గణితం

ఆరవ తరగతి

Tele
MANAS
National Tele Mental Health Programme
14416

టెలీ మానస్ హెల్ప్ లైన్

Tele MANAS (Tele Mental Health Assistance and Networking Across States)

(14416/1800-89-14416)

జాతీయ మానసిక ఆరోగ్య కార్యక్రమం క్రింద టెలి మానస్ అను కేంద్ర ప్రభుత్వ ప్రాయోజిత పథకం అక్టోబర్ 2022 నుంచి మహారాష్ట్ర రాష్ట్రంలో అమలు చేయబడుతుంది. టెలి మానస్ కార్యక్రమం కింద హెల్ప్ లైన్ నంబర్ 14416 ద్వారా ఉచిత 24×7 ఏకీకృత మరియు సమగ్ర మానసిక ఆరోగ్య సేవలు అందింపబడతాయి. ఇందులో వివిధ మానసిక సమస్యలకు నిపుణుల ద్వారా చికిత్స మరియు కౌన్సెలింగ్ అందింపబడతాయి. టెలిమానస్ హెల్ప్‌న్‌కు కాల్ చేసిన తరువాత మీరు అందించే సమాచారం పూర్తిగా గోప్యంగా ఉంటుంది. కాబట్టి విద్యార్థులు తమ సమస్యలను ఎలాంటి సందేహాలు లేకుండా హెల్ప్ లైన్ నంబరుకు ఫోన్ చేసి (కాల్ చేసి) చెప్పండి. మనసులో ఉన్న సందేహాలు అడగండి. మీ సమస్యలకు సంబంధించి సహాయం పొందండి. ఇతరులను కూడా సహాయం కోరమని చెప్పండి.

మనోదర్పణ్

మనోదర్పణ్ (8448440632) ఈ సేవ ఉచిత చరవాణి సేవ జూలై 2020 నుంచి శిక్షా మంత్రాలయం ద్వారా జాతీయ శైక్షణిక పరిశోధన మరియు ప్రశిక్షణ పరిషద్ లోని మనోదర్పణ కక్ష ద్వారా విద్యార్థులకు, తల్లిదండ్రులకు, ఉపాధ్యాయులకు మానసికశాస్త్ర మార్గదర్శనం మరియు సహాయం అందించడానికి ఉదయం 8 గంటలనుంచి సాయంత్రం 8 గంటల సమయంలో వారంలోని అన్ని రోజులల్లో అందుబాటులో ఉంచడం జరిగింది. విద్యార్థులు, తల్లిదండ్రులు, ఉపాధ్యాయులు అవసరమైన మార్గదర్శనం, కౌన్సెలింగ్ పొందడానికి హెల్ప్‌లైన్ నంబరుకు కాల్ చేయవచ్చును.

ఈ పాఠ్యపుస్తకం రాష్ట్ర విద్యా పరిశోధన శిక్షణ సంస్థ మహారాష్ట్ర, పుణె రూపొందించిన విద్యా పాఠ్యప్రణాళిక ప్రకారం తయారు చేయబడి వారి ద్వారా ధ్రువీకరింపబడినది. ప్రభుత్వ తీర్మానం క్రమ సంఖ్య: అభ్యాస్ – 2116 / (ప్ర.క్ర. 43/16) ఎస్ డి – 4 తేది 25.04.2016 ప్రకారం ఏర్పాటైన సమన్వయ సమితి యొక్క తేది 19.05.2026 నాటి సమావేశంలో ఈ పాఠ్య పుస్తకాన్ని 2026–2027 విద్యా సంవత్సరం నుండి నిర్దేశించుటకుగాను అనుమతి ఇవ్వబడినది.

గణితం

ఆరవ తరగతి

మహారాష్ట్ర రాష్ట్ర పాఠ్య పుస్తక నిర్మితి మరియు పాఠ్య ప్రణాళిక పరిశోధన సంస్థ, పుణె–411004

ప్రక్కనున్న చదరంలోని క్యూఆర్ కోడ్ (Q.R. Code)ను స్మార్ట్ ఫోన్‌తో స్కాన్ చేసినచో మీకు డిజిటల్ పాఠ్యపుస్తకం మరియు పాఠ్యపుస్తకంలోని అంశాలకు సంబంధించిన దృశ్య, శ్రవణ, దృశ్య–శ్రవణ స్వరూపంలోని అధ్యయన–అధ్యాపన సాహిత్యం లభిస్తుంది.

ప్రథమ ప్రచురణ: 2026

© మహారాష్ట్ర రాష్ట్ర పాఠ్యపుస్తక నిర్మితి మరియు పాఠ్యప్రణాళిక పరిశోధన సంస్థ, పుణె-411004

ఈ పుస్తకమునకు సంబంధించిన సర్వ హక్కులు మహారాష్ట్ర రాష్ట్ర పాఠ్యపుస్తక నిర్మితి మరియు పాఠ్యప్రణాళిక పరిశోధన సంస్థవి. మహారాష్ట్ర రాష్ట్ర పాఠ్యపుస్తక నిర్మితి మరియు పాఠ్యప్రణాళిక పరిశోధన సంస్థ సంచాలకుల లిఖితపూర్వక అనుమతి లేనిదే ఈ పుస్తకము నందలి ఏ భాగముగాని ఉటంకించుట చేయరాదు.

✻ గణిత సమితి సభ్యులు ✻

డా. స్మిత దత్తాత్రయ్ నాయిక్ (అధ్యక్షురాలు)
శ్రీమతి పూజా సందీప్ జాదవ్ (సభ్యులు)
శ్రీ ఉమేశ్ రామకృష్ణ రేలే (సభ్యులు)
శ్రీ అభయ్ నారాయణరావ్ హట్టేకర్ (సభ్యులు)
శ్రీ లహూశివాజీ రోడే (సభ్యులు)
డా. తుషార్ శ్రీరంగ్ సాళుంఖే (సభ్యులు)
శ్రీ గజానన్ ఆత్మారం పవార్ (సభ్యులు)
శ్రీ విక్రం విఠ్ఠలం బోరాడే (సభ్యులు)
డా. యువరాజ్ యశ్వంత్ పవార్ (సభ్యులు)
శ్రీమతి మాధురి అనిరుధం మోనే (సభ్యులు)
శ్రీ శివాజీ ఖండు సూర్యవంశీ (సభ్యులు)
శ్రీ అనిల్ కృష్ణాత్ కాకడే (సభ్యులు)
శ్రీ అనిల్ పాండురంగ్ పాటిల్ (సభ్యులు)
శ్రీ అనిల్ నాగోసోనావణే (సభ్యులు)
శ్రీ కృష్ణాత్ జ్ఞానదేవ్ కోళీ (సభ్యులు)
శ్రీ లీలారాం బాబులాల్ బోప్చే (సభ్యులు)
శ్రీ అన్సార్ మోహమ్మద్ శేఖ్ (ఆహ్వానితులు)
శ్రీమతి సువర్ణదేశ్ పాండే (ఆహ్వానితులు)
డా. జయశ్రీ అతే (ఆహ్వానితులు)
శ్రీమతి తరుబెన్ సోపట్ (ఆహ్వానితులు)
శ్రీ ప్రదీప్ దర్యాసింగ్ గౌతమ్ (ఆహ్వానితులు)
శ్రీ మనీషా యాదవ్ (అభ్యాసక్రమం సమన్వయకులు)
శ్రీమతి వృషాలి గాయక్ వాడ్ (అభ్యాసక్రమం సమన్వయకులు)
శ్రీ బాలకృష్ణ మాపారి (సభ్య కార్యదర్శి)

✻ నాణ్యత సమీక్షకులు ✻

శ్రీ అరవింద్ రాయరీకర్
అడ్వ. నరేంద్ర లడకత్
డా. శర్మిష్ఠ ఓక్

✻ ప్రధాన సమితి సభ్యులు ✻

శ్రీ మిలింద్ నాయిక్
శ్రీ కిరణ్ బర్వే
శ్రీమతి మనీషా పాఠక్
శ్రీమతి ఆరతి గణేష్

✻ సంయోజకులు ✻

శ్రీ బాలకృష్ణ మాపారి
విశేషాధికారి, గణితం (వి.క)

అనువాదకులు - సమీక్షకులు:
శ్రీ సత్యనారాయణ ఈరయ్య సందుపట్ల
శ్రీ మురళి రాజేశం కుందారం
అనువాద సంయోజకులు:
డా. శ్రీమతి తులసీ భరత్ భూషణ్
విశేషాధికారి - తెలుగు (వి.క)
పాఠ్యపుస్తక సంస్థ, పుణె
శ్రీ భూమనపల్లి విజయభాస్కర్ రెడ్డి
సహాయ విశేషాధికారి - తెలుగు (వి.క)
పాఠ్యపుస్తక సంస్థ, పుణె

ముఖ్యచిత్రం, చిత్రకారులు: కస్తూరి దివాకరం
అక్షర కూర్పు: EXCELLENT PHOTOPRINT PVT. LTD., MUMBAI
కాగితం : 70 జి.ఎస్.ఎమ్. క్రీమ్‌వోవ్
ముద్రణాదేశం: N/PB/2026-27/200
ముద్రకులు: M/S. MUSTAFA OFFSETS, MUMBAI

✻ నిర్మితి ✻

శ్రీమతి మింథాలి శితప్
I/C ముఖ్య నిర్మితి అధికారిణి
శ్రీ నితిన్ వాణి
నిర్మితి అధికారి

✻ ప్రకాశకులు ✻

శ్రీ హేమంత్ బాబర్
I/C నియంత్రకులు
పాఠ్యపుస్త నిర్మితి సంస్థ,
ప్రభాదేవి, ముంబాయి-25

భారత సంవిధానము

ప్రస్తావన

భారతదేశ ప్రజలమగు మేము, భారతదేశమును **సార్వభౌమ్య**
సామ్యవాద లౌకిక ప్రజాస్వామ్య గణరాజ్యముగ
నెలకొల్పుటకు మరియు అందలి పౌరులెల్లరకు
సామాజిక, ఆర్థిక, రాజకీయ **న్యాయమును**,
భావము, భావప్రకటన, విశ్వాసము,
ధర్మము, ఆరాధన -- వీటి **స్వాతంత్ర్యమును**,
అంతస్తులోను, అవకాశములోను **సమానత్వమును**
చేకూర్చుటకు; మరియు వారందరిలో
వ్యక్తి గౌరవమును, జాత్యైక్యతను,
అఖండతను తప్పక ఒనగూర్చు **సౌభ్రాత్రమును**,
పెంపొందించుటకు; సత్యనిష్ఠా పూర్వకముగ తీర్మానించుకొని,
ఈ 1949వ సంవత్సరము నవంబరు ఇరువది యారవ
దినమున **మా సంవిధాన సభయందు ఇందుమూలముగ,**
ఈ సంవిధానమును అంగీకరించి, అధిశాసనము చేసి
మాకు మేము ఇచ్చుకొన్నవారమైతిమి.

భారత సంవిధానము

పార్ట్ – IV A

ప్రాథమిక బాధ్యతలు

51 ఎ) ప్రాథమిక బాధ్యతలు

ప్రతి పౌరుడు ఈ క్రింది బాధ్యతలను మనసారా స్వీకరించి బాధ్యతాయుతంగా ప్రవర్తించవలెను.

ఎ) రాజ్యాంగ శాసనబద్ధుడై యుండుట. శాసనమందలి ఆశయములనూ, శాసనం స్థాపించే సంస్థలనూ, జాతీయ పతకాన్ని, జాతీయ గీతాన్ని అంకితభావంతో గౌరవించుట.

బి) స్వాతంత్ర్యోద్యమ స్ఫూర్తితో అన్ని రంగాలలో వ్యవహరించుట.

సి) దేశ సార్వభౌమత్వాన్ని, సమన్వయతనూ, సమగ్రతను రక్షించుట.

డి) దేశరక్షణలో అనుక్షణం సంసిద్ధుడై ఉండుట.

ఇ) ప్రజాజీవనంలో అన్యోన్యతనూ, భ్రాతృభావాన్ని పోషించుట, మత, భాష ప్రాంతీయతత్త్వాలకు వర్గవైరుధ్యములకు అతీతముగా ఉండుట. స్త్రీలను అగౌరవపరచే ఆచారములను విడనాడుట.

ఎఫ్) అమూల్యమైన భారతీయ చారిత్రక సంపదనూ, సుసంపన్న సంస్కృతినీ పరిరక్షించుట.

జి) పర్యావరణాన్ని అడవులను, కొలనులనూ, నదులనూ రక్షించుట, అభివృద్ధి పరచుట, మృగరక్షణ జలజంతు జీవరాసులపై కరుణార్ద్రత.

హెచ్) శాస్త్రీయ మరియు మానవతా దృక్పథాలను అలవరచుకొనుట, జిజ్ఞాసను పెంపొందించు కొనుట, సంస్కరణ తత్వమును పెంపొందించుట.

ఐ) హింసను విడనాడుట, ప్రజల ఆస్తుల విధ్వంసం చర్యలను నిరోధించుట.

జె) వ్యక్తిత్వ శక్తి సామర్థ్యాల ఔన్నత్యాన్ని పెంపొందించుకొనుట ద్వారా మరియూ సమిష్టికృషి ద్వారా అన్ని రంగాలలో గణనీయమైన స్థాయిని చేరుటకొరకు, శిఖరాగ్ర సాధనకొరకు నిరంతరంకృషి సల్పుట.

కె) రక్షకులు లేదా సంరక్షకులుగా ఉన్నవారందరూ 6 నుంచి 14 సంవత్సరముల లోపల పసివారికి విద్యాభ్యాసము చేయు అవకాశమును కల్పించవలెను.

జాతీయ గీతము

జనగణమన – అధినాయక జయ హే

భారత – భాగ్యవిధాతా

పంజాబ, సింధు, గుజరాత, మరాఠా,

ద్రావిడ, ఉత్కల, బంగ,

వింధ్య, హిమాచల, యమునా, గంగా,

ఉచ్ఛల జలధితరంగ,

తవ శుభ నామే జాగే, తవ శుభ ఆశిస మాగే,

గాహే తవ జయగాథా,

జనగణ మంగలదాయక జయ హే,

భారత – భాగ్యవిధాతా

జయ హే, జయ హే, జయ హే,

జయ జయ జయ, జయ హే

ప్రతిజ్ఞ

భారతదేశం నా మాతృభూమి. భారతీయులందరు నా సహోదరులు.

నేను నా దేశాన్ని ప్రేమిస్తున్నాను. సుసంపన్నమైన, బహువిధమైన నా దేశ వారసత్వ సంపద నాకు గర్వకారణం. దీనికి అర్హత పొందడానికి సర్వదా నేను కృషిచేస్తాను.

నా తల్లిదండ్రుల్ని, ఉపాధ్యాయుల్ని, పెద్దలందర్ని గౌరవిస్తాను. ప్రతివారితోను మర్యాదగా నడచుకొంటాను.

నా దేశంపట్ల, నా ప్రజలపట్ల సేవానిరతితో ఉంటానని ప్రతిజ్ఞ చేస్తున్నాను. వారి శ్రేయోభివృద్ధులే నా ఆనందానికి మూలం.

राज्यगीत

जय जय महाराष्ट्र माझा, गर्जा महाराष्ट्र माझा
जय जय महाराष्ट्र माझा, गर्जा महाराष्ट्र माझा ।।धृ।।

भिती न आम्हा तुझी मुळी ही गडगडणाऱ्या नभा
अस्मानाच्या सुलतानीला जबाब देती जिभा
सह्याद्रीचा सिंह गर्जतो शिव शंभू राजा
दरी दरीतून नाद गुंजला महाराष्ट्र माझा
जय जय महाराष्ट्र माझा, गर्जा महाराष्ट्र माझा ।।१।।

काळ्या छातीवरी कोरली, अभिमानाची लेणी
पोलादी मनगटे खेळती, खेळ जीवघेणी
दारिद्र्याच्या उन्हात शिजला
निढळाच्या घामाने भिजला
देश गौरवासाठी झिजला
दिल्लीचे ही तख्त राखितो, महाराष्ट्र माझा
जय जय महाराष्ट्र माझा, गर्जा महाराष्ट्र माझा
जय जय महाराष्ट्र माझा ।।२।।

ప్రస్తావన

నా విద్యార్థి మిత్రులకు, ఉపాధ్యాయులకు మరియు పాలకులకు ఆత్మీయ నమస్కారములు,

రాష్ట్ర విద్యావిధానం 2020 ననుసరించి తయారు చేయబడిన ఆరవ తరగతి పాఠ్యపుస్తకం మీ చేతుల కందిస్తున్నందుకు చాలా ఆనందం కలుగుతుంది.

