ধাঁধা

আমি একটি লঘুকোণ।

- আমার পরিমাপ দ্বিগুণ করলে একটি লঘু কোণ পাওয়া যায়।
- আমার পরিমাপ তিনগুণ করলে আবারও একটি লঘু কোণ পাওয়া যায়।
- যদি তুমি আমার মাপকে চারগুণ করো। তাহলে তুমি আবার একটি লঘু কোণ পাবে।
- কিন্তু আমার পরিমাপকে পাঁচ দিয়েগুণ করলে একটি স্থূলকোণ পাওয়া যাবে।
- দেখা যাক আমার মাপগুলি কী হতে পারে।

অনুশীলনী 2.2

(1) নীচে দেওয়া ইংরাজি বর্ণমালার মধ্যে কোন অক্ষরগুলিতে সমকোণ করে সেই অক্ষরগুলি খোঁজো।
A, E, N, K, L, H

(2) নীচে প্রদত্ত কোণগুলির পরিমাপের উপরে ভিত্তি করে প্রতিটি কোণের প্রকার লেখো।
(i) 40° (ii) 0° (iii) 90° (iv) 155° (v) 180° (vi) 245°

(3) বিভিন্ন পরিমাপের প্রতিফলকোণ আঁকো ।

(4) নীচের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :
(i) সরল কোণের কয়টি সমকোণ থাকে?
(ii) হাতের সংলগ্ন দুই আঙুলের মধ্যে কোণ প্রকারের কোণ তৈরী হয় ?
(iii) ঘড়িতে 12টার সময় মিনিট ও ঘন্টার কাঁটার মধ্যে কোন প্রকারের কোণ তৈরী হয় ?

এক নজরে

- বিন্দু, রেখা, সমতল হলো জ্যামিতির মধ্যের প্রাথমিক ধারনা।
- বিন্দু হলো একটি অবস্থান নির্দেশ করে এবং তা ইংরাজী বড়ো অক্ষর দিয়ে নাম দেওয়া হয়।
- রেখা দুই দিকে অসীম প্রসারিত। রেখার নাম তার নিকট বর্তী যেকোনো দুটি বিন্দু দ্বারা নির্দেশ করা হয়। যেমন : রেখা AB বা রেখা BA, কিংবা ইংরাজি ছোট অক্ষরে যেমন 'রেখা m' দ্বারা নির্দেশিত হয়।
- রেখাখন্ড হচ্ছে রেখাংশ।
- রশ্মি আরম্ভ বিন্দু থেকে এক দিকে অসীম প্রসারিত হয়।
- প্রতল হলো একটি সমতল অসীম প্রসারিত পৃষ্ঠ।
- একই আরম্ভ বিন্দু থেকে দুইটি রেখাংশ বা দুইটি রশ্মি দিয়ে কোণ তৈরী হয়। কোণ তৈরী করা রশ্মি কে কোণের বাহু বলা হয়। সমান আরম্ভ বিন্দু কে কোণের শীর্ষবিন্দু বলা হয়।
- কোণের প্রকারভেদ : শূন্যকোণ (0°), লঘুকোণ (0° থেকে বেশী 90° থেকে কম), সমকোণ (90°), স্থূলকোণ (90° বেশী কিন্তু 180° থেকে কম), সরলকোণ (180°), প্রতিফলকোণ (180° থেকে বেশি কিন্তু 360° থেকে কম), পূর্ণকোণ (360°)।

অনুশীলনী 2

(1) সঠিক বিকল্পটি চয়ন করো ।

i) পূর্ণকোণে .... টি সমকোণ থাকে।

(অ) 1 (ব) 2 (ক) 3 (ড) 4

ii) সরলকোণকে তিন সমান ভাগ করলে প্রত্যেক কোণ .... হয়।

(অ) শূন্যকোণ (ব) লঘুকোণ (ক) স্থূল কোণ (ড) সমকোণ

iii) রশ্মি OP এবং রশ্মি OQ এর আরম্ভ বিন্দু .... হয়।

(অ) O (ব) P (ক) Q (ড) P এবং Q

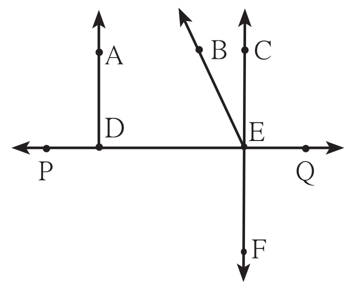
iv) .... দুই তরফ থেকে অসীম থাকে।

(অ) রেখা (ব) রেখাংশ (ক) রশ্মি (ড) প্রতল

(2) জোড়া মেলাও:

স্তম্ভ A	**স্তম্ভ B**
i) 91˚	a) সরলকোণ
ii) 180˚	b) পূর্ণকোণ
iii) 360˚	c) প্রতিফলকোণ
iv) 215˚	d) সমকোণ
v) 90˚	e) স্থূলকোণ

(3) পাশের আকৃতি দেখে উত্তর লেখো।



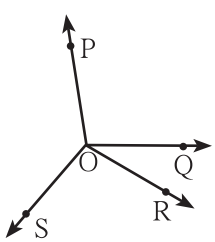
i) আকৃতি দেখে সমস্ত রশ্মির নাম লেখো।

ii) বিন্দু E এই কোণ - কোন রেখার উপরে আছে

iii) আকৃতি দেখে রেখাংশ এর নাম লেখো।

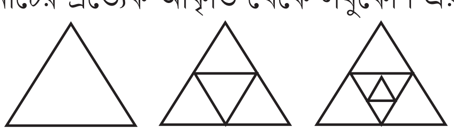
iv) E বিন্দুটা আরম্ভ বিন্দু দিয়ে তৈরী রশ্মিগুলির নাম লেখো।

v) $\angle$ BEQ কোন প্রকারের কোণ ? এবং তার বাহুর নাম লেখো।

(4) 

পাশের আকৃতি দেখে কোণগুলির নাম লেখো এবং তার প্রকারভেদ লেখো।

(5) নীচের প্রত্যেক আকৃতি থেকে লঘুকোণ এর সংখ্যা খোঁজো।



(a) (b) (c) (d)

এর উপর ভিত্তিকরে উপরের ক্রমিকের (d) তে কী ধরণের আকৃতি আসবে তা অঙ্কন করো এবং তাতে কতোগুলি লঘুকোণ আছে তা লেখো।

(6) লঘুকোণ, সমকোণ এবং স্থূলকোণ আছে এমন একটি ছবি মন থেকে তৈরী করো এবং ছবিতে রঙ ভরো।

উপক্রম

- তোমার চারপাশে দেখা বস্তুর মধ্যে থেকে কোণের তালিকা তৈরী করো এবং সেগুলিকে প্রকার অনুযায়ী শ্রেণীবিন্যাস করো।

ICT এর উপযোগ : GEOGEBRA এই সাফ্‌টয়েঅর উপযোগ করে বিন্দু, রেখা, রেখাংশ, প্রতল, রশ্মি এবং কোণ এর আকৃতি অঙ্কন করার অনুশীলন করবে। কখনো শেষ হবে না এমন রেখার অনুভূতী সম্পাদন করো।

3 সংখ্যার জগতে

পুনরাবৃত্তি

3 **0** **5** **9** **7**

- উপরে দেওয়া প্রতিটি অঙ্ক একবারই ব্যবহার করে বৃহত্তম এবং ক্ষুদ্রতম পাঁচ অঙ্কের সংখ্যা তৈরী করো।
- তৈরী হওয়া সংখ্যাগুলির শতক স্থানের অঙ্কটির স্থানীয় মান লেখো।

স্বাভাবিক সংখ্যা এবং অখন্ড সংখ্যা (Natural Numbers and Whole Numbers)

বুঝে নাও

- সমূহে রাখা বস্তুগুলি গণনা করার জন্য 1, 2, 3, ... ইত্যাদি সংখ্যার ব্যবহার করা হয়। এগুলি গণনযোগ্য সংখ্যা। এই সংখ্যাগুলিকেই স্বাভাবিক সংখ্যা বলা হয়।
- স্বাভাবিক সংখ্যার সমূহ : 1, 2, 3, ..., 951, ..., 29761, ...
- স্বাভাবিক সংখ্যা অসংখ্য আছে, দৈনন্দিন জীবনে আমরা বড়ো-বড়ো স্বাভাবিক সংখ্যা বিভিন্ন ভাবে ব্যবহার করি।

উদাহরণ : 1) 2011 সালের জনগণনার একটি উপনগরীর জনসংখ্যা 1, 24, 42, 373 ছিলো।
2) একটি পুস্তক প্রদর্শনীতে মোট বইয়ের সংখ্যা ছিলো 23,74,333 টি।

চিন্তন করো।

1, 2, 3,.... এগুলি স্বাভাবিক সংখ্যা।
7+5 = 12 এটি স্বাভাবিক সংখ্যা।
7−5 = 2 অবশ্যই এটিও স্বাভাবিক সংখ্যা।
5−5 = 0 এটি কি স্বাভাবিক সংখ্যা ?

- সবথেকে ছোটো স্বাভাবিক সংখ্যা 1
- সবথেকে বড়ো স্বাভাবিক সংখ্যা বলতে পারা যাবে কি ?

আমি শূন্য বলছি...

শিক্ষার্থী বন্ধুরা, আমাকে চিনতে পেরেছো কি ? আমি তোমাদের প্রতিদিনের পরিচিত শূন্য। কোনো কিছু 'না থাকা' বোঝাতে আমাকে ব্যবহার করা হয়। '0' হলো আমার প্রতীক। আমার জন্ম ভারতবর্ষে হয়েছিলো। আমাকে আবিষ্কার করা না হলে পৃথিবীর অনেক বড়ো বিশৃঙ্খলা সৃষ্টি হতো। এক থেকে নয় পর্যন্ত কেবল এই নয়টি অঙ্ক থাকা সত্ত্বেও দশমিক পদ্ধতিতে 'দশ' শব্দটি কোথা থেকে এলো ? এই দশম অঙ্কটিই বা কোনটি ? এই দশম অঙ্কটি হলাম আমি।

ভারতের বাইরে আমাকে 'ভয়েড' (Void), 'সাইফস'(Ciphes), জেফিরো (Zefire), 'জিপ্রা (Zipra)' ইত্যাদি নামে জানা যায়। 'জেফিরো' শব্দটিই পরবর্তীতে ইংরেজিতে 'জিরো' (Zero)হয়ে যায়। গণিতে আমার গুরুত্ব অপরিসীম। কোনো সংখ্যার পাশে আমি একবার বসলে, সেই সংখ্যার মান দশ গুণ বেড়ে যায়।

স্বাভাবিক সংখ্যার সমূহ শূন্য (0) যুক্ত করলে যে সংখ্যার সমূহ তৈরী হয় তাকে অখন্ড সংখ্যার সমূহ বলা হয়। অখন্ড সংখ্যার সমূহ : 0, 1, 2, 3, 4, ..., 951, 952, ...

বুঝে নাও

- নীচের সারণীতে বিশ্বের পাঁচটি পর্বতশৃঙ্গের সমুদ্রপৃষ্ঠ থেকে উচ্চতা মিটারে দেওয়া আছে। সারণীটি পর্যবেক্ষণ করে দেওয়া। প্রশ্নগুলির উত্তর লেখো।

বিশ্বের পর্বতশৃঙ্গগুলির নাম	সমুদ্রপৃষ্ঠ থেকে উচ্চতা (মিটারে)
কে-2	8611
লহোৎেস	8516
মাউন্ট এভারেস্ট (সাগর মাথা)	8849
মাকালু	8485
কাঞ্চনগঙ্গা	8586

অ) মাউন্ট এভারেস্ট এই পর্বতশৃঙ্গের উচ্চতা মাকালু থেকে কতো মিটার বেশী ?

ব) পর্বতশৃঙ্গগুলির নাম উচ্চতার উর্ধ্বক্রমানাসুরে লেখো।

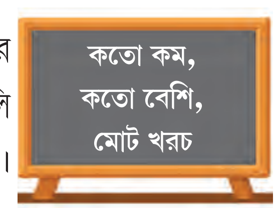
ক) পর্বতশৃঙ্গগুলির নাম উচ্চতার অধ:ক্রমানুসারে লেখো।

চিন্তন করো।

- সবথেকে ছোটো অখন্ড সংখ্যা ০(শূন্য)।
- সবথেকে বড়ো অখন্ড সংখ্যা বলা কি সম্ভব ?

গাণিতিক আলোচনা

- আসাভরীকে ল্যাপটপ ও মোবাইল কিনতে হবে। তার এই জিনিসগুলি কেনার জন্য আনুমানিক কতো টাকা লাগবে তা লেখো এবং বোর্ডে লেখা শব্দগুলি ব্যবহার করে যোগ এবং বিয়োগের শাব্দিক উদাহরণ তৈরী করে সমাধান করো।



অনুশীলনী 3.1

(1) নীচের সংখ্যাগুলি অক্ষরে লেখো।

(i) 49,38,67,521 (ii) 28,41,57,649 (iii) 2,37,50,145 (iv) 6,79,81,049

(2) ছকে < , = , > চিহ্নের থেকে সঠিক চিহ্ন ব্যবহার করো।

(i) 59,21,492 ☐ 64,79,426 (ii) 7,579 ☐ 0

(iii) 48,579 ☐ 48,579 (iv) 0 ☐ 700

(3) সমাধান করো।

(i) 95,754 −38,254 = ? (ii) 85,39,652 + 53,27,541= ?

(4) স্কুলের পোষণ আহার এর জন্য জুন মাসের খরচ ছিলো ₹ 87,000 । জুলাই মাসে তা বেড়ে ₹1, 69,000 হয়েছে। তাহলে জুন ও জুলাই মাস মিলিয়ে মোট খরচ কতো টাকা হয়েছে? জুলাই মাসে জুন মাসের তুলনায় কতো টাকা বেশি খরচ হয়েছে?

(5) আয়কর বিভাগের কাছে একটি প্রতিষ্টানের অর্থবছরে ফেব্রুয়ারি মাসে ₹ 9,25,498 আয়কর এবং মার্চ মাসের ₹11,49,505 আয়কর জমা হয়েছে। তাহলে এই দুই মাসে মোট কতো টাকা আয়কর জমা হয়েছে?

বুঝে নাও

পূর্ণ সংখ্যা (Integers)

‘সিয়াচেন এলাকায় তুষারপাত হওয়ার ফলে তাপমাত্রা −40 ডিগ্রী সেলসিয়াস হয়েছে, এখন আমি খবরের কাগজে পড়েছি, এর মানে কি তাপমাত্রা শূন্যের চেয়ে কম?’

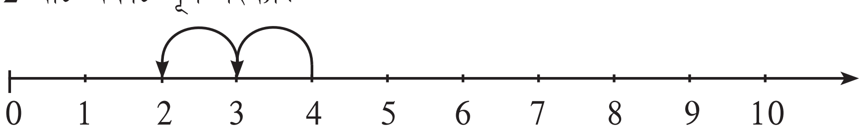
‘কাল আমরা মামার বাড়ি গিয়েছিলাম, তখন মামার গাড়ির পার্কিং ভূতলার বা নিচতলার নীচে দুই তলায় ছিল। ওখানে যাওয়ার জন্য লিফটে−2 লেখা বোতাম টিপতে হয়েছিলো।’

উপরের উদাহরণগুলিতে −40 এবং −2 বলতে কি বোঝায়? তা আসুন বুঝে নিই।

i) 4 − 2 = ? ii) 2 − 4 = ?

বিয়োগ করার সময় সংখ্যারেখায় দেওয়া সংখ্যা থেকে যে সংখ্যা বিয়োগ করতে হবে, ততো ঘর ঐ সংখ্যার বাম দিকে যেতে হয়, তা তোমরা জানো।

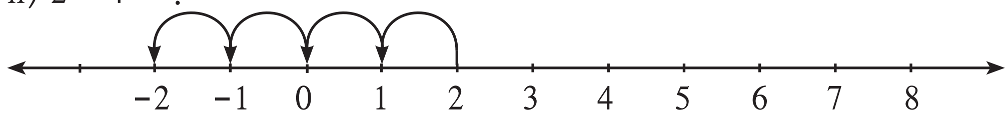
i) 4 − 2 = 2 এটি একটি পূর্ণ সংখ্যা।



সংখ্যারেখায় সংখ্যার ডান দিকে সমান দূরত্বে 1, 2, 3, 4 … এই সংখ্যাগুলি আছে। এই দূরত্ব বজায় রেখে শূন্যের বাম দিকে ক্রমানুসারে সংখ্যাগুলি লেখা হয়। −1, −2, −3 … এই সংখ্যাগুলি ঋণাত্মক সংখ্যা।

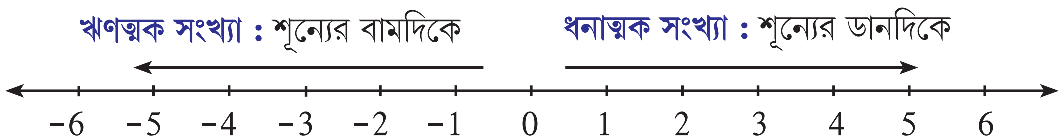
ধনাত্মক সংখ্যা লেখার সময় (+) চিহ্ন লেখার প্রয়োজন নেই, কিন্তু ঋণাত্মক সংখ্যা লেখার সময় (−) চিহ্ন লেখা জরুরি।

ii) 2 − 4 = ?



2 − 4 = −2

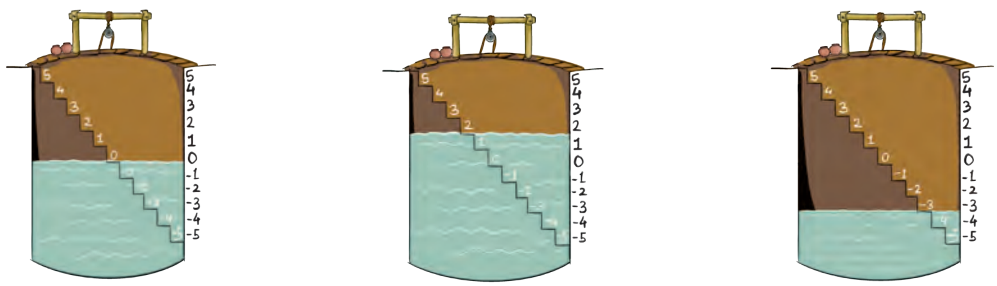
শূন্য, সকল ধনাত্মক সংখ্যা ও ঋণাত্মক সংখ্যা মিলে যে সংখ্যার সমূহ তৈরী হয় তাকে পূর্ণ সংখ্যা সমূহ বলা হয়।



−3<−2<−1<0 0<1<2<3

ডানদিকের সংখ্যা বাম দিকের সংখ্যার চেয়ে সব সময় বড়ো হয়।

পূর্ণ সংখ্যার ছোটো-বড়ো তুলনা (Comparison of Integers)

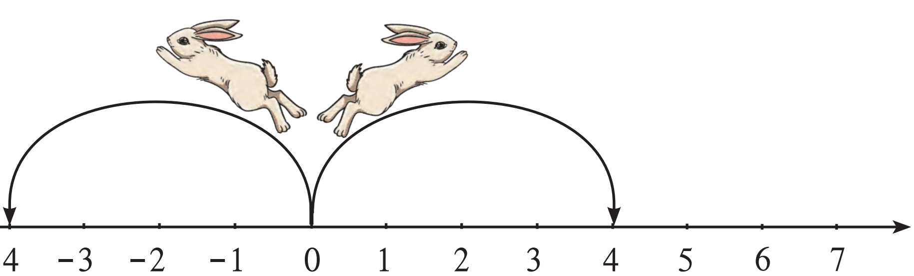


স্বাভাবিক অবস্থা জলের স্তর (0) | বর্ষাকালের অবস্থা জলের স্তর (+2) | গ্রীষ্ম কালের অবস্থা জলের স্তর (−3)

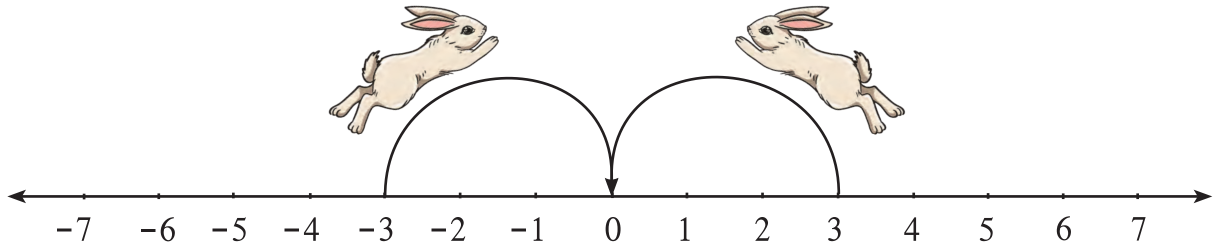
উপরের চিত্রে সিঁড়িযুক্ত একটি কুয়ো দেখানো হয়েছে এবং সাধারণভাবে সেই কুয়োর ছয়টি ধাপ সবসময় জলে ডুবে থাকে। এই ধাপকে আমরা শূন্য (0) মানলাম। বর্ষাকালে জলের স্তর দুই ধাপ বেড়ে যায়। জল বেড়ে যায় মানে (+2)। গ্রীষ্ম কালে জলের স্তর কমে যায় বলে তিন ধাপ নীচে নেমে যায় মানে (−3)।

এই উদাহরণ থেকে তোমরা বুঝতে পারবে : (+2) > (−3) , 0 > (−1), (−1) > (−2)

বিপরীত সংখ্যা (Opposite Numbers)



খরগোশ যখন 0 থেকে ডানদিকে 4 এককের একটি লাফ দেয় তখন সে +4 এই সংখ্যায় পৌঁছায় এবং যখন সে 0 থেকে বামদিকে 4 এককের লাফ দেয় তখন সে −4 এই সংখ্যায় পৌঁছায়। 0 থেকে উভয় দূরত্ব সমান। কিন্তু লাফ মারার দিক একে অপরের বিপরীত। এখানে +4 এবং −4 পরস্পর বিপরীত সংখ্যা।

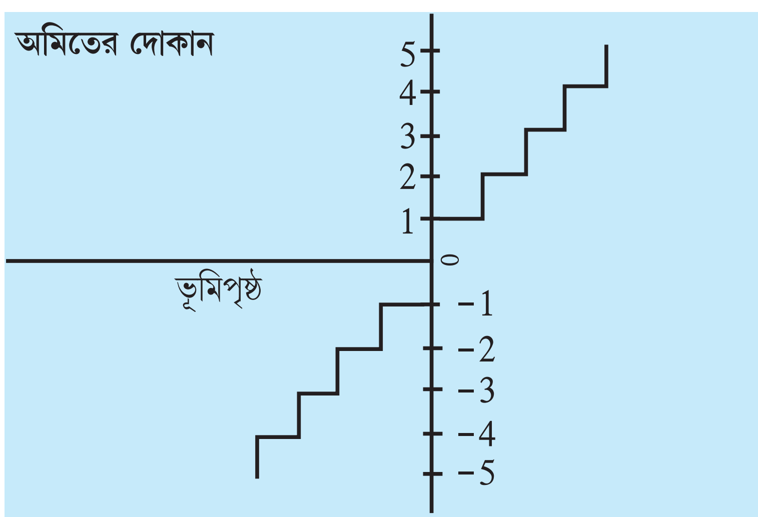


সংখ্যা রেখার উপরে দুইটি খরগোশ 3 একক লাফালো তার মধ্যে −3 এককে যে খরগোশটি ছিলো। ডান দিকে এবং +3 এককে যে খরগোশটি ছিলো বামদিকে লাফ দিলো। তবে দুজনেই কোথায় পৌছাবে?

$(-3) + (+3) = 0$ অথবা $(+3) + (-3) = 0$

সংখ্যা রেখার বিপরীত সংখ্যা 0 থেকে সমান দূরত্বে কিন্তু বিপরীত দিকে থাকে।
বিপরীত সংখ্যার যোগফল শূন্য হয়। শূন্যের বিপরীত সংখ্যা শূন্যই হয়।

বুঝে নাও



উপরের চিত্রে, অমিতের দোকানে ভূমিপৃষ্ঠ থেকে উপরের তলায় এবং বেসমেন্ট পর্যন্ত একটি যাওয়ার জন্য সিঁড়ি রয়েছে। উপরের তলায় যাওয়ার সিঁড়িগুলিকে যথাক্রমে 1 , 2 , 3 এর মতো ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা দেওয়া হয়েছে। নিচতলা (বেসমেন্টে) সিঁড়িগুলিকে যথাক্রমে −1, −2 ই এর মতো ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা দেওয়া হয়েছে। এবং নিচতলা 0 হিসাবে দেখানো হয়েছে। নীচের ক্রিয়াকলাপের মাধ্যমে অমিত প্রতিবার কোথায় পৌঁছাবে তা পূর্ণ সংখ্যায় লেখো।

1) অমিত নিচতলা থেকে তিনটি ধাপ উপরে উঠল। ☐

2) অমিত নিচতলা থেকে দুটি সিড়িবেয়ে ধাপ নীচে নামলো। ☐

3) অমিত নিচতলা থেকে তিন ধাপ উপরে উঠলো এবং তার পর দুই ধাপ নীচে নামলো। ☐

4) অমিত নিচতলা থেকে দু-ধাপ নীচে নামলো এবং তারপর দুধাপ উপরে উঠলো। ☐

5) অমিত নিচতলা থেকে দু-ধাপ উপরে উঠল এবং আবার দু-ধাপ নীচে নামলো। ☐

বুঝে নাও

⊕ এই ধন চক্রটি অর্থ (+1) বোঝায়, ⊖ এই ঋণ চক্রটির (−1) বোঝায়। দুটি বিপরীত সংখ্যার যোগফল শূন্য হয়, অর্থাৎ ⊕ ও শূন্য হয়। ⊕ + ও ⊖ এদের জোড়া তাহলে তাদের মূল্য ⊖ = 0 একে শূন্যের জোড় বলা হয়।

⊕ ⊕ ⊕	+3
⊖ ⊖ ⊖	−3

(+1) + (−1) = 0	~~⊕~~ + ~~⊖~~ = 0	শূন্যর জোড়া

একই চিহ্নযুক্ত পূর্ণ সংখ্যাগুলির যোগ

1) (+4) + (+3) =

⊕ ⊕ ⊕ ⊕ + ⊕ ⊕ ⊕ = ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕	(+4) + (+3) = +7

2) (−3) + (−2) = ?

⊖ ⊖ ⊖ + ⊖ ⊖ = ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖	(−3) + (−2) = −5

নিয়ম : একই চিহ্নযুক্ত পূর্ণ সংখ্যার যোগকরার সময় চিহ্ন বিবেচনা না করে সংখ্যাগুলি যোগ করা হয় এবং প্রাপ্ত যোগফলে উক্ত চিহ্নটি দেওয়া হয়।

ভিন্ন চিহ্নযুক্ত পূর্ণ সংখ্যাগুলির যোগ

1) (+4) + (−2) = ?

⊕ ⊕ ~~⊕~~ ~~⊕~~ + ~~⊖~~ ~~⊖~~ = ⊕ ⊕	(+4) + (−2) = +2

2) (+3) + (−5) = ?

~~⊕~~ ~~⊕~~ ~~⊕~~ + ~~⊖~~ ~~⊖~~ ~~⊖~~ ⊖ ⊖ = ⊖ ⊖	(+3) + (−5) = −2

নিয়ম : ভিন্ন চিহ্নযুক্ত পূর্ণ সংখ্যা যোগ করার সময়, চিহ্ন নির্বিশেষে বড়ো সংখ্যাটি থেকে ছোটো সংখ্যাটি বিয়োগ করা হয় এবং বিয়োগফলের চিহ্নটি বড়ো সংখ্যাটির চিহ্নের সমান করা হয়।

পূর্ণ সংখ্যার বিয়োগ

একই চিহ্নযুক্ত পূর্ণ সংখ্যার বিয়োগ

1) (+5) − (+3) = ?

এখানে বিয়োগটি করার জন্য, পাঁচটি ⊕ চক্র থেকে তিনটি ⊕ চক্র বিয়োগ করি।	
⊕ ⊕ ~~⊕~~ ~~⊕~~ ~~⊕~~ = ⊕ ⊕	(+5) − (+3) = +2

2) (−5) − (−3) = ?

এখানে বিয়োগ করার জন্য পাঁচটি চক্র থেকে তিনটি চক্র কম করি।	
	(−5) − (−3) = − 2

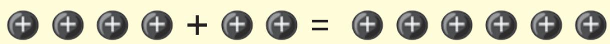
নিয়ম : একটি সংখ্যা থেকে অন্য একটি সংখ্যা বিয়োগ করার অর্থ হলো দ্বিতীয় সংখ্যার বিপরীত সংখ্যা প্রথম সংখ্যায় যোগ করা।

ভিন্ন চিহ্নযুক্ত পূর্ণ সংখ্যার বিয়োগ

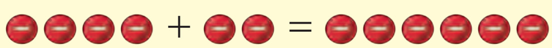
1) (+4) − (−2)

4 থেকে (−2) বিয়োগ করার অর্থ হলো (−2) এর বিপরীত সংখ্যা (+2) এর সাথে 4 যোগ করা।

(+4) + (+2)

	(+4) − (−2) = 6

2) (−4) − (+2) অর্থাৎ (−4) + (−2)

	(−4) − (+2) = − 6

অনুশীলনী 3.2

(1) নীচের ছকে >, < এর মধ্যে সঠিক চিহ্ন লেখো।

(i) (−10) ☐ 5 (ii) (−19) ☐ (−5) (iii) (−3) ☐ 0

(iv) 8 ☐ 12 (v) 5 ☐ 0 (vi) (−3) ☐ (−9)

(2) সমাধান করো।

(i) 4 + 7 (ii) (−4) + (−5) (iii) (−7) + 2

(iv) 10 + (−2) (v) (−63) + (−32) (vi) (−71) + (+71)

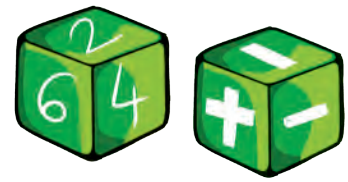
(3) সমাধান করো।

(i) 78 − (−45) (ii) (−19) − (−27) (iii) 148 − (−37)

(iv) (−120) − 200 (v) (−57) − (−48) (vi) (−15) − (−24)

ইতিহাসের প্রেক্ষাপটে

প্রাচীন ভারতে কৌটিল্যের লেখা ‘অর্থশাস্ত্র’ গ্রন্থে ব্যয়ের হিসাব লিপিবদ্ধ করার সময় খাতায় ঋনাত্মক সংখ্যার উল্লেখ করা হয়েছে। এমনকি বখশালী হস্তলিখিতেও ঋনাত্মক সংখ্যা একটি প্রতিক দিয়ে দেখানো হতো। ব্রহ্মগুপ্তের লেখা ‘ব্রাহ্মস্ফুট সিদ্ধান্ত’ গ্রন্থে সর্বপ্রথম ধনাত্মক সংখ্যা, ঋণাত্মক সংখ্যা ও শূন্য সম্পর্কে মৌলিক গাণিতিক ক্রিয়া এবং সেগুলির নিয়মাবলির ব্যাখ্যা দেওয়া হয়েছে।

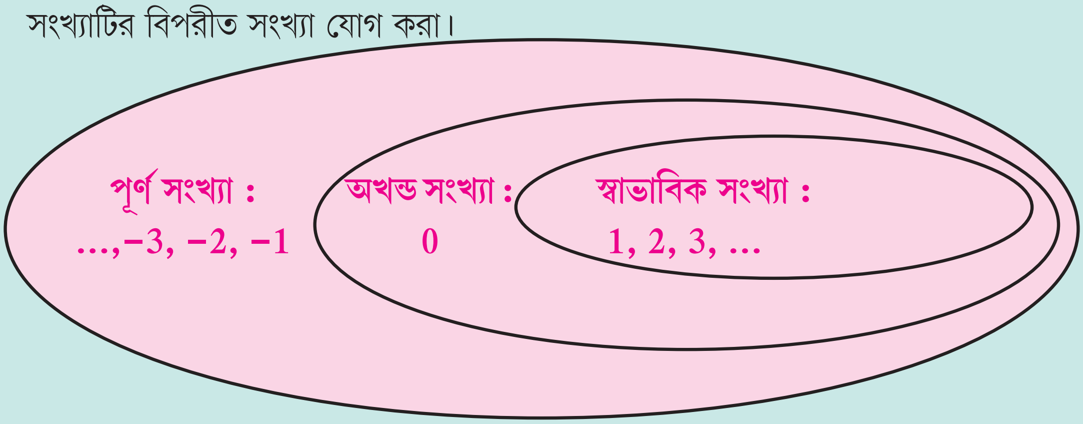


গাণিতিক খেলা

- −25 থেকে +25 সম্বলিত একটি সংখ্যাপাটি (পাশে দেখানো অনুযায়ী) নাও।
- একটি পাশার উপরে ক্রমশ: 1 থেকে 6 পর্যন্ত অঙ্ক এবং অন্য পাশার উপরে তিনটি পৃষ্ঠে (+) চিহ্ন এবং তিনটি পৃষ্ঠে (−) চিহ্ন দাও।
- খেলেয়াড়রা সংখ্যা পাটির শূন্য (0) স্থানে বিভিন্ন রঙের গুঁটি রাখবে। দুটি পাশা এক সাথে ছুড়ে তাদের উপরে আসা পৃষ্ঠে কোন চিহ্ন এবং কোন সংখ্যা পাওয়া গেলো তা দেখো।
- মনে করো প্রথম পাশার পৃষ্ঠে (−) চিহ্ন এবং দ্বিতীয় পাশার পৃষ্ঠে 3 সংখ্যা পাওয়া গেলে, (−3) দান পড়লো মনে করে গুঁটিটা শূন্যের বাম দিকে 3 একক সরিয়ে নেবে।
- প্রথম পাশায় (+) চিহ্ন এবং দ্বিতীয় পাশায় 5 আসলে (+5) দান পড়লো মনে করে গুঁটি সংখ্যাপাটির শূন্য থেকে ডান দিকে 5 একক সরিয়ে নেবে।
- যে খেলোয়াড়ের পাশা (−25) সে পৌঁছাবে সে খেলা থেকে বাদ এবং যে খেলোয়াড়ের গুঁটি (+25) সে প্রথমে পৌঁছাবে সে জয়ী।

এক নজরে

- স্বাভাবিক সংখ্যার সমূহে শূন্য অন্তর্ভুক্ত করার পর যে সমূহ গঠিত হয় তাকে অখন্ড সংখ্যার সমূহ বলা হয়। 0, 1, 2, 3, ...
- শূন্য, সব ধনাত্মক সংখ্যা এবং সব ঋণাত্মক সংখ্যা মিলে যে সমূহ তৈরী হয় তাকে পূর্ণ সংখ্যার সমূহ বলা হয়।
- একই চিহ্নযুক্ত পূর্ণ সংখ্যা যোগ করার সময় চিহ্নের কথা চিন্তা না করে সংখ্যাগুলি যোগ করতে হবে এবং প্রাপ্ত যোগফলে একই চিহ্ন দিতে হবে।
- ভিন্ন চিহ্নযুক্ত পূর্ণ সংখ্যা যোগ করার সময় চিহ্নের কথা চিন্তা না করে বড়ো সংখ্যা থেকে ছোটো সংখ্যা বিয়োগ করতে হবে এবং প্রাপ্ত বিয়োগফলকে বড়ো সংখ্যার চিহ্ন দিতে হবে।
- বিপরীত সংখ্যার যোগফল শূন্য হয়।
- একটি সংখ্যা থেকে অন্য একটি সংখ্যা বিয়োগ করার অর্থ হলো প্রথম সংখ্যাটির সাথে দ্বিতীয় সংখ্যাটির বিপরীত সংখ্যা যোগ করা।



অনুশীলনী 3

(1) সঠিক বিকল্পটি বেছে নাও।

(i) -5 একটি .... সংখ্যা।

অ) অখন্ড ব) স্বাভাবিক ক) পূর্ণ ড) ভগ্নাংশ

(ii) -5 ☐ 0

অ) $>$ ব) $<$ ক) $=$ ড) কোই না

(2) নীচের কথনগুলি সত্য বা মিথ্যা তা লেখো।

(i) শূন্য হলো ক্ষুদ্রতম স্বাভাবিক সংখ্যা।

(ii) সকল স্বাভাবিক সংখ্যাই অখন্ড সংখ্যা।

(iii) সকল অখন্ড সংখ্যাই স্বাভাবিক সংখ্যা।

(iv) বিপরীত সংখ্যাগুলির বিয়োগফল শূন্য হয়।

(3) নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলিকে উর্দ্ধক্রমে লেখো।

87,29,35,104 87,39,27,401 85,93,21,793 89,51,23,307

(4) 1 থেকে 9 পর্যন্ত অঙ্ক ব্যবহার করে পাঁচ অঙ্কের সংখ্যা তৈরী করো। সংখ্যাগুলি পড়ো ও অক্ষরে লেখো এবং সবথেকে বড়ো ও সবথেকে ছোটো সংখ্যাটি লেখো।

(5) (i) খাতায় একটি সংখ্যা রেখা আঁকো ও এর উপর -5, 3, -3 এবং 7 সংখ্যাগুলি দেখাও।

(ii) শূন্যের ডানদিকের সংখ্যাগুলিকে কী বলা হয়?

(iii) শূন্যের বামদিকের সংখ্যাগুলিকে কী বলা হয়?

(6) একটি জেলা পরিবেশ সুরক্ষার জন্য 2023-24 এই অর্থ বছরে ₹69,27,762 ব্যয় করেছে। 2024-25 এই বছরে ₹ 88,36,584 ব্যয় করেছে। উভয় অর্থবছরে মোট ব্যয় কতো হলো? 2023-24 তুলনায় 2024-25 সালে কতো বেশি ব্যয় করা হয়েছিলো?

(7) প্রদত্ত ছকে 1 থেকে 9 পর্যন্ত সংখ্যাগুলি এমনভাবে লেখো যাতে প্রতিটি সংখ্যা কেবল এক বার আসে এবং তাদের উল্লম্ব, অনুভূমিক এবং তীর্যক বরাবর যোগফল সমান হয়।

8	1	6
3	5	
		2

উপক্রম

কাপরেকর ধ্রুবক : শ্রী দত্তাত্রেয় রামচন্দ্র কাপরেকর (17/01/1905 - 04/07/1986) মহারাষ্ট্রের একজন বিখ্যাত গণিতবিদ ছিলেন। তিনি 'অঙ্ক এবং সংখ্যা' বিষয়ে মূল্যবান কাজ করেছেন। তিনি **'কাপরেকর ধ্রুবক'** এর মতো গুরুত্বপূর্ণ ধারণা প্রবর্তন করেন। চার অঙ্কের সংখ্যার জন্য **'কাপরেকর ধ্রুবক'** হলো '6174'। তোমরা কি এর বৈশিষ্ট্য জানো? কাপরেকর দ্বারা আবিস্কৃত 'ডেমলো সংখ্যা' এবং 'হর্ষদ সংখ্যা' সম্পর্কে তথ্য খুঁজে বের করে ক্লাসে বলো।

- 'শূন্য' ও 'ঋণ সংখ্যা' সমন্ধে ব্রহ্মগুপ্তের সূত্র ইন্টারনেট ও লাইব্রেরিতে অনুসন্ধান করো। প্রাপ্ত তথ্য ক্লাসে উপস্থাপন করো।

পুনরাবৃত্তি

✻ নীচের সারণী পূর্ণ করো।

জোড় সংখ্যা	2, 4, ☐, ☐, ☐, ☐
বেজোড় সংখ্যা	1, 3, 5, ☐, ☐, ☐, ☐
মৌলিক সংখ্যা	2, 3, 5, 7, ☐, ☐, ☐, ☐
যৌগিক সংখ্যা	4, 6, 8, 9, ☐, ☐, ☐, ☐

- মৌলিক সংখ্যাগুলির পার্থক্য দুই এলে সেগুলি জোড় **মৌলিক** সংখ্যা হয়।
- 1 থেকে 100 এর মধ্যে 8টি জোড় মৌলিক সংখ্যা রয়েছে।
- যে সকল সংখ্যার সাধারণ গুণনীয়ক কেবল 1 হয়, তাদের সই - **মৌলিক সংখ্যা** বলা হয়।

অনুশীলনী 4.1

(1) শূন্যস্থান পূর্ণ করো।

i) ..... এই সংখ্যাটি মৌলিকও নয়, যৌগিকও নয়।

ii) ..... এই হলো ক্ষুদ্রতম মৌলিক সংখ্যা।

iii) ..... এই হলো একমাত্র জোড় মৌলিক সংখ্যা।

iv) ..... এই হলো ক্ষুদ্রতম বেজোড় মৌলিক সংখ্যা।

(2) 1 থেকে 50 এর মধ্যে পাঁচটি জোড় মৌলিক সংখ্যা লেখো।

(3) মৌলিক সংখ্যার ক্রমটি সম্পূর্ণ করতে ছকে সঠিক সংখ্যাটি লেখো।

2, ☐, 5, 7, ☐, 13, 17, ☐, 23, 29, ☐, 37, ☐, ☐, 47.

(4) নীচের জোড়াগুলো থেকে জোড় মৌলিক সংখ্যা শনক্ত করো এবং সেগুলি কেন জোড় মৌলিক সংখ্যা তার কারণ লেখো।

i) 3 ও 5   ii) 7 ও 9   iii) 11 ও 13   vi) 23 ও 29   v) 29 ও 31   vi) 41 ও 47

সংখ্যার চিত্রপ্রবাহ /প্যাটার্ণ (Patterns of Numbers)

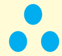
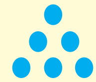
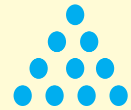
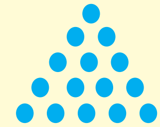
বুঝে নাও

1) জোড় সংখ্যা : 2, 4, 6, 8, 10, ...

2) বেজোড় সংখ্যা : 1, 3, 5, 7, 9, ...

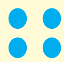
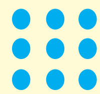
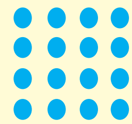
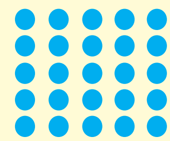
3) বিরহঙ্ক সংখ্যা : 0,1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

4) ত্রিভুজাকার সংখ্যা

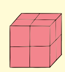
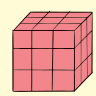
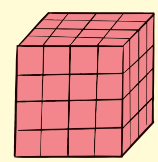
ছবি					
সংখ্যা	1	3	6	10	15
যোগফল	1	1 + 2	1+2+3	1+2+3+4	1+2+3+4+5

দুটি পরপর ত্রিভুজাকার সংখ্যার যোগফল করলে একটি বর্গসংখ্যা পাওয় যায়।

5) বর্গসংখ্যা

ছবি					
সংখ্যা	1	4	9	16	25
গুণফল	1 × 1	2 × 2	3 × 3	4 × 4	5 × 5

6) ঘন সংখ্যা

ছবি				
সংখ্যা	1	8	27	64
গুণফল	1 × 1 × 1	2 × 2 × 2	3 × 3 × 3	4 × 4 × 4

কৃতি করো

- 36 বিন্দুর সাহায্যে দেখাও যে ৩৬ এই সংখ্যাটি ত্রিভুজাকার ও বর্গাকার।

গাণিতিক মজা

1	1 × 1	1 এর বর্গ $(1)^2$	1
1 + 2 + 1	2 × 2	2 এর বর্গ $(2)^2$	4
1 + 2 + 3 + 2 + 1	3 × 3	3 এর বর্গ $(3)^2$	9
1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1	4 × 4	4 এর বর্গ $(4)^2$	16
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1	5 × 5	5 এর বর্গ $(5)^2$	25
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1	6 × 6	6 এর বর্গ $(6)^2$	36
1+2+3+....+99+100+99+....+3+2+1	100×100	100 এর বর্গ $(100)^2$	10000

অনুশীলনী 4.2

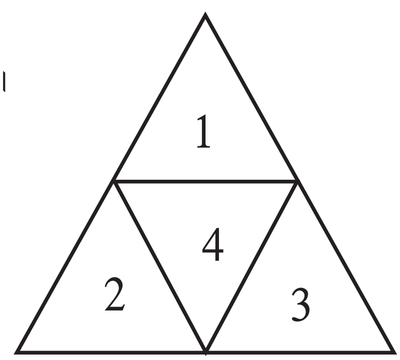
নীচে দেওয়া সংখ্যা ক্রমটির মধ্যে প্রবাহ বুঝে নাও এবং পরবর্তী তিনটি সংখ্যা লেখো।

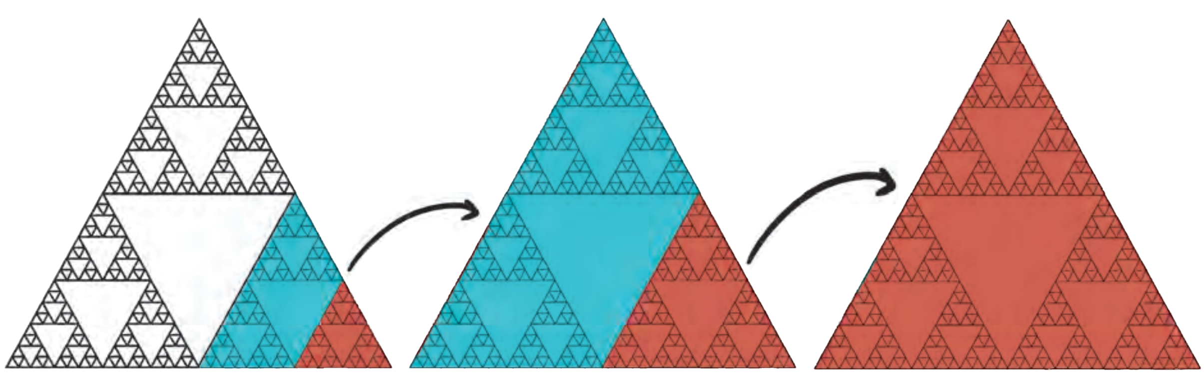
1)	1, 1, 1, 1, 1, 1, ..., ..., ...
2)	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ..., ..., ...
3)	1, 3, 5, 7, 9, ..., ..., ...
4)	2, 4, 6, 8, 10, 12, ..., ..., ...
5)	1, 3, 6, 10, 15, 21, ..., ..., ...
6)	1, 4, 9, 16, 25, 36, ..., ..., ...
7)	1, 8, 27, 64, 125, ..., ..., ...
8)	0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ..., ..., ...
9)	1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, ..., ..., ...
10)	1, 3, 9, 27, 81, ..., ..., ...

ফ্র্যাক্টল্স (Fractals)

কৃতি করো

1) এমন একটি ত্রিভুজ আঁকো যার তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান।
2) প্রতিটি বাহুর মধ্যবিন্দুগুলি সংযুক্ত করো।
3) চারটি সমবাহু ত্রিভুজ তৈরী হবে।
4) চার নম্বর ত্রিভুজটি ছাড়া বাকি ত্রিভুজগুলির জন্য ধাপ 2 থেকে সমস্ত ধাপগুলি পুনরাবৃত্তি করো। তুমি কি দেখতে পেয়েছে ?

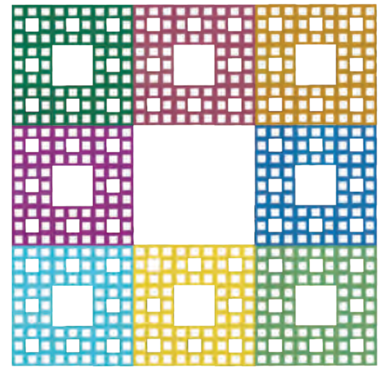




- একটি সম্পূর্ণ আকৃতির ছোট অংশটি যে আকারেরই হোকনা কেন, তা সম্পূর্ণ আকৃতিটিরই সমরুপ (স্ব-সদৃশ)।
- তুমি যতই ঝুম করে দেখো না কেন, সেই আকৃতিটি পূর্বের আকৃতির মতোই দেখাবে।

উপক্রম

- পাশের ছবিতে দেখানো বর্গক্ষেত্রটির পদ্ধতিটি কীভাবে কাজ করবে? যাতে বর্গক্ষেত্রটির একটি ছোটো অংশ ঝুম করলে সেটিকে একটি পূর্ণ বর্গক্ষেত্রের মতোই দেখাবে।



বুঝে নাও

ফ্র্যাক্টাল বলতে ঠিক কী বোঝায়?

ভেবে দেখো

আমরা নিয়মিত বা সুষম (সমান দৈর্ঘ্যের বাহু এবং সমান মাপের কোণ) আকৃতিগুলি আমরা সহজেই আঁকতে ও অধ্যয়ন করতে পারি। কিন্তু প্রকৃতির অনিয়মিত আকৃতিগুলি, যেমন-গ্রহের অসম পৃষ্ঠভাগ, আকাশের মেঘ, এবোড় খাবোড় সমুদ্র তট, আঁকাবাঁকা নদী, পর্বত, বন, গাছের ডালপালা, ব্রোকলি, আনারস আঁকতে হলে একটি নতুন জ্যামিতি অধ্যয়ন করা প্রয়োজন, এই জ্যামিতিকে 'ফ্র্যাক্টাল' বলা হয় এটাই প্রাকৃতিক জ্যামিতি।

'ফ্র্যাক্টাল' এই ল্যাটিন শব্দের অর্থ হলো ভেঙে যাওয়া বা খণ্ড হওয়া। এই অর্থ থেকেই গণিতবিদ বেনোইট ম্যান্ডেলব্রট 1975 সালে নতুন জ্যামিতির জন্য 'ফ্র্যাক্টাল' শব্দটি প্রবর্তন করেন।

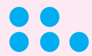
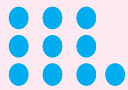
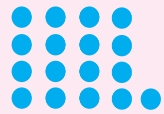
সাধারণত শাখা-প্রশাখা বিশিষ্ট : শাখান্বয়ী (Branching), জ্যামিতিক (Geometric), সর্পিল (Spiral), এবং বীজগণিত (Algebraic) রূপে ফ্র্যাক্টাল বিদ্যমান থাকে।

এক নজরে

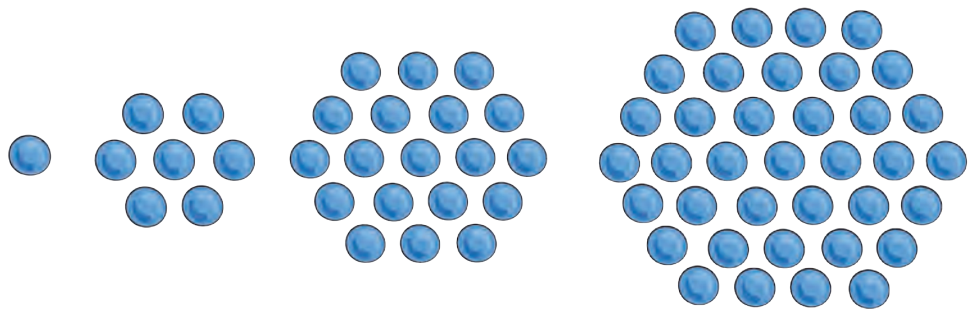
- বিভিন্ন সংখ্যা যেমন গণনা সংখ্যা, অখন্ড সংখ্যা, জোড় সংখ্যা, বেজোড় সংখ্যা এবং বর্গসংখ্যা ইত্যাদি বিভিন্ন সংখ্যা ধারাকে জ্যামিতিক আকারে সাজানো যেতে পারে।
- কখনো-কখনো একটি সংখ্যা ধারার সংখ্যাগুলি নির্দিষ্ট উপায়ে একে অপরের সাথে সংযুক্ত থাকতে পারে।
- প্রকৃতিতে প্রাপ্ত বিভিন্ন আকৃতি 'ফ্র্যাক্টাল' জ্যামিতির মাধ্যমে বোঝা যায়।

অনুশীলনী 4

(1) নীচের সারণীটি পূর্ণ করো।

					
2	5	10	17		

(2) নীচে ষড়ভুজাকার সংখ্যা নির্দেশক চিত্রগুলি আঁকা হয়েছে। সেগুলো তোমার খাতায় আঁকো। এই চিত্রপ্রবাহের পরবর্তী সংখ্যাটি কী ? তা চিত্রের সাহায্যে দেখাও।



(3) চিত্রপ্রবাহটি লক্ষ্য করো এবং পরবর্তী তিনটি সংখ্যা লেখো।

2, 9, 28, 65, ..., ..., ...

(4) প্রথমে পাঁচাটি ত্রিভুজাকার সংখ্যা লেখো। দশম ত্রিভুজাকার সংখ্যাটি কত?

(5) গণনা সংখ্যাগুলিকে আরোহী ক্রমে যোগ করতে থাকলে কোন সংখ্যা ধারা তৈরী হয় ।

(6) 1 থেকে শুরু হওয়া বেজোড় সংখ্যাগুলী ক্রমানুসারে যোগ করে তৈরী হওয়া সংখ্যাধারাটি লেখো ।
(উদাহরণ : বর্গ সংখ্যা:1, 1+3, 1+3+5, ...)

(7) 1 + 2 + 3 + ... + 50 + 49 + ... + 3 + 2 + 1 এর যোগফল কতো ?

উপক্রম

(1) প্রকৃতিতে প্রাপ্ত ফ্র্যাক্টাল জ্যামিতির তথ্যের নমুনা সংগ্রহ করো এবং শ্রেণীকক্ষে দেথাও এবং আলোচনা করো।

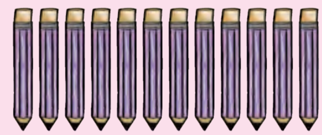
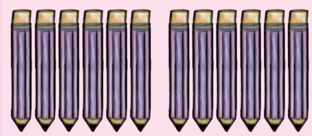
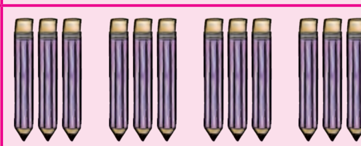
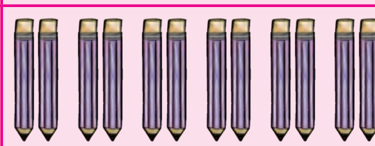
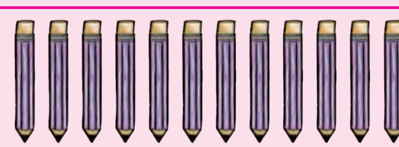
(2) তোমার মোবাইলে বিভিন্ন ফ্র্যাক্টাল খুঁজে বের করো। বিভিন্ন আকার ব্যবহার করে ফ্র্যাক্টাল তৈরী করে এবং শ্রেণীকক্ষে দেখাও এবং তোমার বন্ধুদের পর্যবেক্ষণ করতে বলো।

5 গ.সা.গু. ও ল.সা.গু.

কৃতি করো

ভাজক এবং ভাজ্য (Divisor and Dividend)

- সমান আকারের 12টি পেন্সিল নাও। সেগুলিকে সমান সমূহে ভাগ করো।

12 জনের একটি সমূহ		12 × 1
12 জনকে সমান দুটি সমূহে ভাগ		6 × 2
12 জনকে সমান তিনটি সমূহে ভাগ		4 × 3
12 জনকে সমান চারটি সমূহে ভাগ		3× 4
12 জনকে সমান পাঁচটি সমান সমূহে ভাগ	করা সম্ভব নয়।	–
12 জনকে সমান ছয়টি সমূহে ভাগ		2 × 6
12 জনের 7টি সমান সমূহে ভাগ	করা সম্ভব নয়।	–
12 জনের 8টি সমান সমূহে ভাগ	করা সম্ভব নয়।	–
12 জনের 9টি সমান সমূহে ভাগ	করা সম্ভব নয়।	–
12 জনের 10টি সমান সমূহে ভাগ	করা সম্ভব নয়।	–
12 জনের 11টি সমান সমূহে ভাগ	করা সম্ভব নয়।	–
12 জনের 12টি সমান সমূহে ভাগ		1 × 12

উপরের তালিকাটি পর্যবেক্ষণ করে, আমরা 12টি পেন্সিলকে 1, 2, 3, 4, 6 এবং 12 এই চারটি সমূহে সমান ভাবে ভাগ করতে পারি। সুতরাং 12 সংখ্যাটির গুণনীয়কগুলি হলো 1,2,3,4,6 এবং 12। 12 এই সংখ্যাটি 1,2,3,4,6 এবং 12 দ্বারা গুণিতক, **অর্থাৎ ভাগশেষ শূন্য। যে সংখ্যাটি নি:শেষ ভাগ যায় সেই সংখ্যাটিকে গুণনীয়ক বলা হয়।**

তুমি 12টি পেন্সিলকে 5, 7, 8, 9, 10 এবং 11 এর সমূহে সমানভাবে ভাগ করতে পারোনি। সুতরাং 5, 7, 8, 9, 10 এবং 11 সংখ্যা 12 এর গুণনীয়ক নয়।

বুঝে নাও

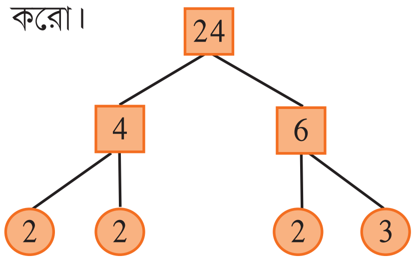
কোনো একটি সংখ্যার গুণিতকগুলি সেই সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য

উদা: 2 এর নামতায় 12 এই সংখ্যা আসে।

∴ সংখ্যা 12, 2 দ্বারা বিভাজ্য, সুতরাং সংখ্যা 2 হলো 12 এর একটি গুণনীয়ক।

মৌলিক উৎপাদক খুঁজে বের করার পদ্ধতি :

(1) 24 সংখ্যাটির মৌলিক উৎপাদকগুলি নির্ণয় করো।



অনুভূমিক বিন্যাস

$24 = 2 \times 12$

$= 2 \times 2 \times 6$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$

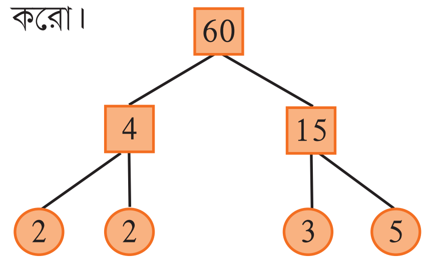
- এর বিন্যাস 24 এই সংখ্যাটির মৌলিক উৎপাদকগুলি হলো।

উল্লম্ব (খাড়া) বিন্যাস

2	24
2	12
2	6
3	3
	1

- **24 এই সংখ্যাটির মৌলিক উৎপাদক :** 2 এবং 3।

(2) 60 সংখ্যাটির মৌলিক উৎপাদকগুলি নির্ণয় করো।



অনুভূমিক বিন্যাস

$60 = 2 \times 30$

$= 2 \times 2 \times 15$

$= 2 \times 2 \times$ □ $\times$ □

- এর বিন্যাস 60 এই সংখ্যাটির মৌলিক উৎপাদকগুলি হলো।

উল্লম্ব (খাড়া) বিন্যাস

2	60
□	30
3	15
5	□
	1

- **60 এই সংখ্যাটির মৌলিক উৎপাদক :** □, □, □

অনুশীলনী 5.1

(1) নীচের সংখ্যাগুলির মৌলিক উৎপাদক গুণফল লেখো।

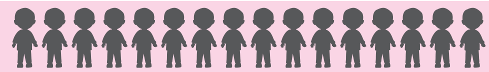
i) 69　　ii) 27　　iii) 78　　iv) 126

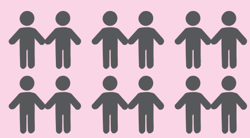
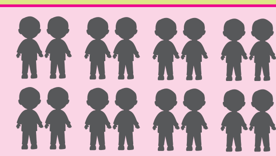
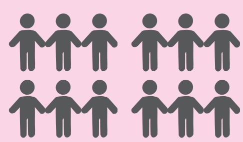
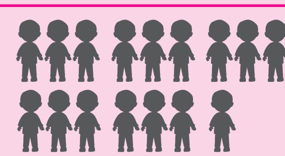
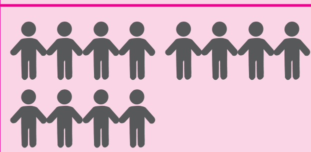
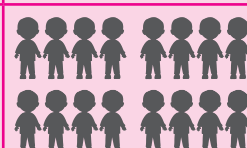
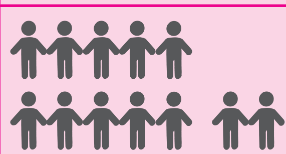
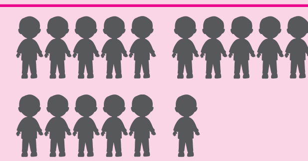
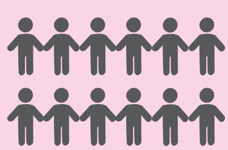
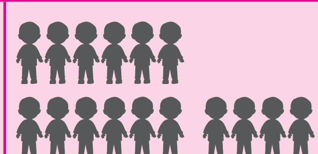
(2) নীচের সংখ্যাগুলির সমস্ত গুণনীয়ক লেখো।

i) 18　　ii) 56　　iii) 120　　iv) 256　　v) 67

গ.সা.গু. : গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (Highest Common Factor)

'অ' দলে 12 জন এবং 'ব' দলে 16 জন ছাত্র ছাত্রী আছে। ব্যায়ামের জন্য, উভয় দল থেকে সমান সংখ্যক ছাত্র-ছাত্রী নিয়ে আলাদা সারি তৈরী করতে হবে। কোনো ছাত্র-ছাত্রী বাকি না রেখে প্রতিটি সারিতে সর্বাধিক কতো জন ছাত্র-ছাত্রীকে দাঁড় করানো যাবে ?

সমূহ 'অ' সমূহ 'ব' 

ক্র.	'অ'-দল (ছাত্র-ছাত্রী সংখ্যা–12)		'ব' দল (ছাত্র-ছাত্রী সংখ্যা–16)		উভয় দলে প্রতিটি সারিতে সমান ছাত্র-ছাত্রী।
1		2×6		2×8	✓
2		3×4		$3 \times 5 + 1$	×
3		4×3		4×4	✓
4		$5 \times 2 + 2$		$5 \times 3 + 1$	×
5		6×2		$6 \times 2 + 4$	×

উপরের তালিকাটি পর্যবেক্ষণ করে আমরা ছাত্র-ছাত্রীদের দুই-দুই এবং চার-চারজনের সমূহ করতে পারলাম। সবথেকে বড়ো সমূহটি চারজনের ছিলো। অর্থাৎ 4 হলো 12 এবং 16 এর গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ.সা.গু.)।

গুণনীয়ক পদ্ধতি

নমুনা উদাহরণ : 12 এবং 16 সংখ্যাদুটির গ.সা.গু.নির্ণয় করো।

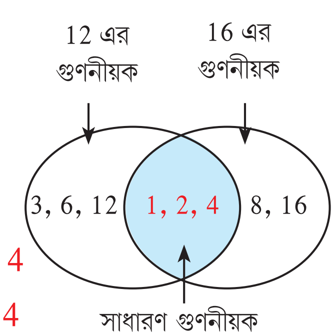
→ 12 সংখ্যাটির গুণনীয়কগুলি হলো : 1, 2, 3, 4, 6, 12

16 সংখ্যাটির গুণনীয়কগুলি হলো : 1, 2, 4, 8, 16

12 এবং 16 সংখ্যা দুটির সাধারণ গুণনীয়কগুলি হলো : 1, 2, 4

12 এবং 16 সংখ্যাদুটির সব থেকে বড়ো সাধারণ গুণনীয়ক : 4

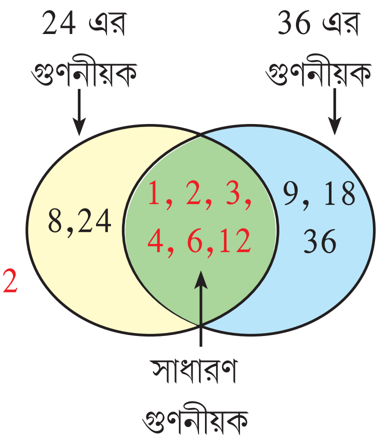
∴ 12 এবং 16 সংখ্যাদুটির **গ.সা.গু.** হলো 4।



গ.সা.গু. বের করার পদ্ধতি

নমুনা উদাহরণ : 24 এবং 36 এই সংখ্যা দুটির গ.সা.গু.নির্ণয় করো।

(1) গুণনীয়ক পদ্ধতি :



24 এর গুণনখন্ড : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

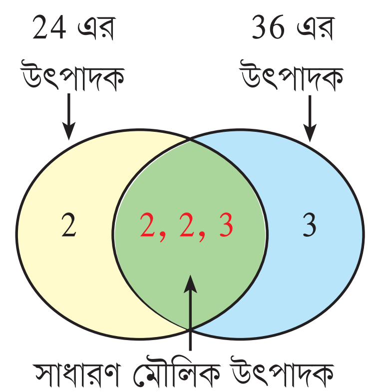
36 এর গুণনখন্ড : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

24 এবং 36 এর সাধারণ গুণনীয়কগুলি হলো : 1, 2, 3, 4, 6,12

এই সংখ্যা দুটির গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক 12 হলো।

∴ 24 এবং 36 সংখ্যা দুটির গ.সা.গু. 12 হলো।

(2) মৌলিক উৎপাদক পদ্ধতি :



$24 = 2 \times 12$

$= 2 \times 2 \times 6$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$36 = 2 \times 18$

$= 2 \times 2 \times 9$

$= 2 \times 2 \times 3 \times 3$

24 এবং 36 এর সাধারণ মৌলিক উৎপাদক গুলি হলো = 2, 2, 3

24 এবং 36 এর গ.সা.গু. = মৌলিক সাধারণ উৎপাদকের গুণ

$= 2 \times 2 \times 3 = 12$

∴ 24 এবং 36 এই সংখ্যা দুটির গ.সা.গু. 12 হলো।

(3) ভাগ পদ্ধতি :

- দুটি সংখ্যার গ.সা.গু. বের করার সময় বড়ো সংখ্যাটিকে ছোটো সংখ্যা দিয়ে ভাগ করবে।
- ভাগ করার পরে যদি ভাগশেষ থাকে, তবে সেই ভাগশেষ দিয়ে ভাজকটিকে ভাগ করবে।
- ভাগশেষ (0) শূন্য আসা পর্যন্ত এই ক্রিয়াটি চালিয়ে যাও।

  যখন ভাগশেষ 0 (শূন্য) আসে, তখনের ভাজকটি হলো **গ.সা.গু.**।

$$24\overline{)36}(1 \quad ; \quad 36 - 24 = 12$$

$$12\overline{)24}(2 \quad ; \quad 24 - 24 = 00$$

- এখানে ভাগাশেষ 0 এবং ভাজক 12, সুতরাং 24 এবং 36 এর গ.সা.গু. হলো 12।

অনুশীলনী 5.2

(1) নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলির গ.সা.গু. নির্ণয় করো।

i) 36, 48   ii) 31, 2   iii) 65, 13   iv) 108, 132   v) 30, 24, 48

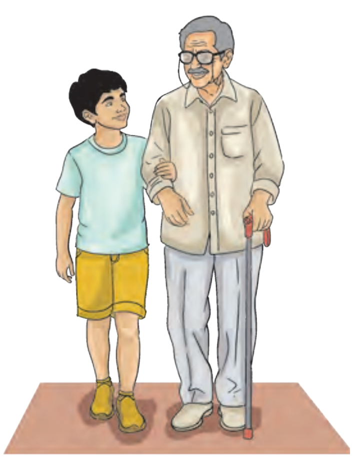
(2) একটি ঘরের দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ যথাক্রমে 15 মিটার এবং 9 মিটার। এই ঘরে বর্গাকার টাইলস বসানোর জন্য প্রতিটি টাইলস এর সর্বোচ্চ দৈর্ঘ্য কতো মিটার হওয়া উচিত ?

(3) একজন দোকানদারের কাছে 90 মিটার এবং 120 মিটার দৈর্ঘ্যের দুটি কাপড়ের টুকরো আছে। তিনি উভয় টুকরো থেকে সমান দৈর্ঘ্যের বড়ো টুকরো কাটতে চান। প্রতিটি টুকরোর সর্বাধিক দৈর্ঘ্য কতো হবে ?

(4) একজন মালা বিক্রেতার কাছে যথাক্রমে 48টি লাল এবং 60টি সাদা গোলাপ ফুল আছে। তিনি উভয় ধরনের ফুল দিয়ে আলদা মালা তৈরী করতে চান। যদি প্রতিটি মালায় ফুলের সংখ্যা সমান হয়, তাহলে প্রতিটি মালায় ফুলের সর্বাধিক সংখ্যা কতো হবে ?

ল.সা.গু. (লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক -Least Common Multiple)

গাণিতিক আলোচনা



দাদু : ও শৌর্য, আমি আমার চোখ আর হাঁটুর ব্যথার জন্য তালুকার ডাক্তারের কাছে যেতে চাই।

শৌর্য : দাদু, তুমি কখন যেতে চাও ?

দাদু : চোখের বিশেষজ্ঞ ডাক্তার প্রতি মাসের 6 তারিখে এবং তারপর প্রতি ছয় দিন অন্তর তালুকায় আসেন।

শৌর্য : তাহলে হাঁটুর ব্যথার ডাক্তার কখন আসেন ?

দাদু : হাঁটুর ব্যথার ডাক্তার প্রতি মাসের 8 তারিখে আসেন। এবং তারপর প্রতি আট দিন পরপর আসেন।

শৌর্য : তাহলে কি আমাদের তালুকায় দুবার যেতে হবে ?

দাদু : না দাদু। চলো দুটো পরীক্ষাই এক

শৌর্য : আচ্ছা, দাদু ! তাহলে তাড়া-তাড়ি এই মাসের কোন তারিখে দুজন ডাক্তারই পাওয়া যাবে ? এখন আমরা দেখব।

প্রদত্ত ক্যালেন্ডার দেখে উত্তরগুলি লেখো।

1) মাসের কোন-কোন দিন চোখের ডাক্তার আসেন ?

2) মাসের কোন-কোন তারিখে হাঁটুর ব্যথার ডাক্তার আসেন ?

3) যদি দুটি পরীক্ষাই একই দিনে করতে হয়, তাহলে মাসের কোন তারিখে উভয় ডাক্তারকে আগে পাওয়া যাবে ?

এখানে আমরা 6 এবং 8 সংখ্যা দুটির গুণিতকগুলি নির্ণয় করব।

6 সংখ্যার গুণিতকগুলি : 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 96...

8 সংখ্যার গুণিতকগুলি : 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96...

6 এবং 8 এর সাধারণ গুণিতক : 24, 48, 72, 96

6 এবং 8 এর সবথেকে ছোটো সাধারণ গুণিতক হলো : 24

∴ 6 এবং 8 এর ল.সা.গু. 24 হলো।

ল.সা.গু. বের করার পদ্ধতি :

নমুনা উদাহরণ : 8, 12 এবং 16 সংখ্যাগুলির ল.সা.গু. নির্ণয় করো।

(1) গুণিতক পদ্ধতি :

8 এই সংখ্যার গুণিতক : 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96,...

12 এই সংখ্যার গুণিতক : 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, ...

16 এই সংখ্যার গুণিতক : 16, 32, 48, 64, 80, 96, ...

8, 12 এবং 16 সংখ্যা তিনটির সাধারণ গুণিতকগুলি : 48, 96,

এর সবথেকে ছোটো সাধারণ গুণিতক হলো 48 হলো।

∴ 8, 12 এবং 16 এর ল.সা.গু. 48 হলো।

(2) মৌলিক উৎপাদক পদ্ধতি :

দেওয়া সংখ্যাগুলির উৎপাদক বের করি।

$8 = 2 \times 4$
$= 2 \times 2 \times 2$

$12 = 2 \times 6$
$= 2 \times 2 \times 3$

$16 = 2 \times 8$
$= 2 \times 2 \times 4$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 2$

8, 12 এবং 16 সংখ্যার সাধারণ উৎপাদক = 2, 2

8 এবং 16 সংখ্যার সাধারণ উৎপাদক = 2

অসামান্য উৎপাদক = 2, 3

ল.সা.গু.অর্থাৎ সাধারণ ও অসামান্য উৎপাদকগুলির গুণফল = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$

∴ 8, 12 এবং 16 এর ল.সা.গু. = 48 হয়।

(3) উল্লম্ব পদ্ধতি :

2	8	12	16
2	4	6	8
2	2	3	4
2	1	3	2
3	1	3	1
	1	1	1

গ.সা.গু. : $2 \times 2 = 4$

ল.সা.গু. : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$

3	15	25	45
3	5	25	15
5	5	25	5
5	1	5	1
	1	1	1

গ.সা.গু. : 5

ল.সা.গু. : $5 \times 3 \times 3 \times 5 = 225$

দুই কিংবা দুই থেকে বেশী সংখ্যার ল.সা.গু. মানে সংখ্যাগুলির সাধারণ মৌলিক এবং অসামান্য মৌলিক উৎপাদক গুলির গুণফল। ল.সা.গু.মানে সব থেকে ছোটো সংখ্যা, যেটা দেওয়া সবগুলি সংখ্যার সাথে ভাগ করলে শেষফল 0 আসে।

প্রদত্ত দুটি সংখ্যার গুণফল তাদের গ.সা.গু.এবং ল.সা.গু. এর গুণফলের সমান।

18 এবং 30 সংখ্যা দুটির গ.সা.গু. নির্ণয় করো।	18 এবং 30 সংখ্যা দুটির ল.সা.গু. নির্ণয় করো।
18 সংখ্যার গুণনীয়কগুলি : 1, 2, 3, 6, 9, 18	18 দ্বারা গুণিতক সংখ্যা সমূহ :
30 সংখ্যার গুণনীয়কগুলি : 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30	18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, 162, 180
সাধারণ গুণনীয়ক: 1, 2, 3, 6	30 দ্বারা গুণিতক সংখ্যা সমূহ :
গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক: 6	30, 60, 90, 120, 150, 180, 210
সুতরাং গ.সা.গু. 6 হলো।	সাধারণ গুণিতক সংখ্যা : 90, 180, ...
18 এবং 30 সংখ্যা দুটির গ.সা.গু. 6 হলো।	লঘুষ্ঠ সাধারণ গুণিতক : 90
	18 এবং 30 সংখ্যা দুটির ল.সা.গু. 90 হলো।

$18 \times 30 = 540$ (উভয় সংখ্যার গুণফল)

$6 \times 90 = 540$ (গ.সা.গু. এবং ল.সা.গু. এর গুণফল)

$18 \times 30 = 6 \times 90$

প্রদও উভয় সংখ্যার গুণফল = গ.সা.গু. এবং ল.সা.গু. এর গুণফল

অনুশীলনী 5.3

(1) নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলির ল.সা.গু. নির্ণয় করো।

i) 16, 24 ii) 30, 40 iii) 72, 96 iv) 9, 15, 20 v) 30, 45, 60

(2) নিম্নলিখিত উদাহরণগুলি সমাধান করো।

i) 5, 10 এবং 15 দ্বারা ভাগ যায় এমন ক্ষুদ্রতম তিন অঙ্কের সংখ্যাটি নির্ণয় করো।

ii) দুটি সংখ্যার গুণফল 360 এবং তাদের গ.সা.গু. 6 হলে, তাদের ল.সা.গু. কতো ?

iii) দুটি সংখ্যার ল.সা.গু. 200 এবং গ.সা.গু. 10 হলে, যদি প্রদত্ত সংখ্যা দুটির মধ্যে একটি 40 হয়, তবে অপর সংখ্যাটি কতো ?

iv) একজন কৃষকের কাছে 250 কিগ্রা গম এবং 150 কিগ্রা জোয়ার আছে। তিনি উভয় শস্য সমান ওজনের বস্তায় ভরতে চান। তাহলে, প্রতিটি বস্তায় সর্বাধিক কতো কিগ্রা শস্য ভরা যাবে ?

v) তিনজন বন্ধু একটি বৃত্তাকার পথে দৌড়ানোর অনুশীলন করছিলো। এক পাক ঘুরতে যথাক্রমে 2, 3 এবং 4 মিনিট সময় লেগেছিলো। যদি তারা একই সময়ে একই জায়গা থেকে দৌড়ানো শুরু করে, তবে কখন তারা প্রথমবারের মতো একই জায়গায় আবার মিলিত হবে ?

vi) যদি ক্লাসের বাচ্চাদের প্রতি সারিতে 6 জন করে অথবা 8 জন করে দাঁড় করানো হয় এবং কোনো বাচ্চা বাকি না থাকে, তাহলে ক্লাসে কমের পক্ষে কতো জন বাচ্চা থাকবে ?

vii) ভিন্ন-ভিন্ন গন্তব্যে যাওয়ার জন্য তিনটি বাস একই স্টেশনে থেকে প্রতি 10, 15 এবং 20 মিনিট পর-পর ছেড়ে যায়। যদি তিনটি বাসই প্রথমে সকাল ৪ টায় ছেড়ে যায়, তাহলে তারা আবার কখন একই সময়ে ছাড়বে ?

গাণিতিক খেলা

মনে করো তোমাকে 1 থেকে 100 পর্যন্ত সংখ্যা লেখা একটি বাক্স দেওয়া হয়েছে।

(1) নেহা এবং শর্বরীর কাছে যথাক্রমে নীল এবং সবুজ রঙের ত্রিভুজাকার গুটি আছে। নেহা তার নীল গুটিগুলি 16 এই সংখ্যার গুণনীয়কগুলির ঘরে রেখেছে। যেমনটি দেখানো হয়েছে। শর্বরী তার সবুজ গুটিগুলি 24 এর গুণনীয়কগুলির ঘরে রেখেছে।

✻ দুজনের গুটি কোন-কোন ঘরে একত্রিত হয়েছিলো ?

✻ তাদের মধ্যে বৃহত্তম সংখ্যা কোনটি ?

16 সংখ্যাটির গুণনীয়ক: 1,2,4,8,16 ও 24 সংখ্যাটির গুণনীয়ক সমূহ : 1,2,3,4,6,8,12,24

উভয় সংখ্যার সাধারণ গুণনীয়কগুলি 1, 2, 4, 8 হলো। বৃহত্তম গুণনীয়কটি হলো 8।

অর্থাৎ এদের মধ্যে এর বর্গ হলো- উভয় সংখ্যার গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ.সা.গু.) হলো 8।

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

(2) আদিত্য এবং শুভঙ্করের কাছে লাল এবং হলুদ গুটি আছে।

আদিত্য তার লাল গুটি 16 দ্বারা গুণিতক সংখ্যাগুলির ঘরে সাজিয়ে ছিলো।

শুভঙ্কর তার হলুদ গুটি 24 দ্বারা গুণিতক সংখ্যাগুলির ঘরে সাজিয়ে ছিলো।

(16 এবং 24 দ্বারা গুণিতক অসংখ্য সংখ্যা আছে। কিন্তু এখানে আমরা 100 পর্যন্ত সংখ্যাগুলির বিবেচনা করছি।)

✻ উভয়ের গুটি কোন সংখ্যার ঘরে সর্বপ্রথম একত্রিত হয়েছিলো ?

48 এই সংখ্যার ঘরে উভয়ের গুটি একত্রিত হয়েছিলো।

16 দ্বারা গুণিতক সংখ্যাগুলি হলো : 16, 32, 48, 64, 80, 96

24 দ্বারা গুণিতক সংখ্যাগুলি হলো : 24, 48, 72, 96

উভয় সংখ্যার সাধারণ উৎপাদকগুলি হলো : 48, 96

$\therefore$ 16 এবং 24 সংখ্যাগুলির ল.সা.গু. = 48 হলো।

শিক্ষকের জন্য সূচনা : দুটি ভিন্ন সংখ্যার গুণনীয়ক এবং গুণিতক এদের ঘরে গুটি রেখে গ.সা.গু. ও ল.সা.গু. বের করার খেলা নেবেন।

এক নজরে

- **গুণনীয়ক :** প্রদত্ত সংখ্যায় যে সংখ্যা দ্বারা নিঃশেষ ভাগ যায়, সেই সংখ্যা প্রদত্ত সংখ্যার গুণনীয়ক হয়ে থাকে।
- **মৌলিক উৎপাদক :** কোনো সংখ্যার গুণনীয়কগুলির মধ্যে যে উৎপাদকগুলি মৌলিক সংখ্যা সেগুলিকে মৌলিক উৎপাদক বলা হয়।
- **গুণিতক :** যে সংখ্যাগুলি কোনো একটি সংখ্যার নামতায় আসে, সেগুলি ঐ সংখ্যার গুণিতক হয়।
- **গ.সা.গু. :** প্রদত্ত সংখ্যাগুলির সকল সাধারণ উৎপাদকের গুণফলকে সাধারণ গ.সা.গু. বলা হয়।
- **ল.সা.গু.:** প্রদত্ত সংখ্যাগুলির লসাগু হলো তাদের সাধারণ এবং অসাধারণ মৌলিক উৎপাদকগুলির গুণফল। লসাগু হলো ক্ষুদ্রতম সেই সংখ্যা যা প্রদত্ত সকল সংখ্যা দ্বারা নি:শেষ ভাগ যায়।
- দুটি সংখ্যার গুণফল তাদের গ.সা.গু. এবং ল.সা.গু.-র গুণনফলের সমান হয়ে থাকে।

অনুশীলনী 5

(1) সঠিক বিকল্পটি বেছে নাও।

i) 75 এই সংখ্যার ক্ষুদ্রতম মৌলিক উৎপাদক কোনটি?

অ) 1 ব) 3 ক) 5 ড) 7

ii) 17 এবং 18 সংখ্যাটির ক্ষুদ্রতম সাধারণ গুণনীয়ক কোনটি?

অ) 1 ব) 2 ক) 3 ড) 4

(2) নীচের বিবৃতিগুলির সামনে সত্য অথবা মিথ্যা লেখো।

i) প্রতিটি মৌলিক সংখ্যার মাত্র দুটি উৎপাদক থাকে।

ii) দুটি মৌলিক সংখ্যার গুণফল সর্বদা একটি মৌলিক সংখ্যা হয়।

iii) গ.সা.গু. এটি ল.সা.গু. এর গুণনীয়ক হয়ে থাকে।

iv) ল.সা.গু. প্রদত্ত সংখ্যা অপেক্ষা বৃহত্তম অথবা সংখ্যাগুলির মধ্যে ক্ষুদ্রতমটির সমান।

(3) নীচের সংখ্যাগুলি মৌলিক উৎপাদকের গুণস্বরূপে লেখো।

i) 91 ii) 160 iii) 89

(4) নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলির গ.সা.গু. নির্ণয় করো।

i) 21, 42 ii) 17, 9 iii) 120, 180, 240

(5) নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলির ল.সা.গু. নির্ণয় করো।

i) 11, 16 ii) 7, 49 iii) 16, 48, 6

(6) সমাধান করো।

i) দুটি সংখ্যার গুণফল 120। যদি তাদের ল.সা.গু. 60 হয়, তাহলে তাদের গ.সা.গু. কতো হবে ?

ii) একটি সংখ্যা এবং 16 এর গ.সা.গু. 4 এবং ল.সা.গু. 48 হলে, সেই সংখ্যাটি কতো ?

iii) একজন কাঠমিস্ত্রির কাছে দুটি কাঠের ফালি আছে। একটি ফালির দৈর্ঘ্য 54 ইঞ্চি এবং অন্যটির দৈর্ঘ্য 72 ইঞ্চি। তিনি দুটি ফালিকেই সমান দৈর্ঘ্যের টুকরো করে কাটতে চান। যাতে কোনো কাঠের ফালি অবশিষ্ট না থাকে। তাহলে, তিনি ফালি দুটিকে সর্বোচ্চ কতো দৈর্ঘ্যের টুকরো কাটতে পারবেন ?

iv) সমীপের কাছে 84টি আম এবং 105টি আপেল আছে। সে এই ফলগুলি বাক্সে এমনভাবে রাখতে চায়, যাতে প্রতিটি বাক্সে ফলের সংখ্যা সমান হয় এবং প্রতিটি বাক্সে কেবল এক ধরনের ফল থাকে।

1) সে একটি বাক্সে সর্বাধিক কয়টি ফল রাখতে পারবে ?

2) ফলগুলি রাখার জন্য তার কয়টি বাক্সের প্রয়োজন হবে ?

গানিতিক ধাঁধা

ধাঁধা

			30
			105
			70
12	75	245	✻

→

ধাঁধার উত্তর

2	3	5	30
3	5	7	105
2	5	7	70
12	75	245	✻

এই ধাঁধাটি সমাধানের নিয়মগুলি কী হতে পারে ? ভেবে দেখো।

- নীচে দেওয়া ধাঁধাটি এইভাবে সমাধান করো।

i)

			8
			18
			30
8	18	30	✻

ii)

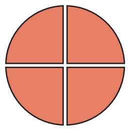
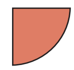
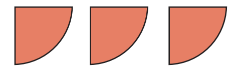
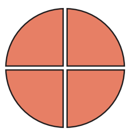
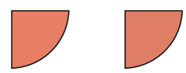
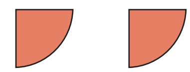
			42
			45
			66
12	27	385	✻

চিন্তন করো

- গ.সা.গু. যদি বাড়ে তবে ল.সা.গু.ও বাড়ে কি ?
- শাব্দিক উদাহরণ সমাধান করার সময়, তুমি গ.সা.গু. বের করবে নাকি ল.সা.গু. তা কীভাবে সিদ্ধান্ত নেবে।

পুনরাবৃত্তি

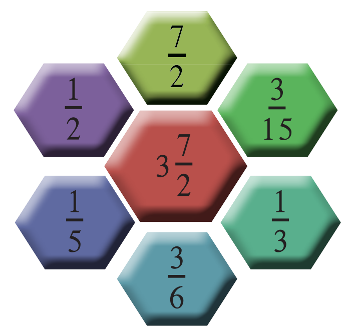
একটি বৃত্তাকার চিক্কির চার সমান ভাগে ভাগ করা হলো। দুজনের মধ্যে নীচের মতো ভাগ করা হলো।

	রমেশ	সুরেশ
	 $\frac{1}{4}$	 $\frac{3}{4}$
	 $\frac{2}{4}$	 $\frac{2}{4}$

এই ধরনের ভাগ ভগ্নাংশ রূপে দেখানো যায়। যেমন $\frac{1}{4}$ এতে 1 হলো লব এবং 4 হলো হর। একেই ব্যবহারিক ভগ্নাংশ বলা হয়।

- পাশে দেওয়া চিত্রের ভগ্নাংশগুলিকে দেওয়া সারণীতে শ্রেণীবদ্ধ করো।

সমহর ভগ্নাংশ	সমমূল্য ভগ্নাংশ	প্রকৃত ভগ্নাংশ	অতিসংক্ষিপ্ত রূপে ভগ্নাংশ	পূর্ণাংযুক্ত ভগ্নাংশ



প্রায়োগিক

নীচের প্রায়োগিক কাজটি করে দেখো।

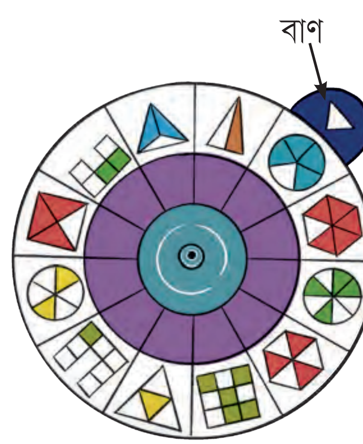
উপকরণ : বালতি, মগ ও জল।

1) বালতিটি জলে সম্পূর্ণ ভরতে ☐ মগ জল প্রয়োজন।

2) জলপূর্ণ বালতি থেকে ☐ মগ জল বাগানের চারাগুলিতে দেওয়া হলো। তাহলে বালতিতে কতো অংশ জল অবশিষ্ট থাকলো, তা ভগ্নাংশ রূপে লেখো : ☐

কৃতি করো

গাণিতিক ধাঁধা: ভগ্নাংশ চক্র

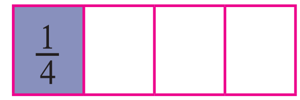


1. ভগ্নাংশ চক্রটি সমতল পৃষ্ঠের উপর রাখো।
2. একজন করে শিক্ষার্থীকে ডাকো এবং ভগ্নাংশ চক্রটি ঘোরাতে বলো, চক্রটি কোনো একটি আকৃতিতে থামবে।
3. চক্রটি থামার পর তীরের সামনের আকৃতির রং করা অংশ কে ভগ্নাংশ রূপে চেনো।
4. সঠিক উত্তর দিলে শিক্ষার্থীকে 1 অঙ্ক দেবে।

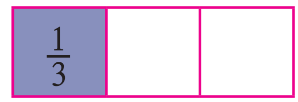
5. প্রতিটি শিক্ষার্থীকে সুযোগ দিয়ে এই খেলা এগিয়ে নিয়ে যাও।
6. শেষে সবথেকে বেশি গুণ পাওয়া শিক্ষার্থী ‘ভগ্নাংশ বিজয়ী’ হবে।

একক ভগ্নাংশ (Unit Fraction)

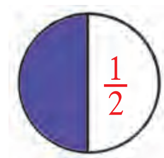
বুঝে নাও



- একটি আয়তাকার কাগজের ফালিকে চার সমান ভাগে ভাগ করার পরে প্রতিটি ভাগ $\frac{1}{4}$ এই ভগ্নাংশ নির্দেশ করে। ছবিতে রং করা ভাগ = $\frac{1}{4}$, তাহলে রং না করা ভাগ = $\frac{3}{4}$

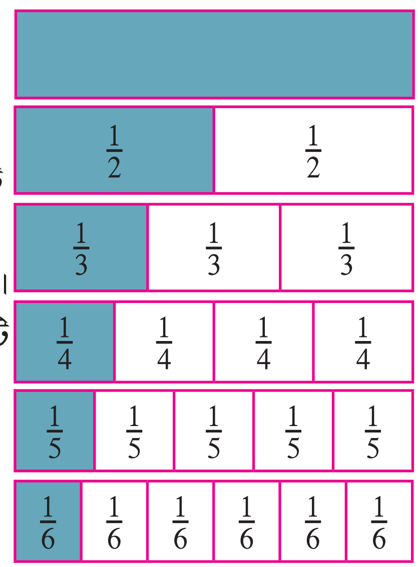


- একটি আয়তাকার কাগজের তিনটি সমান ভাগ করার প্রতিটি ভাগ $\frac{1}{3}$ হয়। ছবিতে রং করা ভাগ = $\frac{1}{3}$, তাহলে রং না করা ভাগ= ☐



- বৃত্ত দুটি সমান ভাগের মধ্যে একটি ভাগ = ☐ আছে।
  রং করা ভাগ = ☐, রং না- করা ভাগ = ☐

কৃতি করো



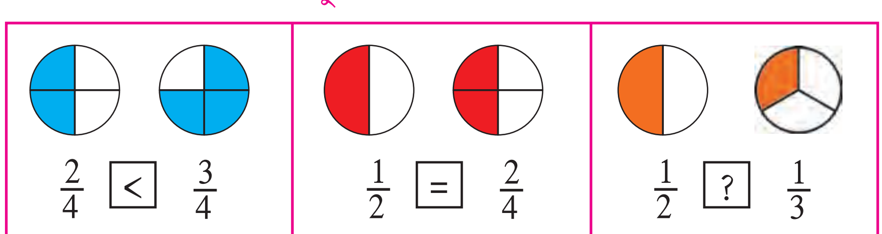
- পাশের ছবিতে দেখানো অনুযায়ী কাগজের সমান আকারের 6টি পাটি তৈরী করো।
- 5টি পাটিকে যথাক্রমে 2, 3, 4, 5, 6 টি সমান ভাগে ভাগ করো।
- প্রতিটি পাটির ১টি ভাগ রং করো। রং করা ভাগের ভগ্নাংশটি লেখো।
- ছবিতে দেখানো ভগ্নাংশ ভাগগুলির পর্যবেক্ষণ করো।
- রং করা ভাগের ভগ্নাংশগুলির তুলনা করো।

উপরের কাজটি থেকে লক্ষ্য করা যায় যে,

যখন একটি পূর্ণ জিনিসকে অনেক সমান ভাগে ভাগ করা হয়, তখন প্রতিটি ভাগ একটি **‘একক ভগ্নাংশ’** হয়। $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$ এই সবগুলিই একক ভগ্নাংশ এবং $\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5} > \frac{1}{6}$

ভগ্নাংশগুলির তুলনা

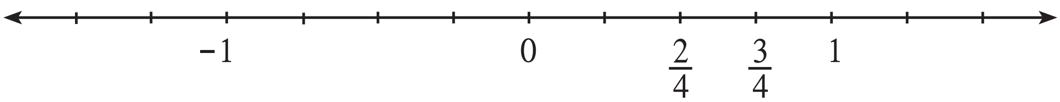
বুঝে নাও



ছবির সাহায্যে তুলনা করা সহজ হয়ে যায়। কিন্তু ছবি না থাকলে তুলনা কীভাবে করতে হয় তা দেখবো।

ভগ্নাংশের তুলনা সংখ্যারেখার সাহায্যে করা যায়।

যেমন, $\frac{2}{4}$ এবং $\frac{3}{4}$



সংখ্যারেখায় ডানদিকের সংখ্যা বামদিকের সংখ্যা চেয়ে বড়ো হয়, তাই $\frac{2}{4} < \frac{3}{4}$

অসমহর ভগ্নাংশগুলির তুলনা করতে হলে প্রথমে তাদের হর সমান করতে হয়।

নমুনা উদাহরণ :

1) $\frac{1}{2}$ এবং $\frac{1}{3}$ এর মধ্যে কোন ভগ্নাংশটি বড়ো ?

→ দুই ভগ্নাংশের হর সমান করতে হরগুলির ল.সা.গু. বের করতে হবে। চলো দুই ভগ্নাংশের হর সমান করি।

$\frac{1}{2} = \frac{1\times3}{2\times3} = \frac{3}{6}$ এবং $\frac{1}{3} = \frac{1\times2}{3\times2} = \frac{2}{6}$ এখন $\frac{3}{6} > \frac{2}{6}$ $\therefore \frac{1}{2} > \frac{1}{3}$

$\frac{1}{2}$ এবং $\frac{1}{3}$ এগুলির হর সমান করে ভগ্নাংশগুলিকে সংখ্যারেখায় দেখানো যাবে এবং তাদের তুলনা করা যাবে।

2) $\frac{4}{5}$ এবং $\frac{7}{9}$ এর মধ্যে কোন ভগ্নাংশটি বড়ো ?

→ 5 এবং 9এর ল.সা.গু. 45, দেওয়া ভগ্নাংশের 45 হর করি।

$\frac{4}{5} = \frac{4\times9}{5\times9} = \frac{36}{45}$ এবং $\frac{7}{9} = \frac{7\times5}{9\times5} = \frac{35}{45}$ এখন $\frac{36}{45} > \frac{35}{45}$ $\therefore \frac{4}{5} > \frac{7}{9}$

3) $\frac{7}{9}$ এবং $\frac{17}{21}$ এই ভগ্নাংশকে তুলনা করি।

→ $\frac{7}{9} = \frac{7\times\square}{9\times\square} = \frac{49}{\square}$ এবং $\frac{17}{21} = \frac{17\times\square}{21\times\square} = \frac{51}{\square}$ এখন $\frac{49}{63} \square \frac{51}{63}$ $\therefore \frac{7}{9} < \frac{17}{21}$

ভগ্নাংশের ঊর্ধ্বক্রম এবং অধঃক্রম

নমুনা উদাহরণ :

1) $\frac{5}{7}, \frac{2}{7}, \frac{8}{7}$ এই ভগ্নাংশগুলি ঊর্ধ্বক্রমে ও অধঃক্রমে লেখো।

→ উপরের সব ভগ্নাংশের হর সমান।

তাই তাদের ক্রম নির্ধারণের জন্য লবগুলির ক্রম ঠিক করেতে হবে।

ঊর্ধ্বক্রম : $\frac{2}{7}, \frac{5}{7}, \frac{8}{7}$ অধঃক্রম : $\frac{8}{7}, \frac{5}{7}, \frac{2}{7}$

2) $\frac{5}{2}, \frac{5}{3}, \frac{5}{4}$ এই ভগ্নাংশগুলিকে ঊর্ধ্বক্রম এবং ও অধঃক্রমে লেখো।

→ উপরের ভগ্নাংশগুলির হর ভিন্ন। 2, 3, 4 এর ল.সা.গু. বের করি। এই হরগুলির ল.সা.গু. হল 12।

তাই সব ভগ্নাংশের হর 12 করবো।

$\frac{5}{2} = \frac{5\times6}{2\times6} = \frac{30}{12}$, $\frac{5}{3} = \frac{5\times4}{3\times4} = \frac{20}{12}$, $\frac{5}{4} = \frac{5\times3}{4\times3} = \frac{15}{12}$

ঊর্ধ্বক্রম : $\frac{15}{12}, \frac{20}{12}, \frac{30}{12}$ অধঃক্রম : $\frac{30}{12}, \frac{20}{12}, \frac{15}{12}$

$\therefore$ ঊর্ধ্বক্রম : $\frac{5}{4}, \frac{5}{3}, \frac{5}{2}$ অধঃক্রম : $\frac{5}{2}, \frac{5}{3}, \frac{5}{4}$

3) $\frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{5}{9}$ এই ভগ্নাংশ ঊর্ধ্বক্রমে এবং অধঃক্রমে লেখো।

→ উপরের সবগুলি ভগ্নাংশের হর 'ভিন্ন'। 3, 6, 9 এর ল.সা.গু. বের করি। এই হরগুলির ল.সা.গু. 18 আছে। তাই এর ভগ্নাংশের হর 18 করবো।

$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 6}{3 \times 6} = \frac{12}{18}$, $\frac{1}{6} = \frac{1 \times 3}{6 \times 3} = \frac{3}{18}$, $\frac{5}{9} = \frac{5 \times 2}{9 \times 2} = \frac{10}{18}$

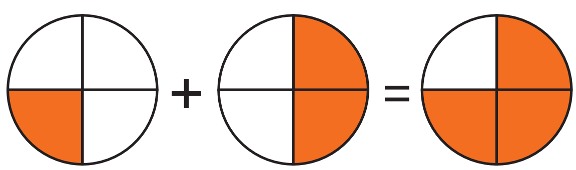
ঊর্ধ্বক্রম : $\frac{3}{18}, \frac{10}{18}, \frac{12}{18}$ অধঃক্রম : $\frac{12}{18}, \frac{10}{18}, \frac{3}{18}$

$\therefore$ ঊর্ধ্বক্রম : $\frac{1}{6}, \frac{5}{9}, \frac{2}{3}$ অধঃক্রম : $\frac{2}{3}, \frac{5}{9}, \frac{1}{6}$

ভগ্নাংশের যোগফল ও বিয়োগফল

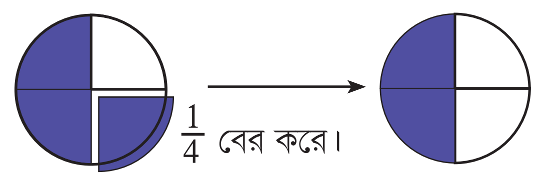
বুঝে নাও

সমহর ভগ্নাংশগুলির যোগফল



$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$

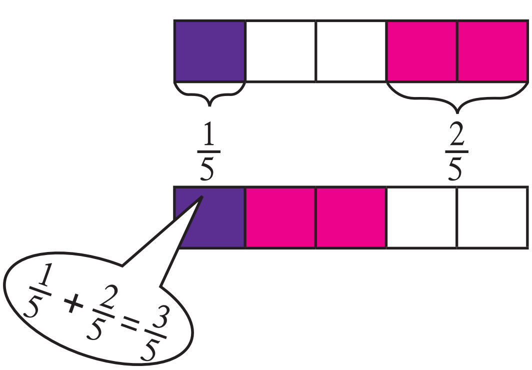
সমহর ভগ্নাংশগুলির বিয়োগফল



$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$

নমুনা উদাহরণ :

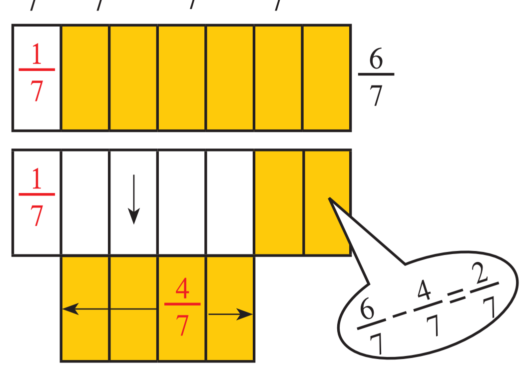
(1) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{1+2}{5} = \frac{3}{5}$



(2) $\frac{4}{7} + \frac{6}{7} = \frac{4+6}{7} = \frac{10}{7}$

নমুনা উদাহরণ :

(1) $\frac{6}{7} - \frac{4}{7} = \frac{6-4}{7} = \frac{2}{7}$

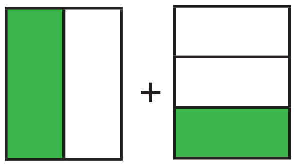


(2) $\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3-1}{5} = \frac{2}{5}$

অসমহর ভগ্নাংশের যোগ

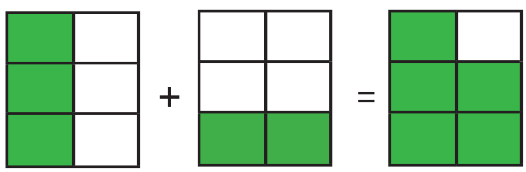
নমুনা উদাহরণ :

1) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3} = ?$



$\frac{1}{2} \quad + \quad \frac{1}{3}$

2 এবং 3 এর ল.সা.গু. 6 হয়। উভয় ভগ্নাংশের হর 6 করার জন্য উভয় ছবির 6টি সমান ভাগ করা হয়েছে।



$\frac{3}{6} \quad + \quad \frac{2}{6} \quad = \quad \frac{5}{6}$

$\therefore \frac{1}{2}+\frac{1}{3} = \frac{3}{6}+\frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

2) $\frac{1}{4}+\frac{2}{3}$

4 এবং 3 এর ল.সা.গু. 12 হয়।

উভয়ের হর 12 করবো।

$\frac{1\times3}{4\times3}+\frac{2\times4}{3\times4}=\frac{3}{12}+\frac{8}{12}=\frac{3+8}{12}=\frac{11}{12}$

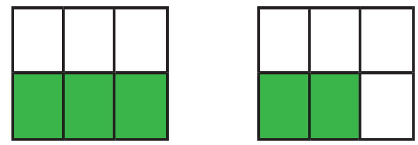
অসমহর ভগ্নাংশের বিয়োগ

নমুনা উদাহরণ :

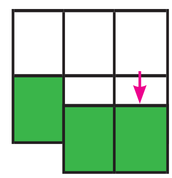
1) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3} = ?$

2 এবং 3 এর ল.সা.গু. 6 হয়। উভয় ভগ্নাংশের হর 6 করার জন্য উভয় ছবির 6টি সমান ভাগ করা হয়েছে।

$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} \qquad \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$



$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$



$\therefore \frac{1}{2}-\frac{1}{3} = \frac{3}{6}-\frac{2}{6} = \frac{1}{6}$

2) $\frac{3}{4}-\frac{2}{3}$

4 এবং 3 এর ল.সা.গু. 12 হয়।

উভয়ের হর 12 করবো।

$\frac{3\times3}{4\times3}-\frac{2\times4}{3\times4}=\frac{9}{12}-\frac{8}{12}=\frac{9-8}{12}=\frac{1}{12}$

ইতিহাসের প্রেক্ষাপটে

ভগ্নাংশের যোগ বা বিয়োগ করার ব্রহ্মগুপ্তের পদ্ধতি :

ভগ্নাংশের যোগ বা বিয়োগ করার সময় -

* ভগ্নাংশের হরগুলির ল.সা.গু. (LCM) নির্ণয় করো।
* ভগ্নাংশের হর ল.সা.গু. এর সমান করে সেই অনুযায়ী ভগ্নাংশগুলির সমতুল্য ভগ্নাংশ লেখো।
* প্রাপ্ত সমতুল্য ভগ্নাংশগুলির যোগ বা বিয়োগ করো। সেইজন্য হর একই রেখে লবগুলির যোগ বা বিয়োগ করো।

পূর্ণাংযুক্ত ভগ্নাংশের যোগ

নমুনা উদাহরণ :

1) $3\frac{3}{4} + 2\frac{3}{5}$

$= \frac{3 \times 4 + 3}{4} + \frac{2 \times 5 + 3}{5}$

$= \frac{12 + 3}{4} + \frac{10 + 3}{5} = \frac{15}{4} + \frac{13}{5}$

(4 এবং 5 এর ল.সা.গু. 20 হয়।)

$= \frac{15 \times 5}{4 \times 5} + \frac{13 \times 4}{5 \times 4} = \frac{75}{20} + \frac{52}{20}$

$= \frac{75 + 52}{20} = \frac{127}{20} = 6\frac{7}{20}$

পূর্ণাংযুক্ত ভগ্নাংশের বিয়োগ

নমুনা উদাহরণ :

1) $3\frac{3}{4} - 2\frac{3}{5}$

$= \frac{3 \times 4 + 3}{4} - \frac{2 \times 5 + 3}{5}$

$= \frac{12 + 3}{4} - \frac{10 + 3}{5} = \frac{15}{4} - \frac{13}{5}$

(4 এবং 5 এর ল.সা.গু.20 হয়।)

$= \frac{15 \times 5}{4 \times 5} - \frac{13 \times 4}{5 \times 4} = \frac{75}{20} - \frac{52}{20}$

$= \frac{75 - 52}{20} = \frac{23}{20} = 1\frac{3}{20}$

অনুশীলনী 6.1

1) নীচের ভগ্নাংশগুলির তুলনা করো।

i) $\frac{8}{3}, \frac{5}{2}$ ii) $\frac{4}{9}, \frac{3}{7}$ iii) $\frac{7}{10}, \frac{9}{14}$

2) নীচের ভগ্নাংশগুলির অধঃক্রমে লেখো।

i) $\frac{11}{8}, \frac{2}{4}, \frac{7}{2}$ ii) $\frac{19}{6}, \frac{5}{3}, \frac{7}{4}$

3) সমাধান করো।

i) $\frac{7}{10} + \frac{3}{10}$ ii) $\frac{3}{4} + \frac{2}{6}$ iii) $\frac{1}{3} + \frac{7}{5}$

iv) $\frac{3}{10} + \frac{4}{5}$ v) $\frac{5}{3} - \frac{2}{3}$ vi) $\frac{3}{5} - \frac{3}{7}$

4) একটি ভূখন্ডের $\frac{2}{5}$ অংশে ঘর করা হয়েছে এবং বাকি অংশে বাগান করা হয়েছে। তাহলে কতো অংশে বাগান করা হয়েছে?

এক নজরে

- ভগ্নাংশের তুলনা করার সময় হর সমান করে লবের তুলনা করা হয়।
- ভগ্নাংশের যোগ বা বিয়োগ করার সময়:
  - সব ভগ্নাংশের হরের ল.সা.গু. বের করা হয়।
  - ভগ্নাংশের হর ল.সা.গু. এর সমান করে ঐ ভগ্নাংশগুলির সমতুল্য ভগ্নাংশ বের করা হয়।
  - প্রাপ্ত সমতুল্য ভগ্নাংশগুলির যোগ বা বিয়োগ করা হয়।

অনুশীলনী 6

(1) খালি ছকে সঠিক সংখ্যা লেখো।

i) $\frac{5}{7} + \frac{2}{7} = \square$ ii) $\frac{9}{8} - \square = 1$ iii) $\square + \frac{6}{7} = \frac{12}{7}$

iv) $\frac{11}{7} - \square = \frac{17}{14}$ v) $\frac{16}{5} - \square = \frac{16}{5}$ vi) $\frac{10}{5} - 1 = \square$

(2) সমাধান করো।

i) $\frac{1}{9} + \frac{2}{9}$ ii) $\frac{6}{10} + \frac{3}{5}$ iii) $2\frac{2}{3} + 3\frac{5}{7}$

iv) $\frac{13}{4} - \frac{9}{4}$ v) $\frac{5}{4} - \frac{7}{8}$ vi) $4\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2}$

(3) একটি জুনিয়র কলেজের দ্বাদশ শ্রেণীর উত্তীর্ণ শিক্ষার্থীদের মধ্যে $\frac{1}{5}$ শিক্ষার্থী ভারতীয় সেনাবাহিনীতে গেছে, $\frac{2}{5}$ শিক্ষার্থী কারিগরি শিক্ষ্যার জন্য ভর্তি হয়েছে, এবং অবশিষ্ট শিক্ষার্থীরা উচ্চ শিক্ষার জন্য অন্যত্র ভর্তি হয়েছে, কতোজন শিক্ষার্থী উচ্চ শিক্ষার জন্য ভর্তি হয়েছে ?