రాష్ట్ర అభ్యాసక్రమ ప్రణాళిక 2024 ప్రకారం ప్రాథమికోన్నతస్థాయిలో (ఆరవ తరగతి నుండి ఎనిమిదవ తరగతి) గణిత విషయం ద్వారా విద్యార్థులలో ప్రాథమిక అంకగణిత నైపుణ్యాలతోపాటు, తార్కిక ఆలోచన, సృజనాత్మక సమస్య, పరిష్కారం, మౌఖిక మరియు లిఖిత పూర్వక కచ్చితమైన భావప్రకటన ఈ నైపుణ్యాలు కూడా అభివృద్ధి చెందుతుంటాయి. ఈ ఆలోచనను దృష్టి యందుంచుకొని ఈ పాఠ్యపుస్తకాన్ని తయారు చేయడం జరిగింది. ఇందులో పరిసరాలలోని అలాగే నిత్య జీవితంలోని అనుభవాలను గణితంతో అనుసంధానించడానికి ప్రయత్నం చేయబడింది.

ప్రాథమికోన్నత స్థాయిలో విద్యార్థులు ఖచ్చితంగా ఏ క్షమతలను పొందాలో ఇది అధ్యయన – అధ్యాపన చేస్తున్నపుడు స్పష్టత ఉండాలి. అందుకై ఈ పాఠ్యపుస్తకం ప్రారంభంలో గణిత విషయంలో ఆశించిన క్షమతలు మరియు అధ్యయన నిష్పత్తులు నమోదు చేయబడినవి. ఆ క్షమతల కనుగుణంగానే పాఠ్యపుస్తకంలోని భావనలను వినూత్నంగా పొందుపరచబడినవి. మన పరిసరాలలో అనేకచోట్ల గణితం ఉపయోగించబడుతున్నట్లు తెలుస్తుంది. దీనిని దృష్టికి తీసుకరావడానికి కొన్నిచోట్ల వ్యవహారంలోని మరియు నిత్య జీవితంలోని ఉదాహరణాలు చేర్చబడినవి. మన పరిసరాలలోను మరియు దానికి ఆవలి వైపునున్న ప్రపంచం గురించి ఆలోచించడానికి విద్యార్థులను ప్రేరేపించడానికి పాఠాలలో పూర్వజ్ఞానంపై ఆధారిత పునర్విమర్శ, స్వయం అధ్యయన కృత్యాలు ఉపాధ్యాయులు మరియు విద్యార్థుల మధ్య గణిత చర్చ, ఆటవిడుపుకై గణిత క్రీడ, మాయా గణితం మరియు ప్రహేళికలు పొందుపరచడం జరిగింది. ఈ స్థాయిలోని గణిత విషయజ్ఞానం ప్రత్యక్ష అనుభవాలనుండి అప్రత్యక్ష అనుభవాలవైపు తీసుకవెళ్ళే మాధ్యమిక స్థాయికి మధ్య వరంలాంటిది.

అధ్యయన–అధ్యాపన ప్రక్రియ విద్యార్థి కేంద్రితమై ఉండాలి. స్వీయ అధ్యయనానికి ప్రాధాన్యతనిచ్చేల అలాగే బోధన ప్రక్రియ మనోరంజకంగా మరియు ఆనందదాయకంగా ఉండాలన్న దృష్టి కోణాన్ని ముందుంచుకొని పాఠ్యపుస్తకాన్ని నిర్మించడం జరిగింది. పాఠ్యపుస్తకంలో రేఖాగణితం, సమాచార ప్రదర్శన ఈ రంగాలలో చేర్చబడిన సంకల్పనలను సరళమైన భాషలో వివరించబడినవి.

ప్రతి పాఠ్యాంశం చివరన పాఠ్యసారాంశాన్ని ఒకచూపులో అనుశీర్షిక కింద ఇవ్వబడినది. పాఠాలకు సంబంధించిన 'చరిత్రలోని సందర్భం' ను నమోదు చేయబడినది. అలాగే అభ్యాసం చేయుటకై అభ్యాసాలు మరియు స్వాధ్యాయాలు ఇవ్వబడినవి అధ్యయన–అధ్యాపన ప్రక్రియ ప్రభావంతం కావడానికి ఉపయోగపడునట్లుగా ఐ.సి.టి. (ICT) టూల్స్ సూచించబడినవి అలాగే పాఠ్యాంశాలను అనుసరించి ఉపక్రమాలు, ప్రకల్పాలు ఇవ్వబడినవి.

విద్యార్థులు, ఉపాధ్యాయులు మరియు పాలకులు ఈ పుస్తకాన్ని స్వాగతిస్తారని ఆశిస్తున్నాము.

(అనురాధ ఓక్)

సంచాలకులు

మహారాష్ట్ర రాష్ట్ర పాఠ్యపుస్తక నిర్మితి మరియు పాఠ్యప్రణాళిక పరిశోధన సంస్థ, పుణె

పుణె

తేది: 1 మే 2026

భారతీయ సౌర తేది: వైశాఖం. 11, శకం 1948 మహారాష్ట్ర దినోత్సవము

అభ్యాస క్రమం ధ్యేయాలు, అభ్యాస క్రమం క్షమతలు మరియు అధ్యయన నిష్పత్తులు

అభ్యాస క్రమం ధ్యేయాలు గణన 1: సంఖ్య మరియు సంఖ్యల సమూహాన్ని అర్థం చేసుకొంటారు పూర్ణాంకాలు, భిన్నాలు, పూర్ణ సంఖ్యలు, అకరణీయ సంఖ్యలు మరియు వాస్తవ సంఖ్యలు, వాటిలోని అమరికను వెదికి, పరస్పర సంబంధాన్ని గ్రహిస్తారు.

క్షమతలు	అధ్యయన నిష్పత్తులు	పేజీల క్ర.సం.
C 1.1: 20 అంకెల వరకు పెద్ద పూర్ణాంకాలు చదువుతారు. రాస్తారు. తయారుచేస్తారు. వాటిని పోల్చి, అంచనా వేస్తారు. ఈ సంఖ్యలపై పరిక్రియలు చేసే గ్రహింపు, క్షమతను అభివృద్ధి చేసుకుంటారు. ఆ సంఖ్యలను అక్షరాలలో రాస్తారు. మరియు ఘాతాంక రాశి వాటిని వైజ్ఞానిక సంకేత రూపంలో వ్యక్తపరుస్తారు.	▸ భారతీయ సంఖ్యా సమూహాన్ని బట్టి పెద్ద సంఖ్యలను చదువుతారు, రాస్తారు.	18,20
	▸ గణన సంఖ్యలు లేదా సహజ సంఖ్యల సంకల్పలనను స్పష్టం చేస్తారు.	18
	▸ పూర్ణాంక సంఖ్యల సంకల్పన, అవసరాన్ని స్పష్టం చేస్తారు.	18,19
	▸ రెండు సంఖ్యలలో చిన్నది – పెద్దది గుర్తిస్తారు. పోల్చిచూస్తారు.	19,20
	▸ రెండు పూర్ణాంక సంఖ్యలలో (చిన్నది-పెద్దది) పెల్చుతారు.	19,20
	▸ ఇచ్చిన పూర్ణాంక సంఖ్యల సంకలనం, వ్యవకలనం చేస్తారు.	20
	▸ పదసమస్యలను స్వయంగా తయారు చేస్తారు.	19
	▸ పూర్ణసంఖ్యల అవసరం ఎందుకు ఏర్పడిందో దానిని ఉదాహరణాల ద్వారా స్పష్టం చేస్తారు.	20,21
	▸ నిత్య జీవితంలో సున్న, ఋణ సంఖ్యలు ఎక్కడ ఉపయోగిస్తారో ప్రాత్యక్షికాల ద్వారా చూపిస్తారు.	20,21
	▸ ధన మరియు ఋణ సంఖ్యలను చదువుతారు, రాస్తారు.	20
	▸ ధన మరియు ఋణ సంఖ్యలను వర్గీకరిస్తారు.	21,22
	▸ ఇచ్చిన సంఖ్యకు వ్యతిరేక (విలోమ) సంఖ్యను రాస్తారు.	21,22
	▸ పూర్ణ సంఖ్యలలో చిన్నది – పెద్దది గుర్తిస్తారు.	21
	▸ పూర్ణ సంఖ్యల కూడిక – తీసివేత చేస్తారు.	23,24
	▸ భిన్నం, పూర్ణ సంఖ్య యొక్క భాగం అని కనుగొంటారు.	42
	▸ ఇచ్చిన భిన్నంను చదువుతారు, రాస్తారు.	43
	▸ ఇచ్చిన రెండు భిన్నాలను పోల్చుతారు.	44,45
	▸ ఏక భిన్నంను గుర్తిస్తారు.	44
	▸ మిశ్రమ భిన్నంలో పూర్ణాంక సంఖ్యల భాగం మరియు భిన్న భాగం ఉంటుందని బెబుతారు.	48
	▸ ఇచ్చిన భిన్నానికి, సమాన భిన్నం తయారు చేస్తారు.	43,47
	▸ ఇచ్చిన భిన్నమును కనిష్ఠ రూపంలోకి మారుస్తారు.	43
	▸ అపక్రమ భిన్నాన్ని, మిశ్రమ భిన్నంలోకి మారుస్తారు.	48
	▸ మిశ్రమ భిన్నాల కూడిక, తీసివేత చేస్తారు.	48
	▸ ఏ భిన్నాల హారం 10,100, 1000 ...... ఉంటుందో వాటిని దశాంశ భిన్నాలు అంటారని స్పష్టం చేస్తారు..	78
	▸ సామాన్య భిన్నాలను దశాంశ భిన్నాలలోకి మారుస్తారు.	81
	▸ దశాంశ భిన్నాలను సామాన్య భిన్నాలలోకి మారుస్తారు.	80
	▸ దశాంశ భిన్నాల కూడిక, తీసివేత చేస్తారు,	81
C 1.2 : సంఖ్యలలో అమరికను వెదుకుతారు. గుర్తిస్తారు. మరియు విస్తరిస్తారు. అమరికలోని నియమాలు వర్ణిస్తారు. (ఉదా. 7 యొక్క రెట్లలోని సంఖ్య 3 యొక్క ఘాతాంకం, ప్రధాన సంఖ్య, మరియు వివిధ అమరికలలోని సంబంధాన్ని స్పష్టం చేస్తారు.)	▸ సరి, బేసి, ప్రధాన సంఖ్య, పరస్పరం ప్రధాన సంఖ్యలు, కవల ప్రధానసంఖ్యలు, త్రిభుజ సంఖ్య చతురస్ర సంఖ్యలను గుర్తిస్తారు.	27,28
	▸ సంఖ్యామాలికలోని (సరి, బేసి, ప్రధాన సంఖ్య, పరస్పరం ప్రధాన సంఖ్యలు, కవల ప్రధానసంఖ్యలు) అమరికను తెలుసుకొంటారు. విస్తరిస్తారు. తయారు చేస్తారు, చిత్ర రూపంలోని అమర్చుతారు.	27,28
	▸ సంఖ్యను ప్రధానకారణాంకాలుగా విభజిస్తారు.	34
	▸ క.సా.గు., గ.సా.భా. వీటి సంకల్పనల అవసరాన్ని చెబుతారు. క.సా.గు.గ.సా.భా.ను ప్రధాన కారణాంకాల పద్ధతిలో కనుగొంటారు.	35,36,37
	▸ ఇచ్చిన సంఖ్యల గ.సా.భా ను ప్రధాన కారణాంకాల పద్ధతిలో కనుగొంటారు.	36
	▸ ఇచ్చిన సంఖ్యల గ.సా.భా.ను భాగహార పద్ధతిలో కనుగొంటారు.	36
	▸ ఇచ్చిన సంఖ్యల క.సా.గు ను ప్రధాన కారణాంకాల పద్ధతిలో కనుగొంటారు.	38
	▸ ప్రత్యేక పరిస్థితులలో క.సా.గు. మరియు గ.సా.భా.లను ఉపయోగిస్తారు.	37,39

C 1.3 : సున్న మరియు ఋణరాశులు ఇవి గూడా సంఖ్యలను గ్రహిస్తారు. వాటిపై అంకగణితక్రియలు చేస్తారు. బ్రహ్మగుప్తుడు అమర్చిన దాని అనుసారం సున్న మరియు ఋణరాశులు ఉపయోగించి అంకగణితక్రియలు అభ్యసిస్తారు.	సున్న మరియు ఋణరాశి ఈ సంఖ్యలపై అంకగణతక్రియలు చేస్తారు.	21,22,23
	బ్రహ్మగుప్తుడు సున్న మరియు ఋణరాశుల సందర్భంలో చేసిన అమరికను గ్రహించి దానిని ఉపయోగిస్తారు.	23,24
C 1.4 : పూర్ణాంక సంఖ్యలు, భిన్నాలు, పూర్ణసంఖ్యలు వాస్తవ సంఖ్యలు మరయు వాటి ధర్మాల పై ఆధారపడిన సంఖ్యా సమితులను తయారు చేస్తారు. మరియు ధర్మాలను అర్థం చేసుకొని, వాటిని సంఖ్యారేఖపై సూచిస్తారు.	సంఖ్యారేఖపై పూర్ణాంక సంఖ్యలను చూపుతారు.	20,21
	భిన్నాను విశ్లేషిస్తారు.	43
	సంఖ్యా రేఖపై భిన్నాలను చూపుతారు.	45
	ప్రాత్యక్షిక కృత్యం ద్వారా సుమారుగా భిన్నాన్ని చెబుతారు. (ఉదా. ఏదేని పాత్రను చూపి దాంట్లో నీరుపోసి అది ఎంత వరకు నిండిందో దానిని భిన్నాల రూపంలో సుమారుగా చెబుతారు.)	43
C 1.5 : శాతం సంకల్పననం అర్థం చేసుకొని సమస్యలను సాధించడానికి ఉపయోగిస్తారు.	శాతం సంకల్పనను లావాదేవిలతో అనుసంధానిస్తారు.	90,91
	వందకు అంటే 100 అని తెలుసుకున్నారు.	90
	శాతాలను భిన్నాల రూపంలో అమర్చుతారు.	92
	భిన్నాల రూపంలోనున్న సమాచారాన్ని శాతాలరూపంలో రాస్తారు.	91
C 1.6 : నిత్యజీవిత పరిస్థితులలో భిన్నాలను, (నిష్పత్తి, ప్రమాణం మరియు దశాంశం ఈ రెండు రూపాలలో) వెదకి వాటిని ఉపయోగిస్తారు.	లావాదేవిలలో ఎక్కడెక్కడ దశాంశ భిన్నాల ఉపయోగం అవుతుందో దానిని తెలుసుకొంటారు.	78
	సామాన్య భిన్నాలను దశాంశ భిన్న రూపంలోకి మారుస్తారు.	81
	దశాంశ భిన్నాలను సామాన్య భిన్నాల రూపంలోకి మారుస్తారు.	80
	నిష్పత్తిని, భిన్నరూపంలలో అమర్చుతారు.	51
	రెండు సంఖ్యల ప్రమాణాన్ని నిష్పత్తి రూపంలో రాస్తారు.	51
	రెండు సంఖ్యల ప్రమాణాన్ని నిష్పత్తి రూపంలో రాస్తారు.	52
	సమాన భిన్నాలను ఉపయోగించి నిష్పత్తిని సంక్షిప్త రూపంలో రాస్తారు.	51,52
	ఒకే రకమైన (రాశుల యొక్క) కొలతల నిష్పత్తిని కనుగొంటున్నపుడు ఆ కొలతల ప్రమాణాలను సమానం చేస్తారు.	53
	ఏకవస్తు మార్గం పద్ధతిని ఉపయోగిస్తారు. నిష్పత్తి రూపంలో రాస్తారు.	54,55
అభ్యాస క్రమం ధ్యేయాలు 2: చర, స్థిర, సహగుణకం, సమాసం మరియు ఏకచరరాశి సమీకరణాల సంకల్పనను అర్థం చేసుకొని సంకల్పనను నిత్యజీవితంలోని సమస్యలను సాధించడానికి సులభంగా ఉపయోగిస్తారు.		
C 2.1 : సంఖ్యారాశులలో సమానత్వమును గుర్తిస్తారు. మరియు అంకగణిత సమీకరణం అవునా, కావా అని పరిశీలిస్తారు.	సమానత్వ భావనను స్పష్టం చేస్తారు.	67
	సమానత్వ ధర్మాలను పరీక్షించుకొంటారు.	68
	సంఖ్యలు, ప్రాథమిక క్రియల సహాయంతో సమాసం తయారు చేసి, సాధిస్తారు.	65,66
C2.4 : తెలియని అంశాలను కనుగొనడానికి ప్రహేళికలు మరియు పద సమస్యలను సాధించడానికి రేఖీయ సమీకరణాలుగా అమర్చి, సాధిస్తారు.	ఏకచరరాశిలోని రేఖీయ సమీకరణాలను గుర్తిస్తారు.	70,71
	ఏకచరరాశిలోని రేఖీయ సమీకరణాలను అమర్చుతారు.	72
	సమీకరణం రెండ వైపులా ప్రతిసారి సమానక్రియ చేసినచో, లభించే సమీకరణం సమతుల్యంగా ఉంటుందని గ్రహిస్తారు, స్పష్టం చేస్తారు.	71,72
	సమీకరణానికి రెండు వైపులా గణితక్రియ చేసి చరరాశి విలువను కనురొంటారు.	71,72,73
C2.5 : బీజగణిత ఆలోచన ద్వారా ప్రహేళికలు మరియు సమస్యలు సాధించడానికి సొంత పద్ధతి అభివృద్ధి చేసుకొంటారు.	వివిధ సమస్యలను సాధించడానికి బీజ గణిత ఆలోచనను ఉపయోగిస్తారు.	72,73
	ప్రహేళిక/కృత్యం/సమస్యసాధన యొక్క వివిధ పద్ధతులు, మార్గాలు వీటికి జతగా/సమూహంలో/చర్చా యుక్తివాదం చేసి ఆనందాన్ని పొందుతారు.	146,147
అభ్యాస క్రమం ధ్యేయాలు 3: సాధారణ జ్యామితీయ ఆకారాలను (2D, 3D) తయారుచేస్తారు. వాటి ధర్మాలు, సిద్ధాంతలు అర్థంచేసుకొని, వాటిని పరీక్షించుకొంటారు.		
C 3.1 : వివిధ రకాల ద్విమితీయ మరియు త్రిమితీయ ఆకారాల వర్ణన, వర్గీకరణ చేస్తారు. వాటి ప్రత్యేక ధర్మాలను వాటి మధ్యగల పరస్పర సంబంధాన్ని అర్థం చేసుకొంటారు.	ఏకమితీయ ద్విమితీయ, త్రిమితీయ సంకల్పనను గుర్తిస్తారు. ద్విమితీయ, త్రిమితీయ ఆకారాల వర్ణన మరియు వర్గీకరణ చేస్తారు.	1,2,3
	పట్టకం మరియు పిరమిడ్‌ల మధ్య బేధం తెలుసుకుంటారు.	7
	పట్టకంలను వర్గీకరణ చేసి వాటి రకాలను బట్టి పేర్లను గుర్తిస్తారు. వాటి అంశాలను లెక్కించి రాస్తారు.	4,5
	పిరమిడ్ లను వర్గీకరణ చేసి వాటి రకాలను బట్టి పేరు గుర్తిస్తారు. వాటి అంశాలను లెక్కించి రాస్తారు.	5,6
	గోళం త్రిమితీయ ఆకారం అని గుర్తిస్తారు. దానిని వర్ణించి రాస్తారు.	6,7