(4) বিদ্যালয়ের সামনের খোলা জায়গার $\frac{3}{4}$ অংশ ফুটবলের জন্য এবং $\frac{1}{5}$ অংশ অন্য খেলার মাঠের জন্য নিধারিত হয়েছে। অবশিষ্ট অংশ বিদ্যালয়ের বাগানের জন্য রাখা হয়েছে, তবে বিদ্যালয়ের বাগানের জন্য কতোটা জায়গা রাখা হয়েছে ?

(5) মা রমেশ, সীমা এবং তাদের তিন বন্ধুকে প্রত্যেককে একটি করে পেয়ারা দিলেন। তারা প্রত্যেক পেয়ারাটিকে চারটি সমান টুকরো করলো। প্রত্যেকে তাদের পেয়ারার একটি টুকরো মাকে দিলো, তবে মা কয়টি পেয়ারা পেলেন ?

(6) $\frac{6}{7}$ এটি $\frac{9}{11}$ অপেক্ষা ছোটো। কারণ 6 এটি 9 অপেক্ষা ছোটো। এটি কি ঠিক ?

(7) যে দুটি ভগ্নাংশের যোগফল 1 হয়, এমন দুটি ভগ্নাংশ লেখো।

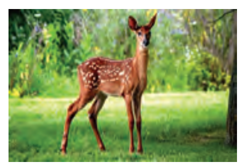
7 অনুপাত ও সমানুপাত

গাণিতিক আলোচনা

বর্তমান কম্পিউটারের যুগে আমরা সকলেই ডিজিটাল ছবির সাথে খুব পরিচিত। প্রায়ই প্রয়োজনে আমরা এগুলির আকার পরিবর্তন করে থাকি। নীচে একটি হরিণের চারটি ছবি দেখানো হয়েছে।

A

B



C

D

দিদি : উপরের সমস্ত ছবি পর্যবেক্ষণ করো। ছবিগুলির আকার ভিন্ন-ভিন্ন। এর মধ্যে কোন ছবিগুলি একই রকম দেখতে? কোন ছবিগুলি আলদা লাগছে?

সোহম : দিদি, ছবি A ও C এর আকার ভিন্ন, তবুও সেগুলি দেখতে একই রকম।

সারিকা : ছবি B আর D আলাদা লাগছে। ছবি B তে হরিনটি লম্বাটে দেখাচ্ছে এবং ছবি D তে এটি সংকুচিত এবং মোটো লাগচ্ছে।

দিদি : খুব সুন্দর পর্যবেক্ষণ করেছো। এখন আমরা সরাসরি এই ছবির ফ্রেমগুলির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ মেপে দেখি।

সারিকা : ছবি A এবং C দেখতে একই রকম। তাদের দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ যথাক্রমে 60 মিমি ও 40 মিমি এবং 30 মিমি ও 20 মিমি। তার মানে ছবিগুলির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ একই অনুপাতে পরিবর্তিত হয়েছে।

ছবি	দৈর্ঘ্য (মিমি)	প্রস্থ (মিমি)
A	60	40
B	60	20
C	30	20
D	30	40

সোহম : শিক্ষিকা, ছবি B এবং D একই দেখতে লাগছে না। কারণ তাদের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ একই অনুপাতে পরিবর্তিত হয়নি।

দিদি : গণিতে এমন সমানুপাতিক সম্পর্ক দেখানোর জন্য আমরা অনুপাত ধারণাটি বুঝতে চেষ্টা করবো। সুতরাং A ছবি ক্ষেত্রে আমরা বলতে পারি যে, 60 মিমি দৈর্ঘ্যের জন্য 40 মিমি প্রস্থ রয়েছে।

A এই ছবিতে দৈর্ঘ্যের প্রস্থের সাথে অনুপাত = 60:40

C এই ছবিতে দৈর্ঘ্যর প্রস্থের সাথে অনুপাত = 30:20

সোহম : দিদি, ছবি A এবং C সমান অনুপাতে পরিবর্তিতে হয়েছে। তাহলে তাদের অনুপাত কি সমান হবে? এটি কীভাবে পরীক্ষা করবো?

দিদি : একদম ঠিক। এখন দেখা যাক ওই অনুপাতগুলি সমান কি না।

উভয় পদকে $\frac{1}{2}$ দিয়ে গুণ করে, $60 \times \frac{1}{2} : 40 \times \frac{1}{2} = 30 : 20$

অর্থাৎ 30 : 20 হলো ছবি A ও ছবি C উভয়েরই দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত। এই অনুপাতটি সংক্ষেপে রূপে 3:2 এভাবে লেখা যায়।

সারিকা : অর্থাৎ দিদি, অনুপাতগুলি সমানুপাতে আছে কি না তা তুলনা করার জন্য লঘিষ্ঠ বা সংক্ষিপ্ত রূপ দিয়ে পরীক্ষা করতে হবে!

বুঝে নাও

অনুপাত ও সমানুপাত (Ratio and Proportion)

1) নির্মাণ কাজের জন্য প্রয়োজনীয় কংক্রিট তৈরী করার সময় এক গামলা সিমেন্টে 3 গামলা বালি মেশানো হয়। কংক্রিটে সিমেন্টের সাথে বালির অনুপাত 1 : 3 হয়। 1 : 3 কে 'এক অনুপাত তিন' এভাবে পড়া হয়। তেমনি কংক্রিটে সিমেন্টের সাথে বালির অনুপাত $\frac{1}{3}$ এভাবেও লেখা হয়।

2) সঞ্জীব 5 বাটি চিনাবাদামের গুড়োতে 2 বাটি গুড় মিশিয়ে লাড্ডু করেছে। অর্থাৎ চিনাবাদামের গুড়ো ও গুড়ের অনুপাত 5:2 । 5:2 এই অনুপাতকে ভগ্নাংশ রূপে $\frac{5}{2}$ এভাবেও লেখা যায়।

একটি রাশি অন্য একটি রাশির কতো গুণ তা দেখানোই হলো 'অনুপাত'।

নমুনা উদাহরণ :

1) কুন্দনের বর্তমান বয়স 12 বছর ও তার বাবার বয়স 48 বছর। কুন্দন নিজের বয়সের সাথে তার বাবার বয়সের অনুপাত নিম্নলিখিতভাবে বের করেছে।

→ $\frac{\text{কুন্দনের বয়স}}{\text{বাবার বয়স}} = \frac{12}{48} = \frac{12 \div 12}{48 \div 12} = \frac{1}{4}$

$\frac{12}{48}$ এর অতিসংক্ষিপ্ত রূপ হলো $\frac{1}{4}$

অনুপাত অতিসংক্ষিপ্ত রূপে লেখা হয়।

2) একটি ফুল বিক্রেতা মালা তৈরী করার জন্য গাঁদা ফুলের 20টি হলুদ ফুল এবং 12 টি কমলা ফুল ব্যবহার করে একটি মালা করা হয়েছিলো।

i) হলুদ ফুলের সাথে কমলা ফুলের অনুপাত তৈরী করলো।

→ $$\frac{(\text{হলুদ ফুল})}{(\text{কমলা ফুল})} = \frac{20}{12} = \frac{(20 \div 4)}{(12 \div 4)} = \frac{5}{3}$$

∴ হলুদ ফুলের সাথে কমলা ফুলের অনুপাত $\frac{5}{3}$ হয়।

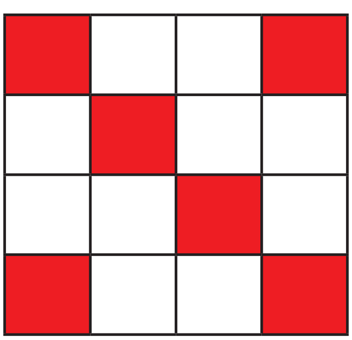
ii) কমলা ফুলের সাথে হলুদ ফুলের অনুপাত নির্ণয় করো।

→ $$\frac{(\text{কমলা ফুল})}{(\text{হলুদ ফুল})} = \frac{12}{20} = \frac{(12 \div 4)}{(20 \div 4)} = \frac{3}{5}$$

∴ কমলা ফুলের সাথে হলুদ ফুলের অনুপাত $\frac{3}{5}$ হয়।

কৃতি করো

নীচের আকৃতিটি দেখো এবং প্রশ্নের উত্তর খোঁজ করো।



- ছবিতে সব ছকগুলি গোনো এবং লেখো।
- ছায়াবৃত্ত ছকগুলি গোনো এবং লেখো।
- ফাকা ছকগুলি গোনো এবং লেখো।
- ছায়াবৃত্ত ছকের সাথে ফাকা ছকের অনুপাত নির্ণয় করো।
- ছায়াবৃত্ত ছকের সাথে মোট ছকের অনুপাত নির্ণয় করো।
- ফাকা ছকের সাথে মোট ছকের অনুপাত নির্ণয় করো।

- যদি a এবং b দুটি সংখ্যা বা রাশি হয়, তবে a এর সাথে b এর অনুপাত a:b হিসাবে লেখা হয় এবং এই অনুপাতকে $\frac{a}{b}$ হিসাবেও লেখা যেতে পারে। এখানে ‘a’ কে **প্রথম পদ** এবং ‘b’ কে **দ্বিতীয় পদ** বলা হয়।

বুঝে নাও

অনিল এবং সন্দীপ তাদের বাড়ির চারপাশে একটি সুরক্ষা প্রাচীর করেছে। অনিল 50 ফুট লম্বা প্রাচীর তৈরী করেছে এবং সন্দীপ 25 ফুট লম্বা প্রাচীর তৈরী করেছে। অনিল 10 বস্তা সিমেন্ট ব্যবহার করেছে এবং সন্দীপ 5 বস্তা সিমেন্ট ব্যবহার করেছে। অনিলের মনে হলো যে সন্দীপের তুলনায় তার প্রাচীর মজবুত। কারণ সে সন্দীপের থেকে বেশি সিমেন্ট ব্যবহার করেছে? তোমার কী মনে হয়?

এই উদ্দেশ্যে দুটি দুজনার প্রাচীরের দৈর্ঘ্য (ফুট) ও সিমেন্টের ব্যাগের মধ্যে অনুপাত বের করবো।

অনিলের প্রাচীর দৈর্ঘ্যের সাথে সন্দীপের প্রাচীর অনুপাত = 50:25= 2:1

অনিলের ব্যবহৃত সিমেন্টের সাথে সন্দীপের ব্যবহৃত সিমেন্টের অনুপাত = 10:5 = 2:1

উভয় অনুপাত সমান হওয়ায়, প্রাচীর দৈর্ঘ্য ও ব্যবহৃত সিমেন্ট সমানুপাতে আছে।

গাণিতিক আলোচনা

সুরেশ প্রতিদিন সকালে 1700 মিটার হাঁটে, অন্যদিকে তার বন্ধু রমেশ প্রতিদিন 2 কিলোমিটার হাঁটে। তাহলে সুরেশ যে দূরত্ব অতিক্রম করেছে তার সাথে রমেশের অতিক্রান্ত দূরত্বের অনুপাত বের করো।

ছাত্র ‘অ’ এইভাবে সমাধান করে :	ছাত্র ‘ব’ এইভাবে সমাধান করে :
অনুপাত = $\frac{\text{সুরেশ দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{রমেশ দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব}}$	অনুপাত = $\frac{\text{সুরেশ দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব (মিটারে)}}{\text{রমেশ দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব (মিটারে)}}$
= $\frac{\text{1700 মি.}}{\text{2 কিমি.}}$	= $\frac{1700}{2000} = \frac{17}{20}$

কার উত্তর সঠিক? আলোচনা করো।

- দুটি রাশির অনুপাত নির্ণয় করার সময় সেগুলির একক সমান করে নিতে হয়।
- অনুপাতের কোনো একক থাকে না।

নমুনা উদাহরণ :

1) 5 টাকার সাথে 80 পয়সার অনুপাত বের করো।

→ 1 টাকার = 100 পয়সা

∴ 5 টাকার = 5×100 পয়সা = 500 পয়সা

5 টাকার সাথে 80 পয়সার অনুপাত মানে 500 পয়সার সাথে 80 পয়সার অনুপাত।

∴ $\frac{\text{500 পয়সা}}{\text{80 পয়সা}} = \frac{500}{80} = \frac{500\div20}{80\div20} = \frac{25}{4}$

অনুশীলনী 7.1

(1) প্রথম সংখ্যার সাথে দ্বিতীয় সংখ্যার অনুপাত অতিসংক্ষিপ্ত রূপে নির্ণয় করো।

i) 36 , 88 ii) 72 , 18 iii) 91, 65 iv) 85 , 102

(2) দ্বিতীয় সংখ্যায় সাথে প্রথম সংখ্যার অনুপাত অতিসংক্ষিপ্ত রূপে নির্ণয় করো।

i) 28 , 84 ii) 120 , 32 iii) 75 , 135 iv) 220 , 100

(3) প্রথম রাশির সাথে দ্বিতীয় রাশির অনুপাত অতিসংক্ষিপ্ত রূপে নির্ণয় করো।

i) 5 বছর, 10 মাস ii) 750 গ্রাম, 1.5 কিগ্রা. iii) 5 লিটার, 500 মিলি.

iv) 135 মিনিট, 2 ঘন্টা v) 2.1 মিটার, 70 সেমি

(4) একটি কারখানায় নারী ও পুরুষ মিলে 320 জন শ্রমিক কাজ করেন। তাদের মধ্যে 200 জন পুরুষ শ্রমিক। এর ভিত্তিতে নীচের প্রশ্নগুলির সমাধান করো।

অ) পুরুষ শ্রমিকের সংখ্যার সাথে নারী শ্রমিকের সংখ্যার অনুপাত নির্ণয় করো।

ব) পুরুষ শ্রমিকের সংখ্যার সাথে মোট শ্রমিকের সংখ্যার অনুপাত নির্ণয় করো।

ক) নারী শ্রমিকের সংখ্যার সাথে মোট শ্রমিকের সংখ্যার অনুপাত নির্ণয় করো।

ঐকিক পদ্ধতি (Unitary Method)

বুঝে নাও

নমুনা উদাহরণ :

1) সুয়শ গুরুপূর্ণিমা উপলক্ষে বিদ্যালয়ের 10 জন শিক্ষককে তুলসী গাছ উপহার দিয়ে সম্মানিত করতে চায়। নার্সারির মালিক এক ডজন তুলসী গাছের দাম 144 টাকা বলেছেন। তাহলে সুয়শকে 10টি গাছের জন্য কতো টাকা দিতে হবে?

12টি গাছের মূল্য = 144 টাকা। এর থেকে প্রথমে একটি গাছের মূল্য বের করি।

1টি গাছের মূল্য = 144 ÷ 12 = 12 টাকা।

10টি গাছের মূল্য = 10×12 = 120 টাকা।

সুয়শকে 10টি গাছের জন্য 120 টাকা দিতে হবে।

2) জন্মদিনের জন্য সঞ্চিতাকে 75 জন বন্ধু-বান্ধবীকে 1টি করে পেন্সিল বিতরণ করতে হবে। 10টি পেন্সিলের একটি বক্সের মূল্য 70 টাকা হলে তার মোট কতো টাকা খরচ হবে?

এখানে 10টি পেন্সিলের মূল্য =70 টাকা। এর থেকে প্রথমে একটি পেন্সিলের মূল্য বের করি।

একটি পেন্সিলের মূল্য = 70÷10 = 7 টাকা।

এর থেকে 75টি পেন্সিলের মূল্য = 75×7 = 525 টাকা।

সঞ্চিতাকে মোট 525 টাকা খর্চা করতে হবে।

- গাণিতিক সমস্যা সমাধান করার সময় অনেকগুলি বস্তুর মোট মূল্য থেকে ভাগ করার মাধ্যমে একটি বস্তুর মূল্য বের করা এবং সেই একটি বস্তুর মূল্য থেকে গুণ করার মাধ্যমে অনেকগুলি বস্তুর মূল্য বের করার পদ্ধতিকে **‘ঐকিক নিয়ম’** বলা হয়।

অনুশীলনী 7.2

(1) এক স্বেচ্ছাসেবী সংস্থা একটি বিদ্যালয়ের 67 জন ছাত্রকে একটি করে কম্পাসবক্স দেওয়ার সিদ্ধান্ত নিয়েছে। 10টি কম্পাস বাক্সের ভরা একটি বাক্সের মূল্য ₹ 850 হলে, ওই সংস্থাকে কম্পাসবক্স কেনার জন্য কতো টাকা খরচ করতে হবে।

(2) একটি মালগাড়ী 240 কিমি দূরত্ব সমান বেগে 4 ঘন্টায় অতিক্রম করে। তাহলে 7 ঘন্টায় সেই মালগাড়ী কতো দূরত্ব অতিক্রম করবে ?

এক নজরে

- যদি ‘a’ এবং ‘b’ দুটি সংখ্যা বা রাশি হয়, তবে a এর b এর সাথে অনুপাতকে $\frac{a}{b}$ হিসেবে লেখা হয়। এখানে a কে প্রথম পদ এবং b কে দ্বিতীয় পদ বলা হয়।
- দুটি রাশির অনুপাত নির্ণয় করার সময় তাদের একক সমান করে নিতে হয়।
- অনুপাতের কোনো একক থাকে না।
- অনেক বস্তুর মোট মূল্য থেকে একটি বস্তুর মূল্য ভাগ করে বের করা হয় এবং একটি বস্তুর মূল্য থেকে অনেক বস্তুর মোট মূল্য গুণ করে বের করা হয়। উদাহরণ সমাধানের এই পদ্ধতিকে ঐকিক নিয়ম বলা হয়।

অনুশীলনী 7

(1) সঠিক উত্তরটি নির্বাচন করো।

i) 5 : 7 এর সমানুপাত ভগ্নাংশ কোনটি ?

অ) $\frac{5}{7}$ ব) $\frac{12}{24}$ ক) $\frac{7}{5}$ ড) $\frac{10}{21}$

ii) $\frac{60}{36}$ এর অতিসংক্ষিপ্ত রূপ কোনটি ?

অ) $\frac{10}{6}$ ব) $\frac{20}{12}$ ক) $\frac{30}{18}$ ড) $\frac{5}{3}$

iii) 2 কিলোগ্রামের সাথে 800 গ্রামের অনুপাত কতো ?

অ) $\frac{2}{800}$ ব) $\frac{200}{8}$ ক) $\frac{5}{2}$ ড) $\frac{2}{5}$

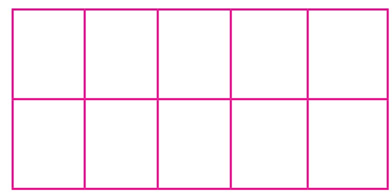
(2) একটি শ্রেণীকক্ষে 45 জন শিক্ষার্থী আছে। তাদের মধ্যে 15 জন হকি, 20 জন কাবাডী খেলে এবং বাকিরা খো-খো খেলে। যদি প্রতিটি শিক্ষার্থী কেবল একটি খেলাই খেলে, তবে নীচের প্রশ্নগুলির সমাধান করো :

i) হকি খেলা শিক্ষার্থীর সংখ্যার সাথে খো-খো খেলা শিক্ষার্থীর সংখ্যার অনুপাত কতো ?

ii) কাবাডী খেলা শিক্ষার্থীর সংখ্যার সাথে মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যার অনুপাত কতো ?

iii) হকি খেলা শিক্ষার্থীর সংখ্যার সাথে মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যার অনুপাত কতো ?

(3) পাশের ছবির তিনটি যেকোনো ছক নিজের পছন্দ মতো রং করো এবং নীচের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও:



i) রং করা বাক্সের সংখ্যার সাথে মোট ছকের সংখ্যার অনুপাত = ...

ii) রং না করা ছকের সংখ্যার সাথে মোট ছকের সংখ্যার অনুপাত = ...

iii) রং করা ছকের সংখ্যার সাথে রং না করা ছকের সংখ্যার অনুপাত = ...

(4) একটি আয়তাকার কার্ডবোর্ডের দৈর্ঘ্যে 1.20 মিটার এবং প্রস্থ 48 সেন্টিমিটার। ওই কার্ডবোর্ডের প্রস্থের সাথে দৈর্ঘ্যের অনুপাত নির্ণয় করো।

(5) মাইকেলের মাসিক আয় ₹ 52000 টাকা, যার মধ্যে সে মাসে ₹ 13000 টাকা সঞ্চয় করে। তবে তার মাসিক আয়ের সাথে তার খরচের অনুপাত কতো ?

(6) পরিবেশ দিবস উপলক্ষে গাছ লাগানোর জন্য একটি স্কুলকে 50টি চারা কেনার প্রয়োজন ছিলো। স্কুলটি 'যশোদা' নার্সারি থেকে 35টি চারা 455 টাকায় কিনলো এবং বাকি চারা 'অমোল' নার্সারি থেকে 240 টাকায় কিনলো। তাহলে স্কুলটি কোন নার্সারি থেকে কম দামে চারা কিনেছে ?

(7) মিড-ডে মিলের আন্তর্ভুক্ত স্কুলে 100 জন শিক্ষার্থীর জন্য প্রতিদিন রান্না করার জন্য 10 কিলোগ্রাম চাল লাগে। কিন্তু একদিন খুব বৃষ্টি হওয়ায় স্কুলে মাত্র 80 জন শিক্ষার্থী উপস্থিত ছিলো। তাহলে ওই দিন রান্না করার জন্য কতো কিলোগ্রাম চাল লাগবে ?

কৃতি করো

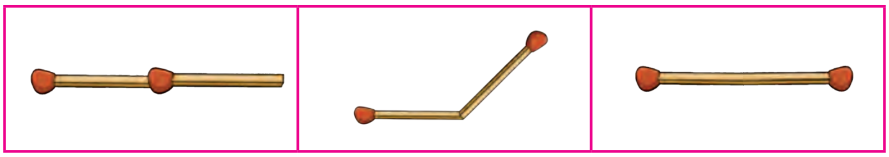
- তোমার পুরো হাতের দৈর্ঘ্য তোমার হাতের তালুর মাপ অনুযায়ী পরিমাপ করো এবং হাতের দৈর্ঘ্যের সাথে হাতের তালুর দৈর্ঘ্যের অনুপাত নির্ণয় করো।

8 ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ

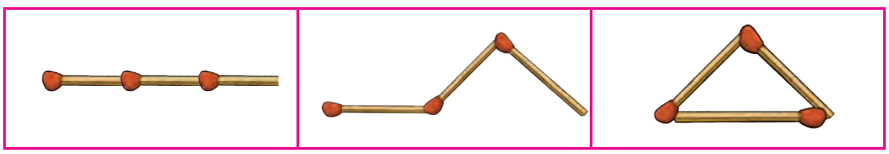
পুনরাবৃত্তি

কাঠি জুড়ে যতো সম্ভব আকৃতি তৈরী করো।

2টি কাঠি



3টি কাঠি



1) দুটি কাঠি ব্যবহার করে কি একটি আবদ্ধ আকৃতি তৈরী করা যায়?

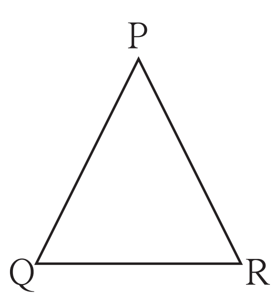
2) কমপক্ষে কয়টি কাঠি থেকে একটি আবদ্ধ আকৃতি তৈরী করা সম্ভব?

ত্রিভুজ (Triangle)

বুঝে নাও

কৃতি : (1) কাগজের উপর তিনটি অসমরেখ বিন্দু P, Q এবং R নাও।

(2) বিন্দু তিনটিকে পরস্পর এক অপরকে রেখাংশ দ্বারা যুক্ত করো।



তৈরী হওয়া আকৃতিটি একটি ত্রিভুজ PQR । এর লেখন △PQR এভাবে করা হয়।

ত্রিভুজ বোঝাতে △ এই চিহ্ন ব্যবহার করা হয়।

△PQR এর মধ্যে,

শীর্ষবিন্দু : বিন্দু P, বিন্দু Q, বিন্দু R

বাহু : বাহু PQ, বাহু QR, বাহু PR

কোণ : ∠R অর্থাৎ ∠QRP অথবা ∠PRQ

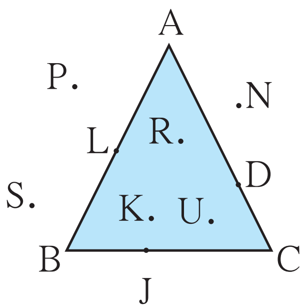
∠P অর্থাৎ ∠QPR অথবা ∠RPQ

∠Q অর্থাৎ ∠PQR অথবা ∠RQP

ত্রিভুজ : তিনটি অসমরেখ বিন্দু রেখাংশ দ্বারা যুক্ত করে তৈরী হওয়া আবদ্ধ আকৃতিকে ত্রিভুজ বলা হয়। ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু, তিনটি বাহু ও তিনটি কোণ থাকে।

ত্রিভুজের অভ্যন্তরীণ ভাগ, ত্রিভুজের বহির্ভাগ ও ত্রিভুজীয় ক্ষেত্র
(Interior, Exterior and Triangular Region)

বুঝে নাও



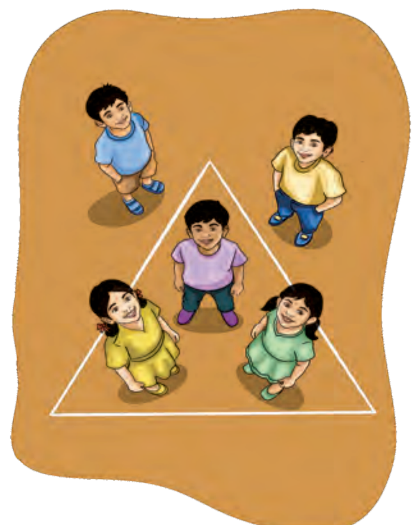
△ABC-এই ত্রিভুজের উপরে A, B, C, L, J, D বিন্দুগুলি অবস্থিত।
আকৃতির রঙিন করা ভাগটি হলো ওই ত্রিভুজের অভ্যন্তরীণ অংশ।
বিন্দু K, বিন্দু R, বিন্দু U ত্রিভুজের অভ্যন্তরীণ বিন্দু।
ত্রিভুজ ও তার অভ্যন্তরীণ অংশকে ত্রিভুজের ক্ষেত্র বলা হয়।
বিন্দু P, S, N ত্রিভুজের বহির্ভাগ বিন্দু।
ত্রিভুজ ও তার অভ্যন্তরীণ অংশ মিলে ত্রিভুজীয় ক্ষেত্র তৈরী হয়।

খেলা :

(1) খেলারমাঠে একটি বড়ো ত্রিভুজ এঁকে নেবেন এবং শীর্ষবিন্দুগুলির নাম N, P, G দাও।

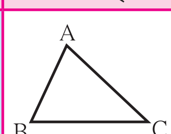
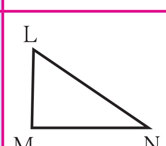
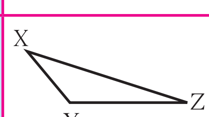
(2) শীর্ষবিন্দু ও বাহুর উপর শিক্ষার্থীদের দাঁড় করে দেবেন।

(3) তালাবে বললে ত্রিভুজের ভেতরে এবং খেতে বললে ত্রিভুজের বাইরে লাফ দাও। এভাবে খেলাটি খেলো।

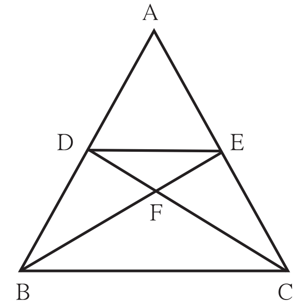


অনুশীলনী 8.1

(1) আকৃতিগুলি পর্যবেক্ষণ করে নীচের সারণীটি পূর্ণ করো।

ক্র.	আকৃতি	শীর্ষবিন্দু	বাহু	কোণ
1				
2				
3				

(2) পাশের আকৃতিটি পর্যবেক্ষণ করে সমস্ত ত্রিভুজের নাম লেখো।



(3) পাশের আকৃতিটি পর্যবেক্ষণ করে নীচের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও।

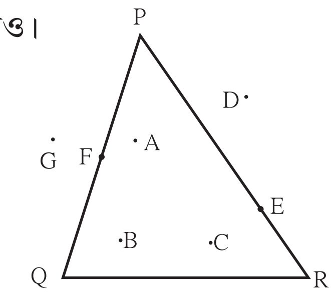
i) ত্রিভুজের নাম লেখো।

ii) ত্রিভুজের উপরের বিন্দুগুলির নাম লেখা।

iii) ত্রিভুজের অভ্যন্তরে থাকা বিন্দু কোনগুলি ?

iv) ত্রিভুজের বাইরে অবস্থিত বিন্দু কোনগুলি ?

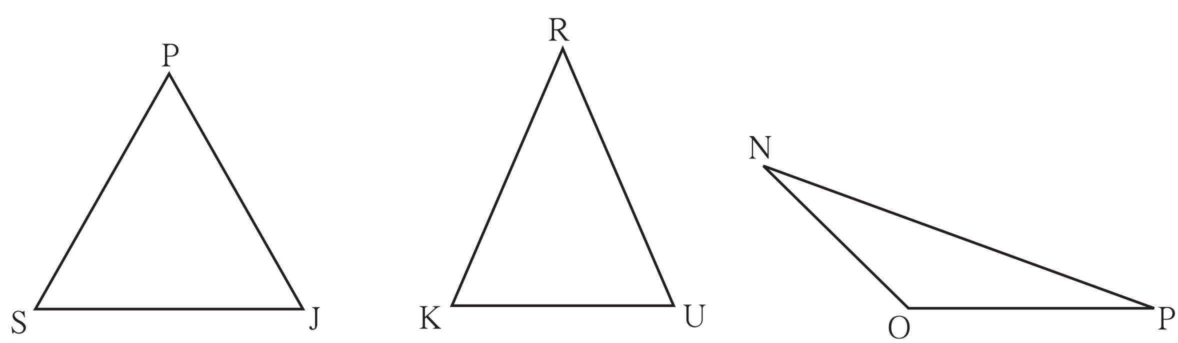
v) ত্রিভুজীয় ক্ষেত্রে অবস্থিত বিন্দুগুলির নাম লেখো।



ত্রিভুজের প্রকার (Types of Triangles)

ত্রিভুজের বাহুর ভিত্তি করে তিন প্রকার এবং কোণের ভিত্তি করে তিন প্রকার, এমন মোট ছয় প্রকার আছে।

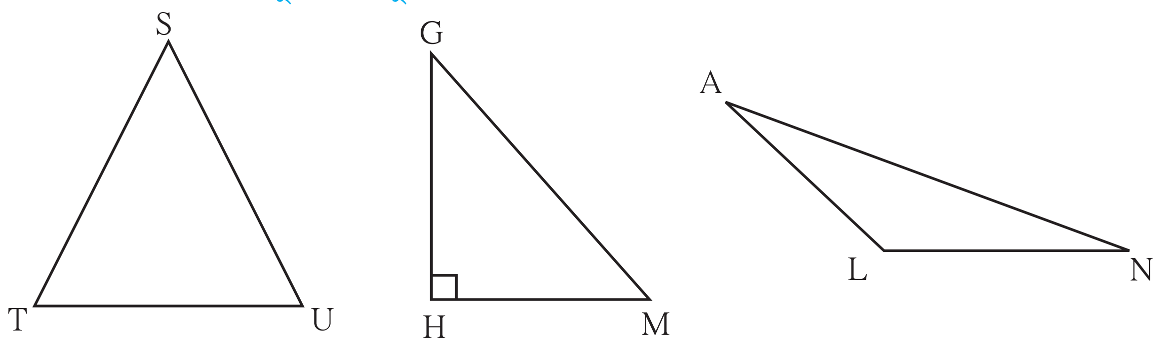
1) বাহুর দৈর্ঘ্য অনুযায়ী ত্রিভুজের প্রকার :



ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য মেপে নীচের সারণী পূর্ণ করো :

$\triangle$PSJ	$\triangle$RKU	$\triangle$NOP
l(PS)= ------ সেমি	l(RK)= ------ সেমি	l(NO)= ------ সেমি
l(SJ)= ------ সেমি	l(KU)= ------ সেমি	l(NP)= ------ সেমি
l(PJ)= ------ সেমি	l(UR)= ------ সেমি	l(OP)= ------ সেমি
তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান ।	দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান।	তিনটিই বাহুর দৈর্ঘ্য আলাদা (ভিন্ন)।
এটি সমবাহু ত্রিভুজ।	এটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ	এটি বিষমবাহু ত্রিভুজ।

2) কোণের পরিমাপ অনুযায়ী ত্রিভুজের প্রকার :



নীচের প্রতিটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাপ নাও এবং সেই অনুযায়ী প্রদত্ত সারণীটি পূর্ণ করো।

$\triangle STU$	$\triangle GHM$	$\triangle ALN$
$\angle S$ এর পরিমাপ $= m\angle S$ $= \ldots.^0$ $\angle T$ এর পরিমাপ $= m\angle T$ $= \ldots.^0$ $\angle U$ এর পরিমাপ $= m\angle U$ $= \ldots.^0$ তিনটিই কোণ সূক্ষ্মকোণ (লঘুকোণ)।	$\angle G$ এর পরিমাপ $= m\angle G$ $= \ldots.^0$ $\angle H$ এর পরিমাপ $= m\angle H$ $= \ldots.^0$ $\angle M$ এর পরিমাপ $= m\angle M$ $= \ldots.^0$ একটি কোণ সমকোণ ও দুটি কোণ সূক্ষ্মকোণ (লঘুকোণ)।	$\angle A$ এর পরিমাপ $= m\angle A$ $= \ldots.^0$ $\angle L$ এর পরিমাপ $= m\angle L$ $= \ldots.^0$ $\angle N$ এর পরিমাপ $= m\angle N$ $= \ldots.^0$ একটি কোণ স্থূলকোণ ও দুটি কোণ সূক্ষ্মকোণ (লঘুকোণ)।
এটি একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ।	এটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ।	এটি একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ।

চিন্তন করো

- বিষমবাহু ত্রিভুজ কি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ হতে পারে ?
- তিনটিই বাহু সমান দৈর্ঘ্যের এমন ত্রিভুজ কি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ হতে পারে ?
- সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ কি সমকোণী ত্রিভুজ হতে পারে ?

গণিত খেলা

1) প্রথমে 12 জন শিক্ষার্থীর একটি সমূহ তৈরী করো।

2) 12 মিটার দৈর্ঘ্যের একটি দড়ি নাও। প্রতিটি 1 মিটারে একটি করে মোট 11টি গিট বাঁধো।

3) প্রতিটি গিটে একজন করে মোট 11 জন শিক্ষার্থীকে দাঁড়াতে বলো।

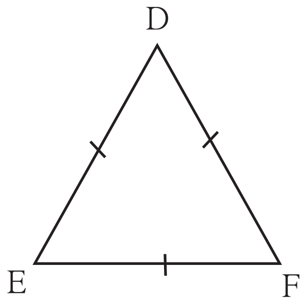
4) দড়ির দুটি প্রান্ত ধরে মোট 12 জন শিক্ষার্থী দাঁড়াবে।

5) বাহুর অনুযায়ী ত্রিভুজের তিনটি প্রকার শিক্ষার্থীদের তৈরী করতে বলো।

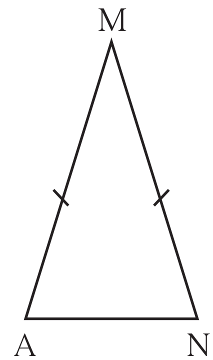
6) কোণের অনুযায়ী ত্রিভুজের তিনটি প্রকার শিক্ষার্থীদের তৈরী করতে বলো।

অনুশীলনী 8.2

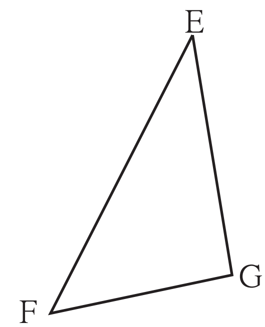
(1) নীচের আকৃতিতে একই চিহ্ন দ্বারা সমান দৈর্ঘ্যের বাহু নির্দেশ করা হয়েছে। তা থেকে ত্রিভুজের প্রকার নির্ণয় করো।



(i)



(ii)



(iii)

2) নীচের তথ্যের উপর ভিত্তি করে ত্রিভুজের প্রকার নির্ণয় করো।

(i) $\triangle ABC$এর মধ্যে, $m\angle A = 63^{\circ}$, $m\angle B = 52^{\circ}$, $m\angle C= 65^{\circ}$

(ii) $\triangle RST$এর মধ্যে, রেখাংশ RS এবং রেখাংশ ST সমান দৈর্ঘ্যের।

(iii) $\triangle LMN$এর মধ্যে, $\angle LMN$ এটা একটি সমকোণ।

(iv) $\triangle SDO$ এর মধ্যে $m\angle OSD = 135^{\circ}$।

(v) $\triangle RTM$ এর সব বাহু সমান।

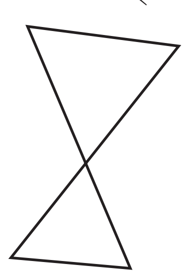
(vi) $\triangle DEF$ এর বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5.3 সেমি, 4.2 সেমি এবং 6.6 সেমি।

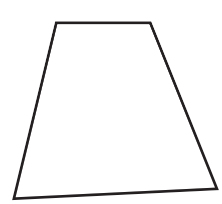
চতুর্ভুজ (Quadrilateral)

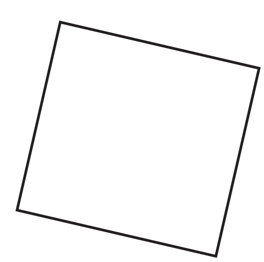
কৃতি করো

কাগজের উপর A, B, C, D এমন চারটি অসমরেখ বিন্দু নাও। এই সব বিন্দুগুলি এমনভাবে যুক্ত করো যাতে যেকোনো দুটি বিন্দুকে যুক্ত করলে, বাকি দুটি বিন্দু ওই রেখাংশের একই পাশে থাকে। এই বদ্ধ আকৃতিকে চতুর্ভুজ বলে।

নীচের কোন আকৃতিটি চতুর্ভুজের, তা কারণসহ বলো।

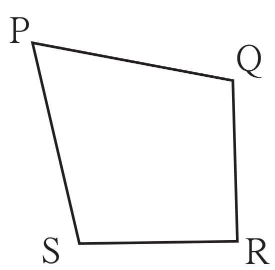

(1)


(2)


(3)

বুঝে নাও

চতুর্ভুজ পঠন ও লেখন চতুর্ভুজের যেকোনো শীর্ষবিন্দু থেকে শুরু করা যেতে পারে। তবে, এটি সাধারণত ঘড়ির কাঁটার দিকে বা ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে পড়তে বা লিখতে হয়।



- নীচের সারণীটি পূর্ণ করো।

পঠন	লেখন	পঠন	লেখন
ঘড়ির কাঁটার দিকে		ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে	
চতুর্ভুজ PQRS	□ PQRS	চতুর্ভুজ PSRQ	□ PSRQ
		চতুর্ভুজ SRQP	□ SRQP
চতুর্ভুজ RSPQ	□ RSPQ		

চিন্তন করো।

একটি চতুর্ভুজের নাম সর্বাধিক কতোভাবে লেখো যেতে পারে?

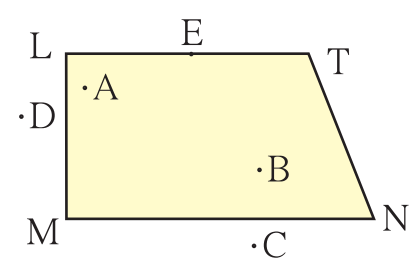
চতুর্ভুজের অভ্যন্তরীণ ভাগ, বহির্ভাগ ও চতুর্ভুজীয় ক্ষেত্র
(Interior, Exterior and Region of Quadrilateral)

চতুর্ভুজের অভ্যন্তরীণ বিন্দু : বিন্দু A, বিন্দু B

চতুর্ভুজের বহির্ভাগ বিন্দু : বিন্দু D, বিন্দু C

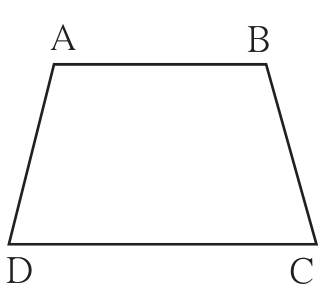
চতুর্ভুজের উপর অবস্থিত বিন্দু : বিন্দু L,বিন্দু E, বিন্দু M, বিন্দু N, বিন্দু T

চতুর্ভুজ এবং তার অভ্যন্তরীণ ভাগ মিলে চতুর্ভুজীয় ক্ষেত্র হয়।



চতুর্ভুজের উপাদান (Elements of Quadrilateral)

□ ABCD-এর পর্যবেক্ষণ করো।



1) **সম্মুখ বাহু :** চতুর্ভুজের যে দুটি বাহুর মধ্যে কোনো সাধারণ শীর্ষবিন্দু থাকে না, তাদের সম্মুখ বা সামনাসামনি বাহু বলে। □ ABCD তে বাহু AB এবং বাহু DC এর মধ্যে কোনো সাধারণ শীর্ষবিন্দু নেই। তাই তারা ঐ চতুর্ভুজের সম্মুখ বাহু। সম্মুখ বাহুর দুটি জোড়া থাকে। বাহু AD এর সম্মুখ বাহু হলো BC।

2) **সংলগ্ন বাহু :** চতুর্ভুজের দুটি বাহুর যদি একটি সাধারণ শীর্ষবিন্দু থাকে, তবে সেই দুই বাহুকে সংলগ্ন বাহু বলা হয়।

□ ABCD তে বাহু AB এবং বাহু BC তে বিন্দু B হলো সাধারণ শীর্ষবিন্দু। তাই বাহু AB এবং বাহু BC হলো সংলগ্ন বাহুর একটি জোড়া। চতুর্ভুজের সংলগ্ন বাহুর চারটি জোড়া থাকে। শেষ জোড়া খোঁজো।

3) **সংলগ্ন কোণ :** চতুর্ভুজের দুটি কোণের একটি বাহু যদি সাধারণ হয়, তবে সেই কোণ চতুর্ভুজের সংলগ্ন কোণ হয় থাকে।

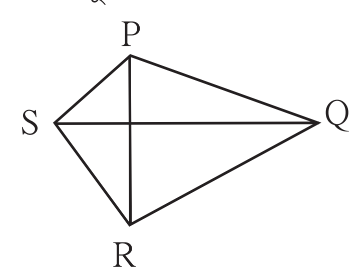
□ ABCD মধ্যে ∠ABC এবং ∠BCD তে বাহু BC উভয় কোণের সাধারণ বাহু। তাই ∠ABC এবং ∠BCD হলো সংলগ্ন কোণ। □ ABCD তে সংলগ্ন কোণের চারটি জোড়া থাকে।

4) **বিপরীত কোণ :** চতুর্ভুজের দুটি কোণের যদি কোনো বাহু সাধারণ না থাকে, তবে সেই কোণ পরস্পর বিপরিত কোণ।

□ ABCD মধ্যে ∠ABC এবং ∠ADC এর কোনো সাধারণ বাহু নেই। তাই ∠ABC এবং ∠ADC বিপরীত কোণ। □ ABCD তে বিপরীত কোণের দুটি জোড়া থাকে।

5) **চতুর্ভুজের বিকর্ণ :** চতুর্ভুজের বিপরীত কোণের শীর্ষবিন্দুগুলিকে সংযোগকারী রেখাংশকে চতুর্ভুজের বিকর্ণ বলা হয়।

□ PQRS এর মধ্যে রেখাংশ PR এবং রেখাংশ SQ হলো চতুর্ভুজের দুটি বিকর্ণ।



অনুশীলনী 8.3

(1) □ XYZW কে পর্যবেক্ষণ করে নীচের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও।

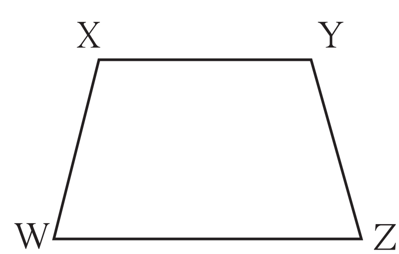
(i) বাহু XY এর বিপরীত বাহু কোনটি?

(ii) বাহু XW এর সংলগ্ন বাহু কোনগুলি?

(iii) ∠W এর বিপরীত কোণ কোনটি?

(iv) ∠Z এর সংলগ্ন কোণ কোনগুলি?

(v) □ XYZW এর কোনগুলি বিকর্ণ?



(2) □ PQRS এর বিপরীত কোণগুলি লেখো।

এক নজরে

- ত্রিভুজের তিনটি বাহু, তিনটি শীর্ষবিন্দু ও তিনটি কোণ থাকে।
- বাহুর উপর ভিত্তি করে ত্রিভুজের প্রকার: সমবাহু ত্রিভুজ, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ, বিষমবাহু ত্রিভুজ।
- কোণের উপর ভিত্তি করে ত্রিভুজের প্রকার : সুক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ, সমকোণী ত্রিভুজ, স্থূলকোণী ত্রিভুজ।
- চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু, চারটি বাহু, চারটি কোণ ও দুটি বিকর্ণ থাকে।
- একটি চতুর্ভুজে বিপরীত বাহুর দুটি জোড়া, সংলগ্ন বাহুর চারটি জোড়া, সংলগ্ন কোণের চারটি জোড়া এবং বিপরীত কোণের দুটি জোড়া থাকে।

অনুশীলনী ৪

(1) শূন্যস্থান পূর্ণ করো।

i) যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান থাকে সেই ত্রিভুজকে .... ত্রিভুজ বলে।

ii) যে ত্রিভুজের মাত্র দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান, তাকে .... ত্রিভুজ বলে।

iii) যে ত্রিভুজের একটি কোন .... ডিগ্রির হয়, তাকে সমকোণী ত্রিভুজ বলে।

iv) চতুর্ভুজের বিপরীত কোণের শীর্ষবিন্দু সংযোজক রেখাংশকে চতুর্ভুজের .... বলে।

v) □ LMNO তে বাহু LM এবং বাহু .... এই দুটো সংলগ্ন বাহু।

(2) সত্য না মিথ্যা তা লেখো।

(i) একটি ত্রিভুজে দুটি সমকোণ থাকতে পারে।

(ii) একটি সমকোণী ত্রিভুজ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ হতে পারে।

(iii) একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ সমবাহু ত্রিভুজ হতে পারে না।

(3) □ UVWX আঁকো এবং তার ভিত্তিতে নীচের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও।

i) চতুর্ভুজটির নাম বিভিন্ন প্রকারে লেখো।

ii) বিপরীত বাহুর জোড়া লেখো।

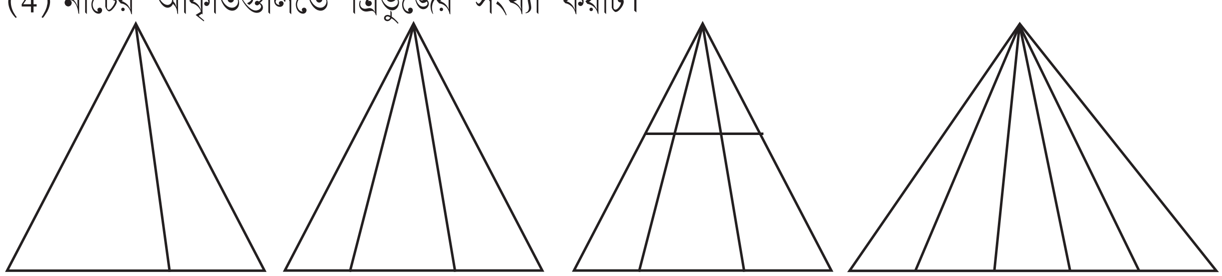
iii) সংলগ্ন বাহুর জোড়া লেখো।

iv) চতুর্ভুজটির বিকর্ণের নাম লেখো।

v) বিপরীত কোণের জোড়া লেখো।

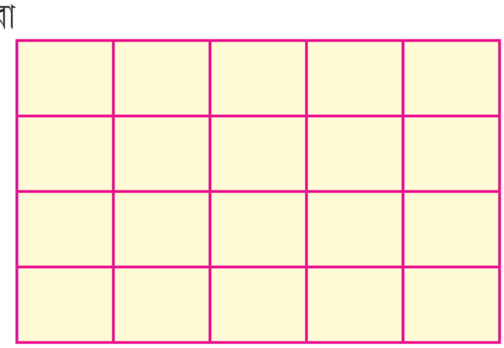
vi) সংলগ্ন কোণের জোড়া লেখো।

(4) নীচের আকৃতিগুলিতে ত্রিভুজের সংখ্যা কয়টি।



(i) (ii) (iii) (iv)

(5) পাশের ছবিতে চতুর্ভুজের মোট সংখ্যা গণনা করো এবং লেখো।



9 সমীকরণ

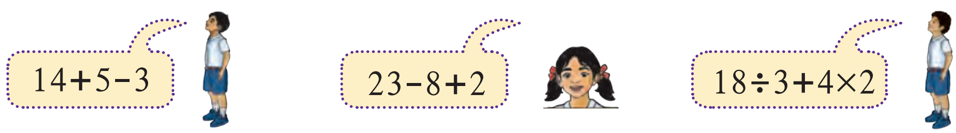
পুনরাবৃত্তি

প্রকাশ 23টি মধুর বয়াম থেকে ৪টি বয়াম সুমিতাকে দিলো, অর্থাৎ 23−8 = □। অবশিষ্ট বয়ামগুলি মধ্যে থেকে আরো সে 6টি বয়াস দীপালীকে দিলো, অর্থাৎ □ − 6 = □ এই গঠনটি আমরা কীভাবে করতে পারি তা দেখা যাক।

পদাবলী (Expression)

বুঝে নাও

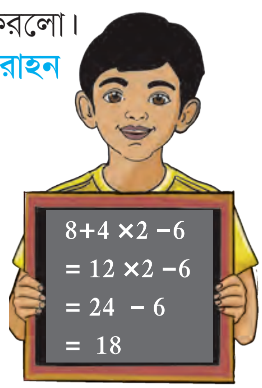
আমরা সংখ্যার উপর যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ, এই মৌলিক ক্রিয়াগুলি কীভাবে ব্যবহার করতে হয় তা শিখেছি। সলীম, আর্যা ও রজত সংখ্যার চিহ্ন ব্যবহার করে কিছু গাণিতিক ক্রিয়া সম্পন্ন করেছে।



এমন দুই বা তার থেকে বেশি সংখ্যার গাণিতিক ক্রিয়ার বিন্যাসকেই **'পদাবলী'** বলে।

✲ অমনের কাছে প্রথমে ৪টি পেন্সিল ছিলো। রজত তাকে প্রতিটি প্যাকেটি 4টি করে পেন্সিল থাকা আরো 2টি প্যাকেট দিলো। অমন তার মধ্যে থেকে 6টি পেন্সিল তার বন্ধুদের দিলো। তবে অমনের কাছে শেষে কয়টি পেন্সিল অবশিষ্ট রইলো ? রোহন এবং গ্রেসী এই উদাহরণের জন্য নীচের পদাবলী অবলম্বন করলো।

রোহন



রোহনের উত্তর 18 হলো।

গ্রেসী

গ্রেসীর উত্তর 10 হলো।

ভেবে দেখো। রোহন এবং গ্রেসী উভয়েরই বের করা উত্তর ভিন্ন। এমন কেন হলো ?

- পদাবলীর সমাধান করার সময়ে গণিতের কিছু নিয়ম নির্ধারিত করা আছে।

1) বন্ধনীতে দেওয়া প্রক্রিয়াটি প্রথমে করতে হয়।

2) এরপর রাশিতে একাধিক প্রক্রিয়া থাকলে গুণ এবং ভাগ ক্রিয়া বাম দিক থেকে ডান দিকে যে ক্রমে আসবে, সেই ক্রমে করতে হবে।

3) এরপর যোগ এবং বিয়োগ ক্রিয়া বাম দিক থেকে ডান দিকে যে ক্রমে আসবে, সেই ক্রমে করতে হবে।

4) যদি বন্ধনীর মধ্যে একাধিক গাণিতিক ক্রিয়া থাকে, তবে উপরের দুটি নিয়ম অনুসরণ করে সম্পন্ন করতে হবে।

5) কিছু ক্ষেত্রে ক্রিয়ার ক্রম স্পষ্ট করার জন্য একাধিক বন্ধনী ব্যবহার করা হয়। সেই ক্ষেত্রে ‘()’ এই প্রথম বন্ধনীর সাথে ‘[]’ এরকম দ্বিতীয় বন্ধনী এবং ‘{}’ তৃতীয় বন্ধনীর ব্যবহার করা হয়। যদি একাধিক ধরনের বন্ধনী থাকে তবে সবথেকে ভেতরের বন্ধনীর ক্রিয়া সবার আগে করতে হবে।

পদাবলী সমাধানের জন্য চিহ্নের ক্রম					
ব () বন্ধনীর ক্রিয়া প্রথম	এর × এর গুণ ক্রিয়া	ভাগ ÷ ভাগ করো	গু × গুণ করো	যো + যোগ করো	বি – বিয়োগ করো

✻ **এই নিয়ম ব্যবহার করে পদাবলীর সঠিক উত্তর নির্ধারণ করো।**

$8 + \underline{4 \times 2} - 6$

$= \underline{8 + 8} - 6$ ... প্রথমে গুণ করে

$= \underline{16 - 6}$ ... যোগ করে

$= 10$ ... বিয়োগ করে

∴ রোহন ও গ্রেসীর মধ্যে ☐ এর উত্তরটি সঠিক।

নমুনা উদাহরণ :

1) $81 \div (5 + 4) - 2$

$= 81 \div 9 - 2$ ... বন্ধনী সমাধান করে

$= 9 - 2$ ... ভাগ করে

$= 7$

2) $[18 + 5(7-3)] + 64$

$= [18 + 5 \times 4] + 64$ ...সরল বন্ধনী সমাধান করে

$= [18 + 20] + 64$ ... গুণ করে

$= 38 + 64$ ...চৌকো বন্ধনী সমাধান করে

$= 102$

3) একটি ঝুড়িতে 24টি গাঁদা ফুল ছিলো। সেই ঝুড়িতে শেফালী এবং শ্রীজয় প্রত্যেকে আরও 5টি করে ফুল রাখলো, এখন ঝুড়িতে মোট কতোগুলি ফুল হলো ?

$24 + 2 \times 5$

$= 24 + 10$ ... গুণ করে

$= 34$ ... যোগ করে

অনুশীলনী 9.1

(1) নীচের কৃতি পূর্ণ করো।

(i) $32 \times 4 \div 8 - 6$

= ☐ ÷ 8 – ☐

= ☐ – 6 = ☐

(ii) $65 \div 5 \times 2 - 20$

= ☐ × 2 – 20

= ☐ – 20 = ☐

(iii) $80 \times (15+8-3)+5$

$= 80 \times (\square - 3) + 5$

$= 80 \times \square + 5$

$= \square + 5$

$= \square$

(iv) $100 \div (18+5-3)+7$

$= 100 \div (\square - 3) + 7$

$= 100 \div \square + 7$

$= \square + 7$

$= \square$

(v) $4 + \{100 \div [3\,(7-5) + 4]\}$

$= 4 + \{100 \div [3 \times \square + 4]\}$

$= 4 + \{100 \div [\square + 4]\}$

$= 4 + \{100 \div \square\}$

$= 4 + \square$

$= \square$

(vi) $210 \div \{125 - [5 + 3\,(14-9)]\}$

$= 210 \div \{125 - [5+3 \times \square]\}$

$= 210 \div \{125 - [5+\square]\}$

$= 210 \div \{125 - \square\}$

$= 210 \div \square$

$= \square$

(2) নিম্নলিখিত রাশিগুলির মান নির্ণয় করো।

(i) $28 + 12 - 25$ (ii) $8 \times 4 - 3 \times 6$ (iii) $112 - 18 \times 2 \div 9 + 2$

(iv) $13 - [4 + (32 \div 4 - 5)]$ (v) $\{100 \div [\,3\,(18 - 12) + 7]\} + 6$

(3) শর্বরী 1 থেকে 4 সংখ্যাগুলির ব্যবহার করে কয়েকটি পদাবলি তৈরী করেছে। যেগুলির মান 21 হয়। তাঁকে আরও কিছু পদাবলি করতে সাহায্য করো।

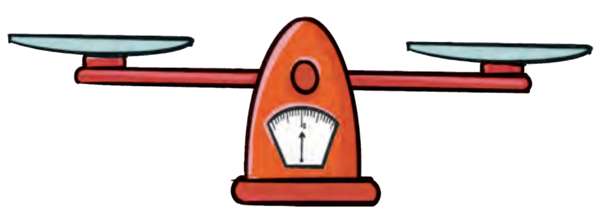
(i) $3 \times 4 + 2 \times 4 + 1$ (ii) $4\,(3 + 2)+1$

(4) নীচের পদাবলিগুলি থেকে শাব্দিক উদাহরণ তৈরী করো।

(i) $(5 + 4) - 8$ (ii) $(6 \times 12) \div 4$ (iii) $2 \times 6 + 3 \times 4 + 1$

সমানতা (Equality)

বুঝে নাও



$2 \times 7 = \square$ $3 + 4 = \square$ $20-6 = \square$ $14 \div 2 = \square$

উপরের উদাহরণগুলিতে ক্রিয়া সম্পন্ন করলে তুমি কী দেখতে পেলে তাহা লক্ষ করো।

উপরের উদাহরণে 2×7 এবং 20−6 এই দুই পদাবলির মান সমান হয়। তেমানি 3+4 এবং 14÷2 এই পদাবলির মান ও সমান হয়। 2×7 = 20 − 6 এবং 3+4=14÷2 এই ধরনের একটি অভিব্যক্তিকে সমতা বলা হয়। এই কারনে ‘=’ চিহ্নের বাম ও ডান পাশের মান সমান হয়।

নমুনা উদাহরণ :

দেওয়া রাশিগুলির মধ্যে সমতা আছে কিনা তা নির্ধারণ করো :

(i) 6×5 ; $14 + 16$

প্রথম রাশি $6 \times 5 = 30$

দ্বিতীয় রাশি $14 + 16 = 30$

$\therefore$ $6 \times 5 = 14 + 16$ এই রাশিগুলিতে সমতা আছে।

(ii) $30 \div 15$; $18 - 8$

প্রথম রাশি $30 \div 15 = 2$

দ্বিতীয় রাশি $18 - 8 = 10$

$\therefore$ $30 \div 15 \neq 18 - 8$ এই রাশিগুলিতে সমতা নেই।

($\neq$ এই চিহ্ন সমতা নেই তা বোঝাতে ব্যবহৃত হয়।)

অনুশীলনী 9.2

(1) নীচের প্রত্যেকটি উদাহরণে ছকের বামদিকের ও ডানদিকের রাশিগুলির মান নির্ণয় করো। তার উপর ভিত্তি করে ছকের '=' অথবা '$\neq$' এর মধ্যে সঠিক চিহ্নটি বসাও।

(i) $5+9$ □ 2×7 (ii) $18\div3$ □ 9×3 (iii) $6\div2+4$ □ $13-6$

(2) নীচের উদাহরণগুলির বামদিকের ও ডানদিকের মান সমান করার জন্য ছকে সঠিক সংখ্যা বসাও।

(i) $16+4 =$ □ $+ 8$ (ii) $26 \div$ □ $=5 + 8$ (iii) $38 -$ □ $=21 \div 3$

(3) নীচে দেওয়া সংখ্যা এবং সংখ্যার ওপরে ক্রিয়ার চিহ্ন ব্যবহার করে সমতার উদাহরণ তৈরী করো।

সংখ্যা	ক্রিয়ার চিহ্ন	সমানতার চিহ্ন
13, 8, 3, 12, 5, 10, 4, 7, 6	+, −, ×, ÷	1) $13+7 = 4\times5$ 2) .... 3) .... 4) ....

সমানতার গুণধর্ম :

উদা. $(6+4) = (5\times2)$ এই উদাহরণের জন্য সমতার গুণধর্ম যাচাই করো।

সমানতার গুণধর্ম	বামদিক	ডানদিক	গুণধর্ম
যোগ	$(6+4)+5$ $= 10 + 5$ $= 15$	$(5\times2)+5$ $= 10 + 5$ $= 15$	উভয় দিকে একই সংখ্যা যোগ করলে সমতাই পাওয়া যায়।
বিয়োগ	$(6+4)-2$ $= 10 - 2$ $= 8$	$(5\times2)-2$ $= 10 -$ □ $=$ □	উভয় দিক থেকে একই সংখ্যা বিয়োগ করলে সমতাই পাওয়া যায়।

সমানতার গুণধর্ম	বামদিক	ডানদিক	গুণধর্ম
গুণ	(6+4) x 3 = □ × 3 = □	(5×2) × 3 = □ × 3 = □	যদি উভয় পাশে একটি নির্দিষ্ট সংখ্যা দিয়ে গুণ করা হয় তবে তাদের সমতা বজায় থাকে।
ভাগ	(6+4)÷2 = □ ÷2 = □	(5×2)÷ 2 = □ ÷ 2 = □	উভয় পাশে একটি নির্দিষ্ট সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা হয় তবে তাদের সমতা বজায় থাকে।

অঙ্কগনিতের বিন্যাস

'পাঁচ এবং আট এই সংখ্যাগুলির যোগ' এই বাক্যটিকে চিহ্নের সাহ্যে '5+8' হিসাবে লিখি। চিহ্নের ব্যবহারে লেখা সংক্ষিপ্ত ও সহজ হয়। এছাড়া অজানা সংখ্যার ক্ষেত্রে অক্ষর ব্যবহার করলে উদাহরণটি সমাধান করা আরও সহজ হয়।

- সংখ্যার জন্য অক্ষরে ব্যবহার দুভাবে করা হয় :

  (1) অজানা সংখ্যার জন্য (2) সূত্র বা নিয়ম তৈরী করতে।

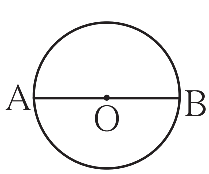
প্রকার 1) অজানা সংখ্যার জন্য অক্ষরের ব্যবহার :

'ছয়ের থেকে সাত বেশি কোন সংখ্যা ?' - এর উত্তর হলো 13, এই উত্তর আমরা বের করতে পারি। গণিত বিন্যাস '6+7=13' এভাবে লেখা হয়। কিন্তু একটি নির্দিষ্ট সংখ্যার থেকে সাত বড় সংখ্যা' - এটি বোঝাতে গণিতে কোন অক্ষর ব্যবহার কিভাবে লিখবে ? একটি সংখ্যা মানে কোন সংখ্যা তা আমরা জানি না ? এইজন্য সেই অজানা সংখ্যাটির জন্য 'a' অক্ষরটি ব্যবহার করবো।

- একটি নির্দিষ্ট সংখ্যার থেকে সাত বড় সংখ্যা = $a + 7$
- একটি নির্দিষ্ট সংখ্যার থেকে চার ছোটো সংখ্যা = $a - 4$
- একটি সংখ্যা ও 3 এর যোগফল = $a + 3$
- 15 থেকে একটি সংখ্যা বিয়োগ করলে যে বিয়োগফল পাওয়া যায় = $15-a$
- একটি সংখ্যার 5 গুণ = $a \times 5 = 5a$

> - অক্ষর ও সংখ্যার গুণ করার ক্ষেত্রে অক্ষরের আগে সংখ্যাটিকে লেখা হয় এবং এদের মাঝে গুণ চিহ্ন লেখা হয় না।
> - অজানা সংখ্যার জন্য a, b, c, … z এর মধ্য থেকে যেকোনো একটি অক্ষর নেওয়া যেতে পারে। 'চলক' (variable) বলা হয়।

প্রকার 2) সূত্র বা নিয়ম তৈরী করতে এই অক্ষরটিকে ব্যবহার :



পাশের ছবিতে 'O' কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি বৃত্ত আছে। এখানে বৃত্তের ব্যাসার্ধ ও ব্যাসকে যথাক্রমে r এবং d অক্ষরের মাধ্যমে বোঝানো হয়েছে। OA ও OB রেখাংশগুলি হলো বৃত্তের ব্যাসার্ধ (r) । AB রেখাংশটি হলো বৃত্তের ব্যাস (d)।

রেখাংশ AB = রেখাংশ OA + রেখাংশ OB

ব্যাস = ব্যাসার্ধ + ব্যাসার্ধ

ব্যাস = 2 × ব্যাসার্ধ

$d = 2 \times r$

(2) দুটি সংখ্যার যোগফল ও গুণনফলের নিয়ম শেখার জন্য নীচের সারণীটি পূর্ণ করো।

উদাহরণ	নিয়ম	
6 + 3 = 9 ; 3 + 6 = 9	সংখ্যার যোগফল ক্রম অনুসারে বা উল্টো ক্রমে করলে তা সমানই হয়।	$a + b = b + a$
3 + 0 = ☐ 5 + 0 = ☐	....	$a + 0 = a$
....	যেকোনো সংখ্যা ও 0এর গুণফল শূন্য হয়।	$a \times 0 = 0$
8 x 1 = 8	....	$a \times 1 = a$

অনুশীলনী 9.3

(1) অক্ষর ব্যবহার করে গাণিতিক বিন্যাস করো।

(i) একটি সংখ্যা ও 9 এর যোগফল। (ii) একটি সংখ্যাকে 8 দিয়ে ভাগ।

(iii) একটি সংখ্যা ও 0 এর গুণফল। (iv) একটি সংখ্যা থেকে 12 বিয়োগ।

(v) একটি সংখ্যার 4 গুণ। (vi) একটি সংখ্যাকে 1 দিয়ে গুণ।

(2) বন্ধনীতে দেওয়া অক্ষরের ব্যবহার করে নিয়ম ও সূত্র পুনরায় লেখো।

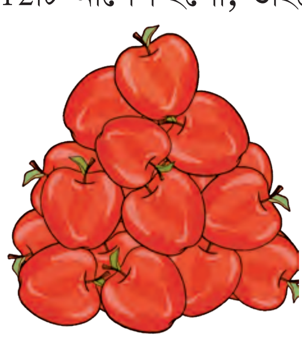
(i) লাভ = বিক্রয় মূল্য – ক্রয় মূল্য (লাভ = P, বিক্রয় মূল্য = S, ক্রয় মূল্য = C)

(ii) ক্ষতি = ক্রয় মূল্য (C) – বিক্রয় মূল্য(S) (ক্ষতি = L)

একচল সমীকরণ (Equations in One Variable)

বুঝে নাও

প্রদীপের কাছে কিছু আপেল আছে, সচীন তাকে আরও 5টি আপেল দিলো, তখন তার কাছে মোট 12টি আপেল হলো, তাহলে প্রদীপের কাছে শুরুতে কয়টি আপেল ছিলো ?



প্রদীপের কাছে থাকা কিছু আপেল মানে ‘x’ আপেল আছে বলে মনে করি। ‘x’ হল ‘চলক’।

সচীনের দেওয়া আপেলের সংখ্যা = ☐ আপেল।

প্রদীপের কাছে মোট আপেলের সংখ্যা = ☐ আপেল।

উপরের তথ্যের গাণিতিক বিন্যাস আমরা নীচের মতো করতে পারি।

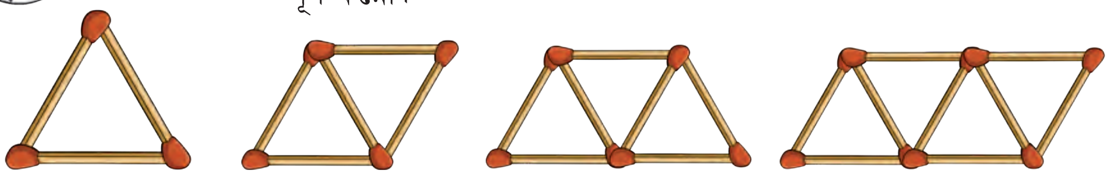
∴ $x+5=12$, এইভাবে করা গাণিতিক বিন্যাসকেই **‘সমীকরণ’** বলে।

'যে গাণিতিক বিন্যাসে সমতার বাম পাশে বা ডানপাশে অথবা উভয়পাশে রাশিতে একটিমাত্র চলকের ব্যবহার করা হয়, সেই বিন্যাসকে 'এক চলকবিশিষ্ট সমীকরণ' বলা হয়।'

উদা. $a-6=8$; $9=3p$; $\frac{m}{5}=7$; $2x+5=x+7$

কৃতি করো

ছবিতে দেখানো অনুযায়ী কাঠির সাহায্যে ত্রিভুজ করো এবং নীচের সারণিটি পূর্ণ করো।

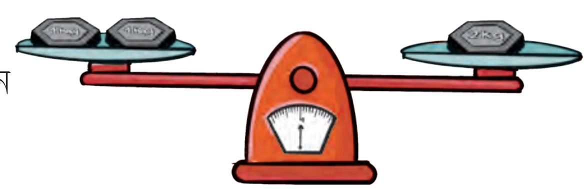


ত্রিভুজের সংখ্যা	কাঠির সংখ্যা (2 × ত্রিভুজের সংখ্যা) + 1	ত্রিভুজের সংখ্যা	কাঠির সংখ্যা (2 × ত্রিভুজের সংখ্যা) + 1
1	$(2\times1)+1=3$	4	.....
2	$(2\times2)+1=5$	5	.....
3	.....	n	.....

বুঝে নাও

সমীকরণের সমাধান

"দাঁড়িপাল্লার বাম পাশ ও ডান পাশে রাখা বস্তুর ওজন যদি সমান থাকে, তবেই দাঁড়িপাল্লাটি সমতা বা ভারসাম্যে থাকে।"



একইভাবে, সমীকরণের উভয় পাশের মান সমান হলেই সমীকরণের তার সাম্যেপূর্ণ হয়।

$y+6=7$ এই সমীকরণে 'y' চলকের কোন মানের জন্য '=' চিহ্নের বাম ও ডান পাশের মান সমান হয়, তা দেখি।

$y+6=7$ এই সমীকরণে y এর মান $0,1,2,3,\ldots$ এইভাবে রেখে দেখি।

ডান পাশ = 7 হয়।

i) $y=0$ ধরি

বাম পাশ = $y+6=0+6=6$

∴ বাম পাশ ≠ ডান পাশ

এই সমীকরণ $y=0$ মানের জন্য সমতা বজায় রাখে না।

∴ $y=0$ দেওয়া সমীকরণের সমাধান নয়।

ii) $y=1$ ধরি

বাম পাশ = $y+6=1+6=7$

∴ বাম পাশ = ডান পাশ

এই সমীকরণ $y=1$ মানের জন্য সমতা বজায় রাখে।

∴ $y=1$ দেওয়া সমীকরণের সমাধান।

চলকের যে মানের জন্য দেওয়া সমীকরণটি সমতা বজায় রাখে বা সমাধান খুঁজে পায়, চলকের সেই মানকেই 'সমীকরণের সমাধান' বলা হয়।

নমুনা উদাহরণ :

1) $a + 7 = 12$

উত্তর : $a + 7 = 12$

$\therefore a + 7 - 7 = 12 - 7$ ... উভয় পাশে 7 বিয়োগ করো।

$\therefore a + 0 = 5$

$\therefore a = 5$

2) ঈশ্বরি মনে মনে একটি সংখ্যা ধরলো এবং সে সংখ্যাটির তিন গুণ করে 75 পেয়েছে। তাহলে ঈশ্বরি মনে মনে ধরা সংখ্যাটি কতো ?

উত্তর: ঈশ্বরির মনে ধরা সংখ্যাটি x মনে করি।

$\therefore$ সেই সংখ্যার তিনগুণ = $3x$

$\therefore 3x = 75$

$\therefore \frac{3x}{3} = \frac{75}{3}$ ...উভয় পাশে 3 দিয়ে ভাগ

$\therefore x = 25$

$\therefore$ ঈশ্বরির মনে ধরা সংখ্যাটি 25।

অনুশীলনী 9.4

(1) নীচে দেওয়া তথ্য থেকে সমীকরণ তৈরী করো।

i) একটি সংখ্যার 4 গুণ 24 হয়।

ii) 37 থেকে একটি সংখ্যা বিয়োগ করলে 12 থাকে।

iii) শ্রীময়ীর কাছে কিছু বস্তা আছে, তার থেকে 8টি বস্তা সইকে দিলো, তার কাছে আর 15টি বস্তা থাকবে।

iv) সমর্থ একটি সংখ্যাকে 7 দিয়ে ভাগ করার পরে ভাগফল 4 পায়।

(2) নীচে দেওয়া সমীকরণের চলকের (variable) কোন মানটি ওই সমীকরণের সমাধান, তা নির্ধারণ করো।

i) $7x=14$ ($x=1,2,3,...$) ii) $p+6=9$ ($p=1,2,3,4,...$)

iii) $4=\frac{y}{8}$ ($y=31,32,33,...$) iv) $8-m=5$ ($m=1,2,3,4,...$)

(3) নিম্নলিখিত সমীকরণগুলি সমাধান করো।

i) $3x=12$ ii) $x+4=21$ iii) $17-p=8$ iv) $\frac{k}{8}=9$

(4) নীচের কৃতি পূর্ণ করো।

i) দুটি ক্রমিক সংখ্যা মিলে 131 হয়, সংখ্যা দুটি কি?

কৃতি : মনে করি, দুই সংখ্যার যোগফল m এবং $m+1$

কিন্তু দুই সংখ্যার যোগফল 131

$\therefore \square + (m+1) = 131$

$\therefore \square + 1 = 131$

$\therefore 2m + 1 - 1 = 131 - 1$

(দুই পাশে 1 দিয়ে বিয়োগ করে)

$\therefore \square = 130$

$\therefore \frac{2m}{2} = \frac{130}{2}$

(দুই পাশে 2 দিয়ে ভাগ করে)

$\therefore m = \square$

$\therefore m + 1 = 65 + 1 = \square$

$\therefore$ সেই দুটি সংখ্যা $\square$ ও $\square$

ii) একটি প্যান্টের মূল্য এবং জামার মূল্য থেকে 250 টাকা বেশী একটি প্যান্ট ও জামার মূল্য 1250 টাকা। তবে দুটির মূল্য বের করো।

কৃতি : মনে করি, জামার মূল্য x টাকা।

$\therefore$ প্যান্টের মূল্য $x + \square$

মোট মূল্যর সমীকরণ লিখি।

$\therefore x + \square = 1250$

$\therefore \square + 250 = 1250$

$\therefore 2x = \square$

(উভয় পাশে 250 বিয়োগ করে)

$\therefore x = \square$

(উভয় পাশে 2 দিয়ে ভাগ করে)

$\therefore$ জামার মূল্য $= \square$ টাকা

$\therefore$ প্যান্টের মূল্য $= \square + 250$ টাকা

$= \square$ টাকা

(5) নীচের শাব্দিক প্রশ্নগুলি থেকে সমীকরণ তৈরী করো ও সমাধান করো।

i) একটি বাগানে আমলকীর 36 টি গাছ আছে। বাকি গাছগুলি নীলগিরির গাছ। যদি সেই বাগানে মোট 150টি গাছ থাকে, তবে নীলগিরির গাছ কতোগুলি ?

ii) পাটণ তালুকার ভূমিকম্পপীড়িত পরিবারগুলির মধ্যে বিতরণের জন্য সরকারের থেকে কিছু কুইন্টাল খাদ্যশস্য পাওয়া গেলো, তার মধ্যে আড়ুল গ্রামে পরিবারগুলিকে 34 কুইন্টাল খাদ্যশস্য বিতরণের পর 48 কুইন্টাল খাদ্যশস্য অবশিষ্ট রইলো। তবে সরকার থেকে মোট কতো কুইন্টাল খাদ্যশস্য পাওয়া গিয়েছিল ?

এক নজরে

- গাণিতিক রাশি সমাধান করার সময় প্রথমে বন্ধনীর কাজ করতে হয়, তারপর ভাগ, গুণ, যোগ ও বিয়োগ এই ক্রমে সমাধান করা হয়।
- '=' চিহ্নের বাম ও ডান পাশের রাশির মান সমান হয়, এমন বিন্যাসকে সমীকরণ বলে।
- সমীকরণের উভয় পাশে কোনো একটি সংখ্যা যোগ করলে, বিয়োগ, গুণ বা শূন্য ছাড়া অন্য কোনো সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে সমতার কোনো পরিবর্তন হয় না।
- এক চলক সমীকরণে চলকের যে মূল্যের সমীকরণের সমাধান হয়, সেই মূল্য অর্থাৎ সমীকরণের সমাধান বলা হয়।

অনুশীলনী 9

(1) সঠিক বিকল্পটি বেছে নাও।

i) যদি $x + 12 = 27$ হয়, তবে $x = $?

(অ) 39 (ব) 15 (ক) 25 (ড) 29

ii) যদি $23 - n = 12$ হয়, তবে $n = $?

(অ) 11 (ব) 25 (ক) 35 (ড) 21

iii) যদি 12 a = 96 হয়, তবে a = কতো ?

(অ) 108 (ব) 8 (ক) 84 (ড) 1152

iv) 24 ÷ (3+5) − 2 = ☐

(অ) 20 (ব) 11 (ক) 4 (ড) 1

v) নীচের কোন রাশির জোড়াগুলির মধ্যে সমতা আছে ?

(অ) 14 × 1; 5−3 (ব) 6 × 7; 14 × 4

(ক) 5 × 3; 14+1 (ড) 5 × 3; 14−1

vi) একটি সংখ্যা ও তার তিন গুণ এর যোগফল 24 হলে, তবে সেই সংখ্যাটি কতো ?

(অ) 12 (ব) 6 (ক) 3 (ড) 108

(2) নীচের ছকে সঠিক সংখ্যা বসিয়ে সমতা পূর্ণ করো।

(i) 12 ÷ 3 = 9− ☐ (ii) 15 + 7 = ☐ × 2 (iii) 48 ÷ ☐ =15 − 12

(3) নীচের গাণিতিক সমস্যাগুলি সমাধান করো।

(i) 8 ×4−17 (ii) 9 ÷(13−10)+5

(iii) 100 ÷{6+[12−4+(5 × 3−4)]}

(4) সমতার গুণধর্ম ব্যবহার করে নীচের সমীকরণগুলি সমাধান করো।

(i) $x+12=25$ (ii) $6p=48$ (iii) $\frac{m}{7}=7$ (iv) $27-t=14$

(5) সোনাল মনে মনে একটি সংখ্যা ধরলো এবং সেই সংখ্যাটিকে 5 দিয়ে গুণ করলো, তখন উত্তর 30 এলো। তাহলে সেই সংখ্যাটি কতো ?

(6) দীপালির বয়স আসমার থেকে 5 বছর কম। তাদের দুজনের বয়সের যোগফল 27 বছর হলে প্রত্যেকের বয়স কতো হবে ?

(7) একটি বিদ্যালয়ের শিক্ষার্থীরা বন্যা দুর্গতদের সাহায্যে করার জন্য কিছু টাকা জমা করলো। জমা হওয়ার টাকার পরিমান শিক্ষার্থীদের সংখ্যার চার গুণ। শিক্ষকরা তাতে ₹ 1500 যোগ করায় মোট ₹ 5140 হলো। তাহলে ওই বিদ্যালয়ে মোট কতোজন শিক্ষার্থী আছে ?

(8) একটি দুধ সংগ্রহ কেন্দ্রের আশেপাশে অশ্বত্থ গাছ লাগানো হয়েছে, তার চেয়ে 52টি বেশি নিম গাছ লাগানো হয়েছে। যদি দুই ধরনের মোট 170টি লাগানো হয়ে থাকে, তবে কতোগুলি নিম গাছ লাগানো হয়েছে ?

10 জাদুই গণিত – 1

সংখ্যার খেলা

1) স্মার্ট কার্ডস্

- নীচের খেলাটি তোমার বন্ধুর সাথে খেলো।

1	3	5	7
9	11	13	15
17	19	21	23
25	27	29	31

2	3	6	7
10	11	14	15
18	19	22	23
26	27	30	31

4	5	6	7
12	13	14	15
20	21	22	23
28	29	30	31

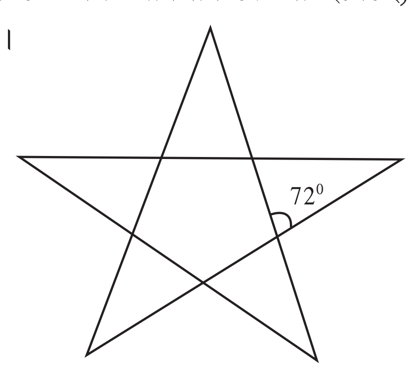
8	9	10	11
12	13	14	15
24	25	26	27
28	29	30	31

16	17	18	19
20	21	22	23
24	25	26	27
28	29	30	31

- প্রতিটি কার্ডে 1 থেকে 31 এর থেকে 16টি সংখ্যা লেখা আছে।
- তোমার বন্ধুকে তার জন্ম তারিখ (বা 1 থেকে 31 এর মধ্যে যেকোনো একটি সংখ্যা) মনে মনে ধরতে বলো।
- তোমার বন্ধুকে জিজ্ঞাসা করো সে মনে মনে ধরা সংখ্যাটি পর্যবেক্ষণ করে দেখে কোন কোন কার্ডে আছে। তাহা জিজ্ঞাসা করো।
- তোমার বন্ধুর মনে মনে ধরা সংখ্যাটি শনাক্ত করার কৌশল বইটিতে অন্য জায়গায় দেওয়া হয়েছে, সেটি খুঁজে বের করো এবং তার মনে ধরা সংখ্যাটি শনাক্ত করো।

2) তারা

এখানে একটি পাঁচ-পয়েন্ট বিশিষ্ট তারা দেওয়া হয়েছে। এর মাঝখানে একটি নিয়মিত পঞ্চভুজ হয়েছে। তারার মধ্যে একটি কোণের পরিমাপ দেওয়া আছে। এর ভিত্তিতে তারার বাকি সব কোণের পরিমাপ বের করো এবং বলো।



নির্দেশ 1 : সরলরেখা গঠনকারী দুটি কোণের যোগফল 180^0 হয়।

নির্দেশ 2 : সুষম পঞ্চভুজের সমস্ত বাহু এবং কোণ সমান মাপে হয়।

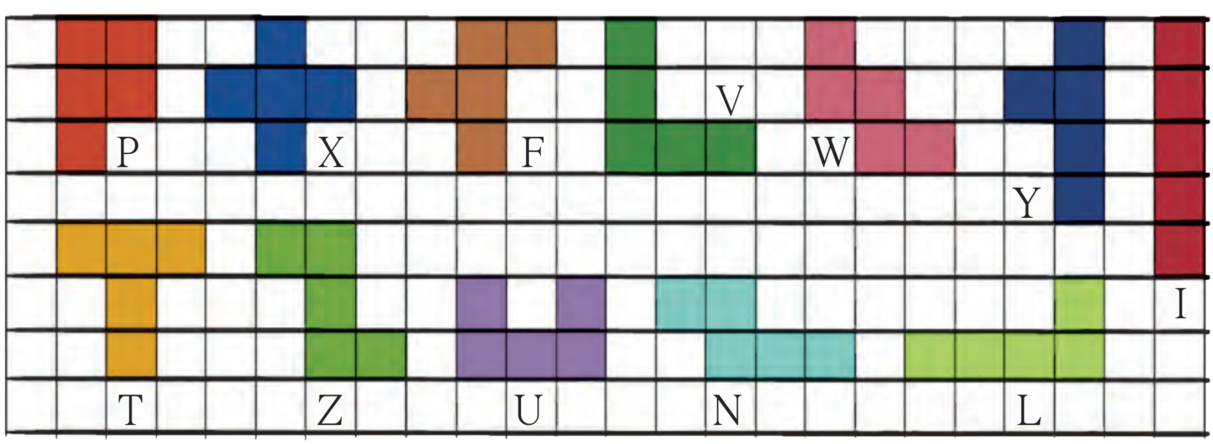
নির্দেশ 3 : ত্রিভুজের সমস্ত কোণের মাপের যোগফল 180^0 হয়।

- পঞ্চভুজের সমস্ত কোণের মাপের যোগফল কতো ?
- তারার ছয়টি কোণ থাকলে কোণগুলির মাপে কী পার্থক্য হবে ?
- তারার কোণগুলি ছয়ের বেশি হলে কেন্দ্রের তৈরী হওয়া বহুভুজের প্রতিটি কোণের পরিমাপ কতো হবে ? তার সমস্ত কোণের পরিমাপের সমষ্টি বের করার কোনো সূত্র কি তৈরী করা যেতে পারে ? চেষ্টা করে দেখো।

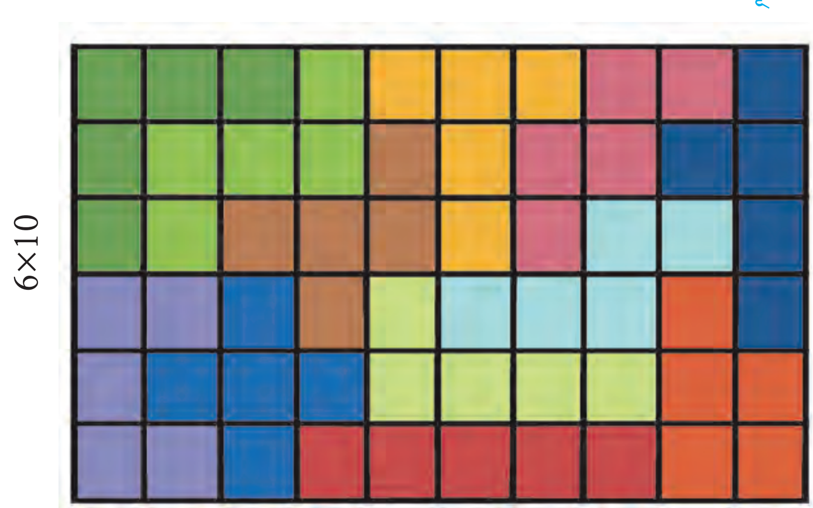
3. **পেন্টোমিনো :** 5 টি সমান মাপের বর্গক্ষেত্র পাশাপাশি জুড়ে তৈরী হওয়া আকার। বর্গাকার গ্রিড কাগজ (Square Grid Paper) নাও।

তাতে নীচে দেখানো বিভিন্ন আকারের পেন্টোমিনা কেটে নাও। পেন্টোমিনাগুলি কতোভাবে ভাঁজ করা সম্ভব, তা নীচে দেওয়া আছে।

ভাঁজ করার কথা মনে রাখতে তাদের আকারের উপর ভিত্তি করে ইংরেজি অক্ষর দেওয়া হয়েছে।

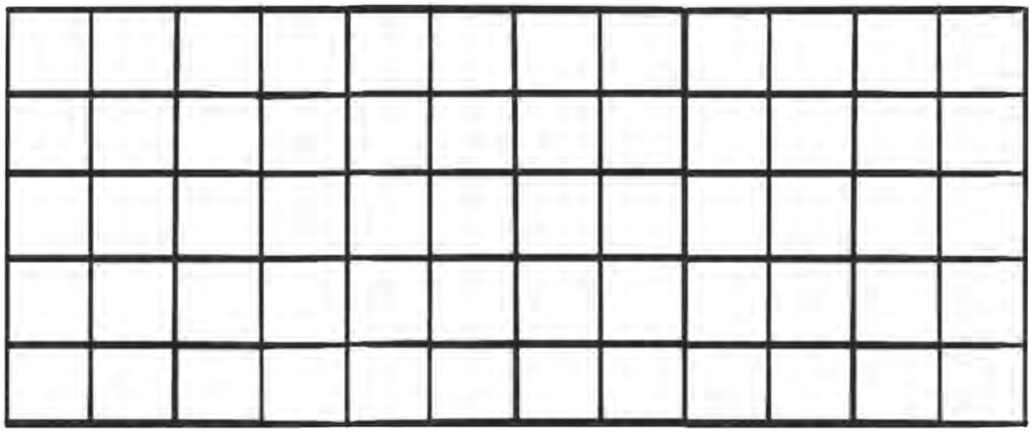


6×10 এর আয়তক্ষেত্রটি উপরের পেন্টোমিনাগুলি ব্যবহার করে পূর্ণ করা হলো।



5×12 নীচের আয়তক্ষেত্রে সব উপায়ে বসানোর চেষ্টা করে দেখো।

5×12



এইভাবে 4×15 এবং 3×20 মাপের গ্রিড নিয়ে তাতে পেন্টোমিনোর আকৃতি বসাও এবং খেলার আনন্দ নাও।

প্রতিটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল এবং তাতে রাখা পেন্টোমিনো (Tessalation- No Overlap No Gaps) ফাঁক বা উপরিপাত না রেখে বসানো)- এর বিন্যাস বা চিত্রপ্রবাহ লক্ষ করো। এই দুটির মধ্যে কোনো সহসম্বন্ধ বা মিল আছে কি তা বুঝে নাও। প্রতিটি আয়তক্ষেত্রের পরিমাপ দেখো। তাতে কোনো সাদৃশ্য বা মিল আছে কি লক্ষ্য করো ? এই বিষয়ে চিন্তা করো ও আলোচনা করো।

4. যোগ-বিয়োগের ছক :

যোগ →

বিয়োগ ↓

$\frac{5}{3}$	$\frac{4}{3}$	---
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	---
---	---	---

যোগ →

বিয়োগ ↓

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	---
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	---
---	---	---

- আরও কোন-কোন ভগ্নাংশের জন্য এমন ছক তৈরী করা যেতে পারে ? তৈরী করে যাচাই করো।
- ভগ্নাংশ ছাড়া অন্য সংখ্যার জন্যেও এমন ছক তৈরী করো।

11 দশমিক ভগ্নাংশ

পুনরাবৃত্তি

পুর্বে আমরা $\frac{\text{লব}}{\text{হর}}$ এই আকারের ভগ্নাংশগুলি অধ্যয়ন করেছি।

নীচের ভগ্নাংশগুলি পর্যবেক্ষণ করো। প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলির মধ্য থেকে যাদের হর 10, 100, 1000, 10,000 তাদের আলাদা করো।

$$\frac{7}{5}, \frac{4}{10}, \frac{15}{100}, \frac{287}{119}, \frac{438}{1000}, \frac{27}{10}, \frac{9}{10000}, \frac{5}{8}, \frac{10}{17}, \frac{5}{100}, \frac{89}{1000}, \frac{45}{10}$$

নীচের ভগ্নাংশগুলির হর 10 অথবা 10 এর দশগুণের গুণিতক।

$$\frac{4}{10}, \frac{15}{100}, \frac{27}{10}, \frac{438}{1000}, \frac{9}{10000}, \frac{5}{100}, \frac{89}{1000}, \frac{45}{10}$$

দশমিক ভগ্নাংশ (Decimal Fraction)

বুঝে নাও

- যে ভগ্নাংশগুলির হর 10, 100, 1000, ... ইত্যাদি হয়, অর্থাৎ 10 হর অথবা 10 এর গুণিতক, তাদের দশমিক ভগ্নাংশ বলা হয়। এই ভগ্নাংশগুলি লেখার সময় দশমিক পদ্ধতিতে যেমন পরস্পর দশক, শতক, হাজার ইত্যাদি স্থান রয়েছে, তেমনি এককের ঘরের ডানদিকে এক-দশাংশ অর্থাৎ $\frac{1}{10}$, এক-শতাংশ অর্থাৎ $\frac{1}{100}$, এক- সহস্রাংশ অর্থাৎ $\frac{1}{1000}$ ইত্যাদি স্থানে রয়েছে।
- এক দশাংশ (দশ + অংশ) এই কথায় 'দশ' মানে 10 এবং 'অংশ' মানে ভাগ, তাই এক-দশাংশ অর্থাৎ একের দশম ভাগ।
- সংখ্যা লেখার সময় পূর্ণ সংখ্যা শেষ হলে তার চিহ্ন হিসেবে পূর্ণ সংখ্যায় এককের ঘরের অঙ্কের পর (.) একটি বিন্দু দেওয়া হয়। এই বিন্দুটিকে (.) **'দশমিক বিন্দু'** বলা হয়।
- $5\frac{3}{10}$ এই ভগ্নাংশটি 5.3 এমন লেখা হয়। এর পঠন হলো 'পাঁচ পূর্ণ তিন দশাংশ' বা ''পাঁচ দশমিক তিন''।
- $\frac{5}{100}$ এর লেখার সময়, দশাংশ স্থানে কিছু নেই তা মনে রেখে সেই স্থানে 0 সংখ্যাটি লিখতে হবে। এর লেখন 0.05 এবং এর পঠন হয় 'শূন্য দশমিক শূন্য পাঁচ'।

- ওজন পরিমাপক যন্ত্রের সংখ্যাগুলি দশমিক পদ্ধতিতে লেখা থাকে। একই ভাবে বিভিন্ন জিনিসের মূল্যের ট্যাগ, পেট্রোল পাম্পের মিটারের রিডিং-এ আমরা দশমিক পদ্ধতি লেখা দেখতে পাই।
- দৈনন্দিন জীবনে দশমিক পদ্ধতির ব্যবহার আরো কোথায়কোথায় দেখা যায়? খুঁজে বের করো।

দশমিক ভগ্নাংশের বিস্তারিত রূপ

- 54.632 এই সংখ্যার অঙ্কগুলির স্থানীয় মান নীচের সারণীতে দেওয়া আছে।

স্থান	দশক	একক	দশমিক চিহ্ন	দশাংশ	শতাংশ	সহস্রাংশ
	10	1	.	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
অঙ্ক	5	4	.	6	3	2
স্থানিক মান	5 ×10 =50	4 ×1 =4	.	$6\times\frac{1}{10}$ =0.6	$3\times\frac{1}{100}$ =0.03	$2\times\frac{1}{1000}$ =0.002
পঠন : চুয়ান্ন দশমিক ছয় তিন দুই					**লেখন :** 54.632	

- বিস্তারিত রূপ : $54.632 = 5\times10+4\times1 + 6\times\frac{1}{10} + 3\times\frac{1}{100} + 2\times\frac{1}{1000}$

$$= 50 + 4 + \frac{6}{10} + \frac{3}{100} + \frac{2}{1000}$$

নমুনা উদাহরণ :

1) $3.342 = 3\times1+3\times\frac{1}{10} + 4\times\frac{1}{100} + 2\times\frac{1}{1000} = 3 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100} + \frac{2}{1000}$

2) $45.305 = 4\times10+5\times1 + 3\times\frac{1}{10} + 0\times\frac{1}{100} + 5\times\frac{1}{1000}$

$$= 40+5 + \frac{3}{10} + 0 + \frac{5}{1000}$$

বুঝে নাও

দশমিক ভগ্নাংশের তুলনা

দশমিক ভগ্নাংশের তুলনা করার সময়

1) প্রথমে পূর্ণ সংখ্যাগুলির তুলনা করতে হবে। উদা. 24.27, 32.48 এর তুলনা 24.27 < 32.48 এভাবে করা হয়।

2) পূর্ণসংখ্যা সমান হলে, দশমিক চিহ্নের পরে দশাংশ স্থানের পরের অঙ্কগুলির তুলনা করতে হবে। উদা. 9.42, 9.72 এর তুলনা 9.42 < 9.72 এভাবে করা হয়।

3) দশাংশ স্থানের অঙ্কও সমান হলে, শতাংশ স্থানের অঙ্কগুলির তুলনা করতে হবে। উদা. 8.78, 8.71 এর তুলনা 8.78 > 8.71 এভাবে করা হয়।

অনুশীলনী 11.1

(1) নীচের ভগ্নাংশগুলি দশমিক ভগ্নাংশের রূপে লেখো।

i) $\frac{16}{100}$ ii) $\frac{275}{1000}$ iii) $\frac{6}{100}$ iv) $\frac{269}{100}$

v) $\frac{15}{1000}$ vi) $\frac{235}{10}$ vii) $\frac{7}{1000}$ viii) $6\frac{3}{10}$

(2) নীচের সংখ্যাগুলিতে রেখাঙ্কিত অঙ্কগুলির স্থানীয় মান লেখো।

i) $34.\underline{2}6$ ii) $8.8\underline{8}$ iii) $0.8\underline{1}$ iv) $0.\underline{4}0$ v) $\underline{6}.64$

(3) নীচের সংখ্যাগুলির মধ্যে ছোটো-বড়ো নির্ণয় করো।

i) 0.2 , 0.4 ii) 70.08 ,70.4 iii) 6.6 , 6.58 iv) 7.4 , 7.35 v) 0.76 , 0.8

(4) নীচের সংখ্যাগুলিকে ঊর্ধ্বক্রমে ও অধ:ক্রমে লেখো।

i) 8.6, 8.59, 8.09, 8.8 ii) 7.8, 7.66, 8.06, 8.68

সাধারণ ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর

বুঝে নাও

- সাধারণ ভগ্নাংশের হর 10 বা 10 এর দশ-গুণিতক হলে তবেই তা দশমিক ভগ্নাংশের রূপে লেখা যায়। যেমন – i) $\frac{7}{10} = 0.7$ ii) $\frac{79}{100} = 0.79$ iii) $\frac{45}{1000} = 0.045$
- সাধারণ ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করার সময় তার হরকে 10, 100, 1000, ... এভাবে পরিণত করতে হয়।
- সাধারণ ভগ্নাংশের হরকে 10 এর গুণিতকে না করা গেলে তবে লব ও হরকে সমান সংখ্যা দিয়ে ভাগ করে তাকে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করা যায়।

দশমিক ভগ্নাংশকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর

বুঝে নাও

- 32.46 এই ভগ্নাংশকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর $32.46 = \frac{3246}{100}$ এভাবে করা হয়।
- এখানে দশমিক চিহ্নের পর দুটি অঙ্ক আছে, তাই সাধারণ ভগ্নাংশের হরে 1 এর পর দুটি শূন্য লেখা হয়েছে এবং লবে দশমিক চিহ্নের কথা না ভেবে সেই সংখ্যাটি লেখা হয়েছে।

উদাহরণ : i) $0.7 = \frac{7}{10}$ ii) $0.17 = \frac{17}{100}$

iii) $0.045 = \frac{45}{1000}$ iv) $25.382 = \frac{25382}{1000}$

নমুনা উদাহরণ :

1) $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 0.75$

2) $\frac{23}{125} = \frac{23 \times 8}{125 \times 8} = \frac{184}{1000} = 0.184$

3) $\frac{16}{400} = \frac{16 \div 4}{400 \div 4} = \frac{4}{100} = 0.04$

4) $\frac{9}{20}$ কিলোগ্রাম

$= \frac{9 \times 50}{20 \times 50}$ কিলোগ্রাম

$= \frac{450}{1000}$ কিলোগ্রাম $= 0.450$ কিলোগ্রাম

আধা, পোয়া, পৌনে, সওয়া ইত্যাদির দশমিক ভগ্নাংশে লেখন।

আধা	$\frac{1}{2}$	$\frac{1\times5}{2\times5}$	$\frac{5}{10}$	0.5
পোয়া	$\frac{1}{4}$	$\frac{1\times25}{4\times25}$	$\frac{25}{100}$	0.25
পৌনে	$\frac{3}{4}$	$\frac{3\times25}{4\times25}$	$\frac{75}{100}$	0.75
সওয়া	$1\frac{1}{4}$	$\frac{5}{4} = \frac{5\times25}{4\times25}$	$\frac{125}{100}$	1.25
দেড়	$1\frac{1}{2}$	....	....	....

বুঝে নাও

দশমিক ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ

- দশমিক ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ করার সময় দশমিক চিহ্নের নীচে দশমিক চিহ্ন বসিয়ে উল্লম্বভাবে সাজাতে হবে।

(1) 0.3 এবং 0.4 এর যোগ করো।

$\rightarrow 0.3 = \frac{3}{10}, 0.4 = \frac{4}{10}$

$0.3 + 0.4 = \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{7}{10} = 0.7$

$0.3 + 0.4 = 0.7$

	একক		দশাংশ
	0	.	3
+	0	.	4
	0	.	7

(2) 1.8 থেকে 0.7 বিয়োগ করো।

$\rightarrow 1.8 = \frac{18}{10}, 0.7 = \frac{7}{10}$

$1.8 - 0.7 = \frac{18}{10} - \frac{7}{10} = \frac{11}{10} = 1.1$

$1.8 - 0.7 = 1.1$

	একক		দশাংশ
	1	.	8
-	0	.	7
	1	.	1

3) 3.64 + 5.4 = ?

	একক		দশাংশ	শতাংশ
	1			
	3	.	6	4
+	5	.	4	0
	9	.	0	4

3.64 + 5.4 = 9.04

4) 20 − 11.35 = ?

	দশাংশ	একক		দশাংশ	শতাংশ
	1	9 ~~10~~		9 ~~10~~	10
	2	0	.	0	0
−	1	1	.	3	5
	0	8	.	6	5

20 − 11.35 = 8.65

অনুশীলনী 11.2

(1) যোগ করো।

(i) 24.11 + 3.80 (ii) 14.01 + 1.1 + 1.98

(iii) 8.85 + 0.51 (iv) 2.3 + 18.84

(2) বিয়োগ করো।

(i) 0.86 − 0.34 (ii) 1.75 − 0.41

(iii) 6.42 − 3.3 (iv) 1.7 − 0.9

(v) 4 − 1.7 (iv) 7.63 − 4

(3) সাধারণ ভগ্নাংশ, অপ্রকৃত বা মিশ্র ভগ্নাংশরূপে লেখো।

(i) 0.9 (ii) 0.07

(iii) 0.191 (iv) 0.049

(v) 4.36 (vi)0.015

(vii) 4.56 (viii) 5.84

এক নজরে

- ব্যবহারিক ভগ্নাংশের হর যদি 10 অথবা 10 এর দশ-দশগুণ হয়, তবে সেই ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশ বলা হয়।
- দশমিক ভগ্নাংশের যোগ বা বিয়োগ করার সময় দশমিক চিহ্নের নীচে দশমিক চিহ্ন বসিয়ে সাধারণ নিয়মে যোগ বা বিয়োগ করতে হয়।
- দশমিক ভগ্নাংশের ব্যবহার: ব্যবহারিক ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করার পর তুলনা করা সহজ হয়। দোকানে হিসাব করার সময় বা ক্যালকুলেটর ব্যবহার করার সময় দশমিক পদ্ধতি সহজ হয়। তেমনি বৈজ্ঞানিক পরীক্ষায় বা ইঞ্জিনিয়ারিংয়ে অতি সূক্ষ্ম পরিমাপের জন্য দশমিক ভগ্নাংশ ব্যবহার করা হয়।

অনুশীলনী 11

(1) শূন্যস্থান পূর্ণ করো।

i) 0.8 এই ভগ্নাংশটি ব্যবহারিক ভগ্নাংশের রূপে......... এভাবে লেখা হয়।

ii) 15.9 এই সংখ্যাটির পূর্ণ অংশ ....।

iii) 171.9 এর মধ্যে দশক স্থানের সংখ্যাটি হলো ....।

iv) 9.8 এর মধ্যে 8 এর স্থানীয় মান হলো ....।

v) 33.52 এই সংখ্যায় 5 এর স্থানীয় মান হলো ....।

(2) নীচের দশমিক ভগ্নাংশগুলিকে ব্যবহারিক ভগ্নাংশের রূপে লেখো। অতি সংক্ষিপ্ত রূপ দাও।

i) 0.2 ii) 0.62 iii) 0.605 iv) 0.017 v) 5.46

(3) সমাধান করো।

i) 23.84 + 12.37 ii) 5.617 + 4.594

iii) 12.78 + 10.25 iv) 61.7 – 45.2

v) 9.47 – 6.82 vi) 17.93 – 15.82

(4) 246.135 এই সংখ্যাটির প্রতিটি অঙ্কের স্থানীয় মান লেখো।

(5) অনিতা পুলিস ভর্তির জন্য দৌড়ের অভ্যাস করছে। সে প্রতিদিন সকালে 3.27 কিমি এবং সন্ধ্যায় 2.8 কিমি দৌড়ায়। তবে সে একদিনে মোট কতো কিমি দৌড়ায়?

12 লাভ–ক্ষতি

বুঝে নাও

মেহেকরী গ্রামে প্রতি বছরের মত এবারও স্কুলের প্রাঙ্গনে ‘সবুজ মেলা’ আয়োজন করা হয়েছিল। এই মেলায় গ্রামবাসী, শিক্ষার্থী, শিক্ষক এবং অভিভাবকেরা সবাই মিলে ‘পরিবেশ রক্ষা’ প্রধান বিষয় রেখেছিলেন।

ক্রয় মূল্য এবং বিক্রয় মূল্য (Cost Price and Selling Price)

শিক্ষক : গতকাল ‘সবুজ মেলা’ অত্যন্ত ভালো হয়েছে। সবাইকে অভিনন্দন। শ্রদ্ধা, তুমি কতো টাকার চারাগাছ ক্রয় করেছিলে ?

শ্রদ্ধা : স্যার আমি ₹ 1250 টাকার চারাগাছ ক্রয় করেছিলাম।

শিক্ষক : এটাই তোমার ক্রয় মূল্য। রাঘব, তুমি যে চারা এনেছিলে তা কি বিক্রি করা হয়েছে ?

রাঘব : হ্যাঁ স্যার, আমরা সব চারাগুলি সুন্দর করে সাজিয়ে রেখেছিলাম।

মুসকান : হ্যাঁ স্যার, আমরা প্রতিটি চারাগাছে তাদের বৈশিষ্ট লিখে রেখেছিলাম।

শিক্ষক : খুব ভালো ! এই চারাগাছ বিক্রির মাধ্যমে তোমরা কতো টাকা পেলে ?

শ্রদ্ধা : স্যার, ₹ 1560/–

শিক্ষক : বা ! এটাই হলো তোমাদের বিক্রয় মূল্য।

রিয়া : স্যার, তার মানে আমরা যত টাকা খরচ করেছিলাম তার চেয়ে বেশি টাকা পেয়েছি।

শিক্ষক : সাবাশ! মানে ক্রয় মূল্যের চেয়ে তোমাদের বিক্রয় মূল্য বেশি। অর্থাৎ তোমাদের লাভ হয়েছে। ব্যবসায় মুনাফাকেই আমরা 'লাভ' (Profit) বলে।

শ্রদ্ধা : মানে আমাদের কতো টাকা লাভ হয়েছে স্যার ?

শিক্ষক : বিক্রয় মূল্য থেকে ক্রয় মূল্য বিয়োগ করে লাভ পাওয়া যায়, বের করো দেখি।

রাঘব : 1560 – 1250 = 310

∴ লাভ = ₹ 310

লাভ = বিক্রয় মূল্য – ক্রয় মূল্য

রিয়া : কিন্তু স্যার, যদি কেনা মূল্যের চেয়ে কম টাকা পেতাম ?

মুসকান : আরে, আমাদের লোকসান হতো না ?

শিক্ষক : মানে যদি কেনা মূল্যের চেয়ে বিক্রি মূল্য কম হয়, তবে লোকসান হয়, অর্থাৎ 'ক্ষতি' (Loss) বলা হয়।

ক্ষতি = ক্রয় মূল্য – বিক্রয় মূল্য

লাভ (Profit)	ক্ষতি (Loss)
যখন বিক্রয় মূল্য > ক্রয় মূল্য, তখন লাভ হয়। লাভ = বিক্রয় মূল্য – ক্রয় মূল্য	যখন বিক্রয় মূল্য < ক্রয় মূল্য, তখন ক্ষতি হয়। ক্ষতি = ক্রয় মূল্য – বিক্রয় মূল্য

গাণিতিক আলোচনা

1. লাভ করার জন্য বিক্রয় মূল্য ঠিক করার সময় কী কী বিষয় বিবেচনা করা হয় ?
2. জিনিসের বিক্রি বেশী করার জন্য দোকানদার কী কী কৌশল ব্যবহার করে ?
3. যদি কোনো গ্রাহকের কাছে পুরো টাকা না থাকে, তবে আপনি কি বিক্রেতা হিসাবে তাকে সেই বস্তুটি দেবেন ?

নমুনা উদাহরণ :

1) একজন ফল বিক্রেতা ১৬ ডজন কলা ₹ 480 দিয়ে কিনলেন এবং সব কলা ₹ 45 প্রতি ডজন দরে বিক্রি করলেন। তাহলে এই লেনদেনে তার লাভ হলো না ক্ষতি ? কতো ?

→ 16 ডজন কলার ক্রয় মূল্য = ₹ 480

16 ডজন কলার বিক্রয় মূল্য = 16 × 45 = ₹ 720

এখানে বিক্রয় মূল্য > ক্রয় মূল্য

∴ অর্থাৎ লাভ হয়েছে।

লাভ = বিক্রয় মূল্য – ক্রয় মূল্য

∴ লাভ = 720 – 480 = 240

∴ এই লেনদেনে ফল বিক্রেতার ₹ 240 লাভ হলো।

2) একজন সবজি বিক্রেতা 342 কিলো টমেটো ₹ 8,208 টাকায় কিনেছিলেন। তার মধ্যে 318 কিলো টমেটো ₹ 25 টাকা প্রতি কিলো দরে বিক্রি করলেন এবং 24 কিলো টমেটো নষ্ট হয়ে গেলো। এই ব্যবসায় তার লাভ হলো না ক্ষতি ? কতো ?