C 3.2: రేఖ, కోణం, త్రిభుజం, చతుర్భుజం, వృత్తం మరియు బహుభుజాకృతులు వీటి ముఖ్యమైన ధర్మాలను గ్రహించి వాటిని సంబంధిత సమస్యలు సాధించడానికి ఉపయోగిస్తారు.	▸ బిందువు, రేఖ, రేఖాఖండం, కిరణం, తలం గుర్తిస్తారు.	9,11
	▸ సరేఖీయ బిందువులు, భిన్నరేఖీయ బిందువుల సంకల్పనను స్పష్టం చేసి చెబుతారు.	10
	▸ సరళకోణం, శూన్యకోణం, సంపూర్ణకోణం అల్పకోణం, అధికకోణం, లంబకోణం ఈ కోణాల సంకల్పనను గుర్తిస్తారు.	14,15
	▸ త్రిభుజ అంశాలు, త్రిభుజాలను చదువుతారు.	57
	▸ త్రిభుజం, త్రిభుజాకార ప్రదేశం వీటిలోని బేధం గుర్తిస్తారు.	58
	▸ కోణాలను బట్టి మరియు భుజాలను బట్టి ఏర్పడే త్రిభుజాల రకాలను గుర్తిస్తారు. స్పష్టీకరిస్తారు.	59
	▸ చతుర్భుజం యొక్క వివిధ అంశాలు, ఉదా. శీర్షబిందువులు, భుజాలు, కోణాలు, కర్ణానికి ఆసన్నకోణాలు, వ్యతిరేక కోణాలు, అంతర్భాగం, భాహ్యభాగం, చతుర్భుజాకార ప్రదేశం మొదలైన వాటిని కృత్యం ద్వారా కనుగొంటారు.	62,63
C 3.4 : ప్రత్యేక ధర్మాలను బట్టి రేఖా, సమాంతర రేఖలు, లంబరేఖ, కోణం త్రిభుజం మరియు వృత్తం లాంటి జ్యామితీయ ఆకారాలు గల కంపాస్ పెట్టెలోని సాధనాలను ఉపయోగించి నిర్మాణం చేస్తారు.	▸ కంపాస్ పెట్టెలోని సాధనాలను గుర్తించి వాటిని ఉపయోగిస్తారు.	98
	▸ ఇచ్చిన రేఖాఖండం పొడవును స్కేలుతో కొలిచి రాస్తారు.	98
	▸ స్కేలుతో కొలిచి, ఇచ్చిన పొడవుగల రేఖా ఖండాన్ని గీస్తారు.	98,99
	▸ కోణమానిని ఉపయోగించి ఇచ్చిన కొలతతో కోణాన్ని గీస్తారు.	102
	▸ కోణాల కొలతలు కొలిచి రాస్తారు.	107
	▸ వృత్తలేఖినిని ఉపయోగించి వృత్తాలను గీస్తారు.	98
	▸ ఇచ్చిన కోణం యంత కొలతగల కోణాలను కంపాస్, స్కేలు సహాయంతో గీస్తారు.	105
	▸ కంపాస్, స్కేలు సహాయంతో కోణ సమద్విఖండన రేఖను గీస్తారు.	105
	▸ మూల మట్టాలుపయోగించి రేఖపై గల బిందువు నుండి ఆ రేఖకు లంబాన్ని గీస్తారు.	101
	▸ కాగితాన్ని మడిచి రేఖ బహ్యబిందువు నుండి ఆ రేఖకు లంబాన్ని గీస్తారు.	102
	▸ కోణమానిని ఉపయోగించి రేఖపై గల బిందువు నుండి రేఖ పొడవు గీస్తారు.	102
	▸ వృత్తలేఖినినుపయోగించి రేఖపై బిందువు నుండి పొడవైన రేఖను గీస్తారు.	103
	▸ మూల మట్టాలుపయోగించి రేఖపై గల బిందువు నుండి పొడవైన రేఖను గీస్తారు.	103
	▸ వృత్తలేఖిని మరియు కొలత బద్దనుపయోగించి బాహ్యరేఖ నుండి పొడవైన రేఖను గీస్తారు.	104
అభ్యాస క్రమంధ్యేయాలంగా 4: ద్వి మితీయ ఆకారాల చుట్టుకొలత మరియు వైశాల్యం వీటి అవగాహనను అభివృద్ధిపరుచుట. నిత్యజీవితంలోని సమస్యలను సాధించడానికి వాటిని ఉపయోగించుట.		
C 4.1 : చతురస్రం, త్రిభుజం సమాంతర చతుర్భుజం, సమలంబ చతుర్భుజం వీటి వైశాల్యలను నిర్ణయించడానికి సూత్రం కనుగొంటారు అర్థం చేసుకొని ఉపయోగిస్తారు. మిశ్రమ ద్విమితీయ (Composite 2d Shapes) ఆకారాల వైశాల్యం కనుగొనడానికి విధానాన్ని అభివృద్ధి చేస్తారు.	▸ పరిసరాలలో దీర్ఘచతురస్రము మరియు చతురస్రాకార వస్తువులను వెదుకుతారు.	109
	▸ దీర్ఘచతురస్రం మరియు చతురస్రాల వైశాల్యాలను కనుగొను సూత్రాన్ని వెదుకుతారు.	114,115
	▸ దీర్ఘచతురస్రం చుట్టుకొలత మరియు చతురస్రం చుట్టుకొలతల సూత్రాన్ని వెదుకుతారు.	108,109
	▸ త్రిభుజ వైశాల్యం కనుగొంటారు.	110
	▸ దీర్ఘచతురస్రం మరియు చతురస్రాల వైశాల్యాలు చుట్టు కొలతల సూత్రాలను బట్టి మిశ్రమ సమస్యలను సాధిస్తారు.	119
	▸ దీర్ఘచతురస్రం వైశాల్యాన్ని బట్టి లంబకోణ త్రిభుజం, అల్పకోణ త్రిభుజం, అధిక కోణ త్రిభుజం, వీటి వైశాల్యాల సూత్రాలు అభివృద్ధి పరుస్తారు.	115
	▸ వైశాల్య సూత్రాలనుపయోగించి మిశ్రమ సమస్యలను సాధిస్తారు.	117,118
C 4.2 : లంబకోణ త్రిభుజం భుజాల పొడవుపై బౌధాయన – పైథాగరస్ సిద్ధాంతాలు నేర్చుకుంటారు త్రిభుజ భుజాలపై గీయబడిన చతురస్రాల వైశాల్యాల సహాయంతో సిద్ధాంతం జ్యామితీయ నిరూపణలు అభ్యసిస్తారు. అలాగే పొడవుపై శుల్వ సూత్రాన్ని ఉపయోగించి దీనికి సంబంధించిన మరికొన్ని జ్యామితీయ నిర్మాణాలు నేర్చుకుంటారు.	▸ లంబకోణ త్రిభుజాన్ని బట్టి కర్ణం మరియు లంబకోణాన్ని ఏర్పరిచే భుజాలు చెబుతారు.	122
	▸ లంబకోణ త్రిభుజం యొక్క భుజాలను బట్టి బౌధాయన – పైథాగరస్ సిద్ధాంతాలు స్పష్టం చేస్తారు.	123
	▸ సహజ సంఖ్యలపై ఆదారంగా పైథాగరస్ త్రికూటం అను సంకల్పనను స్పష్టం చేసి, త్రికూటాన్ని కనుగొంటారు.	125
	▸ త్రిభుజ భుజాలు ఇచ్చిన, పైథాగరస్ త్రికూట సంకల్పనను బట్టి, ఆ త్రిభుజం లంబకోణ త్రిభుజం అవుతుందా అని నిర్ణయిస్తారు.	125, 126

C4.3 : వేర్వేరు ద్విమితీయ ఆకారాలనుపయోగించి చదునైన ఉపరితల భాగంపై టైల్లింగ్ సహాయంతో వివిధ నగిషీలు తయారు చేస్తారు. మరియు భారతదేశంలో అలాగే ప్రపంచంలో వివిధ కళారకాలలో ఈ ఆకారాలు కనబడుతాయని గ్రహిస్తారు.	▸ చుక్కలనుపయోగించి రంగోళి యొక్క నగిషీ తయారుచేస్తారు.	12,112
	▸ ద్విమితీయ ఆకారాలను ఉపయోగించి నగిషీ తయారు చేస్తారు.	12, 29,30
C4.4 : గణితంలోని Fractal Geometry (way to describe the texture of a surface) ఈ సంకల్పనను తెలుసుకుంటారు. భారదేశంలో మరియు ప్రపంచంలోని కళాకృతులు అలాగే ప్రకృతిలోను (Fractals) కనిపిస్తాయని గ్రహిస్తారు.	▸ ఫ్రాక్టల్స్ సంకల్పనను స్పష్టం చేస్తారు. ప్రకృతిలోను కనిపించే వివిధ ఫ్రాక్టల్స్‌ను గుర్తిస్తారు.	31
	▸ ఫ్రాక్టల్స్ జ్యామితీయ ఆకారం గురించి వివరిస్తారు.	29,30
	▸ ద్విమితీయ ఆకారంలోని ఫ్రాక్టల్స్‌ను గుర్తిస్తారు.	29,30
	▸ భారతదేశంలోను అలాగే మొత్తం ప్రపంచంలోని కళాకృతులను, ప్రకృతిలోను ఫ్రాక్టల్స్ వెదుకుతారు.	29,30
	▸ వివిధ ఫ్రాక్టల్స్ లో వివిధ ద్విమితీయ కారాలను వెదుకుతారు.	29,30
	▸ ద్విమితీయ ఆకారాలనుపయోగించి (ఫ్రాక్టల్స్)ను తయారు చేస్తారు.	29,30
అభ్యాస క్రమంధ్యేయాలు 5: నిత్యజీవితంలోని అనుభవాల నుండి సమాచారాన్ని సేకరించుట, గ్రాఫ్ లతో మరియు పట్టికలలో అమర్చుట మరియు వాటి నిర్వచనం చేయుట.		
C 5.1 : సమాచారాన్ని సేకరిస్తారు. సమాచారాన్ని అమర్చుతారు. సరాసరి/సగటు, మధ్యగత, బహుళకం ఈ కేంద్రీయ ప్రవృత్తి పరిమాణాలు ఉపయోగించి సమాచార అర్థం గ్రహిస్తారు.	▸ సాంఖ్యక (data) సమాచారం సేకరిస్తారు.	135
	▸ సాంఖ్యక సమాచారంలోని ప్రాప్తంకాలు, చిహ్నాలు, పౌన: పున్యం వీటిని ఉపయోగిస్తారు.	135,136
	▸ సాంఖ్యక రూపంలోని సమాచారాన్ని నిర్వాహణ చేస్తారు.	136,137
C 5.2 : సమాచార అర్థాన్ని వివరించడానికి సరైన ప్రదర్శన (ఉదా. చిత్ర సంకేతం దీర్ఘచతురస్ర రేఖా చిత్రం, కమ్మరేఖాచిత్రం, సరళ రేఖాచిత్రం, వృత్త చిత్రం కోసం ఎన్నుకొంటారు) వాటిని స్వయంగా తయారు చేసి ఉపయోగిస్తారు.	▸ చిత్ర సంకేతాలనుపయోగించి సమాచారాన్ని ప్రదర్శిస్తారు.	138
	▸ చిత్ర సంకేతాల అర్థనిర్వచనం చేస్తారు.	138
	▸ కమ్మీరేఖాచిత్రాలను పరిశీలిస్తారు.	138,139
	▸ కమ్మీరేఖా చిత్రాలనుపయోగించి సమాచారాన్ని ప్రదర్శిస్తారు.	139,140
	▸ కమ్మీ రేఖా చిత్రాల అర్థ నిర్వచనం చేస్తారు.	141
	▸ ఇన్ఫోగ్రాపిక్స్ సహాయంతో సమాచార ప్రదర్శన చేస్తారు.	142
	▸ ఇన్ఫోగ్రాపిక్స్ సమాచారం తెలుసుకుంటారు.	142,143
	▸ ఇన్ఫోగ్రాపిక్స్ లోని కళాత్మాక మరియు సౌందర్యం మీ అనుభవాన్ని పొందుతారు.	143
అభ్యాస క్రమంధ్యేయాలు 6: గణితఆలోచన ప్రక్రియనుఅభివృద్ధిపరుచుట. గణితసంకల్పనల తార్కికమరియునిర్ధిష్టసమాచారమార్పిడి చేసే సామర్థ్యం అభివృద్ధి చేయుట.		
C 6.1 : బీజగణిత ప్రాథమిక సంఖ్యా సిద్ధాంతం (Elementary Number Theory) మరియు జ్యామితి లాంటి క్షేత్రాలలోని అర్థవివరణ, అంచనాలు తయారు చేసి వాటి సిద్ధాంతాలు సరైన పద్ధతిలోకి మార్చుతారు. మూల్యమాపనం చేయడానికి ఉదయమన మరియు నిగమన పద్ధతులనుపయోగించి సమర్థవంతంగా సాధిస్తారు.	▸ ఇచ్చిన సమాచారాన్ని విశ్లేషిస్తారు.	37,116 117,133
	▸ ఇచ్చిన సమాచారాన్ని తార్కిక దృష్టితో ఆలోచిస్తారు.	39,120
	▸ అంశాలపై/సమాచారంపై ఆలోచనను సొంత పదాలతో నిర్దిష్టంగా వ్యక్తపరుస్తారు.	97
	▸ బీజగణితం ప్రాథమిక సంఖ్యల సిద్ధాంతం జ్యామితి లాంటి క్షేత్రాలలోని వాఖ్యానాలను విశ్లేషణ చేస్తారు.	3
	▸ సంపాదించిన సమాచారం మరియు సిద్ధాంతాలు నిర్దిష్టంగా సొంత మాటలలో వ్యక్తపరుస్తారు.	122-124
	▸ సిద్ధాంతాలు/గణిత నిర్వచనాలు నిరూపణ చేయడానికి ఉద్గమన/నిగమన పద్ధతులనుపయోగిస్తారు.	108,114
	▸ సిద్ధాంతాలు, గణిత నిర్వచనాలు, వివిధ ఉదాహరణల సహాయంతో నిరూపణ అవుతాయి. దీనిపై సోదాహరణతో వాదిస్తారు.	125,126
	▸ ఇతర విద్యార్థులతో చర్చించి, వారి ఆలోచనను అర్థం చేసుకొంటారు.	88
అభ్యాస క్రమంధ్యేయాలు 7: గణితప్రహేళికలుమరియుసమస్యపరిష్కారికైసొంతసృజనశీలపద్ధతిమరియుకార్యపద్ధతిఆభివృద్ధిచేయుట.		
C 7.1 : ప్రహేళిక మరియు ఇతర సమస్యలు పరిష్కరిస్తున్నప్పుడు సొంత సృజనాత్మక ఉపాయాన్ని వెదుకుతారు. ఇతరులు తెలుసుకొన్న వేర్వేరు ఉపాయలకు ప్రోత్సాహమిస్తారు.	▸ గణిత ప్రహేళిక అర్థం చేసుకొంటారు.	75
	▸ గణిత ప్రహేళికను సాధించడానికి ఇచ్చిన అంశాలతో మధ్య సంబంధాన్ని వెదుకుతారు.	26,42
	▸ సమస్య పరిష్కారానికి వినూత్నంగా ఆలోచిస్తారు.	148
	▸ గణిత ప్రహేళిక, సమస్య పరిష్కారానికి కార్యాపద్ధతి అభివృద్ధిపరుస్తారు.	148
	▸ గణిత ప్రహేళికలు సాధించునపుడు ఇతరులు కనుగొన్న ఉపాయాలను ప్రోత్సాహిస్తారు.	146