→ ক্রয় মূল্য = ₹ 8,208/-

318 কিলো টমেটোর বিক্রয় মূল্য = 318 × 25 = ₹ 7950

এখানে বিক্রয় মূল্য < ক্রয় মূল্য

∴ ক্ষতি হলো

ক্ষতি = ক্রয় মূল্য – বিক্রয় মূল্য

∴ ক্ষতি = 8,208 – 7,950 = 258

সবজি বিক্রেতার ₹258 ক্ষতি হলো

উপক্রম

- ছাত্রদের স্কুলের আনন্দ মেলাতে খাবার, খেলনা, হস্তশিল্প সামগ্রী ইত্যাদি কেনা-বেচা করার অভিজ্ঞতা নিতে হবে।

অনুশীলনী 12.1

1) নীচের তালিকাটি পূর্ণ করো।

উদা.	ক্রয় মূল্য (₹)	বিক্রয় মূল্য (₹)	লাভ/ক্ষতি	কতো ? (₹)
i.	650	720		
ii.	1,390	1,215		
iii.	2,750	2,560		
iv.	8,195	8,266		

2) একজন দোকানদার 150 কিলো জৈব গুড় ₹ 7,500 তে কিনলেন। তিনি তা ₹ 8,250 টাকায় বিক্রি করলেন, তাহলে তার কতো লাভ হলো ?

3) রখমা পাইকারি বাজার থেকে 72 আঁটি ধনেপাতা ₹ 864 তে কিনলেন। তার মধ্যে 8 টি আঁটি নষ্ট হয়ে গেল। বাকি আঁটিগুলি তিনি ₹ 5 প্রতি আঁটি দরে বিক্রি করলেন, তাহলে তার লাভ হলো না ক্ষতি? কতো ?

4) একটি মহিলা বচত গটের 10 জন মহিলা মিলে পাঁপড় তৈরী করার কাজ শুরু করলেন। তারা পাপড় তৈরী করার জন্য ₹ 20,000 খরচ করলেন। তৈরী করা পাঁপড় বাজারে বিক্রি করে তারা ₹ 26,400 প্রাপ্ত করলেন। লাভ থেকে ₹ 15,00 গ্রামের শিশুদের পড়াশোনার সামগ্রী দিলেন। বাকি টাকা সদস্যদের মধ্যে সমান ভাবে ভাগ করে নিলেন। তবে –

i) পাঁপড় তৈরী করতে মোট কতো খরচ হলো ?

ii) বিক্রি করে তারা মোট কতো টাকা পেলেন ?

iii) লাভ কতো হলো ?

iv) তারা সমাজের জন্য কতো টাকা দিলেন ?

v) ভাগ করার জন্য কতো টাকা বাকি থাকলো ?

vi) প্রতিটি সদস্য কতো টাকা পেলেন ?

5) ক্রয় মূল্য ₹ 1,860 নিয়ে –

(i) একটি লাভের উদাহরণ তৈরী করো এবং সমাধান করো।

(ii) একটি ক্ষতির উদাহরণ তৈরী করো এবং সমাধান করো।

বুঝে নাও

আকাশ একজন প্রগতিশীল কৃষক। এবার তিনি জৈবিক পদ্ধতিতে মেথি চাষ করার সিদ্ধান্ত নিয়েছেন। বিজের জন্য ₹ 850 খরচ করেছেন। রাসায়নিক সারের পরিবর্তে গোবর সার ও জৈবিক ঔষধের জন্য ₹ 1,250 খরচ করেছেন। মজুরদের মজুরি দিয়েছেন ₹ 1,650।

তাকে 450 আঁটি বাজারে নিয়ে যাওয়ার জন্য ₹ 800 পরিবহন খরচ দিতে হয়েছে। বাজারে গিয়ে তিনি 'জৈবিক মেথি' নামে ফলক লাগিয়ে বিজ্ঞাপন করেন। তিনি প্রতি আঁটি ₹ 25 দরে বিক্রি করলেন। এই ব্যবসায়ে আকাশের লাভ হয়েছে না ক্ষতি ? কতো ?

এটি বের করার জন্য আমাদের মোট ক্রয়মূল্য ও বিক্রয় মূল্য বের করতে হবে।

1. ফসল উৎপাদনে মোট খরচ অর্থাৎ মোট ক্রয় মূল্য বের করি :

মোট ক্রয় মূল্য = বীজ খরচ + গোবর সার ও জৈবিক ঔষধ খরচ + মজুরি + পরিবহন খরচ

∴ মোট ক্রয় মূল্য = 850 + 1,250 + 1,650 + 800

= ₹ 4,550

2. মোট বিক্রয় মূল্য বের করবো ।

বিক্রয় মূল্য = মোট আঁটি × প্রতি আঁটির মূল্য

∴ বিক্রয় মূল্য = 450 × 25

∴ বিক্রয় মূল্য = ₹ 11,250

3. লাভ হয়েছে না ক্ষতি হয়েছে তা স্থির করবো ।

এখানে বিক্রয় মূল্য > ক্রয় মূল্য এর থেকে জানা যায় যে ব্যবহারে লাভ হয়েছে।

লাভ = বিক্রয় মূল্য – ক্রয় মূল্য

∴ লাভ = 11,250 – 4,550

∴ লাভ = ₹ 6,700

আকাশের জৈবিক মেথি বিক্রিতে ₹6,700 লাভ হয়েছে।

ক্রয়-বিক্রয়ের ব্যবহারের সময় জিনিসের বিক্রয় করার আগে তার উৎপাদন খরচ ও তার জন্য প্রয়োজনীয় অন্যান্য সব রকমের খরচ ক্রয় মূল্যে যোগ করতে হয়। তাকে 'মাট ক্রয় মূল্য' বলে।

আলোচনা করো।

1. তুমি যদি গ্রাহকের সাথে রাগের সাথে ব্যবহার করো, তবে তারা কি আবার আসবে ? গ্রাহক তোমার কাছে ফিরে আসার জন্য তোমার ব্যবহারে কী পরিবর্তন করবে ?
2. লাভ হলে তোমার কেমন লাগবে ? ক্ষতি হলে তুমি তা থেকে কী শিখবে ?
3. কিছু সেবামূলক সংস্থার 'না লাভ না ক্ষতি' (No Profit, No Loss) এই নীতিতে জিনিস বিক্রি করার উদ্দেশ্য কী হতে পারে ?

নমুনা উদাহরণ :

✼ সঙ্গীতা একটি নির্দিষ্ট দামের 12 টি শাড়ি কিনতে জীএসটী সহ ₹ 10,800 ব্যয় করেছে। তার উপর পরিবহনের জন্য ₹ 750 খরচ হয়েছে, সমস্ত শাড়ি বিক্রি করে সে ₹ 5,250 লাভ করেছে ‘তাহলে প্রতিটি শাড়ির বিক্রয় মূল্য কতো ?

→ মোট ক্রয় মূল্য = মুল ক্রয় মূল্য + অন্যান্য খরচ

∴ মোট ক্রয় মূল্য =10,800 + 750 = ₹ 11,550

লাভ = বিক্রয় মূল্য – মোট ক্রয় মূল্য

∴ বিক্রয় মূল্য = লাভ + মোট ক্রয় মূল্য

∴ বিক্রয় মূল্য = 5,250 + 11,550 = ₹ 16,800

প্রতিটি শাড়ির বিক্রয় মূল্য = মোট বিক্রয় মূল্য ÷ শাড়ির সংখ্যা

∴ প্রতিটি শাড়ির বিক্রয় মূল্য =16,800 ÷ 12 = ₹ 1,400

প্রতিটি শাড়ির বিক্রয় মূল্য ₹ 1,400 হয়।

উপক্রম

বাজার সমীক্ষা

- নিকটের বাজারে গিয়ে দোকানদারদের সাথে কথা বলো। নীচের বিষয়গুলির ভিত্তিতে পর্যবেক্ষণ করে তথ্য সংগ্রহ করো। সংগ্রহীত তথ্যের প্রতিটি বিষয় দোকানদারের লাভ বা ক্ষতির উপর কি প্রভাব পড়ে সে সম্পর্কে তোমার মতামত দাও।

1. বস্তুর উপস্থাপনার জন্য বিন্যাস।
2. সঠিক সময় বস্তুর বিক্রয়।
3. চাহিদা অনুসারে বস্তুর প্রাপ্যতা।
4. বস্তুর গুনমান।
5. বস্তুর বিজ্ঞাপন ও তথ্য প্রদান।
6. বিক্রয়ের জন্য সঠিক স্থান নির্বাচন।

অনুশীলনী 12.2

1) ইকবাল একটি পুরানো গাড়ী ₹2,75,000 দিয়ে কিনেছিলো। এটি মেরামত করতে ₹65,000 ব্যয় করেছে। সে গাড়িটি ₹3,89,000 বিক্রি করেছে। তাহলে তার লাভ হয়েছে না ক্ষতি ? এবং কতো ?

2) কুসুম ₹ 4,750 ব্যয় করে পাইকারি বিক্রেতার কাছ থেকে পেঁয়াজের বস্থা কিনেছে। সেগুলি বিক্রি করে তার ₹450 ক্ষতি হয়েছে। তাহলে সে পেঁয়াজের বস্তা কতো টাকায় বিক্রি করেছে ?

3) সারা আর্ট উপকরণ বিক্রি করে ₹ 1,285 পেয়েছে। এতে তার ₹ 375 লাভ হয়েছে তাহলে উপকরণের ক্রয় মূল্য কতো ছিলো ?

4) প্রিয়া হস্তশিল্পের (Handmade) সামগ্রী তৈরী করার সময় উপকরণের জন্য ₹ 2,505 এবং প্যাকেজিংয়ের জন্য ₹455 খরচ করেছে। সে সবকিছু ₹ 3,480 বিক্রি করেছে। তাহলে তার লাভ বা ক্ষতি কি হলো ? এবং কতো ?

5) বিক্রয় মূল্য ₹1,355 ধরে : (i) লাভের একটি উদাহরণ তৈরী করো এবং সমাধান করো।
(ii) ক্ষতির একটি উদাহরণ তৈরী করো এবং সমাধান করো।

এক নজরে

- যখন বিক্রয় মূল্য ক্রয় মূল্যের চেয়ে বেশি হয়, তখন লাভ হয়।
  লাভ = বিক্রয় মূল্য – ক্রয় মূল্য
- যখন বিক্রয় মূল্য ক্রয় মূল্যের থেকে কম হয়, তখন ক্ষতি হয়।
  ক্ষতি = ক্রয় মূল্য – বিক্রয় মূল্য
- মোট ক্রয় মূল্য = মূল ক্রয় মূল্য + অন্যান্য খরচ

অনুশীলনী 12

(1) সঠিক বিকল্পটি বেছে নাও।

i) ক্রয় মূল্য ₹ 418 এবং লাভ ₹ 72 হলে বিক্রয় মূল্য ₹ .... হবে।

(অ) ₹ 346 (ব) ₹ 418 (ক) ₹ 490 (ড) ₹ 360

ii) বিক্রয় মূল্য ₹ 1275 এবং ক্ষতি ₹ 84 হলে, ক্রয় মূল্য ₹ .... হবে।

(অ) ₹ 191 (ব) ₹ 1359 (ক) ₹ 1275 (ড) ₹ 1191

(2) শূন্যস্থান পূর্ণ করো।

i) পরিবেশ বান্ধব ব্যাগ ₹ 357 ক্রয় করে ₹ 418 বিক্রি করা হলো। লাভ ₹ .... ।

ii) পরিবহন খরচ ₹ 289 এবং ক্রয় মূল্য ₹ 3628 হলে, মোট ক্রয় মূল্য ₹ .... ।

iii) ক্রয় মূল্য ₹ 143 এবং বিক্রয় মূল্য ₹ 128 হলে, ক্ষতি ₹ .... ।

(3) সমাধান করো।

i) প্রজ্জ্বল ₹ 7450 দরে একটি সাইকেল কিনে ₹6820 দরে বিক্রি করলো। তার লাভ হয়েছে না ক্ষতি ? কতো টাকা ?

ii) নরেশ মেলায় খেলনা বিক্রি করে ₹1,265 পেলো। এতে তার ₹ 345 ক্ষতি হল, তাহলে খেলনার ক্রয় মূল্য কতো ছিলো ?

iii) একজন বই বিক্রেতা 118টি বই ₹5074 দরে কিনলো। সে প্রতিটি বই ₹50 দরে বিক্রি করলো। এই ব্যবহার তার লাভ হয়েছে না ক্ষতি ? কতো ?

(4) জুলি 72টি কম্পাস বক্স প্রতিটি ₹145 দরে কিনলো। দোকান থেকে আনার জন্য তার মোট পরিবহন খরচ ₹ 628 হলো। যদি প্রতিটি কম্পাস বক্স ₹ 162 দরে বিক্রি করা হয়, তাহলে তার লাভ হবে না ক্ষতি ? কতো ?

(5) গ্রামের যুব সমিতি 'গ্রাম সবুজ অভিযান' এর অন্তর্গত ₹ 247 মূল্যের 357টি টব ক্রয় করলো। পরিবহনের জন্য মোট খরচ ₹ 629 হলো। তারা প্রতিটি টব ₹ 289 দরে বিক্রি করলো। বিক্রি থেকে প্রাপ্ত লাভ গ্রামের গ্রন্থাগারের জন্য দেওয়ার সিদ্ধান্ত নেওয়া হলো।

i) মোট ক্রয় মূল্য কতো হলো ?

ii) মোট বিক্রয় মূল্য কতো হলো ?

iii) গ্রন্থাগারে কতো টাকা দেওয়া হলো ?

iv) এই উপক্রমে অর্থনৈতিক লেন দেনের সাথে সাথে কী সামাজিক মূল্য দেখা যাচ্ছে ?

13 শতকরা

পুনরাবৃত্তি

ছকে সঠিক সংখ্যা লেখো।

i) $\frac{4}{5} = \frac{4 \times \square}{5 \times \square} = \frac{\square}{100}$ ii) $0.07 = \frac{\square}{100}$

শতকরা হার (Percentage)

বুঝে নাও

গণিতে আমি $\frac{45}{50}$ অঙ্ক পেয়েছি।

গণিতে আমি $\frac{45}{60}$ অঙ্ক পেয়েছি।

যদিও দুজনেই সমান অঙ্ক পেয়েছে কিন্তু কার অঙ্ক কতোটা বেশি তা নির্ধারন করার জন্য প্রাপ্ত অঙ্কগুলি কোন সংখ্যার সাপেক্ষে পেয়েছে তা বিবেচনা করতে হবে।

সখীর অঙ্ক : $\frac{45}{50}$

$\frac{45}{50} = \frac{45 \times 2}{50 \times 2} = \frac{90}{100}$

সনির অঙ্ক : $\frac{45}{60}$

$\frac{45 \div 15}{60 \div 15} = \frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100}$

সখী 100 এর মধ্যে 90 অঙ্ক পেয়েছে এবং সনি 100 এর মধ্যে 75 অঙ্ক পেয়েছে। অতএব সখী সনির থেকে বেশি অঙ্ক পেয়েছে। উভয় ক্ষেত্রে হরের সংখ্যা 100 । ফলে তুলনা করা সহজ হয়। যে অনুপাতে হর 100 থাকে, সেই অনুপাতকে শতকরা অনুপাত বলা হয়। এর জন্য শতকরা বা '%' চিহ্নের ব্যাবহার করে।

'%' এই চিহ্নের উচ্চারণ 'শতকরা' বা 'শতাংশ', 'শতকরা হার', 'শতমান' বা প্রতিশতক নামেও হয়। সখীর অঙ্ক 90% এবং সনির অঙ্ক 75%, তাই সখী সনির থেকে 15% বেশি অঙ্ক পেয়েছে।

'শতকরা' (percent) এই শব্দটি 'per centum' এই ল্যাটিন শব্দ থেকে এসেছে।
'per centum' অর্থাৎ 'per hundred' (প্রতি 100)।

আলোচনা করো।

ছবিগুলির পর্যবেক্ষণ করে নীচের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও।

- পোশাকের উপর কতো % ছাড় দেওয়া হচ্ছে?
- বিধানসভার ভোটে কতো % ভোটদান হয়েছে?

বিজ্ঞাপনে পোশাকের উপর 40% ছাড় দেওয়া ঘোষনা করা হয়েছে। 40% ছাড় মানে যদি একটা পোশাকের মূল্য 100 টাকা হয়, তার তাতে 40 টাকা ছাড় পাওয়া যাবে এবং গ্রাহক পোশাকটি 60 টাকায় পাবেন।

ভগ্নাংশকে শতাংশে রূপান্তর

বুঝে নাও

নমুনা উদাহরণ :

1) $\frac{3}{5}$ মানে শতকরা কতো?

উপরের ভগ্নাংশটির হর 100 করার জন্য 5 কে 20 দিয়ে গুণ করি।

সমতুল্য ভগ্নাংশ করার জন্য লবকেও 20 দিয়ে গুণ করতে হবে।

$$\frac{3}{5} = \frac{3\times20}{5\times20} = \frac{60}{100} = 60\% \text{ (শতকরা 60)}$$

2) 1.3 কে শতাংশে রূপান্তর করো।

$$1.3 = \frac{13}{10} = \frac{13\times10}{10\times10} = \frac{130}{100} = 130\%$$

3) 0.25 মানে কতো শতাংশ?

$$0.25 = \frac{25}{100} = 25\%$$

4) $\frac{5}{8} = \frac{5\times100}{8\times100} = \frac{500}{800} = \frac{500\div8}{800\div8} = \frac{62.5}{100} = 62.5\%$

শতকরাকে ভগ্নাংশে রূপান্তর

নমুনা উদাহরণ :

1) 50% ভগ্নাংশে রূপান্তর করো।

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{50 \div 50}{100 \div 50} = \frac{1}{2}$$

2) শতকরা 49 কে ভগ্নাংশে রূপান্তর করো।

শতকরা 49% = $\frac{49}{100}$

3) $\frac{5}{4}\%$ কে ভগ্নাংশে রূপান্তর করো।

$$\frac{5}{4}\% = \frac{5}{4} \div 100 = \frac{5}{4} \times \frac{1}{100}$$

$$= \frac{5}{400} = \frac{1}{80}$$

4) $8\frac{1}{2}\%$ কে ভগ্নাংশে রূপান্তর করো।

$$8\frac{1}{2}\% = \frac{17}{2}\% = 8.5\%$$

$$= \frac{8.5}{100} = \frac{85}{1000} = \frac{17}{200}$$

অনুশীলনী 13.1

(1) নীচের অনুপাতগুলিকে 'শতকরা' শব্দ এবং '%' চিহ্ন ব্যবহার করে লেখো।

i) $\frac{71}{100}$ ii) $\frac{45}{100}$ iii) $\frac{186}{100}$ iv) $\frac{19}{100}$

(2) নীচের কৃতিগুলি সম্পূর্ণ করো।

i) $\frac{1}{2} = \frac{1 \times \square}{2 \times \square} = \frac{\square}{\square} = \square\ \%$

ii) $\frac{5}{4} = \frac{5 \times \square}{4 \times \square} = \frac{\square}{\square} = \square\ \%$

(3) নীচের শতকরাগুলিকে ভগ্নাংশে রূপান্তর করো।

i) শতকরা 64 ii) 91% iii) 175 % iv) $16\frac{2}{3}\%$ v) 100%

(4) নীচের ভগ্নাংশগুলিকে শতকরায় রূপান্তর করো।

i) $\frac{2}{5}$ ii) $\frac{3}{8}$ iii) $\frac{5}{4}$ iv) $\frac{1}{16}$ v) $\frac{736}{800}$

বুঝে নাও

দেওয়া সংখ্যার দেওয়া শতাংশ বের করা

1) '90 এর শতকরা 30' মানে কতো?

90 এর শতকরা 30 = 90 × 30%

$= 90 \times \frac{30}{100} = 27$

2) 800 অঙ্কের পরীক্ষায় সমীর 70% অঙ্ক পেয়েছে, তাহলে সে কতো অঙ্ক পেয়েছে?

800 এর 70% = 800 × 70%

$= 800 \times \frac{70}{100} = 560$

একটি সংখ্যা, অন্য সংখ্যার কতো শতাংশ? তা বের করা

1) একটি বইয়ের 300 পাতার মধ্যে 180 পাতা পড়া হয়েছে, তাহলে কতো শতাংশ পাতা পড়া হয়েছে?

300 পাতার মধ্যে 180 পাতা মানে $\frac{180}{300}$

$\frac{180}{300} = \frac{180 \div 3}{300 \div 3} = \frac{60}{100} = 60\%$

2) 80 এর কতো শতাংশ অর্থাৎ 32?

মনে ধরি, 80 এর $x\%$ = 32

$80 \times \frac{x}{100} = 32$

$\therefore \frac{x}{100} = \frac{32}{80}$

$\therefore x = \frac{32}{80} \times 100 = 40$

$\therefore$ 80 এর 40% = 32

শাব্দিক উদাহরণ :

1) একটি ধান বোনার যন্ত্রের মূল্য ₹ 1,05,000 । এর উপর 35% অনুদান পাওয়া যায়, তাহলে যন্ত্রটির উপর মোট কতো টাকা অনুদান পাওয়া যাবে?

ধান বোনার যন্ত্রের মূল্য = ₹ 1,05,000

শতাংশ অনুদান = 35%

মোট অনুদান = যন্ত্রের মূল্য × শতাংশ

= 1,05,000 × 35%

$= 1,05,000 \times \frac{35}{100}$

= 1,050 × 35

= 36,750

∴ ধান বোনার যন্ত্রের উপর পাওয়া মোট অনুদান = ₹ 36,750

2) রোহন ও রজত ₹ 500 দামের খেলার জুতো কেনার জন্য বাজারে গিয়েছিলো। রোহন 'সাগর শু মার্ট' থেকে জুতো কিনেছে। দোকানদার তাকে ₹125 ছাড় দিয়েছে। রজত 'রমেশ শু মার্ট' থেকে জুতো কিনেছে। দোকানদার তাকে 30% ছাড় দিয়েছে। তাহলে কে কম দামে জুতো পেয়েছে?

রোহন সাগর শু মার্ট থেকে জুতো কিনলো দোকানদার তাকে ₹ 125 ছাড় দিলো।

বিক্রয় মূল্য = ₹ 500

ছাড় = ₹ 125

ক্রয় মূল্য = 500 – 125

= ₹ 375

রজত রমেশ শু মার্ট থেকে জুতো কিনলো। দোকানদার তাকে 30% ছাড় দিলো।

বিক্রয় মূল্য = ₹ 500

ছাড় = 30%

$\therefore$ ছাড় = $500 \times \frac{30}{100} = 5 \times 30 =$ ₹150

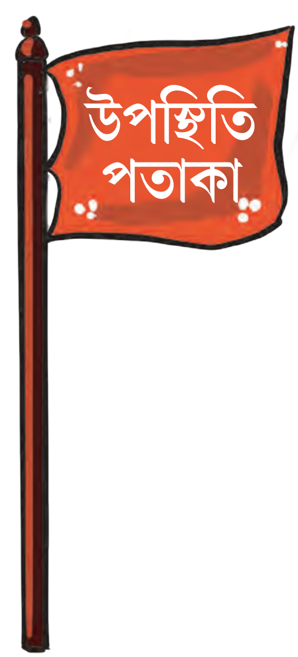
ক্রয় মূল্য =500 – 150

= ₹ 350

তুলনা করে দেখা যায় যে, রজত কম দামে জুতো পেয়েছে।

কৃতি করো

প্রতিদিন যে শ্রেণীকক্ষে উপস্থিতি হার সবথেকে বেশি, সেই শ্রেণীকক্ষের সামনে উপস্থিতি পতাকা লাগানো হয়। আজকের উপস্থিতির সারণী দেখে ঠিক করো যে আজ কোন শ্রেণীকক্ষে উপস্থিতি পতাকা লাগানো হবে।



আজকের উপস্থিতি :

শ্রেণী	মোট শিক্ষার্থী সংখ্যা	আজকের উপস্থিতি	শতকরা উপস্থিতি (%)
পঞ্চম	50	45	
ষষ্ঠ	60	48	
সপ্তম	60	42	
অষ্টম	70	56	

- প্রত্যেক শ্রেণীর শতকরা উপস্থিতি বের করো।
- সব শ্রেণীর শতকরা উপস্থিতির তুলনা করো।
- আজ সেই উপস্থিতির পতাকা কোন শ্রেণীতে দেখা যাবে ?

উপক্রম

- তোমার বিদ্যালয়ে আজকের উপস্থিতি লেখা ব্লাকবোর্ডটি দেখো এবং কোন শ্রেণীকে উপস্থিতি পতাকা দেওয়া যাবে তা স্থির করো।

অনুশীলনী 13.2

(1) প্রদত্ত সংখ্যার প্রদত্ত শতকরা কতো ?

i) 125 এর 80%   ii) 67 এর 37%   iii) 300 এর 125%   iv) 1200 এর 87%

(2) নীচে দেওয়া সংখ্যা যুগলের প্রতিটি যুগলে প্রথম সংখ্যাটি দ্বিতীয় সংখ্যার শতকরা কতো ?

i) 4, 10   ii) 44, 88   iii) 23, 92   iv) 60, 300   v) 215, 250

(3) বিদ্যালয় মন্ত্রিসভার নির্বাচনে 400 জনের মধ্যে 384 জন শিক্ষার্থী ভোট দিয়েছে।

i) নির্বাচনে কতো শতাংশ ভোট পড়েছে ?

ii) ভোট না দেওয়া শিক্ষার্থীদের শতাংশ কতো ?

(4) একটি ট্রাক্টরের মূল্য 5,50,000 টাকা, যার উপর 45% অনুদান পাওয়া যায়। তাহলে ট্রাক্টরের উপরে কতো টাকা অনুদান পাওয়া যাবে ?

(5) 19500 বর্গমিটার ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ক্ষেতের 75% অংশে জোয়ার লাগানো হয়েছে, তাহলে ক্ষেতের কতো বর্গমিটারে জোয়ার লাগানো হয়েছে ?

(6) কস্তুরী এক ব্যাগ জৈব সার 1000 টাকায় কিনেছে। তার উপর সে 15% ছাড় পেয়েছে। তাহলে এমন দুই ব্যাগ সারের উপর সে মোট কতো টাকা ছাড় পোবে ?

গাণিতিক আলোচনা

- সুষম আহারের অভ্যাস সম্পর্কে তথ্য সংগ্রহ করো এবং তার উপাদানগুলি সম্পর্কে শিক্ষকের সাথে আলোচনা করো।

এক নজরে

- শতকরা মানে যে ভগ্নাংশের হর বা যে অনুপাতের দ্বিতীয় পদ 100 হয় এমন অনুপাত।
- শতকরাকে 'শতাংশ', 'শতমান' বা প্রতিশত ও বলা হয়। তা '%' এই চিহ্নের দ্বারা প্রকাশ করা হয়। '%' এর পঠন শতাংশ হিসেবে করা হয়।
- বাস্তব জীবনে শতকরার প্রয়োগ : লাভ-ক্ষতি, প্রাপ্ত অনুদান, ছাত্রদের অঙ্কের বিশ্লেষণ, ফলাফল, সুদের হার এবং মুদ্রাস্ফিতির হারের তুলনা করার জন্য হয়।

অনুশীলনী 13

(1) সঠিক বিকল্পটি নির্বাচন করো।

(i) 500 এর 10 % = ...

(অ) 10 (ব) 50 (ক) 5 (ড) 100

(ii) 12 এই সংখ্যাটি 40 এর .... শতাংশ।

(অ) 15 (ব) 20 (ক) 25 (ড) 30

(2) নীচের উদাহরণগুলি সমাধান করো এবং ছকে <,>,= এর মধ্যে উপযুক্ত চিহ্ন বসাও।

(i) 60 এর শতাংশ 15		10 এর শতাংশ 10
(iii) 10 এর 20 %		20 এর 10 %
(ii) 250 এর শতাংশ 10		125 এর শতাংশ 20
(iv)160 এর 30 %		150 এর 40 %

(3) একটি দেশের অপুষ্ঠিগ্রস্তদের সংখ্যা 5 বছরে 1,20,00,000 থেকে কমে 90,00,000 হয়েছে। তাহলে এই 5 বছরে অপুষ্টিগ্রস্তদের সংখ্যা শতকরা কতো শতাংশ কমেছে তা নির্ণয় করো।

(4) এক কৃষক দ্বারা নার্সারি থেকে আনা 14000 আখের চারার মধ্যে 700 চারা খারাপ বেরিয়েছিলো, তাহলে -

i) মোট কতোগুলি চারা ভালো ছিলো ?

ii) শতকরা কতো শতাংশ চারা ভালো ছিলো ?

iii) শতকরা কতো শতাংশ চারা খারাপ ছিলো ?

(5) ডক্টর মীনাকে প্রতিদিনে 25 গ্রাম প্রটিন নেত্তয়ার পরামর্শ দিয়েছেন। এক গ্লাস দুধ থেকে সে 8 গ্রাম প্রটিন পায়। তাহলে সে এক গ্লাস দুধ থেকে কতো শতাংশ প্রটিন পায় ?

(6) একটি নির্বাচনে দীপ্তি 11,484টি ভোট পায়, যা মোট ভোটের 44% ছিলো। তেমনি তৃপ্তি 26% ভোট পায়। মোট ভোটারদের মধ্যে কতজন এদের দুজনের কাউকে ভোট দেননি ?

(7) একটি ক্রিকেট দল গত বছরে 20 টি ম্যাচ খেলেছে। তার মধ্যে 40% ম্যাচ হেরেছে এবং বাকি সব ম্যাচ জিতেছে তাহলে তারা কতো ম্যাচ জিতেছে ?

i) উপরের উদাহরণের উত্তর ‘15 ম্যাচ জিতেছে’ এমন আসার জন্য উদাহরণে কি পরিবর্তন করতে হবে ? তা করে উদাহরণটি আবার লেখো এবং সমাধান করে যাচাই করে নাও।

ii) ম্যাচ জেতার শতাংশ 10 দিয়ে বাড়াতে হলে উদাহরণে কি পরিবর্তন করবে ? লেখো।

মনে রাখবে

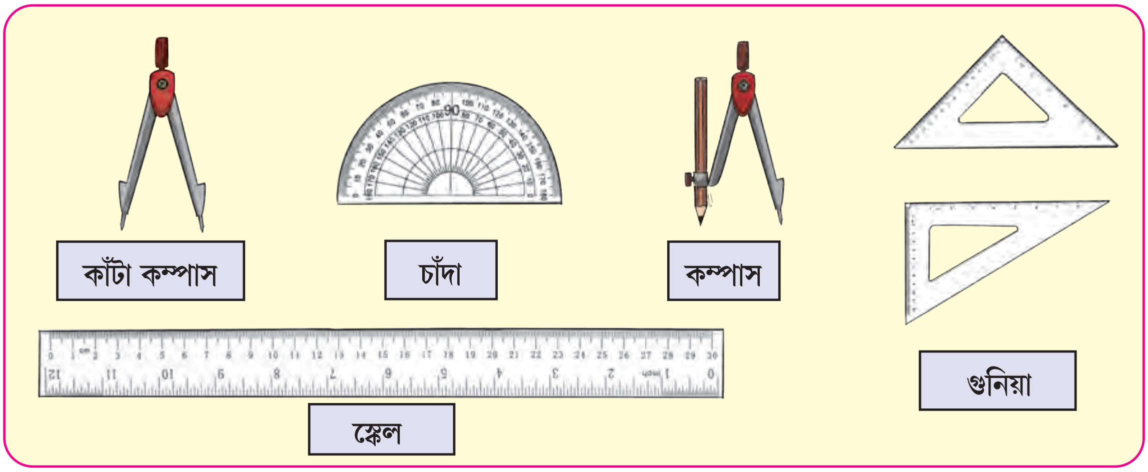
প্রতি শতাংশ – %

প্রতি হাজার – $^{o}/_{oo}$

14 জ্যামিতিক রচনা

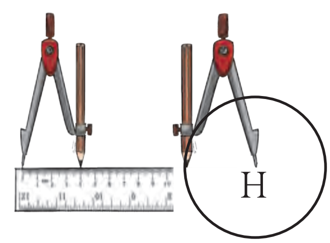
পুনরাবৃত্তি

জ্যামিতিক বাক্সের পরিচয়



তোমার জ্যামিতিক বাক্সের সাহিত্য ব্যবহার করে নীচের কাজটি করো।

1) একটি কাগজে একটি বিন্দু আঁকো। তার নাম H রাখো। স্কেলের সাহায্যে H থেকে 4 সেমি দুরে থাকা সমষ্ঠ বিন্দু কি দেখানো সম্ভব ? যদি না হয় তবে কম্পাসের 4 সেমি দূরত্ব নিয়ে কম্পাসের কাঁটাটি বিন্দু H এর উপর রেখে পেন্সিলটি ঘোরাও।



কোণ আকৃতিটি পাওয়া গেলো ? একটি বৃত্ত ! কম্পাস ব্যবহার করে আমরা বৃত্ত আঁকতে পারি।

বিন্দু H কে বৃত্তের কেন্দ্র (Centre) বলা হয়। এবং যে দূরত্ব নেওয়া হয়েছে তাকে ব্যাসার্ধ (Radius) বলা হয়। বৃত্তের পরিধির প্রতিটি বিন্দু H থেকে দূরত্ব 4 সেমি। এই বৃত্তে কেন্দ্র, ব্যাসার্ধ ও ব্যাস দেখাও।

2) পাশে দেওয়া রেখাংশের সঠিক দৈর্ঘ্য পরিমাপের জন্য কি ব্যবহার করাবে ? স্কেল ব্যবহার করে আমরা প্রদত্ত রেখাংশের দৈর্ঘ্য পরিমাপ করতে পারি।

এখানে রেখাংশ AB এর দৈর্ঘ্য 8 সেমি। আমরা সেটি $l(AB)$ = 8 সেমি লিখি।

কাঁটা কম্পাস ও স্কেলের ব্যবহার করে রেখাংশ AB এর দৈর্ঘ্য পরিমাপ করতে পারি।

কাঁটা কম্পাস : পাশে দেখানো যন্ত্রটিকে কাঁটা কম্পাস বলা হয়। দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব পরিমাপ করার জন্য এটি ব্যবহার হয়। এর জন্য স্কেলেরও ব্যবহার করতে হয়।

3) চাঁদার ব্যবহার করে কোণ অঙ্কন।

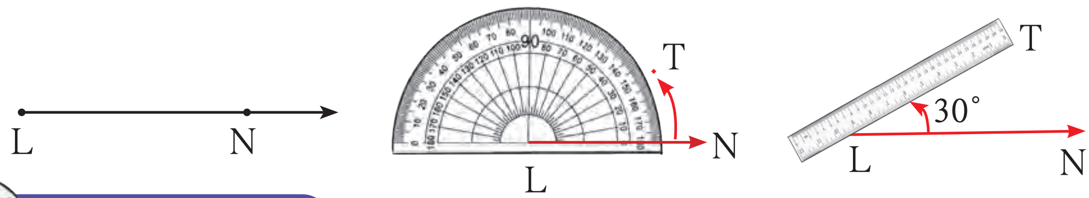
30° মাপের $\angle TLN$ আঁকো।

(1) রশ্মি LN আঁকো।

(2) চাঁদার কেন্দ্রবিন্দু L এর উপর স্থাপন করো এবং তলদেশের রেখাংশটি LN এর উপর সঠিক ভাবে রেখে 30° মাপের উপর চিহ্ন দাও। বিন্দুর নাম T দাও।

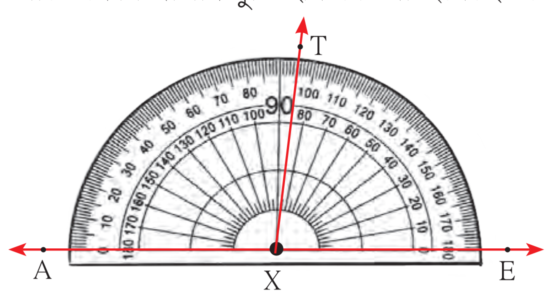
(3) রশ্মি LT আঁকো।

(4) $\angle TLN$ একটি 30° মাপের কোণ। $m\angle TLN = 30°$

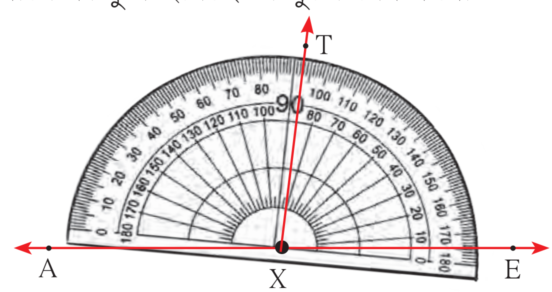


গাণিতিক আলোচনা

- চাঁদার ব্যবহার না করে 45° মাপের কোণ আঁকা সম্ভব কি? তার জন্য গুনিয়া ব্যবহার করা যাবে কি? এঁকে দেখো।
- আর কোণ মাপের কোণ চাঁদার ব্যবহার না করে আঁকা যাবে ? তোমাদের খাতায় আঁকো।
- নীচে কোণ মাপার দুটি ছবি দেওয়া হয়েছে। সেখানে কী ভুল হয়েছে তা খুঁজে বের করো।



$m\angle TXE = 95°$



$m\angle TXE = 87°$

অনুশীলনী 14.1

(1) নীচে দেওয়া আকৃতির সব রেখাংশের দৈর্ঘ্য পরিমাপ করে লেখো।

রেখাংশ BC এর দৈর্ঘ্য = l(BC) = ... সেমি

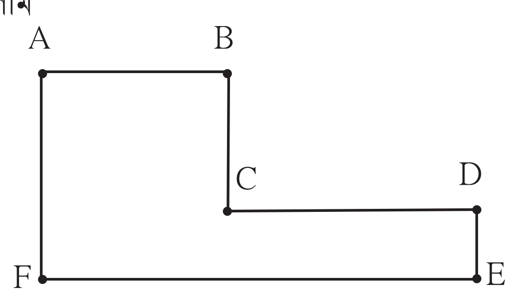
রেখাংশ AB এর দৈর্ঘ্য = l(AB) = ...সেমি

(2) নীচের দেওয়া দৈর্ঘ্যের রেখাংশ আঁকো।

i) রেখাংশ AR = 6 সেমি

ii) রেখাংশ BT = 4 সেমি

iii) রেখাংশ DS = 9 সেমি



(3) নীচের দেওয়া মাপের কোণ আঁকো।

i) $m\angle BRT=70°$ ii) $m\angle XYZ=105°$ iii) $m\angle ABC = 140°$

গাণিতিক ধাঁধা

- তোমার বন্ধুকে কাগজে একটি রেখাংশ পরিমাপ করে আঁকতে বলো। তুমি ওই রেখাংশটির দৈর্ঘ্যের অনুমান করো। তারপর প্রকৃত দৈর্ঘ্য পরিমাপ করো। যদি তোমার উত্তর প্রকৃত দৈর্ঘ্যের খুব কাছাকাছি হয়, তবে তুমি 1 পয়েন্ট পাবে। অন্যথা 0 পরে তুমি একটি রেখাংশ আঁকো এবং তোমার বন্ধুকে অনুমান করতে বলো। এভাবে যার পয়েন্ট বেশি হবে সে জিতবে।
- এই খেলাটি শ্রেণীকক্ষে দুটি দল ভাগ করে এবং কোণের মাপ অনুমান করে এবং পরে প্রকৃত পরিমাপ করেও খেলা যেতে পারে।

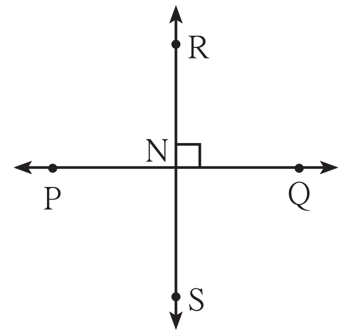
আঁকা রেখাংশ	আনুমানিক দৈর্ঘ্য	প্রকৃত দৈর্ঘ্য	পয়েন্ট
	2	2.1	1

ইতিহাসের প্রেক্ষাপটে

প্রদত্ত ছবিটি হাম্পি (কর্নাটক) - এর বিঠ্ঠল মন্দীরের সঙ্গীতময় স্তম্ভের। পঞ্চদশ শতাব্দীতে নির্মিত এই মন্দীরের স্তম্ভগুলি একই দৈর্ঘ্যের। আগেকার দিনে যখন স্কেলের আবিস্কার হয়নি, তখন দৈর্ঘ্য মাপতে কী ব্যবহার করা হতো ? সে বিষয়ে তথ্য সংগ্রহ করো।

বুঝে নাও

লম্ব রেখা



পাশের আকৃতিতে রেখা PQ এবং রেখা RS একে অপরকে N বিন্দুতে ছেদ করেছে। বিন্দু N এর উপর তৈরী প্রতিটি কোণ মেপে দেখো। এই কোণগুলি কি সমকোণ ?

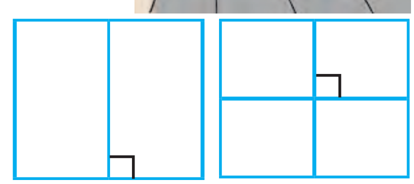
রেখাগুলি একে অপরকে সমকোণে ছেদ করে, তাই রেখাগুলিকে একে অপরের সাথে লম্ব আছে এমন বলা হয়। এটিকে চিহ্নের মাধ্যমে **'রেখা PQ ⊥ রেখা RS'** লিখতে হয়। এটিকে পড়তে হয় 'রেখা PQ লম্ব রেখা PS'।

যেভাবে দুটি রেখা একে অপরের লম্ব হয়, তেমনি ভাবে দুটি রশ্মি, দুটি রেখাংশও একে অপরের সাথে লম্ব হয়ে থাকে। তোমাদের বইয়ের প্রান্তগুলিও একে উপরের লম্ব।

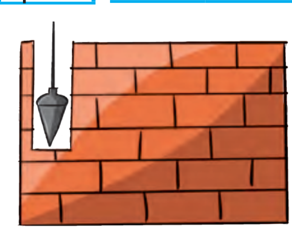
চিন্তন করো।

আমাদের উচ্চতা কী ভাবে মাপা হয় ?

- আমরা যখন সোজা হয়ে দাঁড়িয়ে থাকি, তখন মাটির সাথে কতো ডিগ্রির কোণ তৈরী হয় ?
- আমরা কি মাটির সাথে লম্বভাবে দাড়িয়ে থাকি?
- খাতার একটা কাগজ নাও। কাগজের মাঝখানে ভাঁজ করো। আকৃতি অনুসারে কাগজের মাঝখানে আরও একবার ভাঁজ করো। প্রাপ্ত ভাঁজদুটির উপর রেখা আঁকো। এগুলি পরস্পর লম্ব।

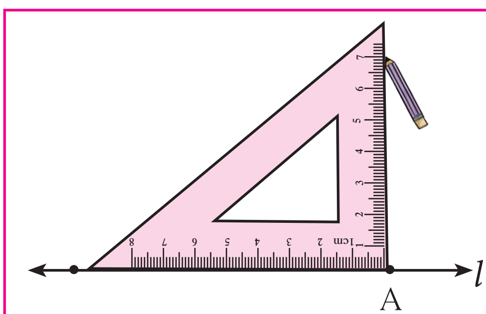


- এইরকম লম্ব রেখার আরো উদাহরণ খোঁজ করো।
- ঘরের দেওয়াল গাঁথার সময় তা মাটির সাথে লম্বভাবে গাঁথা আছে কিংবা না তা জানার জন্য কী ব্যবহার করা হয় ? তা খুঁজে দেখো।



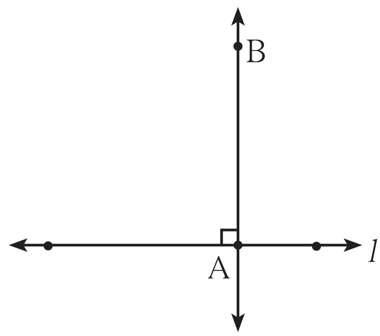
I) রেখার উপরিস্থ বিন্দু থেকে সেই রেখার উপর লম্ব অঙ্কন

(1) গুনিয়া ব্যবহার করে



1) রেখা l এর উপরিস্থ বিন্দু A থেকে লম্ব অঙ্কন করার জন্য গুনিয়া এমনভাবে রেখা l এর উপর রাখো, যেন সমকোণেটি একটি বাহু রেখা l এর উপর থাকে।

2) গুনিয়া এমন ভাবে সরিয়ে নাও যেন গুনিয়ার সমকোণ তৈরী করা শীর্ষবিন্দু A এর সাথে মিলে যায়।

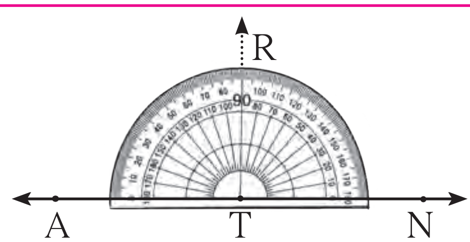


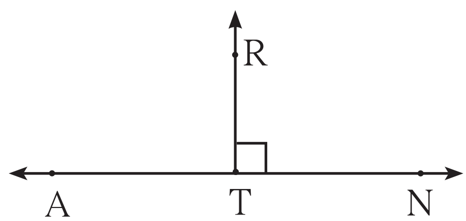
3) গুনিয়ার এক ধার বরাবর রেখা AB আঁকো।

4) রেখা l এবং রেখা AB এর মধ্যবর্তী কোণ মাপো। রেখা AB রেখা l এর উপর লম্ব।

5) রেখা AB $\perp$ রেখা l।

(2) চাঁদা ব্যবহার করে





রেখা AN এর উপর T একটি বিন্দু। বিন্দু T দিয়ে লম্ব আঁকার জন্য

1) চাঁদাটি এমনভাবে বসাও যাতে এর কেন্দ্রবিন্দু T বিন্দুর উপরে থাকে।

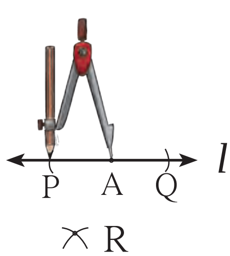
2) চাঁদার 90° দাগের সোজাসুজি R বিন্দু চিহ্নিত করো।

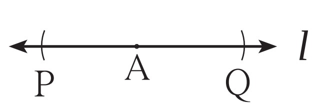
3) বিন্দু T এবং বিন্দু R যুক্ত করো।

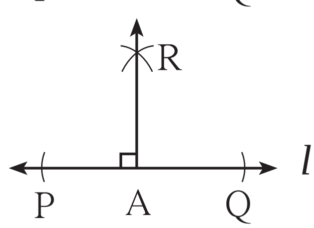
4) $\angle$RTA এবং $\angle$RTN পরিমাপ করো।

5) RT $\perp$ AN

(3) কম্পাস ব্যবহার করে







রেখা l এর উপর A একটি বিন্দু। বিন্দু A থেকে রেখা l এর উপর লম্ব আঁকার জন্য :

1) কম্পাসের কাঁটা A বিন্দুতে রেখে রেখাটিকে দুটি বিন্দুতে ছেদ করে এমন দুটি বৃত্তচাপ আঁকো। এই ছেদবিন্দুগুলির নাম দাও P এবং Q।

2) কম্পাসে PQ এর অর্ধেকের বেশি মাপ নাও।

3) বিন্দু P এবং বিন্দু Q তে ক্রমাগত কম্পাস রেখে একে অপরকে ছেদ করে এমন দুটি বৃত্তচাপ রেখাটির একপাশে আঁকো।

4) ছেদবিন্দুর নাম R দাও।

5) AR যুক্ত করো।

6) AR $\perp$ রেখা PQ

কৃতি করো

- এখন তুমি রেখায় অবস্থিত বিন্দু থেকে সেই রেখার উপর লম্ব আঁকতে পারো। এটি ব্যবহার করে একটি আয়তক্ষেত্র এবং একটি বর্গক্ষেত্র আঁকো। এর জন্য আয়তক্ষেত্র এবং বর্গক্ষেত্রের কোণ বৈশিষ্টগুলি ব্যবহার করতে হবে ?

II) রেখার বাইরের বিন্দু থেকে রেখার উপর লম্ব আঁকা

(1) কাগজ ভাঁজ করে

রেখা DE এর উপরের দিকে একটি বিন্দু OR আছে। বিন্দু R থেকে রেখা DE এর উপর লম্ব আঁকার জন্য:

1) রেখা DE এর উপর কাগজটি ভাঁজ করো।

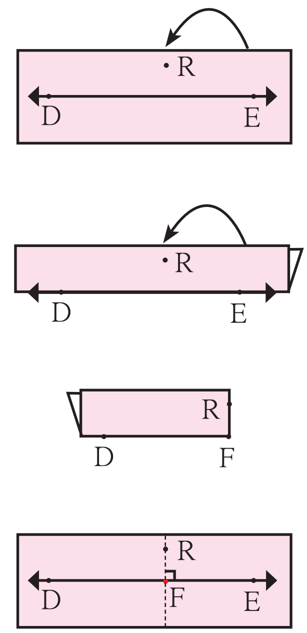
2) বিন্দু R এর কাছে কাগজটিকে এমনভাবে আরও একবার ভাঁজ করো যাতে ভাগের ভাঁজের প্রান্ত দুটি একে অপরের সাথে পুরোপুরি মিলে যায়।

3) ভাঁজ করা অংশের নীচের বিন্দুকে F নাম দাও।

4) ভাঁজটি খুলে রেখা RF আঁকো।

5) ∠RFE মাপো।

রেখ RF ⊥ রেখা DE



(2) গুনিয়া ব্যবহার করে

রেখা AB এর ওপরের দিকে একটি বিন্দু P আছে। P থেকে রেখা AB এর উপর লম্ব আঁকার জন্য :

1) গুনিয়ার সমকোণী বাহু রেখা AB এর উপর রাখো।

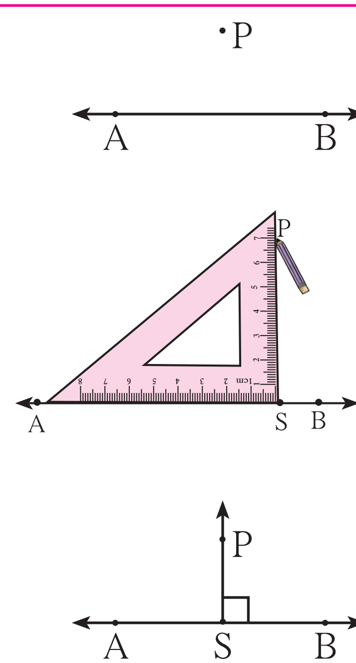
2) গুনিয়াটি এমন ভাবে সরাবে যাতে এর অন্য বাহুটি বিন্দু P এর উপরে আসে।

3) গুনিয়ার সমকোণ তৈরী করা শীর্ষবিন্দুটি রেখা AB এর উপর যেখানে আছে, তাকে বিন্দু থেকে রেখা AB এর S নাম দাও।

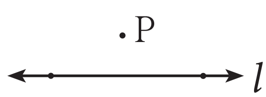
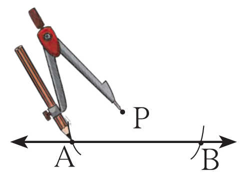
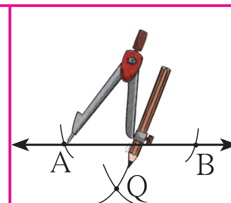
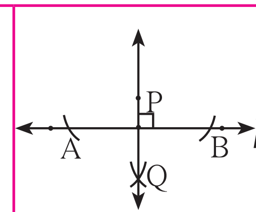
4) P বিন্দু থেকে রেখাংশ PS আঁকো।

5) ∠PSB একটি সমকোণ।

রেখা PS ⊥ রেখা AB



(3) কম্পাস এবং স্কেল ব্যবহার করে

			
রেখা l এর উপরের দিকে P একটি বিন্দু। P থেকে রেখা l এর উপর লম্ব আঁকার জন্য :	1) বিন্দু P এর উপর কম্পাসের কাঁটা রেখে একটি সুবিধাজনক ব্যাসার্ধ নিয়ে রেখাকে ছেদনকারী দুটি বৃত্তচাপ আঁকো। ছেদবিন্দু দুটির নাম A এবং B দাও।	2) বিন্দু A এবং বিন্দু B এর উপর কম্পাস রেখে AB এর আধার চেয়ে বেশি ব্যাসার্ধ নিয়ে বিন্দু P এর বিপরীত দিকে একে অপরকে ছেদ করে এমন দুটি বৃত্তচাপ আঁকো।	3) ছেদবিন্দুর নাম Q দাও। 4) বিন্দু P, Q যুক্ত করো। 5)রেখা PQ $\perp$ রেখা AB এর উচিত যাচাই করো।

অনুশীলনী 14.2

(1) একটি রেখা y অঙ্কন করো। তার উপর একটি বিন্দু D নাও। কম্পাসের সাহায্যে বিন্দু D দিয়ে রেখা y এর একটি লম্ব রেখা n অঙ্কন করো।

(2) রেখা PQ অঙ্কন করো। রেখার উপর একটি বিন্দু T নাও। গুনীয়ার সাহায্যে বিন্দু T দিয়ে রেখা PQ এর উপর একটি লম্ব রেখা অঙ্কন করো।

(3) রেখা DF অঙ্কন করো। রেখার বাইরে B ও M দুটি বিন্দু নাও। বিন্দু B এবং বিন্দু M দিয়ে কম্পাস ও স্কেল ব্যবহার করে রেখা DF এর উপর লম্ব অঙ্কন করো।

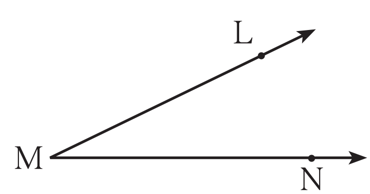
(4) একটি রেখা m অঙ্কন করো। P, Q দুটি বিন্দু রেখার বিপরীত দিকে নাও। P এবং Q বিন্দু দিয়ে রেখা m এর উপর লম্ব অঙ্কন করো। তৈরী কোণগুলি মেপে দেখো।

(5) কম্পাস বাক্সের জ্যামিতিক সরঞ্জাম ব্যবহার করে একটি বর্গক্ষেত্র আঁকো। তার বাহুগুলি মেপে দেখো।

কৃতি করো

III) প্রদত্ত মাপের সমান সমান একটি কোণ অঙ্কন

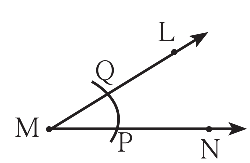
উদা. ∠LMN এর মাপের সমান ∠HAT অঙ্কন করো।



(1) ট্রেসিং পেপারের সাহায্যে:

ট্রেসিং পেপার কোনো একটি কোণের আকৃতির উপর রাখো এবং দেওয়া মাপের কোণটি ট্রেস করে খাতায় আঁকো।

(2) কম্পাস ও স্কেলের সাহায্যে :

1) কম্পাসে যথেষ্ট ব্যাসার্ধ নাও এবং বিন্দু M কে কেন্দ্র করে কম্পাস দিয়ে ∠ LMN এর বাহু MN ও বাহু ML এর উপর বৃত্তচাপ অঙ্কন করো। ছেদবিন্দুগুলির নাম P এবং Q দাও।		

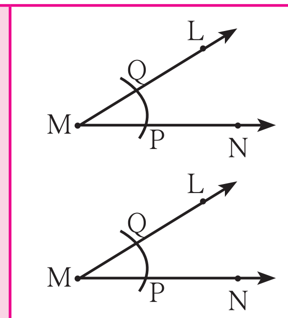
2) রশ্মি AT আঁকো।

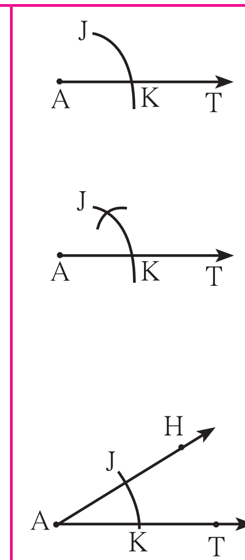
3) কম্পাসের একটি কাঁটা A বিন্দুতে বসিয়ে রশ্মি AT এর উপর একটি বৃত্তচাপ ছেদবিন্দুকে K নাম দাও।

4) কম্পাসের কাঁটা P বিন্দুতে বসিয়ে Q পর্যন্ত পরিমাপ নাও। কম্পাসের মধ্যে পরিমাপ পরিবর্তন না করে কম্পাসের কাঁটা বিন্দু K তে বসিয়ে আগের বৃত্তচাপকে ছেদনকারী আর একটি বৃত্তচাপ আঁকো। ছেদবিন্দুর নাম J দাও।

5) বিন্দু A এবং বিন্দু J বিন্দুর মধ্যে দিয়ে যাওয়া রশ্মি AH আঁকো।

6) ∠ HAT এর পরিমাপ করে, তা ∠ LMN এর সমান কিনা তা যাচাই করো।



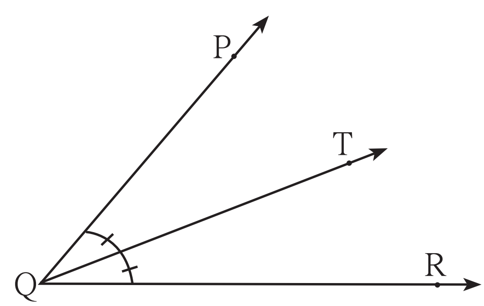


IV) প্রদত্ত কোণের কোণসমদ্বিখন্ডক আঁকো।

- যে রশ্মি কোণো কোণকে দুটি সমান ভাবে বিভক্ত করে, তাকে সেই কোণে কোণসমদ্বিখন্ডক বলে।

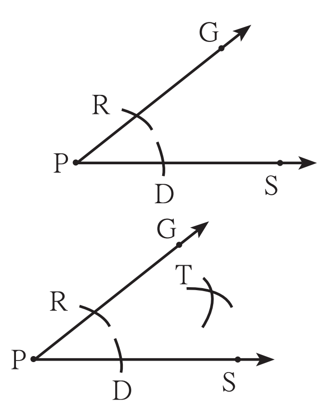
(1) ট্রেসিং পেপার ব্যবহার করে কোণসমদ্বিখন্ডক আঁকো:

একটি ট্রেসিং পেপার নাও। ট্রেসিং পেপারের উপর যেকোনো মাপের কোণ আঁকো। কোণে দুটির দুটি বাহু যেনো একে অপরের উপর মিলে যায়, এমনভাবে কাগজটি ভাঁজ করো। ভাঁজ করার ফলে কী হয়? পর্যবেক্ষণ করো। এই ভাঁজটি কোণ দুটির দুটি সমান ভাগে বিভক্ত করে। ভাঁজটি হলো কোণটির কোণসমদ্বিখন্ডক। ছবিতে QT রশ্মিটি ∠PQR এর সমদ্বিখন্ডক। কাগজের উপর বিভিন্ন মাপের কোণ এঁকে কাগজকে ভাঁজ করে কোণসমদ্বিখন্ডক আঁকো।



(2) কম্পাসের সাহায্যে কোণসমদ্বিখন্ডক :

উদা. ∠GPS যেকোনো একটি কোণ আঁকো। এই কোণের কোণসমদ্বিখন্ডক আঁকো।



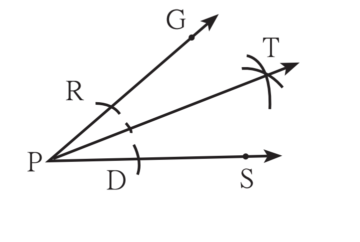
1) ∠ GPS আঁকো।

2) কম্পাসের কাঁটা P বিন্দুতে বসাও।

3) কম্পাসে সুবিধামতো দূরত্ব নিয়ে PG এবং PS রশ্মির উপর দুটি বৃত্তচাপ আঁকো।

4) ছেদবিন্দুর নাম R এবং D দাও।

5) কম্পাসের কাঁটা R বিন্দুতে বসিয়ে কোণের অভ্যান্তরভাগে একটি বৃত্তচাপ আঁকো। কম্পাসের দূরত্ব অপরিবর্তিত রেখে, কাঁটা D বিন্দুতে বসিয়ে, পুর্বের বৃত্তচাপকে ছেদকারী আর একটি বৃত্তচাপ আঁকো।



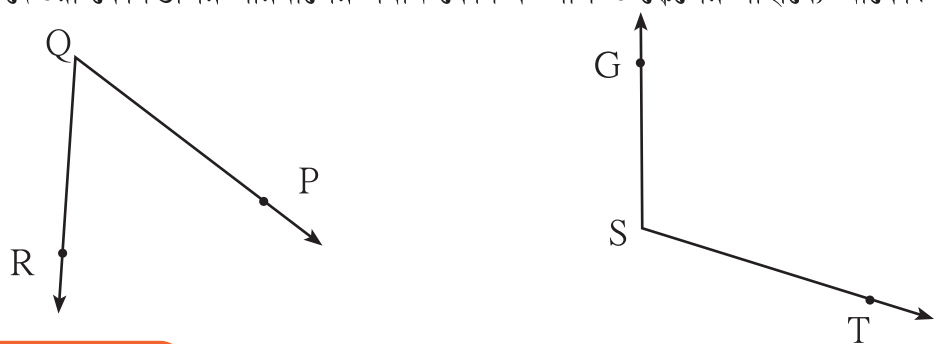
6) বৃত্তচাপের ছেদবিন্দুকে T নাম দাও।
7) বিন্দু P এবং বিন্দু T দিয়ে যাওয়া রশ্মি PT আঁকো।
8) রশ্মি PT এই ∠GPS এর সমদ্বিখন্ডক।
9) ∠GPT এবং ∠TPS এর পরিমাপ কি সমান ? এটি যাচাই করো।

অনুশীলনী 14.3

(1) জ্যামিতিক বাক্সের উপকরণ ব্যবহার করে নীচের পরিমাপের কোণগুলি আঁকো। কম্পাস ও স্কেলের সাহায্যে তাদের সমদ্বিখন্ডক আঁকো।

(i) 110° (ii) 30° (iii) 45° (iv) 90°

(2) নীচে দেওয়া কোণগুলির পরিমাপের সমান কোণ কম্পাস ও স্কেলের সাহায্যে আঁকো।

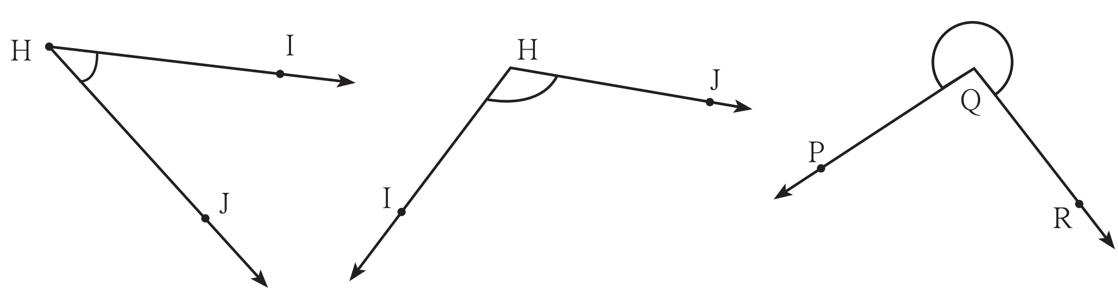


এক নজরে

- স্কেল ও কম্পাসের সাহায্যে নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের রেখাংশ আঁকা যায়।
- চাঁদার সাহায্যে কোণ পরিমাপ করা যায় এবং নির্দিষ্ট পরিমাপের কোণ আঁকা যায়।
- যে রেখাগুলি একে অপরকে সমকোণে ছেদ করে, সেগুলি একে অপরের উপর লম্ব হয়।
- যে রশ্মি প্রদত্ত কোণকে দুটি সমান ভাগে ভাগ করে, তাকে ওই কোণের সমদ্বিখন্ডক বলে।

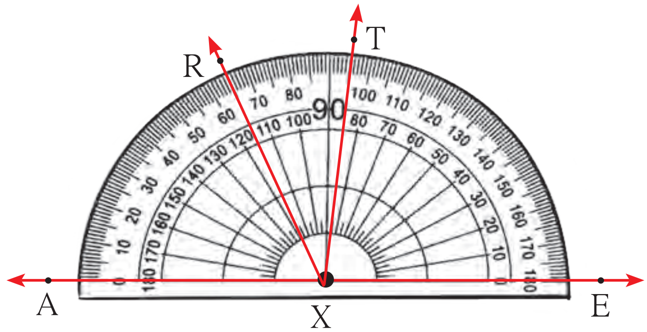
অনুশীলনী 14

(1) যেকোনো একটি সূক্ষ্মকোণ আঁকো এবং তাকে সমদ্বিখন্ডিত করো।
(2) m∠RTG = 105° আঁকো এবং তাকে সমদ্বিখন্ডিত করো।
(3) নীচে দেওয়া কোণগুলির পরিমাপ মেপে লেখো।

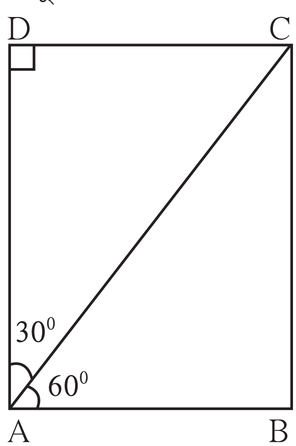


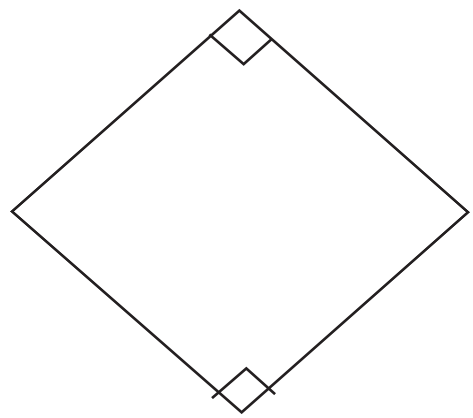
(4) কম্পাস ব্যবহার করে একটি বৃত্ত আঁকো এবং জ্যামিতি বাক্সের অন্যান্য সরঞ্জাম ব্যবহার করে একটি স্কেচ করো।

(5) ∠AXR, ∠RXT, ∠AXT এবং ∠RXE এর পরিমাপ করো ও লেখো।

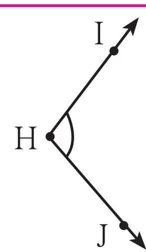
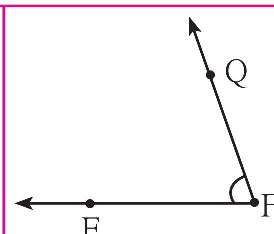
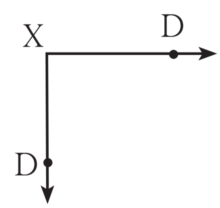


(6) শুধুমাত্র গুনিয়ার ব্যবহার করে নীচের আকৃতিগুলি অঙ্কন করো।





(7) নীচের সারণীটি পূর্ণ করো।

কোণের আকৃতি			
অনুমানিক পরিমাপ কতো হতে পারে ?			
প্রকৃতপক্ষে পরিমাপ করো এবং লেখো।			

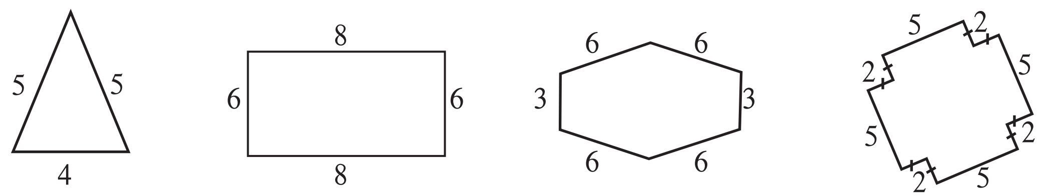
ICT tool GeogebraLink:https://www.geogebra.org/classic Geogebra এর মধ্যে বিভিন্ন সরঞ্জাম ব্যবহার করে বিভিন্ন পরিমাপের কোণ অঙ্কনের অনুশীলন করো।

15 পরিসীমা এবং ক্ষেত্রফল

পুনরাবৃত্তি

পরিসীমা (Perimeter)

- প্রত্যেক আকৃতির সমস্ত বাহুগুলির দৈর্ঘ্যের যোগফল বের করো এবং নীচের খালি জায়গায় লেখো। বাহুগুলির দৈর্ঘ্যে সেন্টিমিটারে দেওয়া হয়েছে।



....

বদ্ধ আকৃতির সব বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি হলো সেই আকৃতির পরিসীমা।

আয়তের পরিসীমার সূত্র

বুঝে নাও

একটি আয়তক্ষেত্র দেওয়া হয়েছে। এর পরিসীমা নির্ণয় করার সূত্র কিভাবে তৈরী করে তা আমরা দেখি।

আয়তের পরিসীমা = আয়তের সব বাহুর পরিমাপের যোগফল

= দৈর্ঘ্য + প্রস্থ + দৈর্ঘ্য + প্রস্থ

= (2 × দৈর্ঘ্য) + (2 × প্রস্থ)

= 2 × (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

আয়তের পরিসীমা = 2 × (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

নমুনা উদাহরণ :

1) আয়তক্ষেত্র LMNO এর দৈর্ঘ্য 8.5 সেমি এবং প্রস্থ 5.5 সেমি। এই আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা নির্ণয় করো।

→ আয়তক্ষেত্র LMNO এর পরিসীমা = 2 × (দৈর্ঘ্য +প্রস্থ)

= 2 × (8.5 + 5.5)

= 2 × 14

= 28 সেমি

আয়তক্ষেত্র LMNO এর পরিসীমা হলো 28 সেমি।

2) নীচে দেওয়া ছকে আয়তকার বস্তুগুলোর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও পরিসীমা মেপে লেখো এবং আয়তের পরিসীমার সূত্রটির সত্যতা যাচাই করো।

আয়তকার বস্তু	দৈর্ঘ্য	প্রস্থ	সব বাহুর যোগফল	2 × (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)
বোর্ড				
খাতা				
অঙ্কের বই				

বর্গক্ষেত্রের পরিসীমার সূত্র

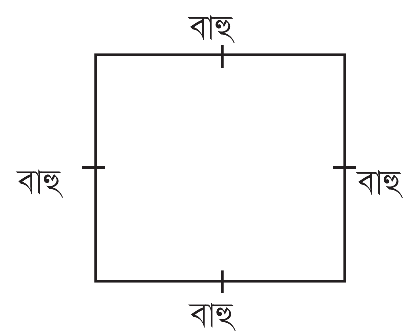
বুঝে নাও

বর্গক্ষেত্রের সব বাহুর দৈর্ঘ্য সমান হয়।

বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = বর্গক্ষেত্রের সব বাহুর দৈর্ঘ্যের যোগফল

= বাহু + বাহু + বাহু + বাহু

= 4 × বাহুর দৈর্ঘ্য



বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = 4 × বাহুর দৈর্ঘ্য

নমুনা উদাহরণ :

1) বাহুর দৈর্ঘ্য 20 মিটার এমন বর্গাকার জায়গার চারপাশে তিন স্তরে বেড়া দেওয়ার জন্য কতো মিটার তার লাগবে ?

→ এক স্তরের বড়ো দেওয়ার জন্য বর্গাকার জায়গার পরিসীমা বের করতে হবে।

বর্গাকার জায়গার পরিসীমা = 4 × বাহুর দৈর্ঘ্য

= 4 × 20

= 80 মিটার

বর্গাকার জায়গার পরিসীমা 80 মিটার পাওয়া গেলো।

বেড়া তিন স্তরে হবে, তাই তিন গুণ করতে হবে।

3 × 80 = 240 মিটার

বর্গাকার জায়গায় চারপাশে তিন স্তরের বেড়া দেওয়ার জন্য মোট 240 মিটার তার লাগবে।

2) দৈর্ঘ্য 28 সেমি এবং প্রস্থ 20 সেমি এমন একটি আয়তের পরিসীমা একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমার সমান। তাহলে বর্গক্ষেত্রটির বাহু কতো সেমি ?

→ আয়তের পরিসীমা = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

= 2 (28 +20) = 96 সেমি

উদাহরণে, আয়তের পরিসীমা বর্গের পরিসীমার সমান দেওয়া আছে।

বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = প্রদত্ত আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা

$$4 \times \text{বাহু} = 96$$

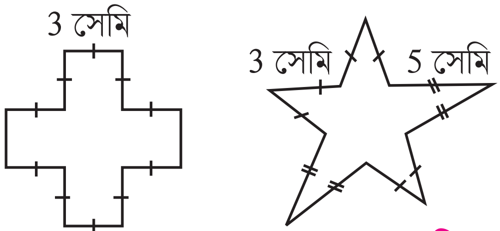
$$\therefore \text{বাহু} = \frac{96}{4}$$

$$\therefore \text{বাহু} = 24$$

বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 24 সেমি।

আলোচনা করো।

- নীচের আকৃতিগুলির পরিসীমা কিভাবে বের করবে ? তা নিয়ে আলোচনা করো।



ত্রিভুজের পরিসীমা

বুঝে নাও

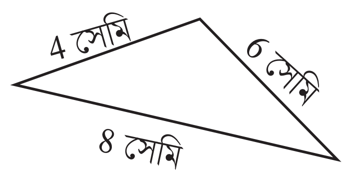
ত্রিভুজের পরিসীমা হল **ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যর সমষ্টি।**

নমুনা উদাহরণ : 4 সেমি, 6 সেমি, 8 সেমি দৈর্ঘ্যযুক্ত বাহুবিশিষ্ট ত্রিভুজের পরিসীমা বের করো।

ত্রিভুজের পরিসীমা = ত্রিভুজের সব বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি

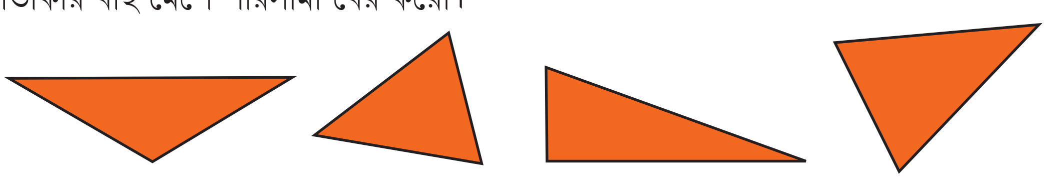
= 4 + 6 + 8

= 18 সেমি



কৃতি করো

- একটি রঙ্গিন কাগজ থেকে বিভিন্ন আকারের চারটি ত্রিভুজাকার পতাকা কেটে নাও। সেই প্রত্যেকটি পতাকার বাহু মেপে পরিসীমা বের করো।



চিন্তন করো।

- যদি কোনো একটি আকৃতির কিছু বাহু সেমিতে এবং কিছু বাহু মিটারে দেওয়া থাকে, তাহলে তাদের পরিসীমার একক কি হবে ? তা নিয়ে চিন্তন করো।

অনুশীলনী 15.1

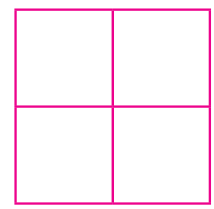
(1) 20 মিটার দৈর্ঘ্য এবং 10 মিটার প্রস্থের একটি আয়তকার জমির পরিসীমা নির্ণয় করো।

(2) একটি আয়তের পরিসীমা 64 সেমি। এর দৈর্ঘ্য 17 সেমি হলে এর প্রস্থ কতো হবে ?

(3) একটি ত্রিভুজের পরিসীমা 55 সেমি এবং এর দুটি বাহু যথাক্রমে 20 সেমি এবং 14 সেমি। তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

(4) তার বাঁকিয়ে 5 সেমি এবং 3 সেমি বাহুর একটি আয়তক্ষেত্র তৈরী করা হয়েছে। যদি সেই একই তার ব্যবহার করে একটি বর্গক্ষেত্র করা হয়, তবে সেই বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য কতো হবে ?

(5) এক মিটার দৈর্ঘ্যের একটি বর্গাকার কাপড়ের টুকরো নিয়ে আকৃতিতে যেমন দেখানো অনুযায়ী চারটি সমান আকারের রুমাল তৈরী করা হলো। সবকটি রুমালের চারপাশে লেস লাগানোর জন্য মোট কতো দৈর্ঘ্যের লেস লাগবে ?

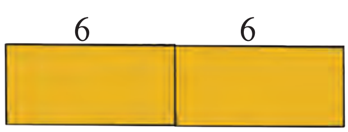


(6) 36 সেমি দৈর্ঘ্যর একটি দড়ি ব্যবহার করে নীচের আকৃতিগুলি তৈরী করা হলো, তাহলে তাদের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য কতো হবে ?

অ) বর্গক্ষেত্র   ব) আয়তক্ষেত্র

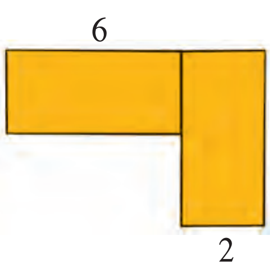
(7) 6 সেমি দৈর্ঘ্য এবং 4 সেমি প্রস্থের একটি আয়তকার কাগজ নাও। একে দুটি সমান ভাগে ভাজ করো। তৈরী হওয়া দুটি টুকরোকে আকৃতিতে একে অপরে না রেখে যেমন দেখানো হয়েছে সেভাবে সাজাও এবং পরিসীমা নির্ণয় করো।

(i)

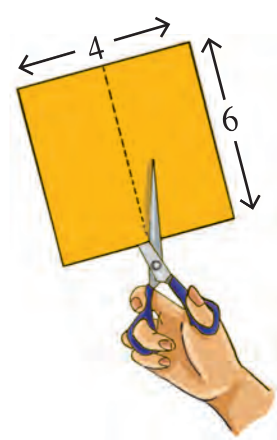


পরিসীমা = ... সেমি

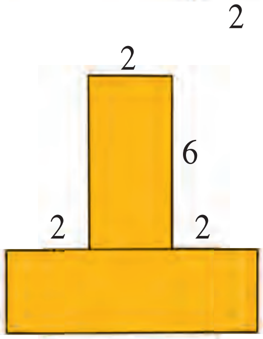
(ii)



পরিসীমা = ... সেমি



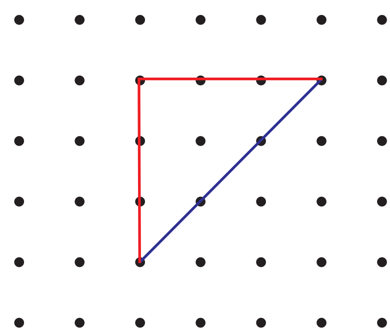
(iii)



পরিসীমা = ... সেমি

গাণিতিক আলোচনা

- নীচের আকৃতিতে অনুভূমিক ও উল্লম্ব সারির দুটি ক্রমিক বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব 1 একক।



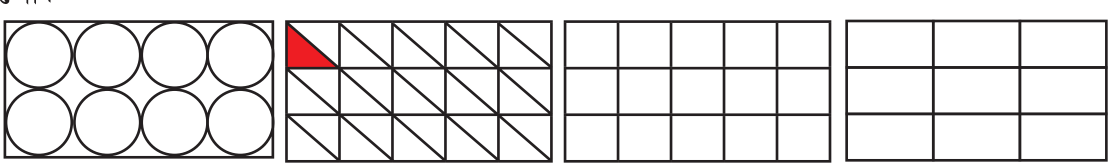
তোমরা কী মনে করো ?

কৃতি করো

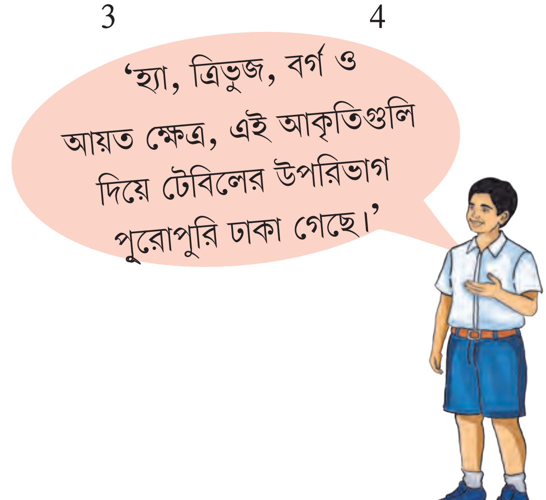
ক্ষেত্রফল (Area)

সীমা ও সুরজ কার্ডশিটের একই মাপের এবং সমান আকারের ভিন্ন-ভিন্ন আকৃতি (বৃত্ত, সমকোণী ত্রিভুজ, বর্গক্ষেত্র, আয়তক্ষেত্র) এইরকম অনেকগুলি টুকরো কেটেছিলো। এই টুকরোগুলির সাহায্যে তারা টেবিলের উপরিভাগ মাপতে চেয়েছিলো।

সীমা প্রথমে টেবিলের উপর বৃত্তাকার টুকরোগুলিকে একে অপরের সাথে জুড়ে রাখলো। পরে অন্য একটি টেবিলের উপর ত্রিভুজাকার টুকরোগুলি এমনভাবে রাখলো যাতে টেবিলের পুরো উপরিভাগ ঢেকে যায়। তারপর সুরজ প্রথমে বর্গাকার এবং পরে আয়তকার টুকরো দিয়ে টেবিলের উপরিভাগ ঢেকে ফেললো।



1 2 3 4



আকৃতির সমতল পৃষ্ঠের উপর আবৃত জায়গার পরিমাপকে ওই আকৃতির ‘ক্ষেত্রফল’ বলে।

টেবিল 2 এর ক্ষেত্রফল 30 ত্রিভুজ একক।

টেবিল 3 এর ক্ষেত্রফল .... বর্গ একক।

টেবিল 4 এর ক্ষেত্রফল .... আয়ত একক।

বুঝে নাও

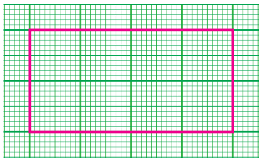
ক্ষেত্রফলের একক

সমতল আকৃতির পরিমাপ করার জন্য সমতল আকৃতির একক ব্যবহার করা হয়।

কোনো আকৃতির পরিমাপ করার সময় তার সমস্ত পৃষ্ঠভাগ যাতে সঠিকভাবে গণনা করা যায়, সেজন্য 1 - একক বাহু বিশিষ্ট একটি বর্গ প্রমাণিত একক হিসেবে ব্যবহার করা হয়। একে ‘1 বর্গ একক’ বলা হয়।

- যদি আমরা বাহুর দৈর্ঘ্য সেন্টিমিটারে মাপি, তবে তার ক্ষেত্রফল বর্গ সেন্টিমিটারে লেখা হয়। এর জন্য 1 সেমি বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রকে একটি প্রমাণিত একক হিসেবে ধরা হয়। সংক্ষেপে একে ‘1 বর্গ সেমি’ লেখা হয়।

ক্ষেত্র	বাহুর একক	ক্ষেত্রফলের একক	সংক্ষিপ্ত রূপ
উদা. মেঝে, বই, খাতা	সেন্টিমিটার	বর্গ সেন্টিমিটার	বর্গ সেমি
উদা. বাড়ীর চারপাশে খোলা জায়গা, নির্মাণ ক্ষেত্র, খেলার মাঠ	মিটার	বর্গমিটার	বর্গ মি.
উদা. তালুকা, জেলা, রাজ্য	কিলোমিটার	বর্গ কিলোমিটার	বর্গ কিমি

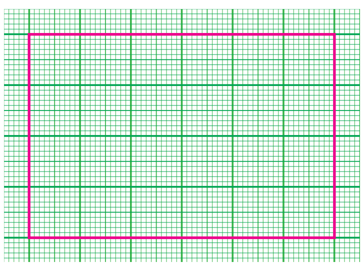
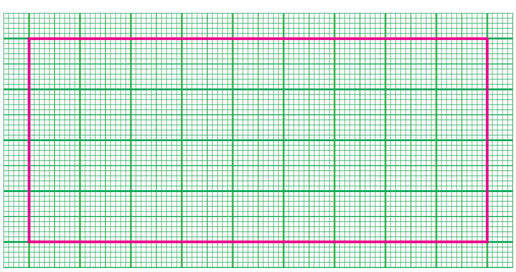


এই আয়তটির দৈর্ঘ্য 4 সেমি এবং প্রস্থ 2 সেমি।

এই আয়তটিতে 1 বর্গসেমি মাপের 8 টি বর্গক্ষেত্র ধরে।

এইজন্য , এই আয়টির ক্ষেত্রফল ৪ বর্গ সেমি।

নীচের সারণীটি পুর্ণ করো।

আয়তাকার ক্ষেত্র	বর্গক্ষেত্রের সংখ্যা	ক্ষেত্রফল	দৈর্ঘ্য	প্রস্থ	দৈর্ঘ্য × প্রস্থ
	24	24 বর্গ সেমি	6 সেমি	4 সেমি	6 × 4
	.....	.....	9 সেমি	.....	.....

আয়তের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

বর্গাকার ক্ষেত্র	বর্গক্ষেত্রের সংখ্যা	ক্ষেত্রফল	বাহু	বাহু	বাহু × বাহু
3 একক বাহু বিশিষ্ট বর্গ	9	9 বর্গ সেমি	3 সেমি	3 সেমি	3 × 3
4 একক বাহু বিশিষ্ট বর্গ	.....	.....	.....	.....	.....

- বর্গক্ষেত্রের চারটি বাহু সমান থাকে, তাই বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = বাহু × বাহু বুঝতে পারলাম।

বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = বাহু × বাহু

নমুনা উদাহরণ :

✲ দৈর্ঘ্য 8 সেমি ও প্রস্থ 7 সেমি বিশিষ্ট আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ
= 8 × 7
= 56 বর্গ সেমি

✲ বাহু 6 সেমি বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = বাহু × বাহু
= 6 × 6
= 36 বর্গ সেমি

কৃতি করো

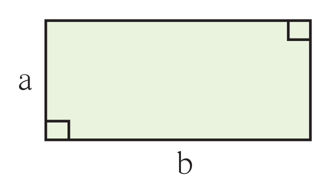
- নীচের সারণীতে থাকা বস্তুগুলির পরিমাপ নাও এবং সাবণীটি পূর্ণ করো।

আকৃতি / বস্তু	দৈর্ঘ্য	প্রস্থ	ক্ষেত্রফল
শ্রেণীকক্ষের মেঝে			
শ্রেণীকক্ষের জানলা			
আলমারির যে কোন একটি পৃষ্ঠতল			
টাইল্‌স (মেঝে)			

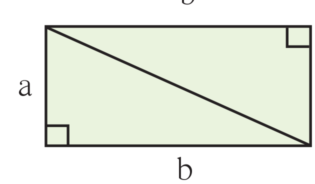
ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

বুঝে নাও

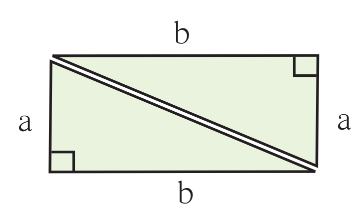
- একটি আয়তকার কাগজ নাও। এর দৈর্ঘ্য b এবং প্রস্থ a।



- তার একটি কর্ণ বরাবর কেটে দুটি সমকোণী ত্রিভুজে ভাগ করো।



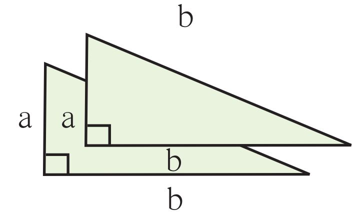
- তৈরী হওয়া দুটি সমকোণী ত্রিভুজ একে অপরের সাথে ঠিকভাবে মিলে যায় কি দেখো। তারা মিলে যায় তাই দুটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সমান হয়।



আয়তের ক্ষেত্রফল এই দুটি সমকোণ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের যোগফলের সমান।

2 × সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

∴ 2 × সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = a × b



$\therefore$ সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\dfrac{(a \times b)}{2}$

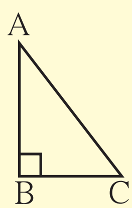
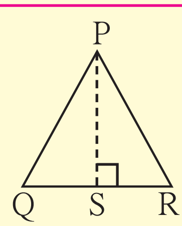
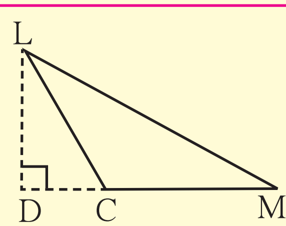
$\therefore$ সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\dfrac{\text{সমকোণ তৈরী করে এমন সংলগ্ন বাহুদুটির দৈর্ঘ্যের গুণফল}}{2}$

একটি সমকোণী ত্রিভুজে সমকোণ তৈরী করে এমন দুটি বাহুর মধ্যে একটিকে, ভূমি ধরলে অপর বাহুটি তখন উচ্চতা হয়।

$\therefore$ সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\dfrac{\text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}}{2}$

যদি ΔABC যেকোনো একটি ত্রিভুজ হয় তাহলে ভূমির জন্য যেকোনো একটি বাহু ধরা হয়। সেই বাহুর বিপরীত শীর্ষবিন্দু থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের মাপই হলো ওই ত্রিভুজের উচ্চতা।

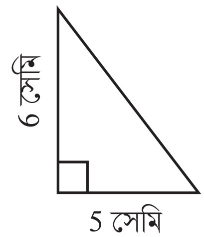
ত্রিভুজ : ভূমি ও উচ্চতা

ত্রিভুজের প্রকার	ভূমি	উচ্চতা
	BC	AB
	QR	PS
	CM	LD

$\therefore$ সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\dfrac{\text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}}{2}$

নমুনা উদাহরণ :

1) একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহু দুটি 5 সেমি এবং 6 সেমি হলে, ঐ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।



সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

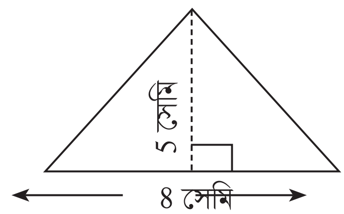
$= \dfrac{\text{সমকোণ তৈরী করে এমন সংলগ্ন বাহুদুটির দৈর্ঘ্যের গুণফল}}{2}$

$= \dfrac{5 \times 6}{2} = \dfrac{30}{2}$

$= \dfrac{30 \div 2}{30 \div 2} = \dfrac{15}{1} = 15$

= 15 বর্গ সেমি

2) নীচের আকৃতিতে দেওয়া ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।



ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$= \dfrac{\text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}}{2}$

$= \dfrac{8 \times 5}{2}$

$= \dfrac{40}{2} = \dfrac{40 \div 2}{2 \div 2} = \dfrac{20}{1} = 20$

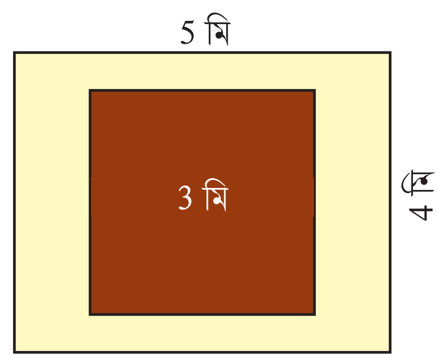
= 20 বর্গ সেমি

কৃতি করো

- বিভিন্ন আকারের ত্রিভুজাকৃতির কাগজ কেটে তার ভূমি ও উচ্চতা মেপে ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

নমুনা উদাহরণ :

1) একটি হল 5 মিটার দৈর্ঘ্য এবং 4 মিটার প্রস্থ। ওই হলের মেঝের উপর 3 মিটার বাহু বিশিষ্ট একটি বর্গাকার কার্পেট পাতা আছে। কার্পেট দ্বারা ঢাকা হয়নি এমন জায়গার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।



→ **হলের দৈর্ঘ্য = 5 মিটার প্রস্থ = 4 মিটার**

হলের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = 5 × 4 = 20 বর্গমি

বর্গাকার কার্পেটের ক্ষেত্রফল = বাহু × বাহু

= 3 × 3 = 9 বর্গমি

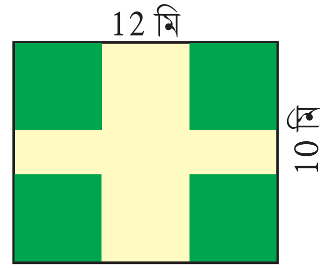
∴ কার্পেটের দ্বারা ঢাকা হয়নি এমন জায়গার ক্ষেত্রফল

= হলের ক্ষেত্রফল – কার্পেটের ক্ষেত্রফল

= 20 – 9 = 11 বর্গমি

কার্পেট দ্বারা ঢাকা হয়নি এমন জায়গার ক্ষেত্রফল 11 বর্গ মি.।

2) সুনিতাবাই 12 মিটার দৈর্ঘ্য ও 10 মিটার প্রস্থের একটি আয়তাকার জমির চার কোণায় প্রতিটি 4 মিটার বাহু বিশিষ্ট বর্গাকার ফুলগাছের বাগান তৈরী করলো। তাহলে ফুলগাছ না থাকা জমির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।



→ **জমির দৈর্ঘ্য = 12 মিটার, জমির প্রস্থ = 10 মিটার**

জমির ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = 12 ×10 =120 বর্গমি

প্রতিটি বর্গাকার বাগানের বাহু = 4 মিটার

একটি বর্গাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = বাহু × বাহু

= 4 × 4 = 16 বর্গমি

∴ চারটি ফুলবাগানের মোট ক্ষেত্রফল = 4 × 16 বর্গমি = 64 বর্গমি

∴ ফুলগাছ না থাকা জমির ক্ষেত্রফল = জমির মোট ক্ষেত্রফল – চারটি ফুলবাগানের ক্ষেত্রফল

= 120 – 64 = 56 বর্গমি

∴ ফুলগাছ না থাকা জমির ক্ষেত্রফল 56 বর্গ মিটার।

বুঝে নাও

নীচের সারণীটি পূর্ণ করো।

আকৃতি	ক্র.	দৈর্ঘ্য (সেমি)	প্রস্থ (সেমি)	পরিসীমা (সেমি)	ক্ষেত্রফল (বর্গ সেমি)
আয়ত	1	5	4	18	20
	2	8	2	20	16
	3	6	4	....	....
	4	9	1	....	....

- উপরের সারণী থেকে দেখা যায় যে, পরিসীমা একই থাকলে ও আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ভিন্ন ভিন্ন হতে পারে।

নীচের সারণীটি পূর্ণ করো।

আকৃতি	ক্র.	বাহু (সেমি)	পরিসীমা (সেমি)	ক্ষেত্রফল (বর্গ সেমি)
বর্গক্ষেত্র	1	3	12	9
	2	4	16	16
	3	5	....	....
	4	6	....	....

- উপরের সারণী থেকে বোঝা যায় যে বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা বাড়ালে ক্ষেত্রফলও বেড়ে যায়।

অনুশীলনী 15.2

(1) ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

i) ভূমি 8 সেমি, উচ্চতা 5 সেমি ii) ভূমি 7 মি, উচ্চতা 4 মি

(2) নীচে আয়তক্ষেত্রের বাহুর পরিমাপ দেওয়া হয়েছে, তার থেকে আয়তের পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

i) 8 সেমি, 3 সেমি ii) 3.5 মিটার, 2 মিটার

iii) 6 মিটার, 3.5 মিটার iv) 9.5 সেমি, 5.3 সেমি

(3) নীচে বর্গক্ষেত্রের বাহুর পরিমাপ দেওয়া হয়েছে, তার থেকে বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

i) 10 সেমি ii) 14 মিটার iii) 5.5 মিটার

(4) একটি আয়তাকার আমের বাগান 100 মিটার দৈর্ঘ্য এবং 50 মিটার প্রস্থ। যদি প্রতিটি আমগাছের জন্য 25 বর্গমিটার জায়গার প্রয়োজন হয়, তবে সেই বাগানে অধিকতম কয়টি আমগাছ লাগানো যাবে ?

এক নজরে

- একটি বদ্ধ আকৃতির সব বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি হলো সেই আকৃতির পরিসীমা।
- যেকোনো আকৃতির বাহুর একক এবং পরিসীমার একক সমান হয়।
- আকৃতি দ্বারা সমতল পৃষ্ঠের দখল করা জায়গার পরিমাপ হলো সেই আকৃতির ক্ষেত্রফল।
- ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \dfrac{\text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}}{2}$

$\therefore$ সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \dfrac{\text{সমকোণ তৈরী করে এমন সংলগ্ন বাহুদুটির দৈর্ঘ্যের গুণফল}}{2}$

অনুশীলনী 15

(1) সঠিক বিকল্পটি বেছে নাও।

i) বাহুর দৈর্ঘ্য 7 সেমি বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা কতো ?

অ) 49 সেমি ব) 24 সেমি ক) 28 বর্গসেমি ড) 28 সেমি

ii) আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 5 সেমি এবং প্রস্থ 2 সেমি হলে পরিসীমা এবং ক্ষেত্রফল যথাক্রম কতো ?

অ) 14 বর্গসেমি, 10 সেমি ব) 14 সেমি, 10 বর্গসেমি

ক) 10 সেমি, 14 বর্গসেমি ড) 24 সেমি, 20 বর্গসেমি

iii) যেকোনো মাপের একটি বর্গাকার কাগজ নিয়ে, তার অর্ধেক ভাঁজ করো। ভাঁজ করা স্থানে কাটার পর দুটি আয়তক্ষেত্র তৈরী হয়। সেই অনুযায়ী নীচের কোন বিবৃতিটি সর্বদা সত্যি ? তা চিনে লেখো।

অ) প্রতিটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের চেয়ে বেশি হয়।

ব) বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা উভয় আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমষ্টির চেয়ে বেশী হয়।

ক) বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা দুটি আয়তের যোগফল অপেক্ষায় কম হয়ে থাকে।

ড) বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল দুটি আয়তের ক্ষেত্রফলের যোগফলের চেয়ে সর্বদা তিন গুণ বেশী হয়।

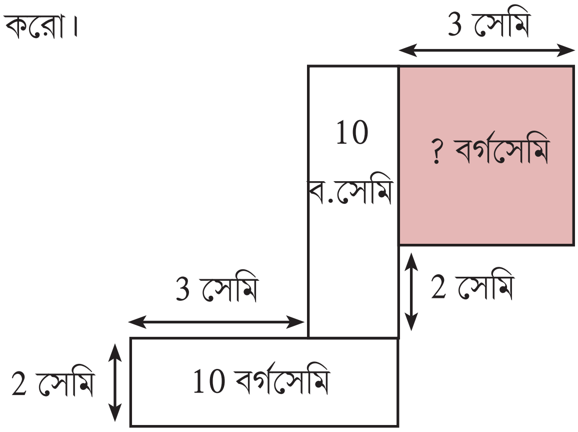
(2) ত্রিভুজের বাহুগুলির দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। পরিসীমা নির্ণয় করো।

i) 12 মিটার, 7 মিটার, 5 মিটার ii) 6.5 সেমি, 7 সেমি, 5 সেমি

(3) নীচে তিনটি আয়তের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ দেওয়া আছে। তার মধ্যে কোন আয়তের ক্ষেত্রফল সবথেকে বেশি এবং কোনটির ক্ষেত্রফল সবচেয়ে কম ?

i) 9 মি, 6 মি ii) 17 মি, 3 মি iii) 4 মি, 14 মি

(4) নীচে আকৃতিতে কিছু বাহুর মাপ ও ক্ষেত্রফল দেওয়া আছে। তার উপর ভিত্তি করে ছায়াবৃত অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।



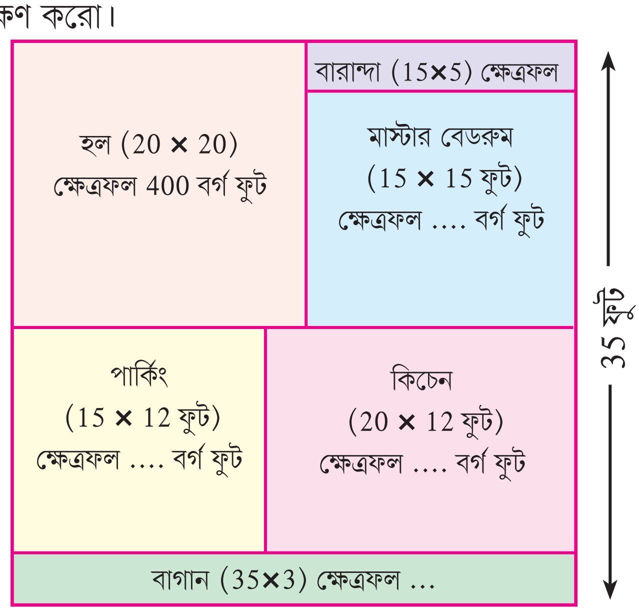
(5) নীচের বিবৃতিগুলোর প্রত্যেকটির জন্য দুটি করে উদাহরণ তৈরী করো।

i) আয়তের পরিসীমা বাড়ালে ক্ষেত্রফল বাড়ে।

ii) বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা বাড়ালে ক্ষেত্রফল বাড়ে।

iii) আয়তের পরিসীমা বাড়ালেই যে ক্ষেত্রফল বাড়বে এমন নয়।

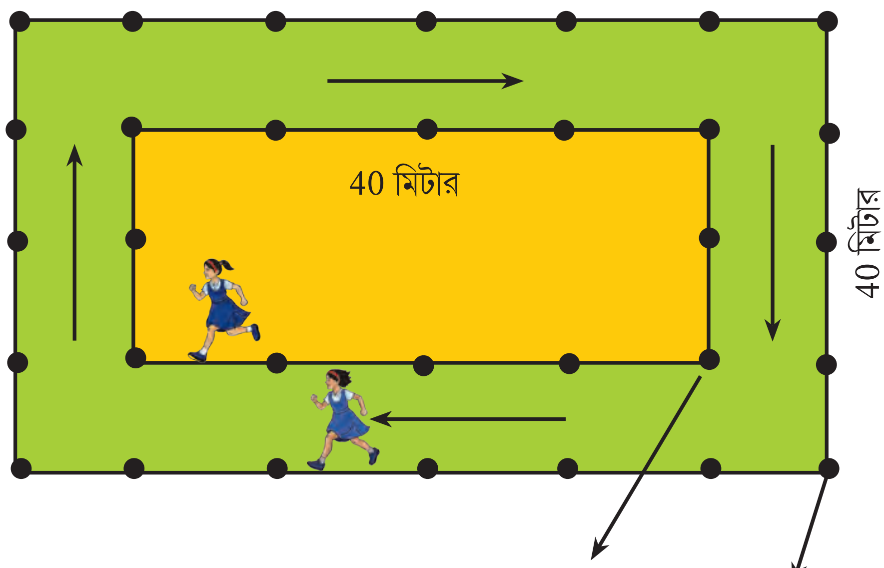
(6) নীচে আমিরের বাড়ির একটি নকশা দেওয়া আছে। এই নকশাটি একটি বর্গাকার প্লটের উপর। নকশাটির পর্যবেক্ষণ করো।



i) তার মধ্যে দেওয়া নেই এমন ক্ষেত্রফলগুলি নির্ণয় করো।

ii) আমিরের সম্পুর্ণ বাড়ির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

(7) নীচে দেওয়া আকৃতি দেখো এবং তার নীচে দেওয়া প্রশ্নগুলির উত্তর খোঁজো।



একটি আয়তাকার খেলার মাঠে একটি ভেতরের এবং একটি বাইরের ট্রাক আঁকা হয়েছে। অঞ্জু ভেতরের ট্রাকে এবং মঞ্জু বাইরের ট্রাকে একই দিকে দৌড়াতে শুরু করলো। অঞ্জু 7টি এবং মঞ্জু 4টি পাক পুর্ণ করার পর দুজনেই থেমে গেলো। তারা দুজনে মিলে মোট কতোটা পথ অতিক্রম করলো সে বিষয়ে আলোচনা করো এবং নীচের প্রশ্নগুলির উত্তর খোঁজ।

i) অঞ্জু কতোটা পথ অতিক্রম করেছে?

ii) মঞ্জু কতোটা পথ অতিক্রম করেছে?

iii) দুজনের মধ্যে কে বেশি পথ অতিক্রম করেছে?

উপক্রম

- শ্রেণীকক্ষের বা বাড়ির যে কোনো একটি বর্গাকার আকৃতির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

16 বৌধায়ন-পিথাগোরাসের উপপাদ্য

পুনরাবৃত্তি

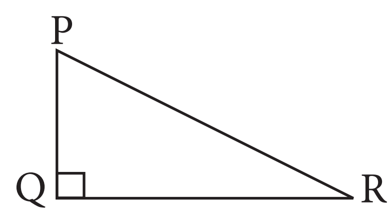
ত্রিভুজের প্রকার লেখো।

i) কোণের ভিত্তি ত্রিভুজের প্রকারভেদ ________ ________ ________

ii) বাহুর ভিত্তি ত্রিভুজের প্রকারভেদ ________ ________ ________

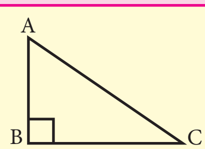
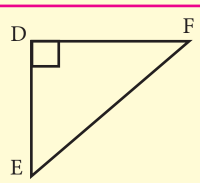
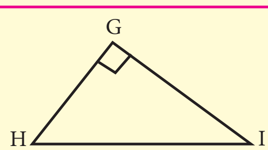
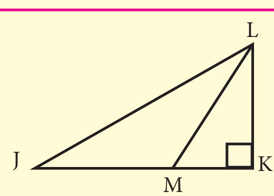
বৌধায়ন - পিথাগোরাসের উপপাদ্য
(Baudhayana – Pythagoras Theorem)

বুঝে নাও



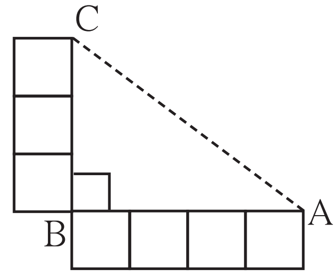
- যে ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ হয়, তাকে **‘সমকোণী ত্রিভুজ’** বলা হয়।
- সমকোণী ত্রিভুজে সমকোণের বিপরীত বাহু ‘অতিভুজ’ হয়।
- প্রদত্ত ΔPQR এ বাহু PR হলো অতিভুজ।
- বাহু PQ এবং বাহু QR হলো সমকোণ গঠনকারী বাহু।

নীচের সারণীটি পূর্ণ করো।

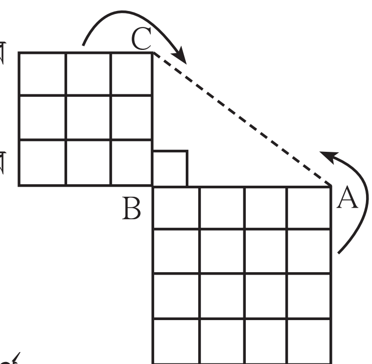
ক্র.	আকৃতি	সমকোণ	অতিভুজ	সমকোণ গঠনকারী বাহু
1		$\angle ABC$	বাহু AC	বাহু AB, বাহু BC
2				
3				
4				

কৃতি করো

(1) কাগজ বা বই কার্ড বোর্ড দ্বারা বাহু এক একক হয় এমন অনেকগুলি বর্গাকার টুকরো কেটে রাখো। এই বর্গগুলির মধ্যে সমান মাপের 4টি টুকরো সরল রেখায় সাজাও। তাদের প্রান্তবিন্দুকে A এবং B নাম দাও, এরপর একই মাপের 3টি টুকরো রেখা BA উপর অবস্থিত বিন্দু B তে লম্বভাবে, পাশে দেখানো ছবির মতো সাজাও। উপরের বিন্দুকে C নাম দাও। শেষে A ও C বিন্দুকে যুক্ত করো।



(2) AB এর দৈর্ঘ্যের সমান বাহু নিয়ে একটি বর্গ হবে। এমনভাবে টুকরোগুলি বাহু AB এর উপর রাখো।



(3) BC এর দৈর্ঘ্যের সমান বাহু নিয়ে একটি বর্গ তৈরী হবে এমনভাবে টুকরোগুলি বাহু BC এর উপর রাখো।

সমকোণী ত্রিভুজের উভয় বাহু দুটির উপর বর্গগুলির মোট টুকরো সংখ্যা = 9 + 16 = 25 .....(1)

(4) বাহু দুটির বাহুর সব টুকরো AC বাহুর উপর রেখে একটি বড়ো বর্গ তৈরী করো। কি দেখা যায় ?