C 7.2 : ప్రహేళికలు తయారు చేయడం, వాటిని సాధించుటలో కళాత్మకత మరియు సౌందర్యాన్ని వెదుకుతారు. తనను తాను నిమగ్నం చేసుకుంటారు, పాల్గొంటారు.	▸ గణిత ప్రహేళికలు స్వయంగా తయారుచేస్తారు.	77
	▸ ముద్రిత, డిజిటల్ మాధ్యమాలలో వచ్చిన ప్రహేళికలను సాధిస్తారు.	146
అభ్యాస క్రమంధ్యేయాలు గన 8: సమాచార విశ్లేషణ, అమరికను గుర్తించుట, సమాచార ప్రదర్శన, సాధారీకరణ, నైరూప్యత మరియు అల్గారిథం తయారుచేయుట. దీనికై సంగణక ఆలోచన ప్రక్రియలోని ప్రాథమిక కౌశల్యాలు, క్షమతలు అభివృద్ధిపరుచుట. సంగణక ఆలోచన వ్యవస్థ ఏచోట పరిణామకారం చూపుతుందో ఆచోట సమస్యను సాధించడానికి దానిని ఉపయోగించుట.		
C 8.1 : పునరావృత్త చిహ్నం కితాల ప్రదర్శన మరియు తార్కిక్రియ లాంటి ఆదేశాలు (Software) తయారు చేసే సాంకేతికత నుపయోగించి సమస్యను నూతన దృష్టితో చూసి, క్రమబద్ధ దశల శ్రేణిని ఉపయోగించి సమస్యను మళ్ళీ అమర్చుతారు.	▸ ఇచ్చిన సమాచారంను విద్యార్థులు సమస్యలను అర్థం చేసుకొని సాధిస్తారు.	125,126
	▸ రేఖా చిత్రాలను గుర్తిస్తుంది.	28
	▸ ఇచ్చిన సమాచారాన్ని రేఖాచిత్రాలు, పట్టికలు మొదలైన వాటి ద్వారా వివిధ మార్గాల్లో అందిస్తుంది.	143
	▸ నియమాలను మరియు తర్కాన్ని రేఖాచిత్రాలలో వివరిస్తుంది.	28,29
అభ్యాస క్రమంధ్యేయాలు గన 9: భారతదేశంలో మరియు ప్రపంచంలోని గణితంలో కాలానుగుణంగా జరిగిన అభివృద్ధిని తెలుసుకొని గ్రహించి, అర్థం చేసుకొనుట. ప్రాచీన మరియు ఆధునిక గణితజ్ఞుల పాత్రను తెలుసుకొనుట మరియు వారి యొక్క కార్యాలను గూర్చి అభిమానం చెందుట.		
C 9.1 : వివిధ సంస్కృతులలో వేర్వేరు కాల వ్యవధులలో కొలిచే పద్ధతులు పూర్ణాంక సంఖ్యలు, ఋణ సంఖ్యలు, ఆకర్షణీయ సంఖ్యలు, సున్న మొదలైన బీజగణిత, జ్యామితిలలోని భావనలను ఎలా అభివృద్ధి చేందామో అభ్యసిస్తారు.	▸ వివిధ సంస్కృతులలో వేర్వేరు కాలవ్యవధులలో కొలిచే పద్ధతులను అభ్యసిస్తారు. గుర్తిస్తారు.	100
	▸ పూర్ణాంకాలు, ఋణసంఖ్యలు, అకర్షణీయ సంఖ్యలు, సున్న ఈ భావనలు ఎలా అభివృద్ధి చెందాయో వాటిని అభ్యసిస్తారు. తెలుసుకొంటారు.	18,21
	▸ బీజగణిత, జ్యామితి భావనలు ఎలా అభివృద్ధి చెందాయో అభ్యసిస్తారు.	10,14,15
C 9.2 : భారత గణితాజ్ఞులు ఉదా. బౌధాయన్, పింగళ, ఆర్యభట్టు, బ్రహ్మగుప్తుడు విరహంక, భాస్కర్, రామానుజలతోపాటు రాష్ట్రంలోని గణితజ్ఞుల సహాకారం తెలుసుకంటారు వారిపట్ల అభిమానాన్ని వ్యక్తపరుస్తారు.)	▸ భారత గణితజ్ఞుడు బౌధాయనను పరిచయం చేసి ఆయన సహాకారం గురించి తెలుసుకుంటారు. వారిపట్ల అభిమానాన్ని ప్రదర్శిస్తారు.	123,124
	▸ భారత గణితజ్ఞులు పింగల, ఆర్యభట్టు, బ్రహ్మగుప్తుడు, విరహంక, భాస్కరుడు, రామానుజల పరిచయం చేసుకొంటారు. వారిపట్ల అభిమానాన్ని వ్యక్త పరుస్తారు.	47,146
	▸ మహారాష్ట్రలోని గణితజ్ఞుడు దత్తాత్రేయ, రామచంద్ర కాప్రేకర్‌ను పరిచయం చేసి వారి సహాకారం గురించి తెలుసుకొని, అభిమానిస్తారు.	26
అభ్యాస క్రమంధ్యేయాలు గన 10: పాఠశాల ఇతర విషయాలతో బాటు గణిత విషయం సమన్వయాన్ని తెలుసుకొనుట.		
C 10.1 : విజ్ఞానం, సామాజిక శాస్త్రం, దృశ్యకళ (visual arts) సంగీతం, వృత్తివిద్య మరియు క్రీడలాంటివి వివిధ విషయాలతో గల గణితం సమన్వయాన్ని గుర్తిస్తారు.	▸ గణిత విషయం సామాన్య శాస్త్రాల మధ్య సమన్వయాన్ని స్పష్టం చేస్తారు.	11,21, 67,71
	▸ గణిత విషయం, సాంఘీక శాస్త్రాల మధ్య సమన్వయాన్ని స్పష్టం చేస్తారు.	9,12
	▸ గణిత విషయం దృశ్యకళ విషయాల మధ్య సమన్వయాన్ని స్పష్టం చేస్తారు.	12,15, 30,31
	▸ గణిత విషయం, సంగీత విషయాల మధ్య సమన్వయాన్ని స్పష్టం చేస్తారు.	1
	▸ గణిత విషయం వృత్తి విద్యల మధ్య సమన్వయాన్ని స్పష్టం చేస్తారు.	84,91, 94
	▸ గణిత విషయం క్రీడా విషయాల మధ్య సమన్వయాన్ని స్పష్టం చేస్తారు.	1,9, 35,58
అభ్యాస క్రమంధ్యేయాలు గన 11: నిత్యజీవితంలోని సమస్యల సాధనకై ఆర్థిక సాక్షరతను అభివృద్ధి చేయుట.		
C 11.1: భాగస్వామ్యం, లాభనష్టాలు భావనలను గ్రహించుట, నిత్యజీవితంలోని సమస్యలను పరిష్కరించుకొనుట.	▸ వ్యాపారంలో లాభనష్టాలను గుర్తిస్తారు.	85
	▸ లాభనష్టాలపై పరిణామం చూపే అంశాలను గుర్తిస్తారు.	87
	▸ వ్యాపారంలో వచ్చిన లాభనష్టాలను కనుగొంటారు.	86,87
C 11.3 : బ్యాంకు వ్యవహారం, వడ్డీ విధింపు (సరళవడ్డీ, చక్రవడ్డీ) ఆధారంగా నిత్యజీవిత సమస్యలను పరిష్కరించుకొంటారు.	▸ అసలు, రేటు, కాలం, ఇచ్చినపుడు సరళవడ్డీని కనుగొనుట.	133,134

పాఠ్యపుస్తకమును ఉపయోగిస్తున్నపుడు

ఈ పాఠ్యపుస్తకం జాతీయ విద్యావిధానం (NEP -2020) మరియు రాష్ట్ర పాఠ్యప్రణాళిక చట్టం ప్రకారం తయారు చేయబడినది. కాబట్టి బోధించునపుడు లేదా పాఠ్యపుస్తకాన్ని అర్థం చేసుకొంటున్నపుడు కింది అంశాలను పరిగణనలోకి తీసుకొండి.

- పాఠ్యపుస్తకంలోని (పాఠ్యాంశాలు, కృతిఉపక్రమాలు, ప్రకల్పాలు, ప్రాత్యక్షికాలు, గణిత ప్రహేళికలు) అన్ని గణిత సంబోధనలు స్పష్టం కావడానికి పరిసరాలలోని సాధనాలను మరియు పాఠశాలలో అందుబాటులో ఉన్న గణిత పెట్టెలోని సాధనాలను ఉపయోగించండి.
- నూతన సంకల్పనలకై మరిన్ని సందర్భాలను మీ స్థాయిలో పొంది ఉపయోగించండి.
- ఇమోజితోపాటు వచ్చిన శీర్షికలను (పునర్విమర్శ, అర్థం చేసుకొండి, గణిత చర్చ, ఆలోచించండి. అభ్యాసమాలిక, స్వీయ అధ్యాయనం, ఒక చూపులో, చరిత్రలోని సందర్భం) సంకల్పనల గ్రహింపు, మూలాంశాలు మరియు మూల్యాలు, జీవన కౌశల్యాల అభివృద్ధి.
- విద్యార్థికి పొందిన జ్ఞానాన్ని అన్వయించే అవకాశాల ఉపయోగం విమర్శానాత్మకంగా ఆలోచించేలా విద్యార్థిని ప్రోత్సాహించండి.
- ప్రతిపాఠం నుండి అధ్యయన నిష్పత్తులు సాధించే విధంగా రూపొందించబడింది. పాఠ్యపుస్తకంలో ఇచ్చిన సూచనలు మార్గదర్శకంగా ఉన్నాయి. కానీ బోధించునపుడు సౌలభ్యత అవసరం.
- వివిధ గణితకోణం (చర్చ, బోధన, అభ్యాసం, ఆటలు) ద్వారా విద్యార్థులలో విమర్శానాత్మక ఆలోచనా సామర్థ్యం, తార్కిక సామర్థ్యం అంచనా వేయు కౌశల్యం అభివృద్ధి చేయండి.
- ఉపాధ్యాయుడు, విద్యార్థుల మధ్య అంతరక్రియను స్పష్టంగా నిదర్శనానికి రావడానికి, పాఠ్యపుస్తకంలో తగిన ఇమోజీ ఉపయోగించబడినవి. ఉదా. జ్ఞాపకం చేసుకొండి, అర్థం చేసుకొండి, నాకు అర్థమైంది. కృత్యం చేయండి. గణిత క్రీడ, ఆలోచించండి. గణిత గమ్మత్తులు మరియు చర్చించండి మొదలైనవి.
- ప్రత్యేక అవసరాలు గల విద్యార్థులకై అధ్యయన – అధ్యాపన ప్రక్రియ చేయునపుడు సాంకేతిక చిహ్నాల బాష (Sign Language) అలాగే అనుబంధ అధ్యాపన పద్ధతులనుపయోగించండి. ఇలాంటి విద్యార్థులకు ఏ పద్ధతిలో సాధ్యమయితే ఆ పద్ధతిలో వ్యక్తపరిచే అవకాశం ఇవ్వండి.

విషయసూచిక

క్ర.సం.	పాఠం పేరు	పుట సంఖ్య
1	త్రిమితీయ ఆకారాలు	1-8
2	రేఖలు మరియు కోణాలు	9-17
3	సంఖ్యల ప్రపంచంలో	18-26
4	ఆకృతుల అమరికలు	27-32
5	గ.సా.భా మరియు క.సా.గు	33-42
6	భిన్నాలు	43-49
7	నిష్పత్తి మరియు ప్రమాణం	50-56
8	త్రిభుజాలు మరియు చతుర్భుజాలు	57-64
9	సమీకరణాలు	65-74
10	మాయాగణితం-1	75-77
11	దశాంశ భిన్నాలు	78-83
12	లాభం - నష్టం	84-89
13	శాతములు	90-97
14	జ్యామితీయ నిర్మాణాలు	98-107
15	చుట్టు కొలత మరియు వైశాల్యం	108-121
16	బౌధాయన - పైథాగరస్ సిద్ధాంతం	122-126
17	బ్యాంకులు మరియు సరళవడ్డీ	127-134
18	సమాచార ప్రదర్శన	135-145
19	మాయా గణితం -2	146-148
20	జవాబుల సూచిక	149-156

1 త్రిమితీయ ఆకారాలు

పునర్విమర్శ

✻ క్రింది వస్తువుల ఆకారాలను గుర్తించి వాటిని ద్విమితీయ మరియు త్రిమితీయ ఆకారాలుగా వర్గీకరణ చేయండి.

డోలు

టేబల్ ఉపరితల భాగం

సన్నాయి

క్యారంబోర్డు ఉపరితల భాగం

హార్మోనియం

రహదారి

ఆటస్థలం

బొంగరం

వ.క్ర.	ద్విమితీయ ఆకారం	త్రిమితీయ ఆకారం
1	టేబల్ ఉపరితల భాగం	
2		
3		
4		

✻ మీకు తెలిసిన మరికొన్ని ఆకారాల పేర్లు రాసి, వర్గీకరణ చేయండి.

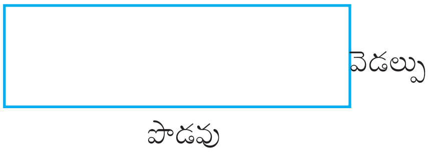
కొలతలు (Dimensions)

అర్థం చేసుకొండి.

✻ ఏకమితీయ ఆకారం (One Dimensional shape) (1D)

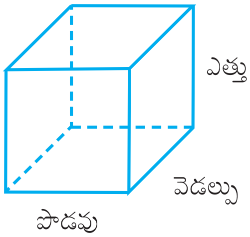
పొడవు

✻ ద్విమితీయ ఆకారం (Two Dimensional shape) (2D)



త్రిమితీయ ఆకారం సమతల ప్రదేశ పరితల భాగంపై స్థలాన్ని ఆక్రమిస్తుంది.