অতিভুজ AC এর উপর বর্গ তৈরীর জন্য মোট 25টি টুকরো লাগে।

অতিভুজ AC উপর বর্গের ক্ষেত্রফল = 25 .... (2)

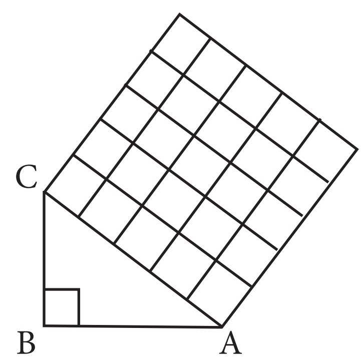
অতিভুজ AC এর উপর মোট টুকরো = 25 বর্গ একক

অর্থাৎ উক্তি 1 এবং 2 থেকে দেখা যায়,

9 +16 =25

3 এর বর্গ+ 4 এর বর্গ= 5 এর বর্গ

$[l(BC)]^2 + [l(AB)]^2 = [l(AC)]^2$



অর্থাৎ সমকোণী ত্রিভুজে, অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল অন্য দুইটি বাহুর উপর অঙ্কিক বর্গগুলির ক্ষেত্রফলের যোগফলের সমান।

বৌধায়ন- পিথাগোরাসের উপপাদ্য :

সমকোণী ত্রিভুজে, অতিভুজের বর্গ অন্য দুইটি বাহুর বর্গের যোগফলের সমান হয়ে থাকে।

$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{বাহু } 1)^2 + (\text{বাহু } 2)^2$

এই উপপাদ্যটি ভারতের বিখ্যাত গণিতজ্ঞ বৌধায়ন খ্রীষ্টপুর্ব অষ্টম শতকে আবিষ্কার করেছিলেন। পরে গ্রীক গণিতজ্ঞ পিথাগোরাস এটাকে সুসংগঠিতভাবে উপস্থাপন করেন, অথচ এর মূল ধারণাটি ছিল ভারতীয় বৌধায়নের।

✻ আলেখ কাগজ ব্যবহার করে বৌধায়ন- পিথাগোরাস উপপাদ্য যাচাই করো।

ইতিহাসের প্রেক্ষাপটে

বৌধায়ন : বৌধায়ন ছিলেন প্রাচীন ভারতীয় গণিতবিদ তিনি পিথাগোরাসের উপপাদ্যের ধারণা বহু আগেই উপস্থাপন করেছিলেন। বিশেষ করে তাঁর 'শুল্বসূত্র' গ্রন্থে সমকোণী ত্রিভুজ সম্পর্কিত উপপাদ্য স্পষ্ঠভাবে ব্যাখ্যা করা হয়েছে। এর সময়কাল ধরা হয় খ্রীষ্টপূর্ব 700 । বলা হয়, বৌধায়নের জন্ম আনুমানিক খ্রীষ্টপূর্ব অষ্টম শতকে হয়েছিলো।

জ্যামিতির দৃষ্টিকোণে 'শুল্বসূত্র' এর সবথেকে গুরুত্বপূর্ণ অবদান হলো পিথাগোরাসের উপপাদ্য হিসেবে পরিচিত উক্তিটি।

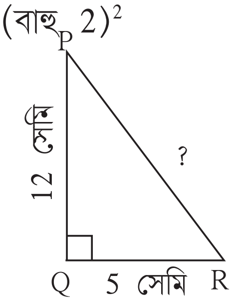
পিথাগোরাস (সময়কাল : খ্রী: পূ.570-495) : তিনি ছিলেন একজন মহান প্রাচীন গ্রিক গণিতবিদ ও দার্শনিক। গণিতের ক্ষেত্রে, 'পিথাগোরাসের উপপাদ্য' তাঁর সবথেকে গুরুত্বপূর্ণ পরিচয়। তাঁর গণিতচর্চায় প্রধানত অঙ্কগণিত, অনুপ্রযুক্ত সংখ্যাতত্ত্ব, জ্যামিতি ও জ্যোতির্বিদ্যা অন্তর্ভুক্ত ছিলো।

নমুনা উদাহরণ :

1) সমকোণীΔPQR এর মধ্যে, $m\angle Q=90^\circ$; $l(QR)$ = 5 সেমি, $l(PQ)$ = 12 সেমি, তাহলে PR বাহুর দৈর্ঘ্য কতো ?

→ সমকোণী Δ PQR এর মধ্যে, $m\angle Q=90^\circ$ হওয়ায় বাহু PR হলো অতিভুজ।

বৌধায়ন-পিথাগোরাস উপপাদ্য অনুযায়ী, (অতিভুজ)^2 = (বাহু 1)^2+(বাহু 2)^2



$[l(PR)]^2 = [l(PQ)]^2 + [l(QR)]^2$

$\therefore [l(PR)]^2 = (12)^2 + (5)^2$

$\therefore [l(PR)]^2 = 144 + 25$

$\therefore [l(PR)]^2 = 169$

$\therefore l(PR) = 13$....... $(13)^2 = 169$

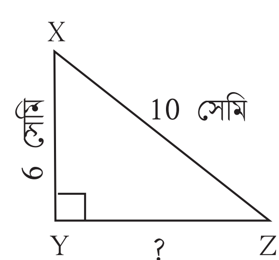
$\therefore$ বাহু PR এর দৈর্ঘ্য = 13 সেমি

2) সমকোণী ΔXYZ এর মধ্যে, $m\angle Y=90^\circ$; $l(XY)$ = 6 সেমি, $l(XZ)$ = 10 সেমি, তাহলে YZ বাহুর দৈর্ঘ্য কতো ?

→ সমকোণী Δ XYZ এর মধ্যে, $m\angle Y=90^\circ$ হওয়ায় বাহু XZ হলো অতিভুজ।

বৌধায়ন-পিথাগোরাস উপপাদ্য অনুযায়ী, (অতিভুজ)^2 = (বাহু 1)^2+(বাহু 2)^2

$[l(XZ)]^2 = [l(XY)]^2 + [l(YZ)]^2$



$\therefore (10)^2 = (6)^2 + [l(YZ)]^2$

$\therefore 100 = 36 + [l(YZ)]^2$

$\therefore 100 - 36 = [l(YZ)]^2$

$\therefore 64 = [l(YZ)]^2$

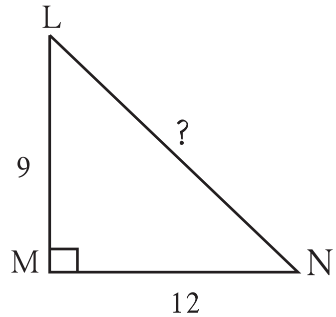
$\therefore 8 = l(YZ) =$ .... $(8)^2 = 64$

$\therefore$ বাহু YZ এর দৈর্ঘ্য = 8 সেমি

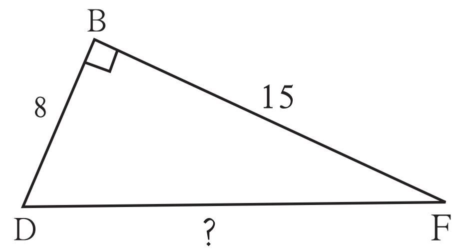
অনুশীলনী 16.1

(1) নীচের আকৃতিগুলি দেখো এবং অজানা বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

(i)



(ii)



(2) একজন ব্যক্তি তাঁর বাড়ি থেকে পূর্ব দিকে 12 মিটার হেঁটে যায়। তারপর সেখান থেকে উত্তর দিকে ঘুরে 9 মিটার যায়, তাহলে সে ব্যক্তি মুল স্থান থেকে কতো দুরে আছে?

(3) 35 ফুট লম্বা একটি সিড়ি মাটি থেকে 21 ফুট উঁচুতে অবস্থিত একটি জানালায় পোছায়। তাহলে দেওয়ালের পাদদেশ এবং সিড়ির নীচের প্রান্তের মধ্যবর্তী দুরত্ব নির্ণয় করো।

বৌধায়ন - পিথাগোরাসের ত্রয়ী

বুঝে নাও

যদি তিনটি স্বাভাবিক সংখ্যার মধ্যে বৃহত্তম সংখ্যার বর্গ অপর দুই সংখ্যার বর্গের যোগফলের সমান হয়। তবে সেই সংখ্যাগুলিকে 'বৌধায়ন - পিথাগোরাসের এয়ী' বলা হয়। যেমন (3, 4, 5) এই সংখ্যাসমূহ।

যদি কোনো ত্রিভুজের বাহুগুলি 'বৌধায়ন - পিথাগোরাসের এয়ী'র নিয়ম মেনে চলে, তবে সেটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ হয়। সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজ হলো সবথেকে বড়ো বাহু।

নমুনা উদাহরণ :

(1) (7, 24, 25) কি একটি পিথাগোরাসের এয়ী?

→ (7, 24, 25) এর প্রতিটি সংখ্যার বর্গ করি :

7 এর বর্গ = $7\times7= 49$; 24 এর বর্গ = $24\times24=576$; 25 এর বর্গ = $25\times25=625$

(i) বৃহত্তম সংখ্যার বর্গ = $25^2 = 25\times25=625$

(ii) ছোটো দুটি সংখ্যার বর্গের যোগফল = $7^2 + 24^2 = 49+576 = 625$

$\therefore$ $7^2+24^2=25^2$ .... (i) এবং (ii) থেকে

অতএব (7, 24, 25) একটি পিথাগোরাস এয়ী।

(2) একটি ত্রিভুজের সকল বাহু হলো 11, 12, 15 । এটি সমকোণী ত্রিভুজ কিনা নির্ণয় করো।

→ (11, 12, 15) মধ্যে : $11^2= 11\times11=121$

$12^2= 12\times12=144$

$15^2= 15\times15=225$

(i) ছোটো দুই সংখ্যার বর্গের যোগফল = $11^2+12^2=121 + 144 = 265$

(ii) বৃহত্তম সংখ্যার বর্গ = $15^2 = 225$

∴ ছোটো দুটি সংখ্যার বর্গের যোগফল ≠ বৃহত্তম সংখ্যার বর্গ

∴ (11, 12 এবং 15) এই সংখ্যাগুলির সমষ্টি বৌধায়ন- পিথাগোরাস এয়ী নয়।

11, 12, 15 বাহুবিশিষ্ট ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ নয়।

অনুশীলনী 16.2

(1) নীচে দেওয়া সংখ্যাগুলির মধ্যে কোনগুলি বৌধায়ন- পিথাগোরাস এয়ী তা নির্ণয় করো।

i) 4, 5, 6 ii) 2, 6, 7 iii) 15, 20, 25

(2) নীচে দেওয়া ত্রিভুজগুলির বাহুর দৈর্ঘ্য থেকে নির্ণয় করো, ত্রিভুজটি সমকোণী কি না।

i) 11, 60, 61 ii) 40, 20, 30. iii) 9, 40, 41

এক নজরে

- বৌধায়ন-পিথাগোরাস উপপাদ্য
  সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজের বর্গ অন্য দুটি বাহুর বর্গের যোগফলের সমান।
- $(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{বাহু } 1)^2 + (\text{বাহু } 2)^2$
- যদি কোনো ত্রিভুজের বাহুগুলি বৌধায়ন - পিথাগোরাস ত্রয়ীয়ের নিয়ম মেনে চলে, তবে সেই ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ।

অনুশীলনী 16

(1) সঠিক বিকল্প নির্বাচন করো।

i) একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 41 সেমি এবং একটি লম্ব বাহু 40 সেমী। তবে অন্য বাহুর দৈর্ঘ্য কতো ?

অ) 81 সেমি ব) 21 সেমি ক) 9 সেমি ড) 1 সেমি

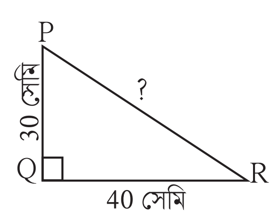
ii) 17 মিটার লম্বা একটি সিঁড়ি দেয়াল থেকে 8 মিটার দূরে ঠেকানো হয়েছে, তাহলে সিঁড়ির উপরের প্রান্ত মাটি থেকে কতো মিটার উচ্চতায় থাকবে ?

অ) 15 ব) 23 ক) 32 ড) 25

iii) 20 মিটার ও 27 মিটার উচ্চতার দুটি খুঁটি মাঁটিতে 24 মিটার দুরে স্থাপন করা হয়েছে, তাহলে তাদের উপরের প্রান্তের মধ্যবর্তী দুরত্ব কতো ?

অ) 7 মি ব) 24 মি ক) 25 মি ড) 26 মি

(2) পাশের আকৃতিতে লক্ষ করো এবং অজানা বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।



(3) (6, 8, 10) সংখ্যাগুলি বৌধায়ন-পিথাগোরাস এয়ী কি না তা নির্ণয় করো।

(4) বৌধায়ন-পিথাগোরাস এয়ী খুঁজে বের করো।

17 ব্যাংক ও সরল সুদ

গাণিতিক আলোচনা

নীচের প্রশ্নগুলির ভিত্তিতে ছবিটি দেখে শ্রেণীতে আলোচনা করো।

1) তুমি যে যে ব্যাংকের নাম জানো, সেগুলি বলো।

2) ব্যাংকে কি কি ধরনের কাজ করা হয় ?

3) দৈনন্দিন জীবনে ব্যাংকের গুরুত্ব কী ?

4) তুমি কি কখনো ব্যাংকে গিয়েছো ?

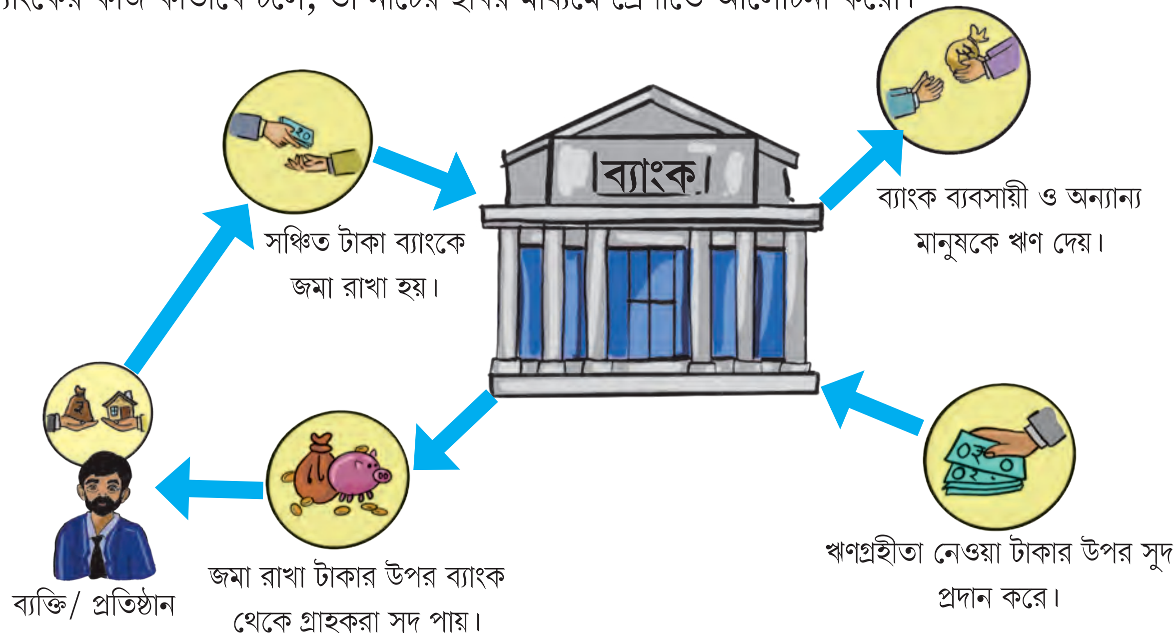
বুঝে নাও

ব্যাংক (Bank)

- ব্যাংকে অর্থের লেনদেন করা হয়। আর্থিক লেনদেন পরিচালনার জন্য সরকার থেকে ব্যাংককে অনুমোদন ও লাইসেন্স দেওয়া হয়।
- ব্যাংক একটি অনুমোদিত ও লাইসেন্স প্রাপ্ত আর্থিক প্রতিষ্ঠান, এটি গ্রাহকদের বিভিন্ন আর্থিক পরিষেবা প্রদান করে। ব্যাংকে জমা রাখা টাকা নিরাপদ থাকে।
- ভারত দেশের ব্যাংকিং ব্যবস্থা ভারতীয় রিজার্ভ ব্যাংক (RBI) দ্বারা নিয়ন্ত্রিত হয়।

গাণিতিক আলোচনা

ব্যাংকের কাজ কীভাবে চলে, তা নীচের ছবির মাধ্যমে শ্রেণীতে আলোচনা করো।



উপক্রম

1) শিক্ষকের সঙ্গে তোমাদের পরিবেশের ব্যাংকে গিয়ে ব্যাংক সম্পর্কে তথ্য সংগ্রহ করো।

2) বিদ্যালয়ে শিক্ষকের সাহায্যে একটি চলিত ব্যাংক তৈরী করে ব্যাংকের কিছু কাজের অনুশীলন করো।

3) বিভিন্ন দেশ ও তাদের মুদ্রা নিয়ে একটি তালিকা তৈরী করো।

4) তোমাদের বাড়িতে ব্যাংক সম্পর্কিত কাজ কিভাবে হয় তা লেখো।

ব্যাংকের প্রকারভেদ : কেন্দ্রীয় ব্যাংক, বানিজ্যিক ব্যাংক, সমবায় ব্যাংক, শিল্পউন্নয়ন ব্যাংক, জাতীয় ব্যাংক ইত্যাদি।

বুঝে নাও

ব্যাংকের সাধারণ কাজ

1) **আমানত গ্রহণ :** ব্যাংক ব্যক্তি বা প্রতিষ্ঠানের কাছ থেকে আমানত গ্রহণ করে, যেমন স্থায়ী আমানত (Fixed Deposit), পুনরাবৃত্ত আমানত (Recurring Deposit) ইত্যাদি। এসব আমানতের উপর ব্যাংক নির্দিষ্ট হারে সুদ দেয়।

2) **ঋণ প্রদান :** ব্যাংক গ্রাহকদের বিভিন্ন ধরনের ঋণ দেয়। যেমন, স্বল্প মেয়াদি ঋণ (1 বছরের মধ্যে), মধ্যমেয়াদি ঋণ (5 বছর পর্যন্ত), দীর্ঘমেয়াদি ঋণ (5 বছরের বেশী সময়ের জন্য), ব্যাংক প্রদত্ত ঋনের উপর সুদ নেয়।

3) **লকার সুবিধা :** মূল্যবান জিনিসপত্র ও গুরুত্বপুর্ণ নথি নিরাপদে রাখার জন্য ব্যাংক লকার সুবিধা দেয়।

4) **ই-ব্যাংকিং সুবিধা :** এটিএম (ATM), ডেবিট কার্ড, ক্রেডিট কার্ড, নেট ব্যাংকিং মোবাইল ব্যাংকিং ইউপিআই- কিওআর (UPI-QR) কোড ইত্যাদি নানা সুবিধা ব্যাংক প্রদান থাকে।

বুঝে নাও

ব্যাংক কর্মচারী : আবেদনের সঙ্গে আপনার পাসপোর্ট আকারের ছবি প্রয়োজন।

মহিলা : হ্যাঁ, আবেদনে পাসপোট সাইজের ছবি লাগানো হয়েছে।

ব্যাংক কর্মচারী : পরিচয়পত্রের প্রমান (ID proof) হিসেবে আধার কার্ড, প্যান কার্ড, ভোটার আইডি- এগুলির মধ্যে যে কোণ একটি নথির জেরাক্স কপি স্ব-স্বাক্ষরিত করে জমা দিন।

মহিলা : হ্যাঁ, আবেদনের সঙ্গে সংযুক্ত করা হয়েছে।

ব্যাংক কর্মচারী : বাড়ির প্রমান (Address proof) হিসেবের বিদ্যুৎ বিল, রেশন কার্ড, ড্রাইভিং লাইসেন্স, পাসপোর্ট, অদিবাস প্রমাণপত্র এগুলোর মধ্যে যে কোন একটি নথি স্ব-স্বাক্ষরিত জেরাক্স কপি সংযুক্ত করো ।

মহিলা : হ্যাঁ, আবেদনের সঙ্গে সংযুক্ত আছে।

ব্যাংক কর্মচারী : আপনার মোবাইল নম্বর ?

মহিলা : আবেদনে লেখা হয়েছে।

ব্যাংক কর্মচারী : আপনার পরিচয় যাচাই প্রক্রিয়া (Know Your Customer) সম্পন্ন করতে হবে, আপনি বাড়িতে বসেইও e-kyc করতে পারেন।

মহিলা : হ্যাঁ, মোবাইল থেকে আনলাইন করব।

ব্যাংক কর্মচারী : কাগজপত্র যাচাই সম্পন্ন হয়েছে আপনার নতুন অ্যাকাউন্ট তৈরী হয়ে গেছে। আপনার অ্যাকাউন্ট নম্বর 4150089xxx ।

মহিলা : ধন্যবাদ।

ইন্টারনেট ব্যাংকিং

ই-কেয়াইসি অর্থাৎ **Electronic Know Your Customer** (e- KYC) ই-কেয়াইসিং প্রক্রিয়া কাগজবিহীন। এই প্রক্রিয়া ডিজিটাল পদ্ধতিতে সম্পূর্ণ করা হয়, এবং এতে কাগজপত্রের প্রয়োজন হয় না। অর্থ পাচার বা প্রতারনা রোধ (**Money Laundering**) করার জন্য এই প্রক্রিয়াটি গুরুত্বপুর্ণ।

Visit : https://www.npci.org.in/what-we-do/e-kyc-services/e-kyc-setu-system

বুঝে নাও

অ্যাকাউন্টের প্রকার	
1) সঞ্চয়ী খাতা (Savings Account)	**2) চলতি খাতা (Current Account)**
• যে কোন ব্যক্তি সঞ্চয়ী খাতা ঘুলতে পারে। • মানুষকে সঞ্চয়ীর অভ্যাস গড়ে তোলাই এই খাতার উদ্দেশ্য। • এই খাতা থেকে টাকা তোলার ক্ষেত্রে কিছু সীমাবদ্ধতা থাকে। • খাতার অবশিষ্ঠ টাকার উপর ব্যাংক নির্দিষ্ট হারে সুদ দেয়।	• ব্যবসায়িক প্রতিষ্ঠান, ব্যবসায়ী বা যাদের প্রতিদিন বড়ো পরিমানে আর্থিক লেনদেন করতে হয় এমন সংস্থা অথবা ব্যক্তি চলতি খাতা খুলতে পারে । • এই হিসাব থেকে টাকা জমা বা তোলার ক্ষেত্রে কোন সীমাবদ্ধতা নেই। • এই হিসাবের টাকার উপর ব্যাংক কোনো সুদ দেয় না।

- এছাড়া ব্যাংকের অন্যান্য ধরনের খাতা সম্পর্কে ও ডেনে নাও।

ব্যাংকে টাকা জমা দেওয়া বা প্রদান (Deposit Slip/Challan) করা।

বুঝে নাও

চালান – ব্যাংকে টাকা জমা দেওয়ার সময় নির্দিষ্ট নমুনায় : (1) হিসাবধারীর নাম (2) হিসাব অঙ্ক (3) তারিখ (4) ধনরাশির বিবরণ বা মোট ধনরাশি (5) ধনরাশি অক্ষরে (6) ধনরাশি জমাকর্তার স্বাক্ষর - এই তথ্যগুলি থাকা যে ফর্মটি পূর্ণ করা হয় তাকে চালান বলা হয়, ব্যাংকে জমা দেওয়া টাকার নথিতুক্তি ব্যাংক কর্মচারী পাসবুকে নিয়মিত অপডেট রাখতে হবে। এবং তা নিরাপদে সংরক্ষণ করতে হবে।

কৃতি করো

জায়েশ কুমার তাঁর সঞ্চয়ী খাতার ₹ 8,325 জমা দিতে ব্যাংকে এসেছেন, তাঁর কাছে ₹ 500 এর 12টি নোট, ₹ 200 এর 10টি নোট, ₹ 100 এর 2টি নোট, ₹ 50 এর 2টি নোট, ₹ 20 এর 1টি নোট এবং ₹ 5 এর 1টি মুদ্রা আছে। তাকে নমুনা চালান পূর্ণ করতে সাহায্য করো।

GRAMIN BANK
At/po. Arodi, Jalna

গ্রামীন ব্যাংক

শাখা	XXX
তারিখ	DD/MM/YY

① ② ③

অ্যাকাউন্টধারীর নাম	

অ্যাকাউন্ট নম্বর										

মোবাইল নম্বর										

চেক/ নগদ বিবরণ

ব্যাংক ও শাখা	চেক নম্বর	চেক দাতা	নোটের মূল্যমান		টাকা	পয়সা
			500 x			
		④	200 x			
			100 x			
	জরুরী নয়।		50 x			
			20 x			
			10 x			
			5 x			
			মোট টাকা			

অক্ষরে টাকা – ⑤

⑥ টাকা জমাকর্তার স্বাক্ষর — XXXX ক্যাশিয়ার

চেক (Cheque)

বুঝে নাও

চেক হলো এমন একটি লিখিত নির্দেশ, যা হিসাবধারক তার ব্যাংককে দেয়। এর মাধ্যমে ব্যাংক নির্দিষ্ট অর্থ নির্দিষ্ট ব্যক্তি নির্দেশ অনুযায়ী প্রদান করে। চেক শুধুমাত্র খাতাধারকদেরই দেওয়া হয়। চেকবইয়ের জন্য ব্যাংক অতিরিক্ত ফি (Bank Charges) গ্রহণ করে।

কৃতি করো। – নীচে একটি নমুনা চেক দেওয়া আছে। তার তথ্য পূর্ণ করো।

(1) তারিখ (2) যাকে টাকা দেওয়া হবে তাঁর নাম (3) অক্ষরে টাকা (4) অঙ্কে টাকা (5) স্বাক্ষর

GRAMIN BANK
At/po. Arodi, Jalna

গ্রামীন ব্যাংক

① | D | D | M | M | Y | Y | Y | Y |

②
প্রাপ্তকর্তা ____________________

③
টাকা ____________________

____________________ প্রদান করে।

₹ [ ]

④

সঞ্চয় | অ্যাকাউন্ট নম্বর XXXXXXX |

⑤ XXXXXXX
স্বাক্ষর

⑈ XXXXXXX ⑈ XXXX XXXX ⑈

বুঝে নাও

ব্যাংক জমাকর্তাদের ব্যাংকে টাকা জমা বাখার জন্য কিছু টাকা মুনাফা হিসেবে দেয়। তেমনী ঋণগ্রহী তাদের টাকা ব্যবহারের জন্য ব্যাংক তাদের কাছ থেকে কিছু টাকা আদায় করে। এই আদায় করা টাকাকেই ‘সুদ’ বলা হয়। ব্যাংকে জমা রাখা বা ব্যাংক থেকে ঋণ নেওয়া টাকাকে ‘মূলধন’ বলা হয়।

‘রাশি’ : রাশি বলতে বোঝায়, ব্যাংক জমাকর্তাদের নির্দিষ্ট শেষে সুদসহ যে টাকা ফেরত দেয় অথবা ঋণগ্রহীতা ঋণ পরিশোধ করার সময় সূদসহ যে টাকা ফেরত দেয়।

রাশি = মূলধন + সুদ

জমারাশি বা ঋনের উপর সুদ গণনা করার সময় তার হার প্রতি 100 টাকার উপর নির্ধারিন করা হয়। সুদের হার কতো সময়ের জন্য প্রয়োজ্য তা উল্লেখ করা হয়। সুদের হার ‘প্রতি শত টাকা প্রতি বছর’ হিসেবে ধরা হয়।

মূলধন যে সময়ের জন্য ব্যবহৃত হয়, সেই সময়কে ‘মেয়াদ’ বলা হয়।

সরল সুদ (Simple Interest)

এই অধ্যায়ে আমরা শুধু এক বছরের জন্য নির্ধারিত সুদের কথা বিবেচনা করব। এটিকেই সরল সুদ বলা হয়।

কৃতি করো

রাধিকা শাকসবজি ব্যবসা শুরু করার জন্য ব্যাংক থেকে ₹ 25,000 ঋণ নিয়েছিল। ব্যাংক তাঁর উপর বার্ষিক 8% হারে সুদ ধার্য করেছিল। এক বছর পর রাধিকা ব্যাংককে ₹ 27,000 ফেরত দেয়।

রাধিকা ব্যাংকে ফেরত দেওয়ার সময় কতো বেশী টাকা দিয়েছে ?

₹ 25,000			₹ 27,000	☐ – ☐ = ₹ 2,000
মূলধন	ব্যাজের হার	সময়/কাল	রাশী	আদায়কৃত সুদ

রাশি = মূলধন + সুদ

মূলধন = ☐ – ☐

সুদ = ☐ – ☐

সুদের হার : বছরের 8% (প্রতি শত টাকা প্রতি বছর)
অর্থাৎ প্রতি 100 টাকায় বছরে ₹ 8 সুদ।

অনুশীলনী 17.1

(1) সারণী পূর্ণ করো।

ক্রম	মূলধন	সুদ	রাশি
1	₹ 5,800	₹ 380	
2		₹ 1,050	₹ 13,550
3	₹ 35,500		₹ 39,760

(2) যদি মূলধন ₹ 8,000 এবং সুদ ₹640 হয়, তবে মোট রাশি কতো হবে ?

নমুনা উদাহরণ :

কিরণ বছরে 5% হারে ₹18,000 এক বছরের জন্য ব্যাংকে জমা রাখলে, সে এক বছরে কতো সুদ পাবে ?

→ মূলধন = ₹18,000, সময় = 1 বছর, সুদের হার = 5%

সরল সুদ (x) = ?

ধরি, ₹18,000 মূলধনে x টাকা সুদ দেওয়া হয়।

100 টাকা মূলধনে 5 টাকা সুদ দেওয়া হয়।

সুদের সাথে মূলধনের অনুপাত ধরলে সমীকরণ পাওয়া যাবে।

$$\frac{x}{18,000} = \frac{5}{100}$$

$$\therefore \frac{x}{18,000} \times 18,000 = \frac{5}{100} \times 18,000$$ (উভয়পাশে 18,000 দিয়ে গুন)

$\therefore x = 5 \times 180$

$\therefore x = 900$

$\therefore$ অতএব কিরণ 18,000 টাকার উপর এক বছরে 900 টাকা সুদ পাবে।

একটি দৃষ্টিপাত

- মূলধন : ব্যাংকে জমা রাখা বা ব্যাংক থেকে ঋণ নেওয়া অর্থকে মূলধন বলা হয়।
- মেয়াদ : যে সময়ের জন্য টাকা ব্যাংকে রাখা হয় বা ঋণ নেওয়া হয়, সেই সময়কে মেয়াদ বলা হয়।
- সুদের হার : 100 টাকার উপর এক বছরে যে সুদ হয়, তাকে সুদের হার বলা হয়।
- সুদ : ব্যাংকে জমা টাকার উপর পাওয়া অতিরিক্ত অর্থ বা ব্যাংক থেকে নেওয়া ঋণ ফেরত দেওয়ার সময় যে অতিরিক্ত অর্থ দিতে হয়, তাকে সুদ বলা হয়।

অনুশীলনী 17

(1) সঠিক বিকল্প নির্বাচন করো।

i) যদি এক বছরের জন্য মূলধন 24,500 টাকা এবং সুদ 1,830 টাকা হয়, তবে মোট কতো টাকা হবে ?

অ) ₹ 22,670 ব) ₹ 26,530 ক) ₹ 26,330 ড) ₹ 27,230

ii) রুবেন 6% হারে 42,000 টাকা ব্যাংকে জমা রাখলে, এক বছরে সে কতো সুদ পাবে ?

অ) ₹ 2,500 ব) ₹ 2,550 ক) ₹ 2,820 ড) ₹ 2,520

(2) সৃষ্টি 8% হারে 35,000 টাকা ব্যাংকে জমা রাখলে, এক বছরে সে কতো সুদ পাবে ?

(3) প্রদীপ ₹48,330 টাকা 6% হারে এক বছরের জন্য ব্যাংকে জমা রাখলো তবে সে কতো সুদ পাবে ?

(4) নৈন্সী সেলাই মশীন কেনার জন্য 18,650 টাকা 10% হারে ব্যাংক থেকে ঋণ নিল। এক বছর পর তাকে মোট কতো টাকা ব্যাংকে দিতে হবে ?

(5) মোহনরাও তার জমিতে একটি জলের ট্যাংক তৈরী করার জন্য ব্যাংক থেকে 12% বার্ষিক হারে 55,750 টাকা ঋণ নিয়েছিল । এক বছর পর ঋণমুক্ত হওয়ার জন্য মোহনরাওকে ব্যাংকে মোট কতো টাকা জমা করতে হবে ?

(6) সহবিহার গৃহনির্মাণ কলোনির পরিবারের জন্য একটি জিমখানা তৈরী করার জন্য একটি ব্যাংক থেকে 1,30,000 টাকা 11% হারে এক বছরের জন্য ঋণ নেয়, তাহলে কলোনিকে এক বছরে ব্যাংকে কত সুদ দিতে হবে ? এছাড়াও, তাদের ব্যাংককে মোট কত টাকা দিতে হবে ?

পুনরাবৃত্তি

একটি শ্রেণীর 15 জন শিক্ষার্থীর একটি পরীক্ষায় ইতিহাস বিষয়ে 10 এর মধ্যে প্রাপ্ত অঙ্কগুলি নিম্নরূপ : 8, 2, 4, 5, 2, 3, 6, 2, 6, 1, 9, 10, 7, 6, 6

এই 15 জনের মধ্যে 4 জন শিক্ষার্থী 6 অঙ্ক পেয়েছে এবং 3 জন শিক্ষার্থীর 2 অঙ্ক পেয়েছে। বাকি 1, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10 অঙ্ক পাওয়া প্রত্যেক একজন করে শিক্ষার্থী আছে। এখানে শিক্ষার্থীদের পরীক্ষায় প্রাপ্ত অঙ্কগুলিই 'তথ্য'। এর মধ্যে প্রতিটি সংখ্যা (প্রাপ্ত অঙ্ক) হলো 'প্রাপ্তমান'।

তথ্য উপস্থাপনের জন্য একটি সারণীর ব্যবহার করা হয়।

পরীক্ষার অঙ্ক (প্রাপ্তমান)	গণন চিহ্ন	মোট শিক্ষার্থী সংখ্যা (গণসংখ্যা)
1	|	1
2	|||	3
3	|	1
4	|	1
5	|	1
6	||||	4
7	|	1
8	|	1
9	|	1
10	|	1
	মোট শিক্ষার্থী সংখ্যা :–	N =15

গণসংখ্যা সারণী (Frequency Table)

বুঝে নাও

প্রদত্ত তথ্যকে সহজ ও সুন্দরভাবে উপস্থাপন করার জন্য গণসংখ্যার সারণীর ব্যবহার করা হয়।

এতে -

- প্রাপ্তমান, গণন চিহ্ন ও গণসংখ্যা - এই তিনটি স্তম্ভ থাকে।
- প্রথম স্তম্ভে প্রাপ্তমানগুলি ঊর্ধ্বক্রমে লেখা হয়।
- দ্বিতীয় স্তম্ভে গণন চিহ্ন লেখা হয়।
- তৃতীয় স্তম্ভে গণন চিহ্ন গণনা করে প্রতিটি প্রাপ্তমান কতোবার এসেছে (গণসংখ্যা) তা লেখা হয়।

কৃতি করো

1) একটি পাশা 30 বার নিক্ষেপ করা হয়েছে। প্রতিবার উপরের পৃষ্ঠতলে প্রাপ্ত সংখ্যাগুলী পাশে দেওয়া আছে।

1, 5, 3, 6, 2, 1, 4, 3, 5, 6,
2, 1, 4, 3, 5, 6, 2, 1, 4, 3,
5, 6, 2, 1, 4, 3, 5, 6, 2, 1.

উপরে দেওয়া তথ্য থেকে একটি গণসংখ্যার সারণী পূর্ণ করো।

প্রাপ্ত সংখ্যা	গণন চিহ্ন	গণসংখ্যা
1	𝍸 |	6
2		
3		
4		
5		
6		
		N = 30

সারণীতে গণসংখ্যার যোগফলকে ‘N’ এই অক্ষর দ্বারা দেখানো হয়। এই যোগফল দেওয়া তথ্যের মোট গণসংখ্যা।

2) তোমার শ্রেণীর শিক্ষার্থীদের রক্তের গ্রুপের তথ্য সংগ্রহ করে নীচের সারণী পূর্ণ করো।

রক্তের গ্রুপ	গণন চিহ্ন	গণসংখ্যা
A+		
A-		
B+		
B-		
AB+		
AB-		
O+		
O-		
		N =

অনুশীলনী 18.1

(1) একটি বিদ্যালয়ের 'হরিত সেনার' 30 জন শিক্ষার্থী যে গাছগুলি রোপণ করেছে তার সংখ্যা নীচের গণসংখ্যার সারণীতে দেওয়া আছে। তা থেকে নীচের সারণীটি পূর্ণ করো।

রোপের সংখ্যা	গণন চিহ্ন	গণসংখ্যা
1	||||	
2		6
3		12
4	~~||||~~ |||	
		N =

(2) বণী গ্রামের 40টি পরিবারের মধ্যে থাকা মহিষের সংখ্যা নিম্মরূপে দেওয়া আছে।
1, 6, 5, 4, 3, 2, 7, 2, 3, 4, 6, 5, 3, 2, 6, 4, 5, 5, 3, 2, 3, 4, 2, 5, 4, 3, 7, 6, 5, 4, 1, 2, 3, 2, 6, 4, 6, 5, 4, 2 : এই তথ্য থেকে একটি গণসংখ্যা সারণী তৈরী করো।

(3) নীচে একটি সংখ্যা দেওয়া আছে। এর দশমিক চিহ্নের পরবর্তী অঙ্কগুলির গণসংখ্যা সারণী তৈরী করো।

3.14159265358979323846264338327950288419716939937517

(4) শৈলজা জঙ্গলের পাখীদের সমীক্ষা করার জন্য তাদের নীচের মতো নাম দিয়েছে। M-ময়ূর, S-সারস,K-কোকিল, W-কাঠঠোকরা, G-ঈগল তার করা সমীক্ষার তথ্য নীচে দেওয়া আছে।

M, M, S, K, S, G, G, G, G, W, M, G, G, S, S, S, K, S, S, S, S, K, M, S, S,
S, M, W, S, S, S, W, S, S, S, S, S, M, M, S, S, S, K, M, S, S, W, G, G, G

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে জঙ্গলের পাখিদের গণসংখ্যা সারণী তৈরী করো।

চিত্রালেখ (Pictograph)

বুঝে নাও

আজকের আধুনিক যুগে তথ্য সহজে পাওয়া যায় কিন্তু সেই তথ্য সঠিকভাবে উপস্থাপন করলে বোঝা সহজ হয়। তথ্যের ব্যবস্থাপনায় চিত্রালেখ, স্তম্ভ (বার গ্রাফ) এবং ইনফোগ্রাফিক্স ব্যবহার করলে তথ্য আরও সহজে ও দ্রুত বোঝা যায়।

কৃতি করো

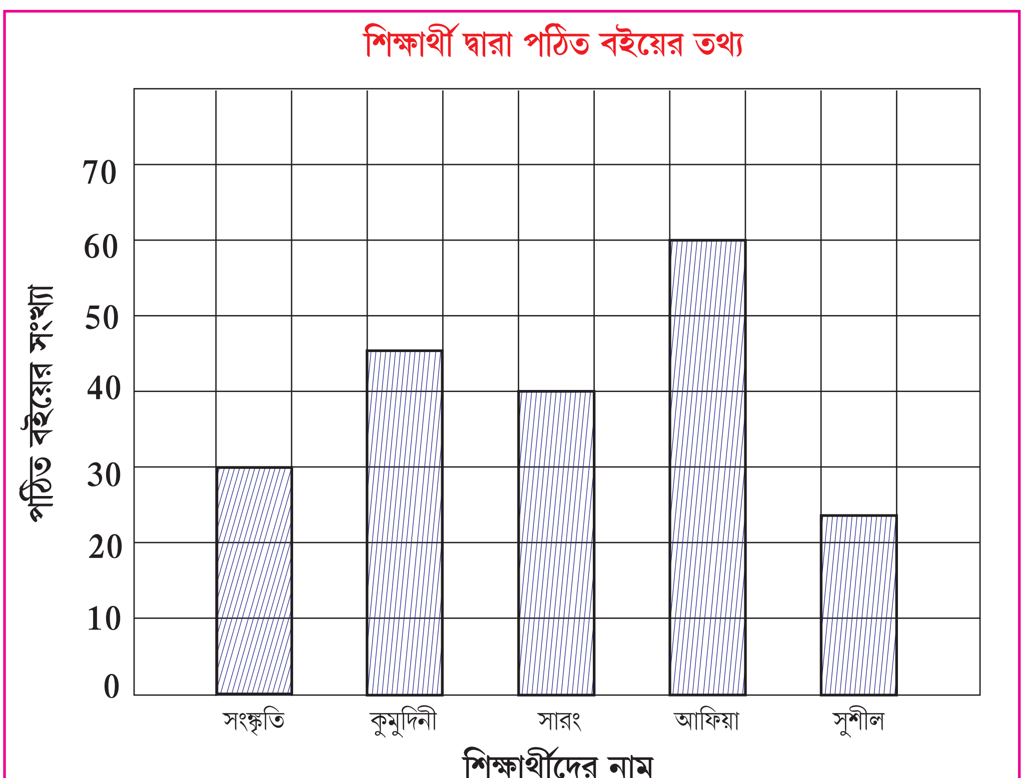
প্রদত্ত সারণী পূর্ণ করে প্রশ্নগুলির উত্তর লেখো।

শিক্ষার্থীদের নাম	পঠিত বইয়ের সংখ্যা	চিত্রালেখ (মান : 📚 = 5টি বই)
সংস্কৃতি		
কুমুদিনী	45	
সারং		
আফিয়া	60	
সুশীল	24	

1. সবথেকে বেশী বই কে পড়েছে ?
2. আফিয়া কুমুদিনীর থেকে কয়টি বই বেশী পড়েছে ?
3. সুশীলের দ্বারা পঠিত বইগুলি কি চিত্রের মাধ্যমে দেখানো যাবে ?

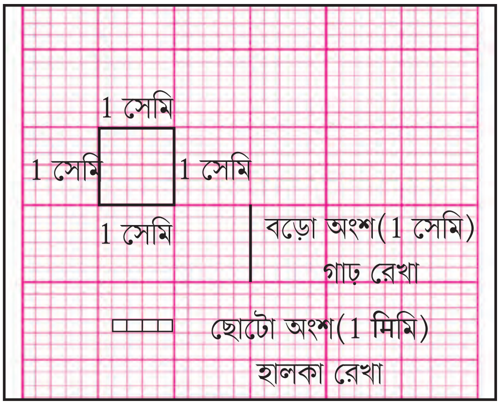
উপরের তথ্যটি বোঝা সহজ, কিন্তু সুশীলের দ্বারা পঠিত বইরের সংখ্যা আমাদের সঠিকভাবে দেখানো হয়নি। সেজন্য এই তথ্যের ভিত্তিতে আঁকলে আমরা স্তম্ভালেখ (বার গ্রাফ) সুশীলের দ্বারা পঠিত বইয়ের সংখ্যা সঠিকভাবে দেখাতে পারবো।

মান : 1 একক = 10টি বই



এটি সঠিকভাবে দেখানোর জন্য আমরা গ্রাফ কাগজ ব্যবহার করি।

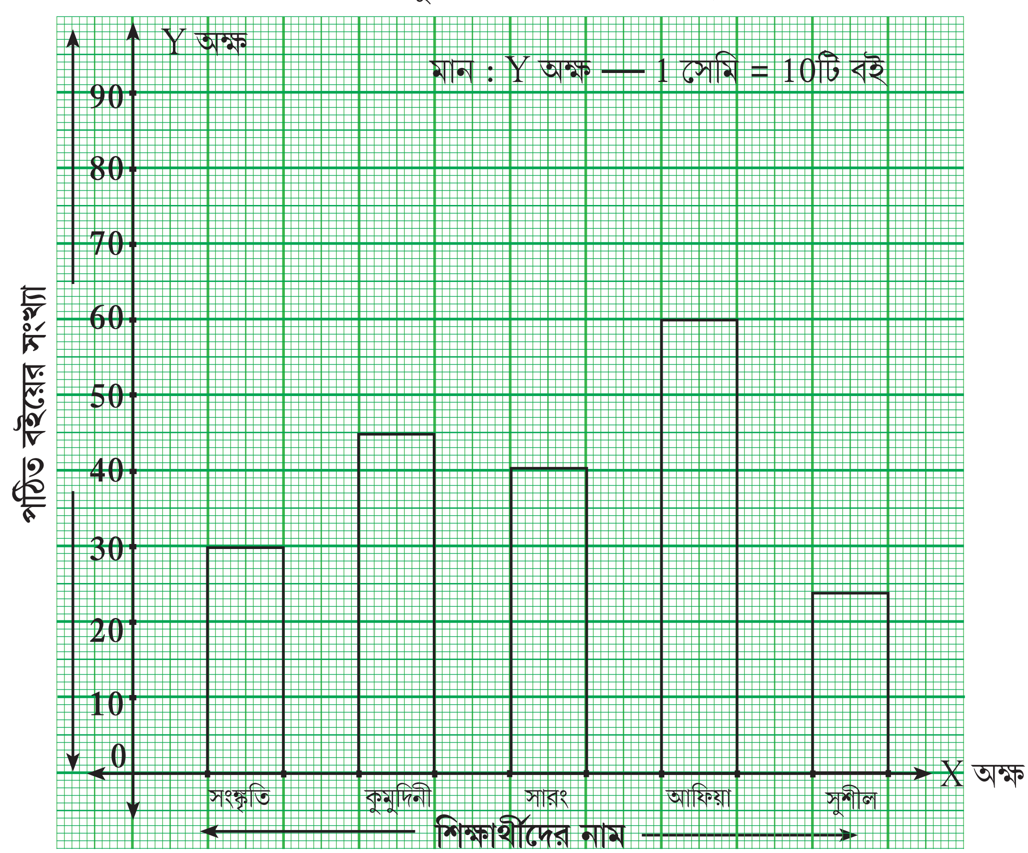
বুঝে নাও



এখানে দেখানো গ্রাফ কাগজটি দেখো। এতে কিছু গাঢ় রেখা এবং কিছু হালকা রেখা আছে। গাঢ় রেখাগুলি বড়ো একক বোঝায়। সেগুলিকে সমান ভাগে ভাগ করলে যে ছোটো অংশগুলি হয় তা হালকা রেখা দিয়ে দেখানো হয়েছে। এই গ্রাফের সাহায্যে সঠিক মাপ নিয়ে স্তম্ভের উচ্চতা দেখানো সহজ হয়।

স্তম্ভালেখ (Bargraph)

এখন আমরা গ্রাফের ব্যবহার করে সুশীল যে বইগুলি পড়েছে, তার সংখ্যা দেখবো।



উপরের গ্রাফ কাগজ দেখানো মতো সাধারণত নীচের দিকে ভিত্তি হিসেবে একটি অনুভূমিক রেখা আঁকা হয়। একে X–অক্ষ বলা হয়। এই রেখাকে সমকোণ ছেদ করে কাগজের বাম দিকে বরাবর আরেকটি রেখা আঁকা হয়। একে Y–অক্ষ বলা হয়।

যে তথ্যের স্তম্ভালেখ আঁকতে হবে, সেই তথ্যগুলি X–অক্ষের উপর সমান দুরত্বে দেখানো হয়। প্রতিটি তথ্যের সঙ্গে সম্পর্কিত সংখ্যা তার নামের উপর উল্লেখ স্তম্ভের মাধ্যমে দেখানো হয়। এই স্তম্ভটি নির্ধারিত স্কেল অনুযায়ী উপযুক্ত উচ্চতার হয় এবং Y–অক্ষের সমান্তরাল থাকে।

যখন সংখ্যাবাচক তথ্য উল্লম্ব বা অনুভূমিক স্তম্ভের সাহায্যে দেখানো হয়, তখন তাকে স্তম্ভালেখ বলা হয়।

স্তম্ভালেখের বৈশিষ্ট্য :

- প্রদত্ত তথ্য উল্লম্ব বা অনুভূমিক আয়তাকার স্তম্ভের মাধ্যমে দেখানো হয়। সব স্তম্ভের প্রস্থ সমান থাকে।
- স্তম্ভের উচ্চতা তথ্যের সংখ্যার উপর নির্ভর করে।
- স্তম্ভালেখের মাধ্যমে প্রদত্ত তথ্যগুলির তুলনা করা সহজ হয়।

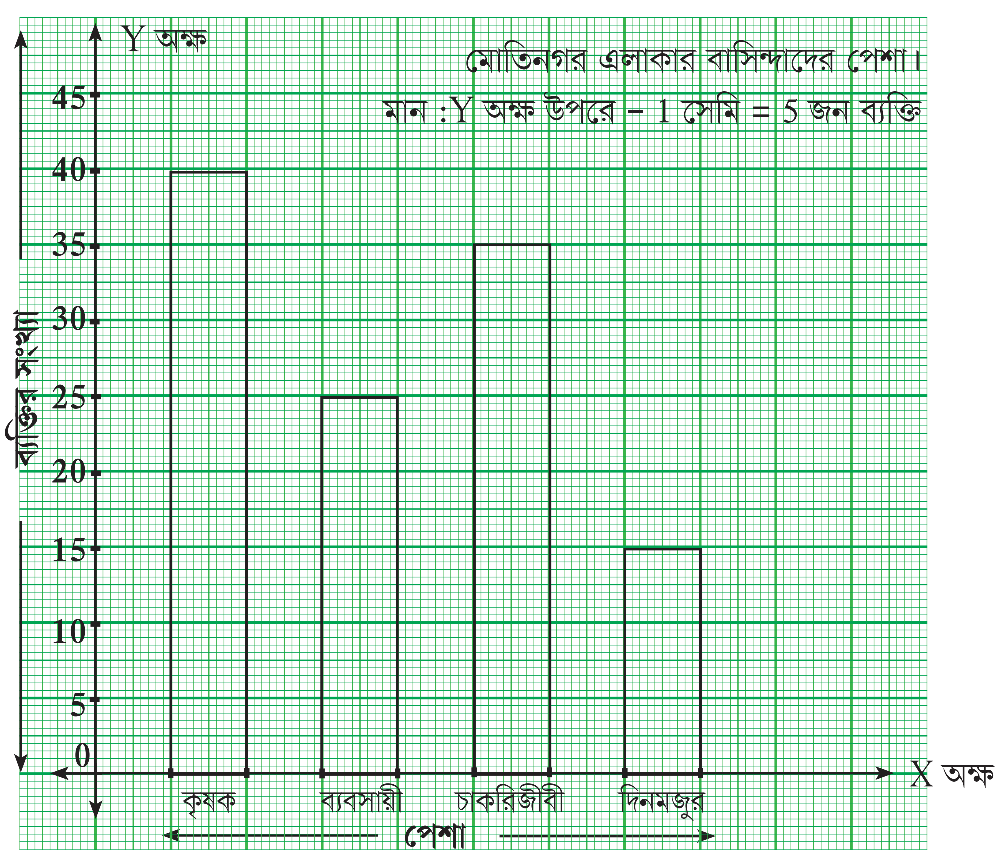
নমুনা উদাহরণ :

মোতিনগর এলাকার বাসিন্দাদের পেশা নীচের সারণীতে দেওয়া আছে,

পেশা	কৃষক	ব্যবসায়ী	চাকরিজীবী	দিনমজুর
ব্যক্তির সংখ্যা	40	25	35	15

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে স্তম্ভালেখ আঁকার জন্য নীচের ধাপগুলি অনুসরণ করো।

1. প্রথমে X অক্ষ এবং Y অক্ষ আঁকো।
2. স্কেল নির্ধারণের জন্য ব্যক্তির সংখ্যা বিবেচনা করো।
3. প্রদত্ত তথ্য ব্যক্তির সংখ্যা 5 এর গুণিতক হিসেবে দেয়া যাচ্ছে, তাই Y অক্ষ উপরের 1 সেমি = 5 জন ব্যক্তি -এর মান লেখো।
4. উপরের ডান কোনায় স্কেল (মান) লেখো।
5. X অক্ষে ব্যক্তির সংখ্যার অনুযায়ী প্রতিটি পেশার উচ্চতার স্তম্ভ আঁকো।

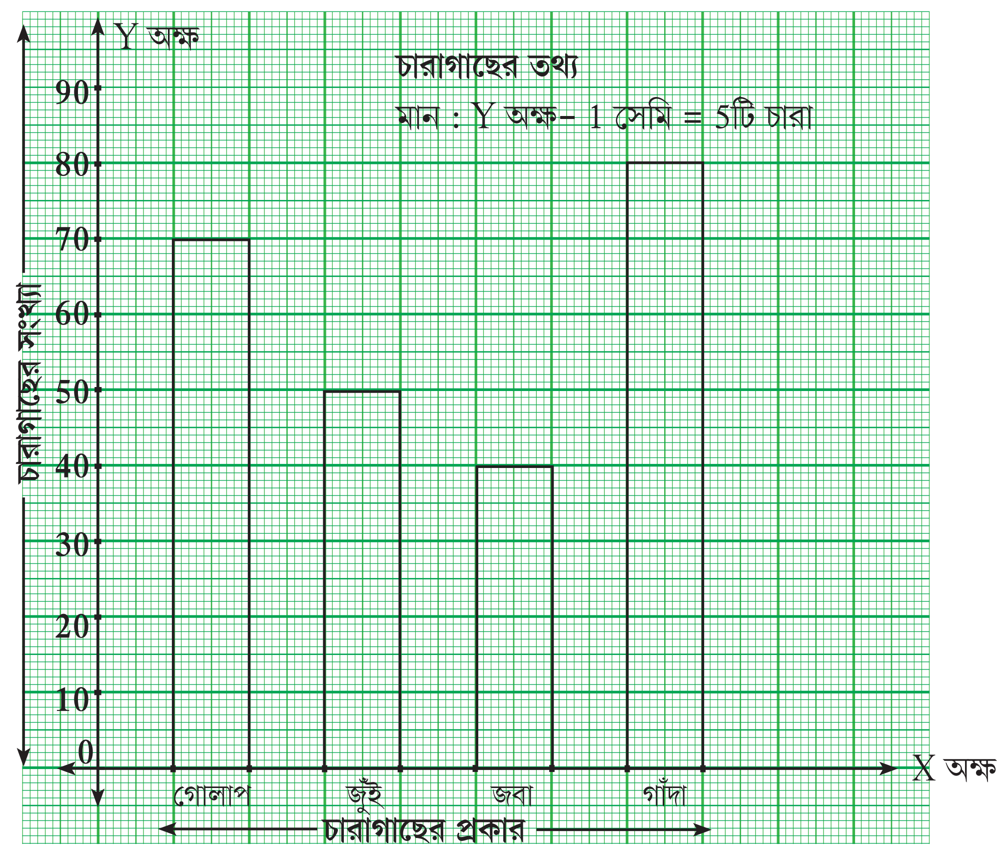


গাণিতিক আলোচনা

1. যদি সংখ্যা বড়ো হয়। তাহলে স্কেল (প্রমাণ) কিভাবে নেওয়া যাবে ?
2. গ্রাফ কাগজের আকার অনুযায়ী আঁকা গ্রাফ কি সঠিক স্কেলে আছে ?
3. যদি মানুষের পেশা Y অক্ষ এবং তাদের সংখ্যা X অক্ষ দেখানো হয়। তাহলে কি হবে ?
4. উপরের গ্রাফের উপর ভিত্তি করে প্রশ্ন তৈরী করো। (যেমন - মোতিনগরে কৃষিকাজ করা মানুষের সংখ্যা কতো ?)