* త్రిమితీయ ఆకారం (Three Dimensional shape) (3D)



త్రిమితీయ ఆకారం అవకాశంలో స్థలాన్ని ఆక్రమిస్తుంది.

అంతర్జాలం మాధ్యమము ద్వారా ద్విమితీయ మరియు త్రిమితీయ ఆకారాలను పరిశీలించండి.

గణిత చర్చ

క్రింది అంశాలను బట్టి చిత్రంలోని ద్విమితీయ మరియు త్రిమితీయ ఆకారాలను గూర్చి చర్చించండి.

1) చెట్టు మరియు దాని నీడ 2) బీరువాతలాలు, బీరువా 3) పెట్టె తలాలు, పెట్టె

కృత్యాన్ని చేయండి.

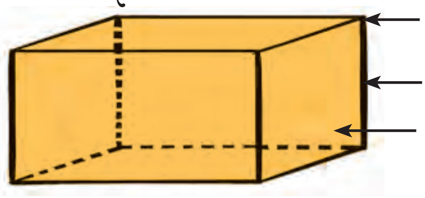
మీరు త్రిమితీయ ఆకారం ఎలా తయారు చేయగలుగుతారు.

నేను అగ్గిపెట్టెలో తడిమట్టి నింపి, దానితో ఇటుక (దీర్ఘఘనం) తయారు చేస్తాను.

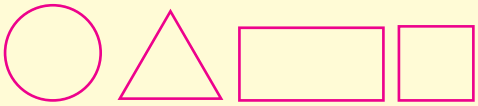
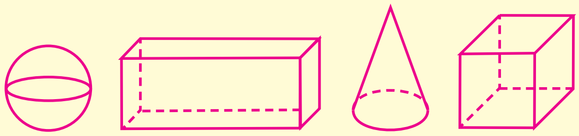
అవును తయారయిన ఆకారం (దీర్ఘఘనాకారం) త్రిమితీయ మేనా? దానిని సరిచూసుకోండి.

ఆకారాల అంశాలు

అర్థం చేసుకోండి.

ద్విమితీయ ఆకారం	త్రిమితీయ ఆకారం
	
దీర్ఘఘనాకారం	దీర్ఘఘనాకారం

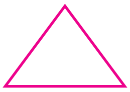
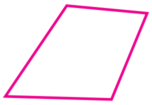
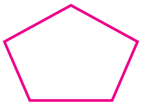
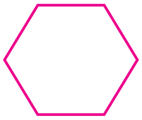
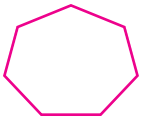
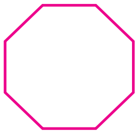
ఉపాధ్యాయులకు సూచనలు: విద్యార్థులకు త్రిమితీయ ఆకారాల అనుభవాన్ని కలిగించడానికి ప్రత్యక్షంగా వస్తువులను చేపట్టనీయండి.

ద్విమితీయ కారాలు	త్రిమితీయ ఆకారాలు
* రెండుభుజాల ఉమ్మడి బిందువు శీర్షబిందువు (Vertex) అవుతుంది. * ద్విమితీయ ఆకారాలలో రెండు పక్కనున్న శీర్షబిందువులను కలిపే రేఖాఖండం అనగా ఆకృతి యొక్క భుజం అవుతుంది. * ద్విమితీయ ఆకారానికి ఒకే ఉపరితలం ఉంటుంది.	* మూడు లేకమూడుకంటె ఎక్కువ అంచుల ఉమ్మడి బిందువు, శీర్షబిందువు (Vertex) అవుతుంది. * త్రిమితీయ ఆకారాలలో రెండు ఉపరితలాల ఉమ్మడి భుజంను అంచు (Edge) అంటారు. * త్రిమితీయ ఆకారం అనేక తలాలు కలిసి తయారు అవుతుంది.
	

ద్విమితీయ ఆకారాలు

* బహుభుజి: మూడు లేదా మూడుకంటే ఎక్కువ భుజాలు కలిగిన సంవృత ఆకారం బహుభుజి అవుతుంది.

* **కింద పట్టికను పూర్తి చేయండి.**

పేరు	పటం	శీర్షబిందువుల సంఖ్య	భుజాల సంఖ్య
త్రిభుజం		3	3
చతుర్భుజం			
పంచభుజి			
షడ్భుజి			
సప్తభుజి			
....			

ఆలోచించండి.

బహుభుజాకృతుల భుజాల సంఖ్యను పెంచుకుంటు పోయినచో ఏ సంవృత్తపటం తయారగును.

కృత్యాన్ని చేయండి.

స్ట్రా సహాయంతో వివిధ రకాల బహుభుజాకృతులను తయారు చేయండి.

త్రిమితీయ ఆకారాలు

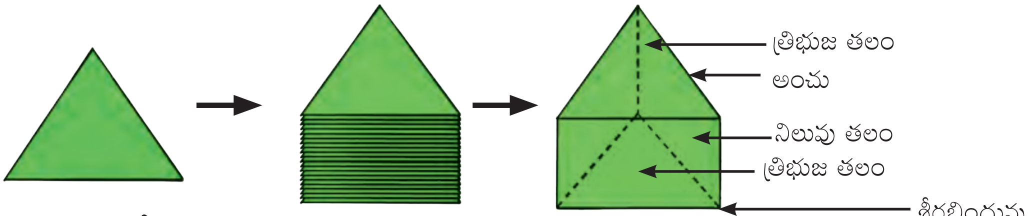
పట్టకము (కూచి/Prism)

(1) త్రిభుజ పట్టకం

కృత్యం 1 : (1) దళసరి అట్టలను 10 నుండి 15 సమాన ఆకారాల త్రిభుజాలుగా కత్తిరించండి.

(2) కత్తిరించిన త్రిభుజాలను ఒకదానిపై ఒకటి ఉంచండి.

(3) తయారయిన త్రిమితీయ ఆకారం యొక్క అంశాలను రాయండి.



తయారయిన త్రిమితీయ ఆకారం త్రిభుజ పట్టకం అగును.

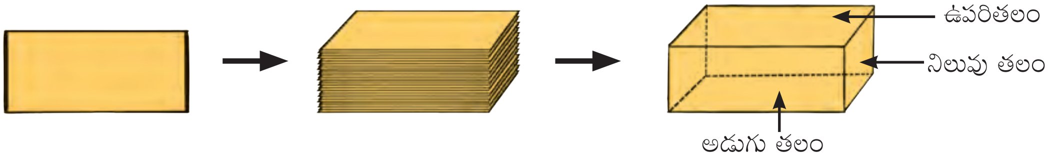
త్రిభుజపట్టకానికి [6] శీర్షబిందువులు, [2] త్రిభుజతలాలు, [3] దీర్ఘచతురస్రతలాలు, [9] అంచులు ఉన్నాయి.

(2) దీర్ఘఘనం లేదా చతుర్భుజ పట్టకము

కృత్యం 2 : (1) దళసరి అట్టలను 10 నుండి 15 సమాన ఆకారాల దీర్ఘచతురస్రాలుగా కత్తరించండి.

(2) కత్తిరించిన దీర్ఘచతురస్రాలను ఒకదానిపై ఒకటి పెట్టండి.

(3) తయారయిన త్రిమితీయ ఆకారం యొక్క అంశాలను రాయండి.



తయారయిన త్రిమితీయ ఆకారం దీర్ఘఘన పట్టకము అగును..

దీర్ఘఘనపట్టకానికి [ ] శీర్షబిందువులు, [ ] దీర్ఘఘనాకారతలములు, [ ] అంచులు ఉన్నాయి.

ప్రాత్యక్షికం

పై కృత్యం 1 మరియు కృత్యం 2 లాగే వేర్వేరు ఆకారాలు తీసుకొని ఉదాహరణకు చతురస్రం, పంచభుజి, షడ్భుజి వాటిని ఒకదానిపై ఒకటి రచించి పట్టకము తయారు చేయండి. వాటి పేర్లు, శీర్షబిందువులు, తలములు, అంచులు వీటిని నమోదు చేయండి.

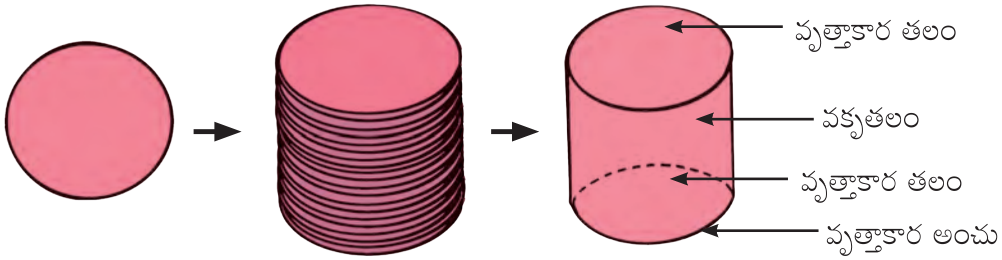
- **స్థూపం (స్థూపాకారం)**

కృత్యం 3 : (1) దళసరి అట్టలను 10 నుండి 15 సమాన వ్యాసార్ధాల వృత్తాలుగా కత్తిరించండి.

(2) కత్తిరించిన వృత్తాలను ఒకదానిపై ఒకటి పెట్టండి.

ఉపాధ్యాయులకు సూచన : పట్టకము పేరు ఎలా నిర్ణయించబడుతుందో దీనిని గూర్చి విద్యార్థులతో చర్చింపజేయండి.

(3) తయారయిన త్రిమితీయ ఆకారం యొక్క అంశాలు రాయండి.

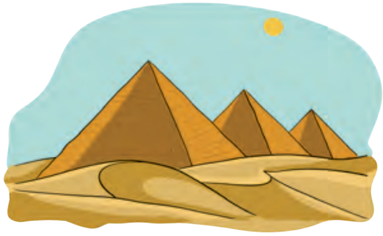


తయారయిన త్రిమితీయ ఆకారం ఒక స్థూపం. స్థూపానికి [ ] వృత్తాకృతి [ ] వక్రతలాలు, [ ] వృత్తాకార అంచులు ఉన్నాయి.

సూచి (Pyramid)

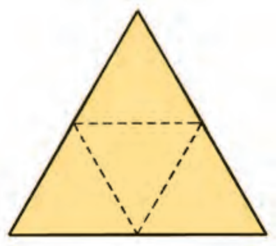
అర్థం చేసుకోండి

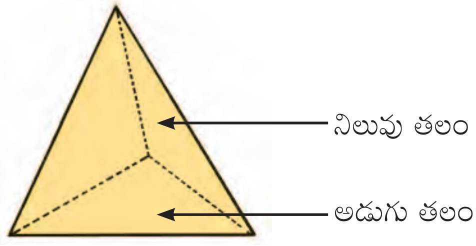
కింది చిత్రాలలో చూపబడిన పిరమిడ్ మరియు గుడారాలను పరిశీలించండి. ఈ చిత్రాలలో వీటి నిలువు తలములు త్రిభుజాకారంగా ఉండి అవి శీర్షస్థానంలో ఏకమవుతున్నట్లుగా నిర్మితమై ఉన్నాయి.



(1) త్రిభుజాకార సూచి

కింది పటాలలో భుజాల పొడవులు సమానంగా ఉన్న త్రిభుజాలు ఉన్నాయి. వాటి ప్రతిభుజం యొక్క మధ్య బిందువులు కలుపబడి ఉన్నాయి. కల్పిత రేఖలపై మడిచి మూడు శీర్షాలను ఒక్కచోట చేర్చబడినవి. తయారు అయిన త్రిమితీయ ఆకారం త్రిభుజాకార సూచి అవుతుంది.



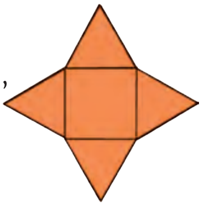


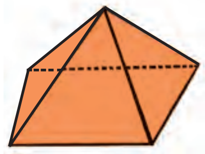
త్రిభుజాకార సూచికి [4] శీర్షబిందువులు, [4] త్రిభుజాకారతలములు, [6] అంచులు.

(2) చతుర్భుజ సూచి

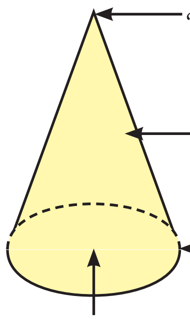
పక్కనున్న త్రిమితీయ ఆకారం చతుర్భుజ సూచి.

దానిలో [ ] శీర్షబిందువులు, [ ] త్రిభుజాకారతలములు, [ ] అంచులు, [ ] చతుర్భుజాకార తలములు గలవు.





● శంకువు (వృత్తసూచి)



కృత్యం:

(1) కాగితంపై 6 సెం.మీ.ల వ్యాసార్థం గల వృత్తాన్ని గీయుము.

(2) కత్తెరతో వృత్తాన్ని కత్తిరించండి. దానిని రెండు అర్ధవృత్తాలుగా కత్తిరించండి.

(3) ఒక అర్ధవృత్తం యొక్క రెండు వ్యాసార్థాలను ఒకదానికొకటి అంటించండి.

(4) కాగితంపై 3 సెం.మీ.ల వ్యాసార్థం గల మరో వృత్తాన్ని గీయుము. దానిని కత్తిరించగా ఏర్పడిన ఆకారమును పరిధిపై అంటించుము.

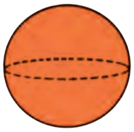
(5) తయారయిన త్రిమితీయ ఆకారం శంకువు అవుతుంది.

(6) శంకువు అంశాలు రాయండి.

☐ శీర్షబిందువులు ☐ వృత్తాకార అంచులు

☐ వృత్తాకార తలములు ☐ వక్రతలములు

● గోళము



మనం రోజువారీ జీవితంలో బంతి, లడ్డు లాంటి ఆకారాలను చూస్తాం. బంతి యొక్క ఆకారం గుండ్రంగా ఉంటుంది. ఈ త్రిమితీయ ఆకృతికి అంచులు, శీర్షబిందువులు ఉండవు, కానీ ఒక వక్రతలం ఉంటుంది.

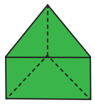
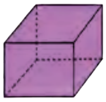
చర్చించండి.

(1) పట్టకము (కూచి), సూచి, స్థూపం, శంకవులాంటి వాటి ఎత్తును ఎలా చూపించగలము?

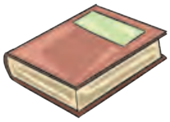
(2) గోళము ఈ త్రిమితీయ ఆకారం ఎత్తును చూపించగలమా?

అభ్యాసం 1.1

1) కింది పట్టికను పూర్తి చేయండి.

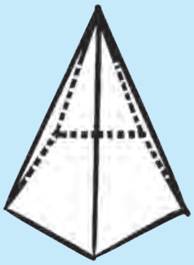
సూచి/పట్టకము	త్రిభుజి		చతుర్భుజి		పంచభుజి	
	పట్టకం	సూచి	పట్టకం	సూచి	పట్టకం	సూచి
చిత్రం						
భూతలం	త్రిభుజాకారం	త్రిభుజాకారం				
శీర్షబిందువుల సంఖ్య	6	4				
అంచుల సంఖ్య	9	6				
నిలువు తలాల సంఖ్య	3	3				
ఉపరితలాలు	2	1				

2) పరిసరాలలో కనిపించే ఆకారాల పేర్లు రాసి పట్టికను పూర్తి చేయండి.

				
శంకువు				

పట్టకం మరియు సూచిల మధ్య భేదం

అర్థం చేసుకోండి.

	పట్టకం	సూచి
తలములు	భూతలం మరియు ఉపరితలం త్రిభుజాకార, చతుర్భుజాకార లేదా బహుభుజాకార ఆకృతిలో ఉంటుంది. నిలువు తలం దీర్ఘచతురస్రాకార ఆకృతిలో ఉంటుంది.	భూతలం త్రిభుజాకార, చతుర్భుజాకార లేదా బహుభుజాకార ఆకృతిలో ఉంటుంది. నిలువు తలం త్రిభుజాకారంలో ఉంటుంది.
శీర్షబిందువులు	భూతలం మరియు ఉపరితలంలో ఉంటాయి.	భూతలం మరియు పైన ఒకటి ఉంటుంది.
అంచులు	భూతలం లేదా ఉపరితలాల భుజాల సంఖ్యకు మూడురెట్లు ఉంటాయి.	భూతలం యొక్క భుజాల సంఖ్యకు రెట్టింపు ఉంటాయి.
ఆకృతులు		

ఆలోచించండి.

1) ఘనం అనునది దీర్ఘఘనమా లేక సూచియా?

2) ఏ ఆకృతిలో అన్ని ఉపరితలాలు త్రిభుజాకారంలో ఉంటాయి?

3) భూతలం యొక్క ఉపరితలాల భుజాల సంఖ్యను పెంచుతూ పోయినచో, ఏ పట్టకం/సూచి ఏర్పడుతుంది?

ఒకేచూపులో

- అనేక భుజాలు గల సంవృతాకృతి అనగా బహుభుజాకృతి.
- కొలతలు: ఏకమితీయ, ద్విమితీయ, మరియు త్రిమితీయ ఆకారాలు.

స్వయం అధ్యయనం 1

1) సరైన పర్యాయాన్ని ఎన్నుకోండి.

(i) క్యారం యొక్క కాయిన్స్‌ను ఒకదానిపై ఒకటి పెట్టినచో ఏ ఆకారం తయారవుతుంది?

అ) దీర్ఘఘనం బ) స్థూపం క) శంకువు డ) ఘనం

(ii) ఇసుక గడియారం ఏ 2 సమాన ఆకారాలతో తయారయింది?

అ) ఘనం బ) త్రిభుజపట్టకం క) గోళం డ) శంకువు

(iii) కింది వాటిలో ఏది త్రిమితీయాకారం కాదు?

అ) చతురస్రం బ) గోళం క) స్థూపం డ) శంకువు

2) కింది ఇచ్చిన సంఖ్యలను బట్టి త్రిమితీయ ఆకృతులను గీసి, పేర్లు రాయండి.

i) 5 తలాలు, 5 శీర్షబిందువులు మరియు 8 అంచులు గలవు. ఒక ఉపరితలం చతురస్రాకృతి, మిగిలిన తలాలు త్రిభుజాకారంలో గలవు.

↓

----

ii) ఒక తలం వక్రాకారం. శీర్షబిందువులు లేవు, అంచులు కూడా లేవు.

↓

----

iii) 6 తలాలు, 12 అంచులు మరియు 8 శీర్షబిందువులు గలవు.

↓

----

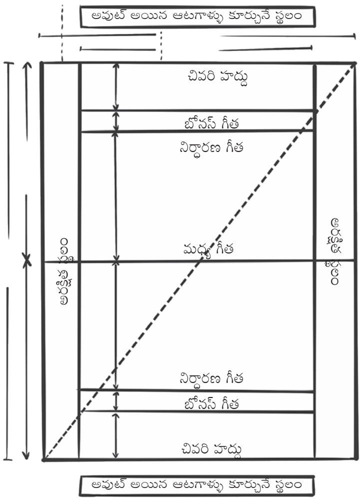
iv) 1 వక్రతలం, 2 వృత్తాకార అంచులు 2 సమతలాలు గలవు.

↓

----

2 రేఖలు మరియు కోణాలు

పునఃవిమర్శ



ఏదైన ఆటస్థలాన్ని రూపొందిస్తున్నప్పుడు జ్యామితీయ ఆకారాలు మరియు ప్రాథమిక సంకల్పనలు ఉపయోగపడతాయి. పక్కనున్న చిత్రంలో కబడ్డీ మైదానాన్ని రూపొందించినది చూపబడింది; దానిని రూపొందిస్తున్నప్పుడు కొన్ని ప్రాథమిక జ్యామితీయ సంకల్పనలను ఉపయోగించారు, ఉదాహరణకు బిందువులు, రేఖలు, తలాలు.

ఇప్పుడు మనం బిందువులు, రేఖలు, తలాలు ఈ ప్రాథమిక సంకల్పనలను అభ్యాసం చేయబోతున్నాం. ఈ అంశాల సహాయంతో మనకు రేఖాగణితంలో మరింత అభివృద్ధికర విషయాలు ఉదాహరణకు, వివిధ ఆకారాల నిర్మాణం, వాటి విశ్లేషణను అర్థం చేసుకోవడంలో సహాయపడతాయి.

బిందువు (Point)

అర్థం చేసుకోండి.

కాగితంపై వాడి మొన గల పెన్సిల్ పెట్టి చుక్క పెట్టండి. ఈ చుక్కయే బిందువు. బిందువుకు పొడవు, వెడల్పు లేదా మందం ఉండదు. బిందువును చూపడానికి ఆంగ్లభాషలోని పెద్ద అక్షరాలను ఉపయోగిస్తారు. ఉదా. బిందువు P, బిందువు Q, బిందువు R ఇలా.

కృత్యం చేయండి.

పక్కనున్న మహారాష్ట్ర యొక్క భౌగోళిక పటంలో కింది పట్టణాలను బిందువులతో చూపండి.

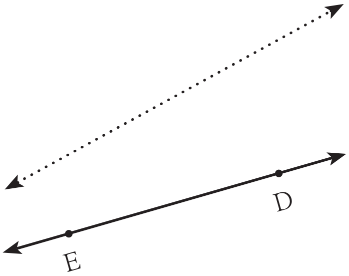
1) పుణె 2) ముంబయి

3) నాసిక్ 4) నాగ్పూర్

5) కొల్హాపూర్ 6) సాతారా

సరళరేఖ (Line)

పక్కనున్న పటం ఒక రేఖ. సరళరేఖ రెండు వైపులా అనంతంగా సాగుతుంది. దీనిని చూపడానికి ఇరువైపులా బాణం గుర్తులను ఉంచుతాం. రేఖ ఏకమితీయ అవుతుంది, రేఖపై అసంఖ్యాక బిందువులు ఉంటాయి. రేఖ పేరును రేఖపై గల ఏవైనా రెండు బిందువులతో సూచిస్తారు. ఉదా. పక్కనున్న పటంలోని రేఖ పేరు రేఖ DE లేదా రేఖ ED. కొన్నిసార్లు ఆంగ్లభాషలోని చిన్న అక్షరాల్లోని ఒకే అక్షరాన్ని ఉపయోగించి కూడా రేఖ పేరు రాస్తారు. ఉదా. రేఖ m, రేఖ n, రేఖ a.



సరేఖీయ మరియు భిన్నరేఖీయ బిందువులు(Collinear and Non-collinear points)

గణితీయ చర్చ

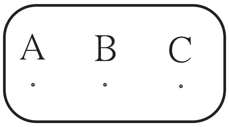
(1) కాగితంపై ఒక బిందువును తీసుకోండి. దానినుండి వెళ్లే రేఖను గీయండి. ఇలా ఎన్ని రేఖలను గీయవచ్చు?

(2) ఇప్పుడు కాగితంపై రెండు బిందువులు తీసుకోండి. ఆ రెండు బిందువుల నుండి వెళ్లే రేఖను గీయండి. ఇలా ఎన్ని రేఖలను గీయవచ్చు?

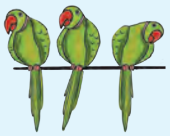
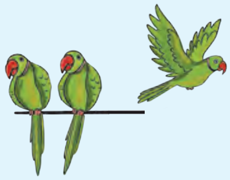
(3) కాగితంపై మూడు బిందువులు తీసుకోండి. ఆ మూడు బిందువుల నుండి వెళ్ళునట్లుగా ఎన్ని రేఖలను గీయవచ్చు?

సరిత మరియు ఆఫ్రోజ్‌లు మూడు బిందువులను కింది విధంగా గుర్తించారు.

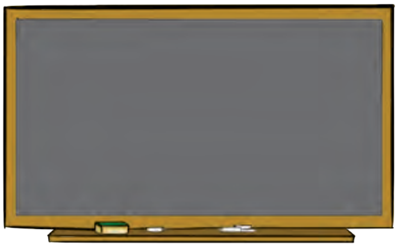
సరిత



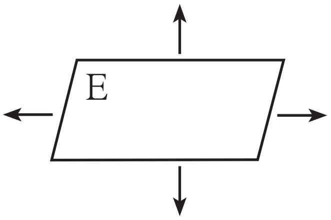
ఆఫ్రోజ్

• సరిత గుర్తించిన మూడు బిందువుల గుండా ఒకే రేఖను గీయవచ్చు.	• ఆఫ్రోజ్ గుర్తించిన మూడు బిందువుల గుండా వెళ్ళునట్లుగా ఒక రేఖను కూడా గీయలేము.
• ఇలా మూడు లేక మూడుకంటే ఎక్కువ బిందువుల గుండా ఒకే రేఖ వెళ్తున్నట్లయితే వాటిని సరేఖీయ బిందువులు అని అంటాము.	• ఇలా మూడు లేక మూడుకంటే ఎక్కువ బిందువుల గుండా ఒక రేఖను గూడా గీయలేనట్లయితే వాటిని భిన్నరేఖీయ బిందువులు అని అంటాము.
తీగపై కూర్చున్న పక్షులు	
	

తలం (Plane)



చిత్రంలో టేబుల్, నల్లబల్ల వీటి ఉపరితలం చదునుగా ఉన్నది. ఈ చదునైన ఉపరితలం అన్నివైపులా అనంతంగా గల ఉపరితలంలో భాగం. అన్నివైపులా అనంతంగా గల చదునైన ఉపరితలమే తలం. ఈ అనంతాన్ని బాణాలతో చూపబడినది.



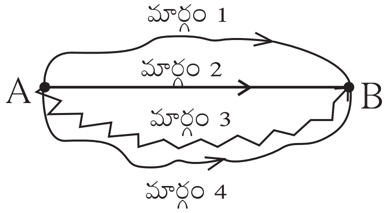
తలం పేరును ఆంగ్లభాషలోని పెద్ద అక్షరాలతో సూచిస్తారు. ఉదా. తలం E.

బిందువు, రేఖ, తలం ఇవి రేఖాగణితంలోని ప్రాథమిక సంబోధనలు

రేఖాఖండం (Segment)

కృత్యం చేయండి.

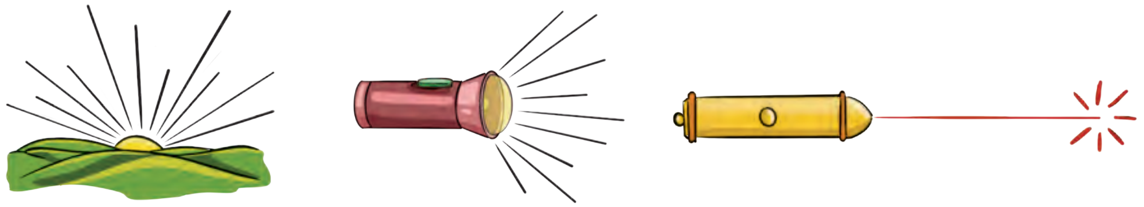
కాగితంపై రేఖ *x* ను గీయండి. రేఖ *x* పై P మరియు Q బిందువులను తీసుకోండి. రేఖలో బిందువు P నుండి బిందువు Q వరకు గల భాగం రేఖాఖండం (రేఖలో భాగం లేదా రేఖలో ఖండం). బిందువు P మరియు బిందువు Q లు రేఖాఖండం యొక్క అంత్య బిందువులు. ఈ రేఖాఖండం PQ యొక్క పేరు రేఖాఖడం PQ లేదా QP అని రాస్తారు మరియు వాటిని రేఖ PQ లేదా రేఖ QP ఇలా చదవడం, రాయడం చేస్తారు.



కాగితంపై బిందువు A మరియు బిందువు B ఈ రెండు బిందువులను తీసుకోండి. వాటిని వేర్వేరు రకాలుగా కలపండి. A నుండి B వరకు వెళ్లడానికి అనేక మార్గాలున్నాయి. వాటిలో అన్నింటికంటే దగ్గరి మార్గం (2వ మార్గం) రేఖాఖండం AB.

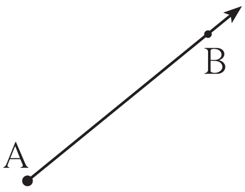
కిరణం (Ray)

అర్థం చేసుకోండి.



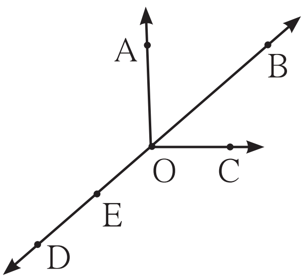
సూర్యకిరణాలు | టార్చ్ లైట్ వెలుతురు | లేజర్ గన్ నుండి వచ్చే వెలుతురు

కిరణం సరళరేఖలో ఒక భాగం. అది ఒక బిందువు నుండి ప్రారంభమవుతుంది మరియు ఒక దిశలో అనంతంగా సాగుతుంది. కిరణం ఏ బిందువు నుండి ప్రారంభమవుతుందో, ఆ బిందువును కిరణం యొక్క ఆరంభ బిందువు అని అంటారు.



పక్కనున్న పటంలో బిందువు A కిరణం AB యొక్క ఆరంభ బిందువు మరియు B కిరణం పై A బిందువు కాకుండా మరొక బిందువు. దాని ఆరంభ బిందువు నుండి కిరణంను చదవడం, రాయడం చేస్తారు. ఉదా. **కిరణం AB**, కిరణం BA అని చేయరు.

అభ్యాసం 2.1



(1) పక్కనున్న పటమును చూసి, కింద ఇవ్వబడిన సంబోధనల పేర్లను రాయండి.

(i) బిందువు (ii) రేఖాఖండం

(iii) కిరణం (iv) సరేఖీయ బిందువులు

(v) సరళరేఖ (vi) భిన్నరేఖీయ బిందువులు

(2) కింది పటములను గీయండి.

(i) సరళరేఖ BT (ii) కిరణం DE (iii) రేఖాఖండం MP (iv) సరళరేఖ y (v)బిందువు M

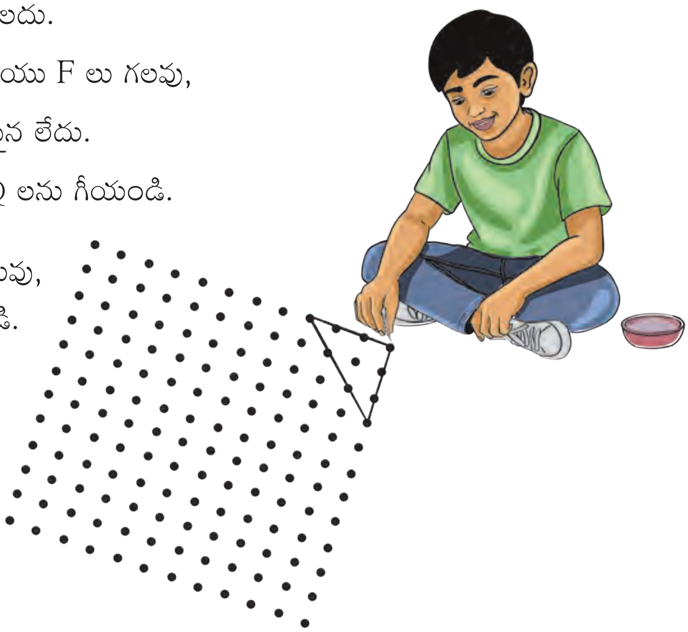
(3) కింది అంశాలు స్పష్టం అగునట్లుగా పటములను గీయండి.

(i) బిందువు P రేఖాఖండం AB పై గలదు.

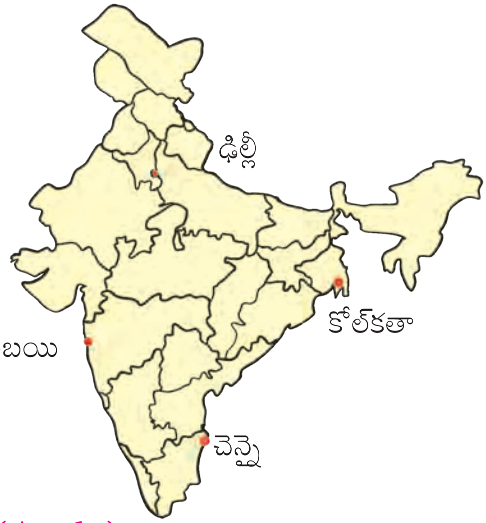
(ii) సరళరేఖ m పై బిందువు E మరియు F లు గలవు,
కానీ బిందువు D సరళరేఖ m పైన లేదు.

(iii) కిరణం OP మరియు కిరణం OQ లను గీయండి.

(4) పక్కనున్న చిత్రంలోని రంగవల్లిలో బిందువు, రేఖాఖండం మరియు తలంను చూపండి.



(5) భారతదేశ భౌగోళిక పటంపై నాలుగు ముఖ్యమైన స్థలాలను బిందువులతో సూచించబడినవి. ఈ స్థలాలను కలిపే రేఖాఖండాలను సాధ్యమైనన్ని గీయండి.