অনুশীলনী 18.2

(1) নীচের স্তম্ভালেখে নার্সারির চারা গাছগুলির তথ্য দেওয়া আছে। গ্রাফটি লক্ষ করে প্রশ্নগুলির উত্তর লেখো।



i) X এবং Y অক্ষে কোন তথ্য দেখানো হয়েছে ?

ii) নার্সারিতে কোন-কোন ফুলের চারা গাছ আছে ?

iii) কোন ফুলের চারাগাছের সংখ্যা সবথেকে বেশী ?

iv) জবা ফুলের চারাগাছের তুলনায় গাঁদা ফুলের চারা গাছের সংখ্যা কতো বেশী ?

v) স্তম্ভালেখে মোট চারগাছের সংখ্যা কতো ?

(2) কিছু প্রাণীর গড় আনুমানিক জীবনকাল নীচে দেওয়া হয়েছে। এই তথ্যের ভিত্তিতে উপযুক্ত স্কেল নিয়ে একটি স্তম্ভালেখ আঁকো।

ষাঁড় - 28 বছর, ঘোড়া- 30 বছর, কুকুর-22 বছর বিড়াল-25 বছর, ছাগল - 15 বছর, গরু-22 বছর।

(3) নীচের সারণীতে জন পরিবারের বিভিন্ন ধরনের মাসিক খরচ দেখানো হয়েছে।

(স্কেল : Y অক্ষতে 1 সেমি = ₹ 500 নাও।)

খাত-	ঘরভাড়া	মুদিখানা	শিক্ষা	বিদ্যুৎ বিল	যাতায়াত	সঞ্চয়
খরচ (টাকা)	4000	4500	2500	800	1000	2200

এই তথ্যের ভিত্তিতে প্রদত্ত স্কেল অনুযায়ী স্তম্ভালেখ তৈরী করো।

(4) একটি বিদ্যালয়ের স্নেহসম্মেলনের বিভিন্ন গুণদর্শন অনুষ্ঠানে অংশগ্রহণকারী শিক্ষার্থীর সংখ্যা নীচের সারণীতে দেখানো হয়েছে। এই তথ্যের ভিত্তিতে স্তম্ভালেখ তৈরী করো।

অনুষ্ঠান	নাটক	নৃত্য	গান	বাদন	একাঙ্কিকা
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	24	40	16	8	4

(5) একটি গ্রামের শিক্ষার্থীদের সমীক্ষা করা হলো। অবসারের সময় তারা কি করতে পছন্দ করে তা জানিয়েছে। এই তথ্যের ভিত্তিতে স্তম্ভালেখ তৈরী করো।

কার্যক্রম	খেলা	বই পড়া	গান শোনা	ছবি আঁকা
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	10	25	10	20

তথ্যচিত্র (Infographics)

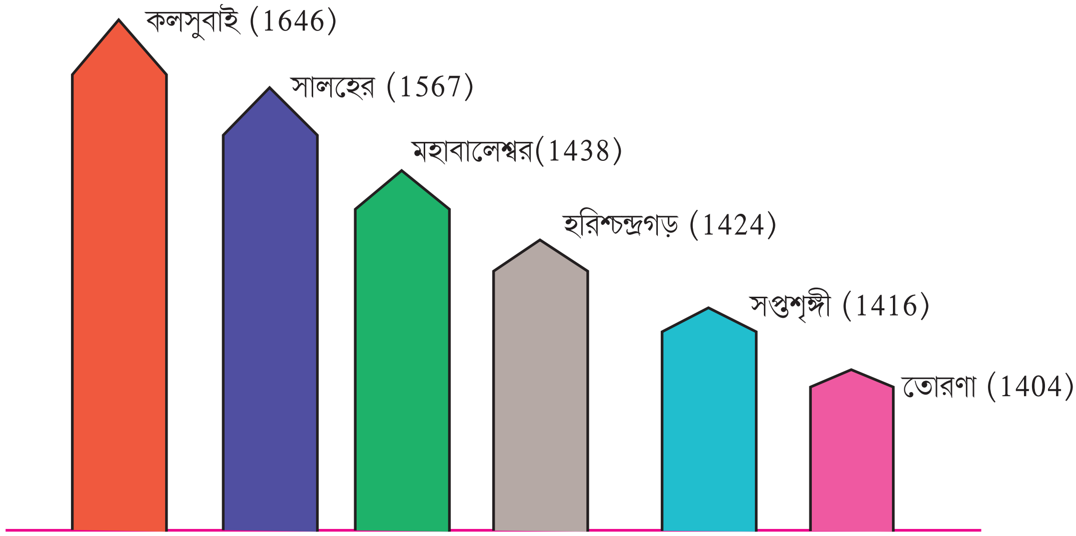
দেওয়া তথ্যকে শিল্পসম্মত, সৌন্দর্যময় ও আকর্ষণীয় পদ্ধতিতে উপস্থাপন করাকেই তথ্যচিত্র (ইনফোগ্রাফিক্স) বলা হয়। এতে লেখা, ছবি, আকৃতি, গ্রাফ, চিহ্ন এবং রঙের ব্যবহার করে জটিল তথ্যকে সহজ ও দ্রুত বোঝার মনোভাবে উপস্থাপন করা হয়।

উদাহরণ : মহারাষ্ট্রের সহ্যাদ্রি পর্বতমালার কিছু শৃঙ্গের সমুদ্রপৃষ্ঠ থেকে উচ্চতা (মিটারে) নীচের সারণীতে দেওয়া আছে।

পর্বত	উচ্চতা (মিটারে)
কলসুবাই	1646
সালহের	1567
মহাবালেশ্বর	1438
হরিশ্চন্দ্রগড়	1424
সপ্তশৃঙ্গী	1416
তোরণা	1404

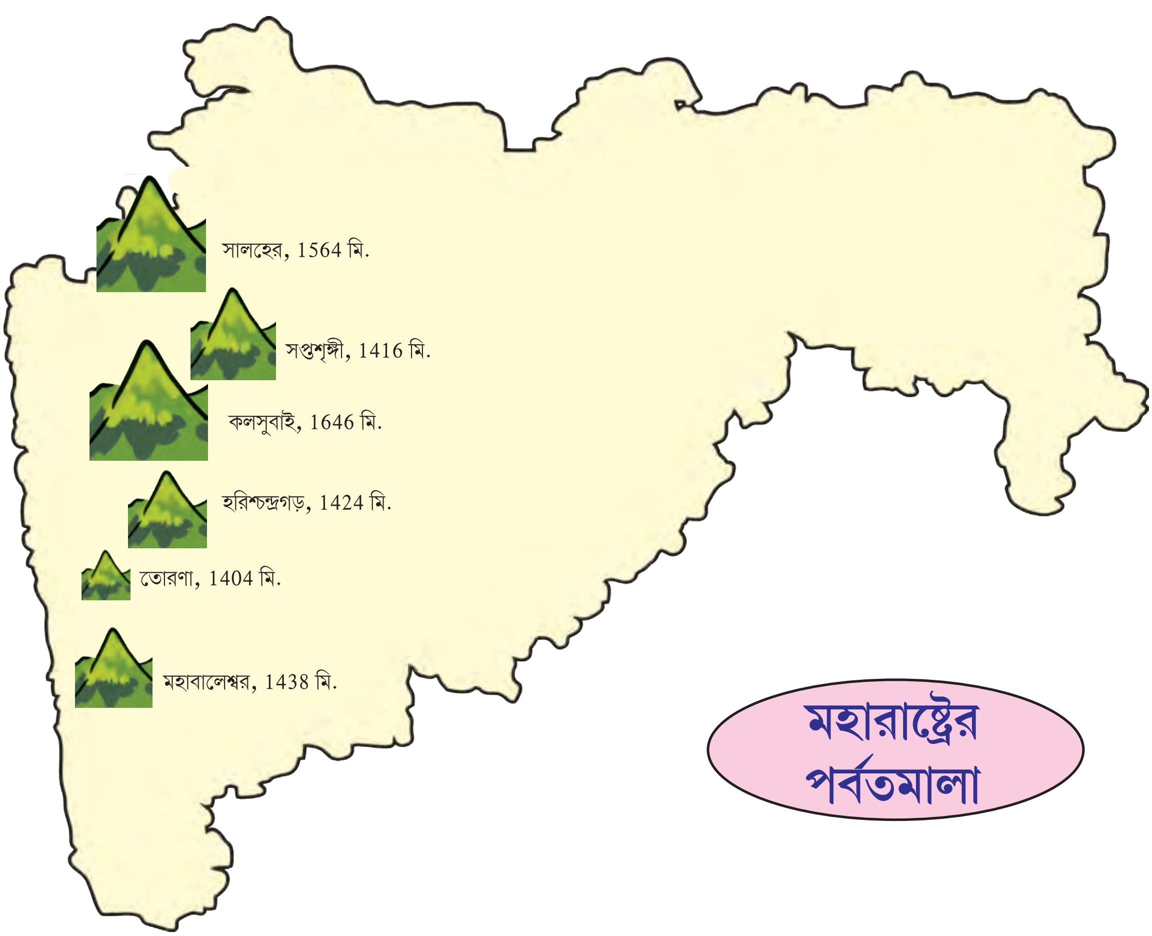
সারণীর দেওয়া এই শৃঙ্গগুলি মহারাষ্ট্রের কোন জেলায় এবং কোন তালুকায় অবস্থিত? সেই স্থানের তাপমাত্রা কতো থাকে?

তথ্যচিত্রের ব্যবহার করে তথ্যকে আরও কার্যকরভাবে দেখানোর জন্য উপরের সারণীর দেওয়া তথ্যের স্তম্ভালেখ নীচের ছবির মতো তৈরী করো।



এখানে পর্বত দেখানোর জন্য উঁচু স্তম্ভ দেখানো হয়েছে। উপরের স্তম্ভালেখের উদ্দেশ্য শুধুমাত্র উচ্চতা দেখানো। তাই সব স্তম্ভ সমান প্রস্থে রাখা হয়েছে। এর ফলে কেবল উচ্চতার তুলনা করা যাবে। কিন্তু প্রস্থের ধারণা পাওয়া যাবে না।

এই ধরনের সীমাবদ্ধতা কম করার জন্য তথ্যচিত্রের ব্যবহার করা হয়। যেমন মহারাষ্ট্রের পর্বত দেখানো। আরও এগিয়ে আমরা পর্বতের আকার দেখাতে পারি। এটিকে আরও বাস্তবসম্মত করার জন্য উচ্চতার বিচার করে বিস্তারিত তথ্য দিয়ে দেখিয়ে তথ্যচিত্র আরও প্রভাবশালীভাবে উপস্থাপন করা যায়।



ইনফোগ্রাফিক্স তৈরী করা বা পড়ার সময় উপযুক্ত সতর্কতা নেওয়া খুবই গুরুত্বপুর্ণ।

ইনফোগ্রাফিক্সের বৈশিষ্ট -

- বুঝতে সহজ
- আকর্ষণীয়
- মনে রাখার ক্ষমতা বৃদ্ধি পায়
- কম সময়ে বোঝা যায়
- ছবি, চিহ্ন ও চিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপনা ।

এক নজরে

- কোন প্রাপ্ত অঙ্কের তথ্য কতোবার পাওয়া যায়, তার প্রাপ্তমানকে গণসংখ্যা বলা হয়।
- যখন সংখ্যাগত তথ্য স্তম্ভের সাহায্যে দেখানো হয়, তখন তাকে 'স্তম্ভালেখ' বলা হয়।
- প্রদত্ত তথ্যকে শিল্পসম্মত, সৌন্দর্যপূর্ণ ও আকর্ষণীয় পদ্ধতিতে উপস্থাপন করাকে ইনফোগ্রাফিক্স বলা হয়।

ইতিহাসের প্রেক্ষাপটে

বিজ্ঞানীরা যখন মহাকাশের গ্রহ-তারা সম্পর্কে তথ্য দেন, তখন তারা অধিকাংশ সময় তথ্যচিত্র ব্যবহার করে। প্রাচীনকালে মানুষ দেওয়ালে ও গুহায় ছবি এঁকে তথ্য প্রকাশ করতো। চিত্রের মাধ্যমে তথ্য বিনিময় করতো। এটিই পরে চিত্রালেখের ভিত্তি হয়ে দাঁড়ায়। বিশ্বের প্রথম তথ্য ১৭৮৬ সালে স্কটল্যান্ডে উইলিয়াম প্লেকেয়ার তৈরী করেন। প্রথমবার একটি চিত্রটি স্তম্ভালেখে অর্থনীতির তথ্য দেখানো হয়েছিলো।

উপক্রম

- বর্তমান পত্রিকা বা সাময়িকি থেকে বিভিন্ন তথ্য প্রদর্শনকারী স্তম্ভালেখ ও চিত্রালেখ সংগ্রহ করো। সেগুলি পঠন করো এবং চিত্রালেখের উপর ভিত্তি করে প্রশ্ন তৈরী করো।

অনুশীলনী 18

(1) পুণে থেকে মুম্বাই পর্যন্ত বিভিন্ন যানবাহনের মাধ্যমে পৌছানোর জন্য যে সময় লাগে তা নিম্নরূপে দেওয়া আছে :

যানবাহনের প্রকার	কার	বাস	রেলগাড়ি	বিমান
সময় (ঘন্টা)	4	5	3	1

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে একটি স্তম্ভালেখ তৈরী করো।

(2) একটি আশ্রমের 20 জন ব্যক্তি প্রতিদিন ব্যায়ামের জন্য যে সময় (মিনিটে) দেন তা নীচে দেওয়া হলো।

25, 30, 40, 20, 15, 35, 45, 50, 25, 30, 60, 55, 20, 15, 40, 35, 50, 45, 30, 25

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে গণসংখ্যা সারণী তৈরী করো।

(3) একটি শ্রেণীর 30 জন শিক্ষার্থীকে প্রশ্ন করা হলো- "তোমাদের বিজ্ঞান কোন পদ্ধতিতে শেখানো ভালো লাগে?" নীচের তথ্যের ভিত্তিতে স্তম্ভালেখ তৈরী করো।

শেখানোর পদ্ধতি	পরীক্ষা করে	ছবি/চার্ট দেখে	গল্প/ উদাহরণের মাধ্যমে	প্রশ্নোত্তর পদ্ধতি	দলগত আলোচনা
শিক্ষার্থী সংখ্যা	10	7	5	4	4

(4) 1 থেকে 50 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যার গণসংখ্যা সারণী নীচে দেওয়া আছে। সারণীটি পূর্ণ করো।

প্রাপ্ত অঙ্ক	গণন চিহ্ন	গণসংখ্যা
1 থেকে 10	llll	4
11 থেকে 20		
21 থেকে 30		
31 থেকে 40		
41 থেকে 50		
		N = 15

(5) একটি সোসাইটির 25 জন বয়োজেষ্ঠে ব্যক্তির কাছ থেকে প্রত্যেকের শখের তথ্য সংগ্রহ করা হলো। সে তথ্যটি নিচে দেওয়া হলো।

গান, খেলাধুলা, কলা, পঠন করা, খেলাধুলা, খেলাধুলা, গান, পঠন করা, কলা, খেলাধুলা, গান, পঠন করা, খেলাধুলা, খেলাধুলা, কলা, গান, পঠন করা, খেলাধুলা, খেলাধুলা

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে গণসংখ্যার সারণী তৈরী করে, সেই তথ্যের স্তম্ভালেখ আঁকো।

(6) পুজা, উমেশ, প্রদীপ, মাধুরির কাছে যথাক্রমে 3, 1, 4, 5 টাকার ডাক টিকিট আছে। এই তথ্যের তথ্যচিত্র (ইনফোগ্রাফ) তৈরী করো।

উপক্রম

- তোমার বিদ্যালয়ে সবজি খেতের কিছু চারাগাছ সম্পর্কে তথ্য সংগ্রহ করো। সেই তথ্যের ভিত্তিতে একটি স্তম্ভালেখ আঁকার চেষ্টা করো।

19 জাদুই গণিত – 2

1. শ্রীনিবাস রামানুজন

(22/12/1887 – 26/04/1920)

বিশ্ববিখ্যাত গণিতজ্ঞ শ্রীনিবাস রামানুজন এঁর জন্ম তৎকালীন মাদ্রাস প্রদেশের ‘এরোড’ নামক স্থানে হয়েছিলো। তিনি সংখ্যা তত্ত্ব গাণিতিক বিশ্লেষণ এবং অসীম ধারা নিয়ে কাজ করেছেন। তিনি প্রায় 4000টি উপপাদ্য প্রমাণ করেছিলেন। তাই তিনি বিশ্বজোড়া খ্যাতি অর্জন করেন।

রামানুজনের জন্মদিন 22–12–1887; 22 ডিসেম্বর দিনটি ‘‘জাতীয় গণিত দিবস’’ হিসেবে পালন করা হয়।

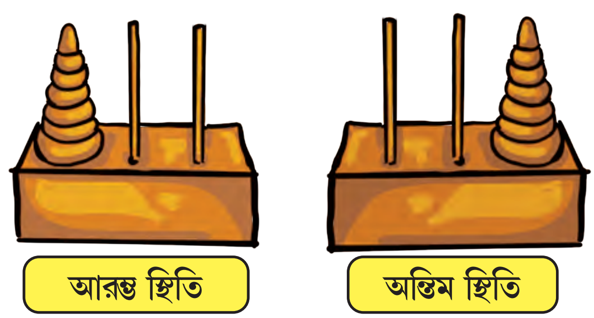
রামানুজন বর্গ

22	12	18	87
88	17	9	25
10	24	89	16
19	86	23	11

- তার জন্মতারিখ ব্যবহার করে তৈরী করা পাশের বর্গক্ষেত্রের প্রতিটি চারটি সংখ্যার যোগফল বের করো।
- আড়া, খাড়া এবং তির্যকভাবে যোগ করলে কি একই ফল পাওয়া যায় ?
- নিজের জন্মতারিখ দিয়ে এ ধরনের একটি বর্গক্ষেত্র তৈরী করতে পারবে কী ?
- ইন্টারনেট ব্যবহার করে খুঁজে বের করো এবং তৈরী করো।

2. ব্রহ্মা টাওয়ার (Tower of Hanoi)

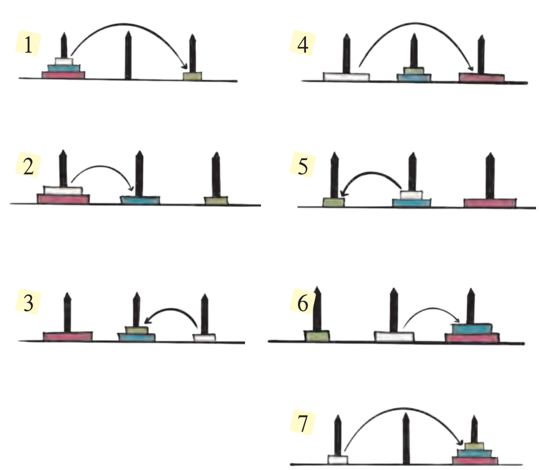
- ছবিতে দেখানো এই খেলাটি তোমরা বাড়ীতে ও তৈরী করতে পারো। একটি কাঠের বা মোটা কার্ডবোর্ডের গোল চাকতি তৈরী করে বড়ো থেকে ছোটো ক্রমে সাজাও।



খেলার নিয়ম :

1) একবারে শুধুমাত্র একটি চাকতি তুলে অন্য খুটিতে রাখা যাবে।
2) ছোটো চাকতির উপর বড়ো চাকতি রাখা যাবে না।
3) একটি খুঁটির সব চাকতি মূলক্রম অনুযায়ী তৃতীয় খুঁটিতে নিয়ে যেতে পারলেই খেলা শেষ।

- প্রথমে শুধু তিনটি চাকতি ব্যবহার করে খেলাটি খেলো। মোট কতো বার চাকতি সরিয়ে তিনটি চাকতি তৃতীয় খুঁটিতে নেওয়া যায় তা গুণে দেখো। এর জন্য নীচের ছবির ধাপগুলি লক্ষ করো।



এভাবে চাকতির সংখ্যা এক-এক করে বাড়াও। তারপর মোট কতো বার চাল দিতে হয়েছে, তা সারণীতে লেখো।

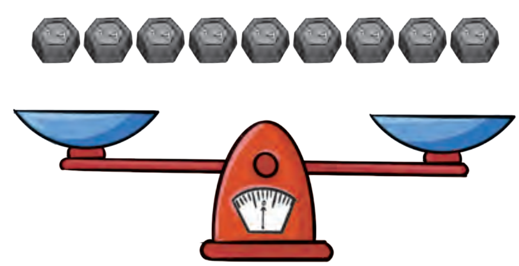
আমি		আমার বন্ধু/বান্ধবী	
চাকতির সংখ্যা (n)	চালের সংখ্যা (t)	চাকতির সংখ্যা (n)	চালের সংখ্যা (t)
3টি চাকতি		3টি চাকতি	
4টি চাকতি		4টি চাকতি	
5টি চাকতি		5টি চাকতি	
6টি চাকতি		6টি চাকতি	
7টি চাকতি		7টি চাকতি	

পর্যবেক্ষণ ও নোট :

1. চাকতির সংখ্যা বাড়ার সাথে সাথে প্রতিবার অন্তত কতোবার চাল দিতে হয়েছে, তা বের করো।
2. চাকতির সংখ্যা ‘n’ এবং চালের সংখ্যা ‘t’ এর মধ্যে সম্পর্ক দেখানো একটি সূত্র তৈরী করা যায় কি?
3. এই খেলাটি সম্পর্কে আরও তথ্য সংগ্রহ করো এবং শ্রেণীতে আলোচনা করো।
4. তোমার কি এই লেখাটি ভালো লেগেছে ? কারণসহ বলো।

3. কম ওজনের মাপ দাঁড়িপাল্লা ব্যবহার করে চিনে নাও।

- তোমার কাছে দেখতে একই রকম 9টি ওজনের মাপ আছে।
- তার মধ্যে একটি মাপ ওজনে হালকা আছে।
- হালকা মাপটি চেনার জন্য দাড়িপাল্লা কতোবার ব্যবহার করবে ?



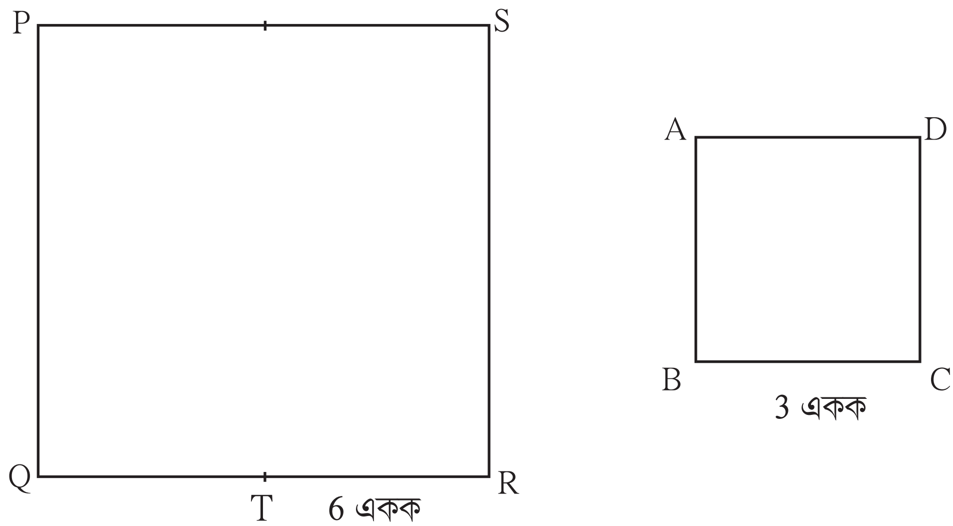
সমাধান :

1. দুই পাল্লায় চার-চার করে মাপ রাখো।
2. যদি একটি পাল্লা উপরে যায়, তবে সেই পাল্লার 4টি মাপের মধ্যে একটি মাপ ওজনে হালকা হবে।
3. এবার এই 4টি মাপের মধ্যে 2টি করে দুই পাল্লায় রাখো। যদি একটি পাল্লা উপরে উঠে যায়, তবে সেই পাল্লার দুটি মাপের মধ্যে একটি মাপ ওজনে হালকা হবে।
4. শেষে এই 4টি মাপ দুই আলাদা পাল্লায় রাখলে যে পাল্লা উপরে উঠবে সেটির মাপটিই কম ওজনের হবে। এভাবে 3 বার দাঁড়িপাল্লা ব্যবহার করা হলো।

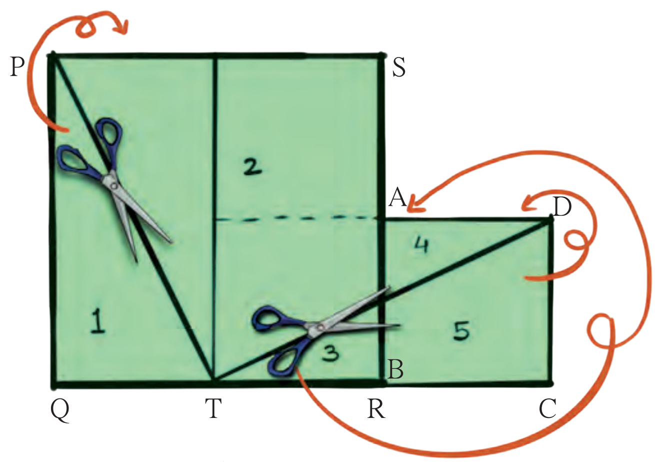
- যদি দাড়িপাল্লা 2 বার ব্যবহার করতে হয়, তবে হালকা মাপ কি ভাবে খুঁজে বের করবে ? কৌশলটি খুঁজে বের করো এবং শ্রেণীতে সবার সামনে বলো।
- দাড়িপাল্লা মাত্র একবার ব্যবহার করে হালকা মাপ কখন খুঁজে বের করা যাবে ?

(**জাদুই গণিত-1 এর পৃষ্ঠা নং 75 এর কৌশল :** তোমার বন্ধু যে কার্ডটি মনে রেখেছে, সেই সংখ্যাটি বলে দাও। প্রতিটি কার্ডের প্রথম সংখ্যাগুলির যোগফল করলে যে যোগফল হবে, সেটিই মনে রাখা সংখ্যা - তা চেনা যায়।)

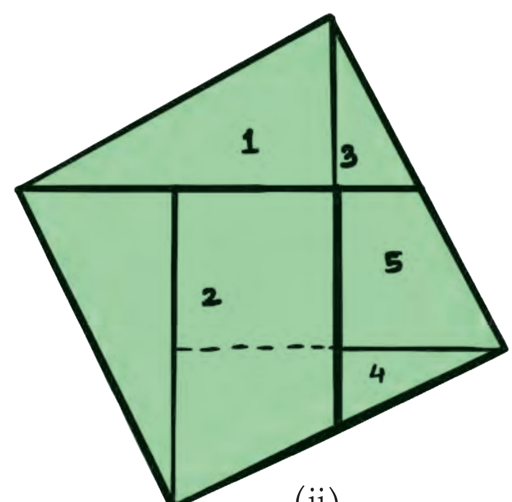
4. বর্গক্ষেত্রগুলির ক্ষেত্রফলের যোগফল



1. 6 একক বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্র PQRS এবং 3 একক (6 এর অর্ধেক) বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্র ABCD কেটে নাও। বিন্দু T হলো বাহু QR এর মধ্যবিন্দু।
2. দুটি বর্গক্ষেত্র একে অপরের সাথে আঠা দিয়ে জুড়ে দাও।
3. বিন্দু T থেকে দুটি রেখাংশ TP এবং TD আঁকো।



(i)



(ii)

4. আকৃতিতে দেখানো অনুযায়ী TP এবং TD কেটে নাও।
5. কাটা টুকরোগুলি আকৃতি (ii) এ দেখানো অনুযায়ী জোড়া লাগাও।
6. দুটি বর্গক্ষেত্র জুড়ে একটি নতুন বর্গক্ষেত্র তৈরী হয়েছে, অর্থাৎ দুটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের যোগফল নতুন তৈরী হওয়া বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।

   এইভাবে আমাদের প্রাচীন গণিতজ্ঞ আকৃতির সাহায্যে খেলা করে নতুন-নতুন উপপাদ্য আবিস্কার করতেন।

প্রশ্ন :

1. দুটি বর্গক্ষেত্র এবং নতুন তৈরী হওয়া বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও পরিসীমার মধ্যে কী সম্পর্ক আছে তা খুঁজে নির্ণয় করো।
2. বাহু BC যদি বাহু QR এর অর্ধেক হয়। যদি তা অর্ধেক না হয়, তাহলে কি নতুন বর্গক্ষেত্র তৈরী হবে?

উত্তর সূচী

1. ত্রিমাত্রিক আকার

অনুশীলনী 1.1

1)

পিরামিড / প্রিজম	চতুর্ভুজ		পঞ্চভুজ	
পৃষ্ঠতল	চতুর্ভুজাকার	চতুর্ভুজাকার	পঞ্চভুজাকার	পঞ্চভুজাকার
শীর্ষবিন্দুর সংখ্যা	8	5	10	6
ধারের সংখ্যা	12	8	15	10
খাড়া পৃষ্ঠের সংখ্যা	4	4	5	5
উপর ও নীচের পৃষ্ঠতলের সংখ্যা	2	1	2	1

2) লম্ব বৃত্তাকার বেলন, গোলক, শঙ্কু, আয়তঘনক।

অনুশীলনী 1

1) i. ব –লম্ব বৃত্তাকার বেলন
ii. ড –শঙ্কু iii. অ–বর্গক্ষেত্র

2) i. চতুর্ভুজাকার প্রিজম ii. গোলক
ii. চতুর্ভুজাকার প্রিজম
iv. লম্ব বৃত্তাকার বেলন

2. রেখা ও কোণ

অনুশীলনী 2.1

1) i. যেমন বিন্দু D, E, O
ii. যেমন রেখাংশ OE
iii. রশ্মি EB, রশ্মি OA
iv. সমরেখ বিন্দু সমূহ – D, E, O, B
v. রেখা DE
vi. অসমরেখ বিন্দু সমূহ–A , O , E

অনুশীলনী 2.2

1) E, L, H

2) i. সূক্ষ্মকোণ (লঘুকোণ) ii. শূন্যকোণ
iii.সমকোণ iv. স্থূলকোণ
v. সরলকোণ vi. প্রতিফলকোণ

4) i. 2
ii. সূক্ষ্মকোণ (লঘুকোণ), সমকোণ, স্থূলকোণ, শূন্যকোণ
iii. শূন্যকোণ

অনুশীলনী 2

1) i. ড –4 ii. ব – সূক্ষ্মকোণ
iii.অ – O iv. অ –রেখা

2) i. e ii. a
iii. b iv. c v. d

3) i. যেমন রশ্মি DA, রশ্মি EB
ii. রেখা PQ, রেখা CF
iii. যেমন রেখাংশ DE, রেখাংশ CE
iv. রশ্মি EB, রশ্মি EQ, রশ্মি EF, রশ্মি EP
v. স্থূলকোণ, রশ্মি EB এবং রশ্মি EQ

3. সংখ্যার জগতে

অনুশীলনী 3.1

1) i. উনপঞ্চাশ কোটি আটত্রিশ লক্ষ সাতষট্টি হাজার পাঁচশ একুশ
ii. আটাশ কোটি একচল্লিশ লক্ষ সাতান্ন হাজার ছয়শ উনপঞ্চাশ
iii. দুটি কোটি সাঁইত্রিশ লক্ষ পঞ্চাস হাজার একশ পঁয়তাল্লিশ
iv. ছয় কোটি ঊনআশি লক্ষ একাশি হাজার উনপঞ্চাশ

2) i. <   ii. >
   iii. =   iv. <
3) i. 57,500   ii. 1,38,67,193
4) ₹ 2,56,000, ₹ 82000
5) ₹ 20,75,003

অনুশীলনী 3.2

1) i. <   ii. <
   iii. <   iv. <
   v. >   vi. >
2) i. 11   ii. – 9
   iii. –5   iv. 8
   v. –95   vi. 0
3) i. 133   ii. 8
   iii. 185   iv. -320
   v. –9   vi. 9

অনুশীলনী 3

1) i. ক– পূর্ণ সংখ্যা   ii. ব –<
2) i. মিথ্যা   ii. সত্য
   iii. মিথ্যা   iv.মিথ্যা
3) 85,93,21,793   87,29,35,104
   87,39,27,401   89,51,23,307
6) ₹1,57,64,346, ₹ 19,08,822

4. চিত্রপ্রবাহ

অনুশীলনী 4.1

1) i.1   ii. 2   iii. 2   iv. 3
2) (2,3) (4,5) (6,7) (10,11) (19,20)
3) 3, 11, 19, 31, 41, 43
4) i. 3 ,5 হলো সহমৌলিক, পার্থক্য 2
   ii. 7, 9 সহমৌলিক নয়,
   9 একটি মৌলিক সংখ্যা নয়।
   iii. 11, 13 হলো সহমৌলিক, পার্থক্য 2
   iv. 23,29 সহমৌলিক নয়, পার্থক্য 2 নয়।
   v.29,31 হলো সহমৌলিক, পার্থক্য 2
   vi. 41, 47 সহমৌলিক নয়, পার্থক্য 2 নয়।

অনুশীলনী 4.2

1) 1, 1, 1   2)8, 9, 10
3) 11, 13, 15   4)14, 16, 18
5) 28, 36, 45   6) 49, 64, 81
7) 216, 343, 512   8) 34, 55, 89
9) 128, 256, 512   10) 243, 729, 2187

অনুশীলনী 4

1) 26, 37
3) 126, 217, 344
4) 1, 3, 6, 10, 15 দশম সংখ্যা 55
5) ত্রিভুজাকার সংখ্যা ধারা
6) 1, 4, 9,16, বর্গসংখ্যা ধারা
7) 2500

5. গ.সা.গু. এবং ল.সা.গু.

অনুশীলনী 5.1

1) i. 69 = 2 ×23
   ii. 27 = 3 ×3×3,
   iii. 78 = 2 × 3 × 13
   iv. 126 = 2 × 3 × 3 × 7
2) i. 1, 2, 3, 6, 9, 18
   ii. 1, 2, 4,7, 8, 14, 28, 56
   iii. 1,2, 3, 4, 5, 6, 8,10, 12, 15,
   20, 24, 30, 40, 60, 120
   iv. 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256,
   v. 1, 67

অনুশীলনী 5.2

1) i. 12 ii. 1 iii. 13
iv. 12 v. 6
2) 3 মিটার 3) 30 মিটার
4) 12টি ফুল

অনুশীলনী 5.3

1) i. 48 ii. 120
iii. 288 iv. 180
v. 180
2) i. 120 ii. 60
iii. 50 iv. 50
v. 12 মিনিট vi. 24
vii. 60 মিনিট (সকাল 9.00টা)

অনুশীলনী 5

1) i. ব – 3 ii. অ – 1
2) i. সত্য ii. মিথ্যা
iii. সত্য iv. মিথ্যা
3) i. $91 = 7 \times 13$
ii. $160 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$
iii. 89
4) i. 21 ii. 1 iii. 60
5) i.176 ii. 49 iii. 48
6) i. 2 ii.12 iii. 18 ইঞ্চি
iv. 1) 21 ফল 2) 9টি বাক্স

6. ভগ্নাংশ

অনুশীলনী 6.1

3) i. $\frac{10}{10}$ ii. $\frac{13}{12}$ iii. $\frac{26}{15}$
iv. $\frac{11}{10}$ v. $\frac{3}{3}$ vi. $\frac{6}{35}$
4) $\frac{3}{5}$

অনুশীলনী 6

1) i. $\frac{7}{7}$ ii. $\frac{1}{8}$ iii. $\frac{6}{7}$
iv. $\frac{5}{14}$ v. 0 vi. $\frac{5}{5}$
2) i. $\frac{1}{3}$ ii. $\frac{12}{10}$ iii. $\frac{134}{21}$
iv. $\frac{4}{4}$ v. $\frac{3}{8}$ vi. 2
3) $\frac{2}{5}$ 4) $\frac{1}{20}$ 5) $\frac{5}{4}$
6) না। 7) $\frac{1}{2}$ এবং $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ এবং $\frac{3}{4}$

7. অনুপাত ও সমানুপাত

অনুশীলনী 7.1

1) i. $\frac{9}{22}$ ii. $\frac{4}{1}$
iii. $\frac{7}{5}$ iv. $\frac{5}{6}$
2) i. $\frac{3}{1}$ ii. $\frac{4}{15}$
iii. $\frac{9}{5}$ iv. $\frac{5}{11}$
3) i. $\frac{6}{1}$ ii. $\frac{1}{2}$ iii. $\frac{10}{1}$
iv. $\frac{9}{8}$ v. $\frac{3}{1}$
4) অ) $\frac{5}{3}$ ব) $\frac{5}{8}$ ক) $\frac{3}{8}$

অনুশীলনী 7.2

1) ₹5695 2) 420 কি.মি.

অনুশীলনী 7

1) i. অ ii. ড iii. ক
2) i. $\frac{3}{2}$ ii. $\frac{4}{9}$ iii. $\frac{1}{3}$

4) $\frac{2}{5}$ 5) $\frac{4}{3}$

6) যশোদা নাসারী   7) 8 কিলোগ্রাম

8. ত্রিভুজ এবং চতুর্ভুজ

অনুশীলনী 8.1

ত্রিভুজের নাম	শীর্ষবিন্দু	বাহু	কোণ
ΔABC	বিন্দু – A,B ,C	বাহু AB, বাহু BC, বাহু AC	∠ABC, ∠BAC, ∠ACB
ΔLMN	বিন্দু– L,M,N	বাহু LM, বাহু MN, বাহু LN	∠LMN, ∠MNL, ∠NLM
ΔXYZ	বিন্দু – X,Y,Z	বাহু XY, বাহু YZ, বাহু XZ	∠XYZ, ∠YZX, ∠YXZ

2) △ADE, △DEF, △DFB, △DEB, △ABE, △FBC, △CDE, △EFC, △CDA

3) i.△PQR   ii. বিন্দু – P, Q, R, F, E
iii. বিন্দু – A, B, C   iv. বিন্দু – G, D
v. বিন্দু –P, Q, R, E, A, B, C, F

অনুশীলনী 8.2

1) i. সমবাহু ত্রিভুজ
ii. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ
iii. বিষমবাহু ত্রিভুজ

2) i. সূক্ষ্মকোণ ত্রিভুজ
ii. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ
iii. সমকোণ ত্রিভুজ
iv. স্থূলকোণি ত্রিভুজ
v. সমবাহু ত্রিভুজ
vi. বিষমবাহু ত্রিভুজ

অনুশীলনী 8.3

1) i. বাহু WZ
ii. বাহু XY এবং বাহু WZ
iii. ∠Y
iv. ∠ Y এবং ∠ W
v. কর্ণ XZ এবং কর্ণ YW

2) ∠P এবং ∠R; ∠Q এবং ∠S

অনুশীলনী 8

1) i. সমবাহু   ii. সমদ্বিবাহু   iii. 90
iv. কর্ণ   v. MN/ LO

2) i. মিথ্যা   ii. সত্য   iii. মিথ্যা

3) i. ☐XWVU, ☐XUVW, ☐WVUX, ☐WXUV, ☐VUXW, ☐VWXU, ☐UXWV, ☐UVWX
ii. (UV, XW) (XU,WV)
iii. UV এবং UX, VU এবং VW, WV এবং WX, XU এবং XW
iv. কর্ণ WU, কর্ণ VX
v. ∠U এবং ∠W, ∠V এবং ∠X
vi. ∠U এবং ∠X, ∠W এবং ∠X, ∠W এবং ∠V, ∠U এবং ∠V

4) 3, 6, 10, 10   5) 150

9. সমীকরণ

অনুশীলনী 9.1

2) i. 15   ii. 14   iii. 110
iv. 6   v. 10

অনুশীলনী 9.2

1) i. =   ii. ≠   iii. =

2) i. 12   ii. 2   iii. 31

অনুশীলনী 9.3

1) i. $x + 9$ ii. $p \div 8$
iii. $n \times 0$ iv. $a - 12$
v. $y \times 4$ vi. $k \times 1$

2) i. P = S – C iii. L = C – S

অনুশীলনী 9.4

1) i. $4a = 24$ ii. $37 - b = 12$
iii. $y - 8 = 15$ iv. $\frac{p}{7} = 4$

2) i. $x = 2$ ii. $p = 3$
iii. $y = 32$ iv. $m = 3$

3) i. $x = 4$ ii. $x = 17$
iii. $p = 9$ iv. $k = 72$

5) i. 114 ii. 82

অনুশীলনী 9

1) i. ব ii. অ iii. ব
iv. ড v. ক vi. ব

2) i. 5 ii. 11 iii. 16

3) i. 15 ii. 8 iii. 4

4) i. 13 ii. 8 iii.49
iv. 13

5) 6

6) আসমার বয়স 16 বছর,
দীপালীর বয়স 11 বছর

7) 910 8) 111

11. দশমিক ভগ্নাংশ

অনুশীলনী 11.1

1) i.0.16 ii. 0.275
iii. 0.06 iv. 2.69
v. 0.015 vi. 23.5
vii. 0.007 viii. 6.3

2) i. 0.2 ii. 0.08
iii. 0.01 iv. 0.4
v. 6

3) i. 0.2 < 0.4 ii. 70.08 < 70.4
iii. 6.6 > 6.58
iv. 7.4 >7.35
v. 0.76 < 0.8

4)

উর্ধ্বক্রম	অধঃক্রম
i. 8.09, 8.59, 8.6, 8.8	i. 8.8, 8.6, 8.59, 8.09
ii. 7.66, 7.8, 8.06, 8.68	ii. 8.68, 8.06,7.8,7.66

অনুশীলনী 11.2

1) i. 27.91 ii. 17.09
iii. 9.36 iv. 21.14

2) i. 0.52 ii. 1.34
iii. 3.12 iv. 0.8
v. 2.3 vi. 3.63

3) i. $\frac{9}{10}$ ii. $\frac{7}{100}$
iii. $\frac{191}{1000}$ iv. $\frac{49}{1000}$
v. $\frac{436}{100}$ vi. $\frac{15}{1000}$
vii. $\frac{456}{100}$ viii. $\frac{584}{100}$

অনুশীলনী 11

1) i. $\frac{8}{10}$ ii.15 iii. 7
iv. 0.8 v.0.5

2) i. $\frac{1}{5}$ ii. $\frac{31}{50}$
iii. $\frac{121}{200}$ iv. $\frac{17}{1000}$
v. $\frac{293}{50}$

3) i. 36.21 ii. 10.211
iii. 23.03 iv. 16.5
v. 2.65 vi. 2.11

4) 200, 40, 6, 0.1, 0.03, 0.005

5) 6.07 কি.মি.

12. লাভ-ক্ষতি

অনুশীলনী 12.1

1) i) লাভ ₹ 70 ii) ক্ষতি ₹ 175
iii) ক্ষতি ₹ 190 iv) লাভ ₹ 71

2) ₹750

3) লাভ ₹ 96

4) i. ₹ 20,000 ii. ₹ 26,500
iii. ₹ 6500 iv. ₹ 1500
v. ₹ 5000 vi. ₹ 500

অনুশীলনী 12.2

1) লাভ ₹ 49,000

2) ₹4300

3) ₹910

4) লাভ ₹520

অনুশীলনী 12

1) i. ক ii. ব

2) i. 61 ii. 3917
iii. 15

3) i. ক্ষতি ₹ 630
ii. ₹1610
iii. লাভ ₹ 826

4) লাভ ₹ 596

5) i. ₹ 88,808 ii. ₹ 1,03,173
iii. ₹ 14,365

13. শতকরা

অনুশীলনী 13.1

1) i. 71% ii. 45%
iii. 186% iv. 19%

3) i. $\frac{16}{25}$ ii. $\frac{91}{100}$
iii. $\frac{7}{4}$ iv. $\frac{1}{6}$
v. 1

4) i. 40% ii. 37.5%
iii. 125% iv. 6.25%
v. 92%

অনুশীলনী 13.2

1) i. 100 ii. 24.79
iii. 375 iv. 1044

2) i. 40% ii. 50%
iii. 25% iv. 20%
v. 86%

3) i. 96% ii. 4 %

4) ₹2,47,500

5) 14,625 বর্গ মিটার

6) ₹300

অনুশীলনী 13

1) i. ব ii. ড

2) i. > ii. =
iii. = iv. <

3) 25%

4) i. 13300 ii. 95%
iii. 5%

5) 32%

6) 7830

15. পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল

অনুশীলনী 15.1

(1) 60 মিটার (2) 15 সেমি
(3) 21 সেমি (4) 4 সেমি
(5) 8 মিটার
(6) অ) 9 সেমি
ব) আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থের যোগফল 18 সেমি হবে।
(7) 28 সেমি

অনুশীলনী 15.2

1) i) 20 বর্গ সেমি ii) 14 বর্গ মিটার
2) i) 22 সেমি; 24 বর্গ সেমি
ii) 11 মিটার; 7 বর্গ মিটার
iii) 19 মিটার; 21 বর্গ মিটার
iv) 29.6 সেমি; 50.35 বর্গ সেমি
3) i) 40 সেমি; 100 বর্গ সেমি
ii) 56 মিটার; 196 বর্গ মিটার
iii) 22 মিটার; 30.25 বর্গ মিটার
4) 200 টি গাছ

অনুশীলনী 15

1) i) ড ii) ব
iii) ক
2) i) 24 মিটার
ii) 18.5 সেমি
3) i) 54 বর্গ মিটার
ii) 51 বর্গ মিটার
iii) ন্যূনতম ক্ষেত্রফল : 17 মিটার, 3 মিটার
সর্বাধিক ক্ষেত্রফল : 14 মিটার, 4 মিটার
4) 9 বর্গ সেমি

6) i) বারান্দার ক্ষেত্রফল =75 বর্গ ফুট
বেড়রুমের ক্ষেত্রফল = 225 বর্গ ফুট
পার্কিং ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =180 বর্গ ফুট
কিচেনের ক্ষেত্রফল =240 বর্গ ফুট
বাগানের ক্ষেত্রফল =105 বর্গ ফুট
ii) 1225 বর্গ ফুট
7) i) 840 মিটার
ii) 800 মিটার
iii) অঞ্জু

16. বৌধায়ন-পিথাগোরাসের উপপাদ্য

অনুশীলনী 16.1

1) i) l(LN)=15 একক
ii) l(DF)=17 একক
2) 15 মিটার
3) 28 মিটার

অনুশীলনী 16.2

1) iii) 15, 20, 25
2) i) হ্যাঁ।
ii) না।
iii) হ্যাঁ।

অনুশীলনী 16

1) i) ক ii) অ
iii) ক
2) PR বাহুর দৈর্ঘ্য = 50 একক
3) (6, 8, 10) এই সংখ্যা সমূহ বৌধায়ন-পিথাগোরাস ত্রিক।
4) ত্রিক যেমন(3, 4, 5); (5, 12, 13); (8, 15, 17); (7, 24, 25) ইত্যাদি।

17. ব্যাংক ও সরল সুদ

অনুশীলনী 17.1

1) 1) ₹6180   2) ₹12500
   3) ₹4260

2) ₹ 8640

অনুশীলনী 17

1) i) ক ii) ড

2) সুদ = ₹ 2800

3) সুদ = ₹ 2902.80

4) ₹ 20515

5) ₹ 62440

6) ₹ 14,300

18 .তথ্যের উপস্থাপন

অনুশীলনী 18.2

1) X অক্ষ – চারাগাছের প্রকারভেদ
   Y অক্ষ – চারাগাছের সংখ্যা

ii) গোলাপ, জুঁই, জবা গাঁদা

iii) গাঁদা

iv) 40 জনে

v) 240

প্রয়োজনীয় সূচনা

প্রিয় শিক্ষার্থী বন্ধুরা,

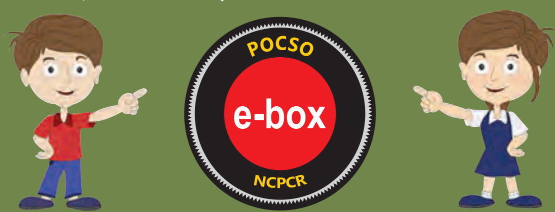
যদি কেউ তোমার অনুমতি ছাড়া তোমাকে ছোঁয় অথবা এমনভাবে স্পর্শ করে যাতে তুমি অস্বস্তিকর বা খারাপ অনুভব করো, তাহলে চুপ থেকো না। এমন পরিস্থিতিতে তোমার জন্য নীচের কথাগুলো জানা জরুরি। ...

১. নিজেকে দোষ দিও না।

২. যাদের ওপর তুমি বিশ্বাস করো, তাদেরকে এই ঘটনার কথা বলো।

৩. তুমি POCSO e-box/ পক্সো ই-বক্সের মাধ্যমে তোমার অধিকার রক্ষার জন্য জাতীয় শিশু অধিকার রক্ষা কমিশনে অভিযোগ জানাতে পারো।

যখন কেউ তোমার অনুমতি ছাড়া স্পর্শ করে, তখন তোমার খারাপ লাগতে পারে। তোমার অস্বস্তি বা ভয় লাগতে পারে। তুমি নিজেকে অসহায় মনে করতে পারো কিন্তু খারাপ লাগার কোনো কারণ নেই যেহেতু এই গুরুত্বপূর্ণ ঘটনার জন্য তোমার কোনো দোষ নেই।



এই বোতামটি চাপো।

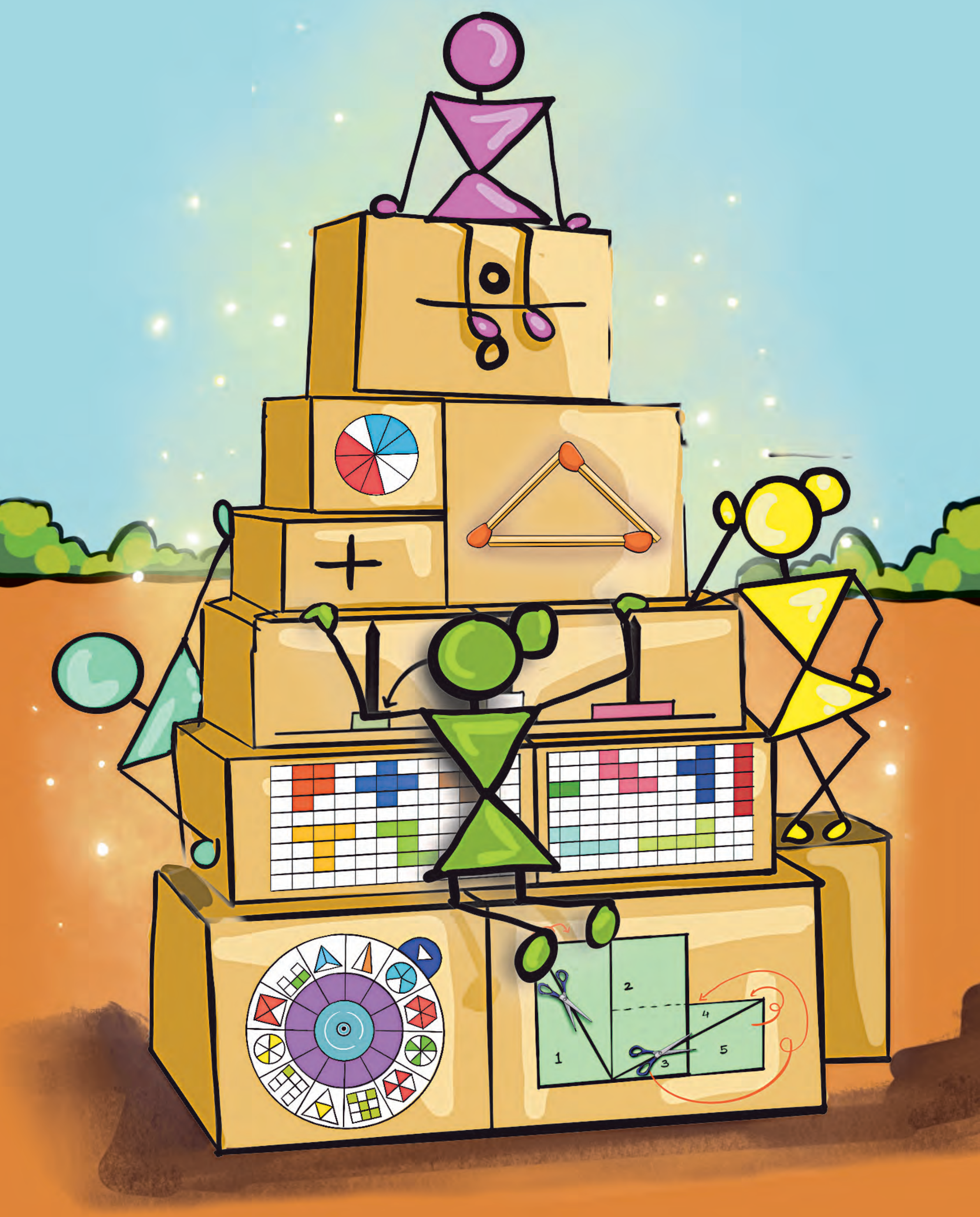
POCSO e-box এটা NCPCR@gov.in এই ওয়েবসাইটে পাওয়া যাবে।

যদি তোমার বয়স ১৮ বছরের কম হয় এবং তুমি কোনো কারণে নিরাপদ বোধ না করো অথবা এধরণের সমস্যাজড়িত ছেলে / মেয়েকে জানো, তাহলে তুমি ১০৯৮ (দশ নয় আট) নম্বরে ফোন করতে পারো। এটা করলে তোমার এবং তোমার বন্ধুর জীবন আরও নিরাপদ হতে পারে।

চাইল্ড লাইন - ১০৯৮ - : এই নম্বরটি ২৪ ঘন্টা খোলা থাকে এবং এটি একটি জাতীয় হেল্পলাইন নম্বর যা মহিলা এবং শিশু কল্যাণ মন্ত্রকের সহায়তায় পরিচালিত হয়।

এক উন্নত সমাজের দিকে।

Towards a new dawn



মহারাষ্ট্র রাজ্য পাঠ্যপুস্তক নির্মিতী ও অভ্যাসক্রম সংশোধন মণ্ডল, পুণে।

गणित इयत्ता सहावी (बंगाली माध्यम)

₹ 105.00