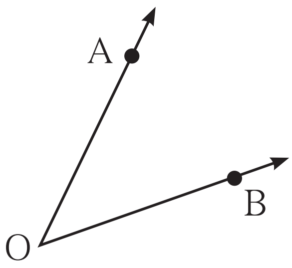
కోణం (Angle)

పునఃవిమర్శ

పై చిత్రాలలో ఎక్కడెక్కడ కోణాలు గలవో అక్కడ ఎలాంటి పటం తయారయింది?

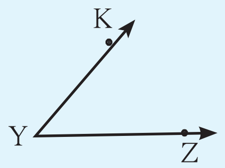
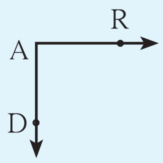
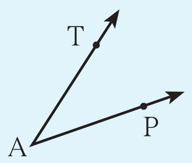
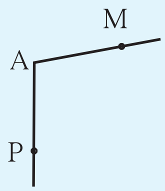
అర్థం చేసుకోండి.

ఒక ఉమ్మడి బిందువు గల రెండు రేఖాఖండాల వలన లేదా ఒక ఉమ్మడి ఆరంభ బిందువు గల కిరణాల వలన కోణం తయారవుతుంది. కోణం ఏర్పరిచే ఈ రేఖాఖండాలను లేదా కిరణాలను 'కోణం యొక్క భుజాలు లేదా 'కోణము యొక్క బాహువులు' అని అంటారు. ఉమ్మడి బిందువును 'కోణం యొక్క శీర్షబిందువు' అని అంటారు. పటంలో కిరణం OA మరియు కిరణం OB లు ఈ కోణం యొక్క భుజాలు, అలాగే బిందువు O కోణం యొక్క శీర్షబిందువు అవుతుంది.



పక్కనున్న కోణం యొక్క పేరును కోణం AOB లేదా కోణం BOA లేదా కోణం O అని చదువుతారు. దీనినే (∠) చిహ్నం ఉపయోగించి ∠AOB లేదా ∠BOA లేదా ∠O అని రాస్తారు.

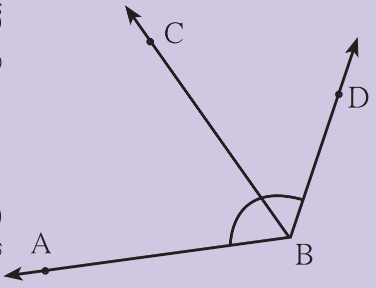
✻ **కింది పట్టికను పూర్తి చేయండి.**

	(i)	(ii)	(iii)	(iv)
పటం				
కోణం పేరు	∠KYZ లేదా ∠ZYK			
శీర్ష బిందువు	Y			
బాహువు /భుజం	రేఖ YK రేఖ YZ			

పటంలోని కోణం పేరును ∠B ఇలా రాసినచో చెల్లుతుందా? మనకు అసలు ఏ కోణం ∠B అని ఎలా తెలుస్తుంది? ఎందుకంటే B శీర్షబిందువు గల మూడు కిరణాలున్నాయి. ఇచ్చట ఎన్ని కోణాలు కనిపిస్తున్నాయి? ఆ కోణాల పేర్లు రాయండి.

ఉదా. ∠ABC, ∠______ మరియు ∠______

నిర్దిష్టమైన కోణాన్ని సూచించడానికి మూడు అక్షరాలను ఉపయోగించి కోణాన్ని రాస్తారు, దానిలో శీర్షబిందువు పేరు మధ్యభాగంలో ఉంటుంది.



∠ABC మరియు ∠ABD వీటిలో ఏ కోణం పెద్దది?

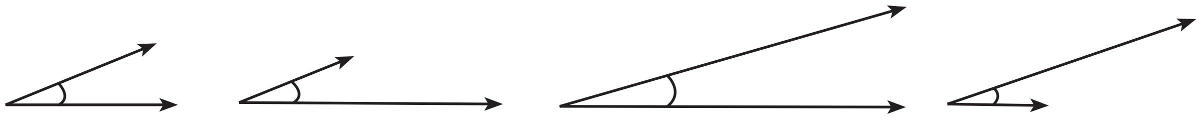
∠CBD మరియు ∠ABD వీటిలో పెద్ద కోణం ఏది?

కోణాలలో చిన్నది పెద్దది ఎలా నిర్ణయిస్తావు?

కృత్యం చేయండి.

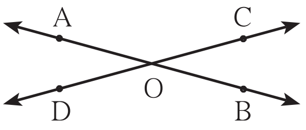
(1) ఒక శీర్షబిందువు నుండి అనేక కిరణాలు గీయండి. కిరణాల సంఖ్య మరియు ఏర్పడే అన్ని కోణాల సంఖ్యను రాయండి. 6 కిరణాల వరకు పట్టికను తయారు చేయండి.

(2) కింద ఇచ్చిన కోణాలను కొలవండి: కోణాలను పరిశీలించి, కోణాలయొక్క భుజాలు, కోణాల కొలతలు వాటిని పరిగణనలోకి తీసుకొని మీ పరిశీలనను నమోదు చేయండి.



కోణాల యొక్క భుజాలను ఎక్కువ తక్కువ చేయడం వలన కోణాల కొలతలు మారతాయా?

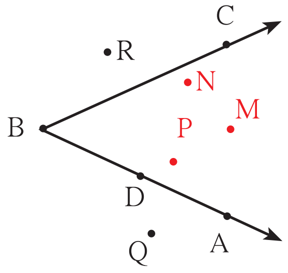
(3) పక్కనున్న పటంలో రేఖ AB మరియు రేఖ DC లు పరస్పరం O బిందువు వద్ద ఖండించుకొనుచున్నాయి. పటంలో తయారయిన అన్ని కోణాల పేరు రాయండి. పటంలో కిరణం OA మరియు కిరణం OB ల కలిపిన ఏ పటం తయారవుతుంది? దాని పేరు రాయండి.



కోణాల అంతర్భాగం మరియు బాహ్యభాగం
(Interior and Exterior of Angle)

అర్థం చేసుకోండి.

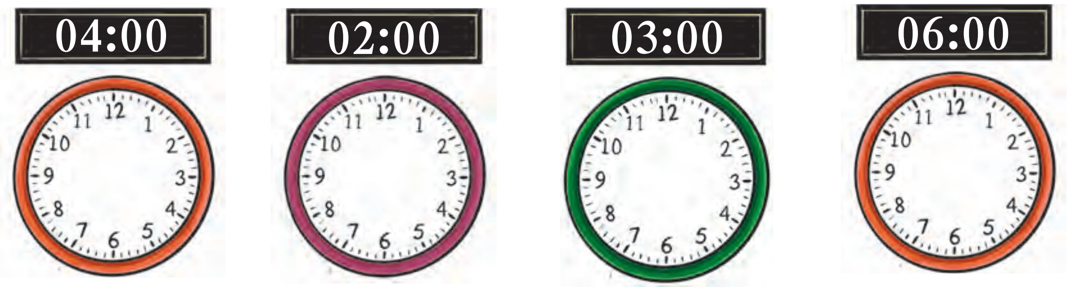
పక్కనున్న పటంలోని ∠ABC లో, బిందువు P, బిందువు M, బిందువు N లు కోణం యొక్క అంతర్భాగంలో ఉన్నాయి.
బిందువు Q, బిందువు R ఈ బిందువులు కోణం యొక్క బాహ్యభాగం లో మరియు బిందువు A, బిందువు B, బిందువు C మరియు బిందువు D లు కోణం పైన గల బిందువులు.



కోణాల రకాలు (Types of angles)

కృత్యం చేయండి.

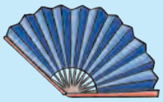
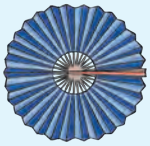
డిజిటల్ గడియారంలో చూపిన సమయాన్ని గంటల ముల్లు మరియు నిమిషాల ముల్లు ఉపయోగించి గోడపైన గల గడియారంలో చూపి, ఏర్పడే కోణం రకాన్ని రాయండి.



1.-------- 2. -------- 3. -------- 4. --------

- గడియారంలోని ముళ్ల మధ్య 6 గంటలకు ఏరకమైన కోణం ఏర్పడుతుంది?

ఇప్పుడు ఇది తెలుసుకోవడానికి కోణాల అన్ని రకాలను చూద్దాం. దీనికైమనం కాగితం విసనకర్రను ఉపయోగిద్దాం. విసనకర్ర యొక్క ఒక అంచును స్థిరంగా ఉంచి రెండవ అంచు స్థితినిబట్టి వేర్వేరు రకాల కోణాలు ఏర్పడుతాయి.

చిత్రం	కోణం రకం
శూన్యకోణం	• కాగితం విసనకర్ర మూసిన స్థితిలో ఉంచడంవలన విసనకర్ర ఒకదానిపై ఒకటి రెండు అంచుల మధ్య శూన్యకోణం తయారయింది. శూన్యకోణం కొలతను 0° అని రాస్తారు.
అల్పకోణం	• విసనకర్ర ఒక అంచును స్థిరంగా ఉంచి రెండవ అంచును తిప్పడంవలన ఇక్కడ .... కోణం ఏర్పడింది. • దీని కొలత .... కంటే ఎక్కువ .... కంటే తక్కువ ఉంటుంది.
లంబకోణం	• ఇచట................ కోణం ఏర్పడింది. • లంబకోణం కొలత .... ఉంటుంది.
 అధికకోణం	• ఇచట .... కోణం ఏర్పడింది. • దీని కొలత .... కంటే ఎక్కువ, ... కంటే తక్కువ ఉంటుంది.
సరళకోణం	• రెండు అంచుల వలన ఒక సరళరేఖ ఏర్పడుతుంది. దీనిని సరళకోణం అని అంటారు. • సరళకోణం కొలత 180° ఉంటుంది.
పరావర్తన కోణం	• ఈ చిత్రంలో ఏర్పడిన కోణం పరావర్తన కోణం. • ఇక్కడ ఏర్పడిన కోణం సరళకోణం కంటేను పెద్దది. • ఈ కోణం కొలత 180° కంటే ఎక్కువ, 360° కంటే తక్కువ ఉంటుంది.
 సంపూర్ణ కోణం	• ఈ చిత్రంలో పూర్తి విసనకర్ర తయారయినది విసనకర్ర యొక్క రెండు అంచులు ఒకదానికొకటి పరిపూర్ణంగా కలుస్తాయి. ఈ కోణాన్ని సంపూర్ణ కోణం అని అంటారు. సంపూర్ణకోణం కొలత 360° లు ఉంటుంది.

గణితీయ చర్చ

- గడియారంలో గంటలముల్లు మరియు నిమిషాల ముల్లు రెండు పక్కపక్కనున్న సంఖ్యలపైకి వచ్చినపుడు వాటి మధ్య ఏ కోణం ఏర్పడుతుంది?

కృత్యం చేయండి.

(1) చిత్రంలోని కోణాల రకాలను గుర్తించండి మరియు కోణాల వివిధ రకాలను ఉపయోగించి ఇలాగే ఏదైనా చిత్రాన్ని గీయండి.

(2) కవాతు చేస్తున్నప్పుడు మన చేతులు పైకి కిందకి చేస్తున్నపుడు ఏ యే కోణాలు ఏర్పడుతాయో దీనిని ప్రత్యక్షంగా చేసి చూసి, కోణాల యొక్క రకాల పేర్లు రాయండి.

గణిత ప్రహేళికలు

నేనొక అల్పకోణమును.

- ఒకవేళ మీరు నా కొలతను రెట్టింపు చేసినచో, మీకొక అల్పకోణం వస్తుంది.
- ఒకవేళ మీరు నా కొలతను మూడురెట్లు చేసినచో, మళ్ళీ మీకొక అల్పకోణం వస్తుంది.
- ఒకవేళ మీరు నా కొలతను నాలుగురెట్లు (నాలుగుసార్లు) చేసినచో, మళ్ళీ మీకొక అల్పకోణం వస్తుంది.
- కానీ ఒకవేళ మీరు నా కొలతను 5 చే గుణించినచో మాత్రం మీకొక అధికకోణం వస్తుంది.
- నాని ఏమేమి కొలతలు కావచ్చునో, గుర్తించండి చూద్దాం?

అభ్యాసం 2.2

(1) కింద ఇచ్చిన ఇంగ్లీష్ వర్ణాక్షరాల గీతలలో లంబకోణం తయారు అయినటువంటి వర్ణాక్షరాలను వెదకండి.

A, E, N, K, L, H

(2) కింద కోణాల కొలతలు ఇవ్వబడినవి, వాటినిబట్టి ప్రతి కోణ రకాన్ని రాయండి.

(i) 40° (ii) 0° (iii) 90° (iv) 155° (v) 180° (vi) 245°

(3) వేర్వేరు కొలతలతో పరావర్తన కోణాలను గీయండి.

(4) కింది ప్రశ్నలకు జవాబులు రాయండి.

(i) సరళకోణంలో ఎన్ని లంబకోణాలు ఇమిడి ఉన్నాయి?

(ii) చేతియొక్క రెండు ప్రక్కప్రక్కన వేళ్ళమధ్య ఏరకమైన కోణం ఏర్పడుతుంది?

(iii) గడియారంలో 12 గంటలు అయినప్పుడు గంటలముల్లు మరియు నిమిషాలముల్లు మధ్య ఏరకమైన కోణం ఏర్పడుతుంది?

ఒకేచూపులో

- బిందువు, రేఖ, తలం ఇవి రేఖాగణితంలోని ప్రాథమిక సంబోధనలు.
- బిందువు తలంలో స్థానాన్ని నిర్ధారిస్తుంది మరియు దానిని ఆంగ్లభాషలోని పెద్ద అక్షరాలతో సూచిస్తారు.
- రేఖ రెండువైపుల అనంతంగా సాగుతుంది. రేఖయొక్క పేరును ఆ రేఖపైగల ఏవైనా రెండు బిందువులచే సూచిస్తారు. ఉదా. రేఖ AB లేదా రేఖ BA లేదా ఒక అక్షరంతో రేఖ m అని ఇలా సూచిస్తారు.
- రేఖాఖండం రేఖలో ఒక భాగం.
- కిరణం ఆరంభ బిందువునుండి ప్రారంభమై ఒక దిశలో అనంతంగా సాగుతుంది.
- తలం అన్ని దిశలలో అనంతంగాగల ఉపరితలం.
- ఒకే ఆరంభ బిందువుగల రెండు రేఖాఖండాల వలన లేదా కిరణాల వలన కోణం తయారవుతుంది. కోణం ఏర్పరిచే ఈ కిరణాలను కోణం యొక్క బాహువులు (భుజాలు) అని అంటారు, ఉమ్మడి ఆరంభ బిందువును 'కోణం శీర్షబిందువు' అని అంటారు.
- కోణాల రకాలు : శూన్యకోణం (0°), అల్పకోణం (0° కంటే ఎక్కువ కానీ 90° కంటే తక్కువ), లంబకోణం (90°), అధికకోణం (90°కంటే ఎక్కువ కానీ 180° కంటే తక్కువ), సరళకోణం (180°), పరావర్తన కోణం (180° కంటే ఎక్కువ మరియు 360° కంటే తక్కువ), సంపూర్ణకోణం (360°).

స్వీయ అధ్యయనం 2

(1) సరియైన పర్యాయమును ఎన్నుకోండి.

i) సంపూర్ణ కోణంలో .... లంబకోణాలుంటాయి.

(అ) 1 (బ) 2 (క) 3 (డ) 4

ii) సరళకోణాన్ని మూడు సమాన భాగాలుగా విభజిస్తే లభించే ప్రతి కోణం .... అవుతుంది.

(అ) శూన్యకోణం (బ) అల్పకోణం (క) అధికకోణం (డ) లంబకోణం

iii) కిరణం OP మరియు కిరణం OQ వీటికి .... ఆరంభబిందువు.

(అ) O (బ) P (క) Q (డ) P మరియు Q

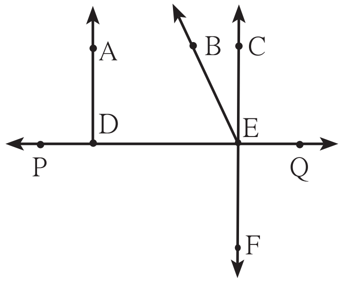
iv) .... రెండువైపులా అనంతంగా సాగుతుంది.

(అ) రేఖ (బ) రేఖాఖండం (క) కిరణం (డ) తలం

(2) జతపరచండి.

సమూహం A	సమూహం B
i) 91°	a) సరళకోణం
ii) 180°	b) సంపూర్ణకోణం
iii) 360°	c) పరావర్తన కోణం
iv) 215°	d) లంబకోణం
v) 90°	e) అధికకోణం

(3) ప్రక్కనున్న పటాన్ని చూసి జవాబులు రాయండి.



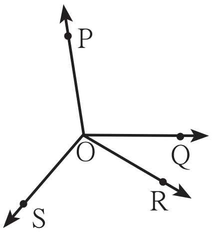
i) పటంలో కనిపించే అన్ని కిరణాల పేర్లను రాయండి.

ii) E అను బిందువు ఏ యే రేఖలపై గలదు?

iii) పటంలో కనిపించే రేఖాఖండాల పేర్లను రాయండి.

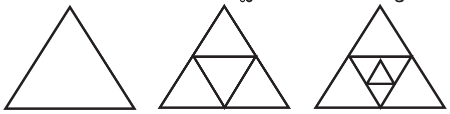
iv) E ఆరంభబిందువుగల కిరణాల పేర్లను రాయండి.

v) ∠BEQ ఎరకమైన కోణం? వాటి భుజాల పేర్లు రాయండి.

(4) 

ప్రక్కనున్న పటంలో కోణాల పేర్లురాసి, వాటి రకాలను రాయండి.

(5) కింది ప్రతి పటంలో అల్పకోణాల సంఖ్యను వెదకండి.



(a) (b) (c) (d)

పైదానినిబట్టి వరుసలో (d) స్థానంలో వచ్చే సరైన పటాన్ని గీసి, దానిలో ఎన్ని అల్పకోణాలున్నాయో రాయండి. అల్పకోణాల సంఖ్యలో ఎలాంటి చిత్రాకృతి (క్రమం) కనిపిస్తుంది?

(6) అల్పకోణం, లంబకోణం మరియు అధికకోణం గల ఒక స్వేచ్ఛాచిత్రాన్ని గీసి దానికి రంగు వేయండి.

ఉపక్రమం

- పరిసరాలలో కనిపించే వస్తువులలో గల కోణాల పట్టికను తయారు చేయండి. వాటి రకాలనుబట్టి వర్గీకరించండి.

ICT ఉపయోగం: GEOGEBRA ఈ సాఫ్ట్‌వేర్ నుపయోగించి బిందువు, రేఖ, రేఖాఖండం, కిరణం మరియు కోణం ఈ పటాలను గీయుటను అభ్యసించండి. ఎప్పటికీ అంతంగాని రేఖల ఆనుభవాన్ని పొందండి.

3 సంఖ్యల ప్రపంచంలో

పునఃవిమర్శ

3 **0** **5** **9** **7**

- పైన ఇచ్చిన ప్రతి అంకెను ఒకేసారి ఉపయోగించి అతిపెద్ద మరియు అతిచిన్న ఐదు అంకెల సంఖ్యను తయారుచేయండి.
- తయారయిన సంఖ్యలలో వందలస్థానంలోగల అంకె స్థాన విలువను రాయండి.

సహజ సంఖ్యలు మరియు పూర్ణాంకాలు (Natural Numbers and Whole Numbers)

అర్థం చేసుకోండి.

- సమూహంలో వస్తువులను లెక్కించడానికి 1,2,3... ఈ సంఖ్యలను ఉపయోగిస్తాం. ఈ సంఖ్యలను గణన సంఖ్యలు అని అంటారు. గణనసంఖ్యలనే సహజ సంఖ్యలని అంటారు.
- సహజ సంఖ్యల సమూహం : 1, 2, 3, ... 951, ..., 29761, ...
- సహజ సంఖ్యలు అసంఖ్యాకంగా గలవు. నిత్యజీవితంలో పెద్ద సహజ సంఖ్యలను మనం అనేకచోట్ల ఉపయోగిస్తాం.

ఉదాహరణకు: 1) 2011 జనాభా లెక్కల ప్రకారం ఒక ఉపనగరం జనాభా 1,24,42,373 ఉండెను.

2) ఒక పుస్తక ప్రదర్శన యొక్క అన్ని గదులలోని పుస్తకాల సంఖ్య 23,74,333 గలవు.

ఆలోచించండి.

1, 2, 3,.... లు సహజ సంఖ్యలు

7+5 = 12 ఇది సహజ సంఖ్య

7−5 = 2 ఇది కూడా సహజ సంఖ్య

5−5 = 0 ఇది సహజ సంఖ్యయేనా?

- అతి చిన్న సహజ సంఖ్య 1.
- అతి పెద్ద సహజ సంఖ్యను చెప్పగలమా?

నేను సున్నను మాట్లాడుతున్నాను....

విద్యార్థి మిత్రులారా, గుర్తించారా నన్ను? నేను మీ రోజువారీ పరిచయంలోని సున్నను. ఏమీ లేదు అని చూపడానికి నన్ను ఉపయోగిస్తారు. '0' ఇది నా చిహ్నం. భారతదేశంలో నేను జన్మించాను. నన్ను గనక కనిపెట్టక పోయినట్లయితే ప్రపంచంలో చాలా గందరగోళం జరిగేది. ఒకటి నుండి తొమ్మిది వరకు కేవలం తొమ్మిది అంకెలుండగా దశాంశమాన పద్ధతి యొక్క పేరులో దశ అనే పదం ఎక్కడినుండి వచ్చింది? ఈ పదవ అంకె ఎక్కడిది? ఈ పదవ అంకె అనగా నేను. భారతదేశం బయట నన్ను షైడ్, సైఫాస్, ఝిఫిరోఝిప్ర ఈ పేర్లతో గుర్తిస్తారు. ఝిపిరో ఇంగ్లీష్లో జీరోగా మారింది. గణితంలో నా ప్రాముఖ్యత అన్యసాధారణం. ఏదైనా సంఖ్యకు తర్వాత నేను ఒకసారి వచ్చానా ఆ సంఖ్యయొక్క విలువ పదిరెట్లు పెరుగుతుంది.

సహజసంఖ్యల సమూహంలో సున్నను చేర్చగా, ఏ సంఖ్యాసమూహం ఏర్పడుతుందో దానిని పూర్ణాంకాల సమూహం అని అంటారు. పూర్ణాంకాల సమూహం: 0, 1, 2, 3, 4, 951, 952,

అర్థం చేసుకోండి.

- కింది పట్టికలో ప్రపంచంలోని ఐదు ముఖ్య శిఖరాలు సముద్రమట్టం నుండి ఎత్తును మీటర్లలో ఇవ్వబడినవి. పట్టికను పరిశీలించి కింద ఇచ్చిన ప్రశ్నలకు జవాబులివ్వండి.

ప్రపంచంలో గల శిఖరాల పేర్లు	సముద్ర మట్టం నుండి ఎత్తు (మీటర్లలో)
కె-2	8611
లోట్సే	8516
ఎవరెస్ట్ పర్వతం (సాగర్మాత)	8849
మకాలు	8485
కాంచన గంగా	8586

అ) మౌంట్ ఎవరెస్ట్ శిఖరం మకాలు శిఖరం ఎత్తు కంటే ఎన్ని మీటర్లు అధికం?

బ) శిఖరాల పేర్లను వాటి ఎత్తును బట్టి ఆరోహణ క్రమంలో రాయండి.

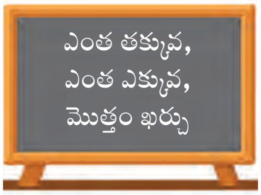
క) శిఖరాల పేర్లను వాటి ఎత్తును బట్టి అవరోహణ క్రమంలో రాయండి.

ఆలోచించండి.

- అతి చిన్న పూర్ణాంక సంఖ్య 0.
- అతి పెద్ద పూర్ణాంక సంఖ్య చెప్పగలమా?

గణితీయ చర్చ

- అసావరికి లాప్టాప్ మరియు మొబైల్ కొనాలని ఉన్నది. ఆమెకు ఆ వస్తువులు కొనడానికి సుమారుగా ఎన్ని రూపాయలు కావాలో రాయండి. నల్లబల్లపై రాసిన పదాలనుపయోగించి కూడిక మరియు తీసివేతల పదసమస్యలను తయారు చేసి సాధించండి.



అభ్యాసం 3.1

(1) కింది సంఖ్యలను అక్షరాలలో రాయండి.

(i) 49,38,67,521 (ii) 28,41,57,649 (iii) 2,37,50,145 (iv) 6,79,81,049

(2) గడులలో < , = , > వీటిలో సరైన చిహ్నాన్ని ఉపయోగించండి.

(i) 59,21,492 ☐ 64,79,426 (ii) 7,579 ☐ 0

(iii) 48,579 ☐ 48,579 (iv) 0 ☐ 700

(3) సాధించండి.

(i) 95,754 −38,254 = ? (ii) 85,39,652 + 53,27,541 = ?

(4) పాఠశాల మధ్యాహ్న భోజనానికి జూన్ నెల ఖర్చు ₹87,000 అయింది. జూలై నెలలో అది ₹1,69,000 అయినచో, జూన్ మరియు జూలై నెలల మొత్తంలో ఎన్ని రూపాయలు అయింది. జూలై నెలలో జూన్ కంటే ఎంత ఎక్కువ ఖర్చు అయింది?

(5) ఆదాయపు పన్ను శాఖ వద్ద ఒక సంస్థ ఆర్థిక సంవత్సరంలో ఫిబ్రవరి నెలలో ₹ 9,25,498 ల ఆదాయపు పన్ను, మార్చి నెలలో ₹11,49,505 ల ఆదాయపు పన్ను జమ అయింది. అయితే రెండు నెలల్లో మొత్తం ఎంత ఆదాయపు పన్ను జమ అయింది?

పూర్ణ సంఖ్యలు (Integers)

అర్థం చేసుకోండి.

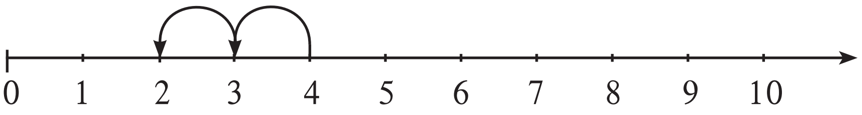
సియాచిన్ ప్రాంతంలో మంచు వర్షం కురియడంవలన ఉష్ణోగ్రత మైనస్ −40 డిగ్రీల సెల్సియస్‌కు చేరిందని నేను వార్తా పత్రికలో చదివాను. అంటే ఇది సున్నకంటే తక్కువ ఉష్ణోగ్రత అవుతుందా?

నిన్న మేము మామయ్య దగ్గరికి వెళ్ళాం, అప్పుడు మామయ్య యొక్క వాహనం పార్కింగ్ నేల అంతస్తు కింద రెండు అంతస్తులున్నాయి. అక్కడికి వెళ్ళడానికి లిఫ్ట్ లో −2 అని రాసిన బటన్ నొక్కవలసి వచ్చింది. పై ఉదాహరణలలో −40 మరియు −2 అంటే ఏమిటి? దీనిని అర్థం చేసుకుందాం.

i) 4 − 2 = ? ii) 2 − 4 = ?

తీసివేత చేయునప్పుడు సంఖ్యారేఖపై ఇచ్చిన సంఖ్య నుండి ఏ సంఖ్యను తీసి వేయాలో అన్ని స్థానాలు ఆ సంఖ్య నుండి ఎడమవైపునకు వెళ్లాలన్నది మీకు తెలుసు.

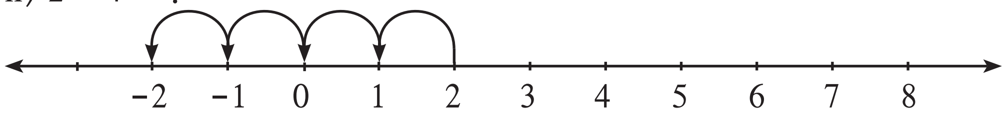
i) 4 − 2 = 2 ఇది పూర్ణాంక సంఖ్య.



సంఖ్యారేఖపై సంఖ్యకు కుడివైపున సమాన దూరంలో 1, 2, 3, 4,...... ఈ సంఖ్యలున్నాయి. ఇవే దూరం అలాగే ఉంచి సున్నకు ఎడమవైపు వరుసగా సంఖ్యలు రాస్తారు. −1, −2, −3,.... ఈ ఋణ సంఖ్యలుంటాయి.

ధన సంఖ్య రాస్తున్నప్పుడు (+) చిహ్నం రాయవలసిన అవసరం లేదు. కానీ ఋణ సంఖ్య రాస్తున్నప్పుడు (−) చిహ్నం రాయడం తప్పనిసరి.

ii) 2 − 4 = ?



2 − 4 = −2

సున్న, అన్ని ధన సంఖ్యలు మరియు ఋణసంఖ్యలు కలిసి ఏ సంఖ్యా సమూహం ఏర్పడుతుందో, దానిని పూర్ణ సంఖ్యల సమూహం అని అంటారు.

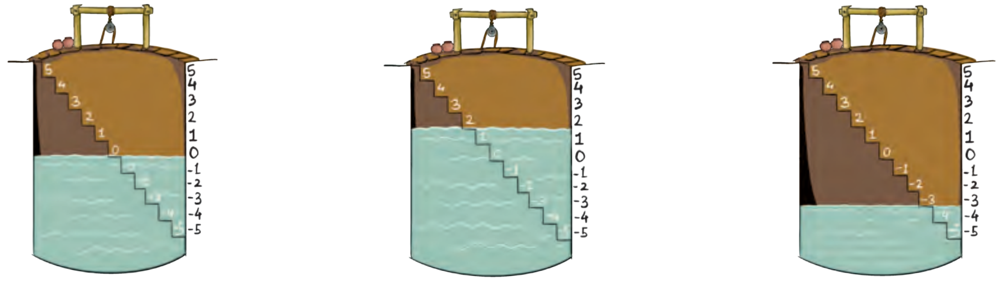
ఋణ సంఖ్యలు సున్నకు ఎడమవైపు ←   → ధన సంఖ్యలు సున్నకు కుడివైపు

−6   −5   −4   −3   −2   −1   0   1   2   3   4   5   6

$-3<-2<-1<0$ $0<1<2<3$

కుడివైపునున్న సంఖ్య, ఎడమవైపునున్న సంఖ్య కంటేను ఎల్లప్పుడు పెద్దదిగా ఉంటుంది.

పూర్ణసంఖ్యలలో చిన్నది పెద్దది (Comparison of Integers)



సామాన్య స్థితి   వర్షాకాలంలో స్థితి   వేసవికాలంలో స్థితి

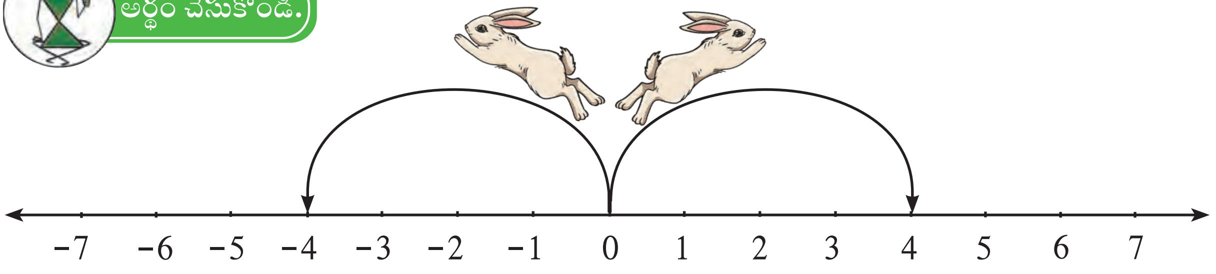
నీటి మట్టం (0)   నీటి మట్టం (+2)   నీటి మట్టం (−3)

పై చిత్రంలో మెట్లు గల ఒక బావి చూపబడినది. సాధారణంగా ఆ బావియొక్క ఆరు మెట్లు ఎప్పుడు నీటి మునిగి ఉంటాయి, ఈ మట్టాన్ని మనం సున్నగా భావిస్తాం. వర్షాకాలంలో నీటి మట్టం పెరగడంవలన నీరు రెండు మెట్లపైకి వచ్చాయి. నీరు పైకి రావడం అనగా (+2), వేసవికాలంలో నీటి మట్టం తగ్గి నీరు మూడు మెట్లు కిందికి వెళ్ళింది అనగా (−3).

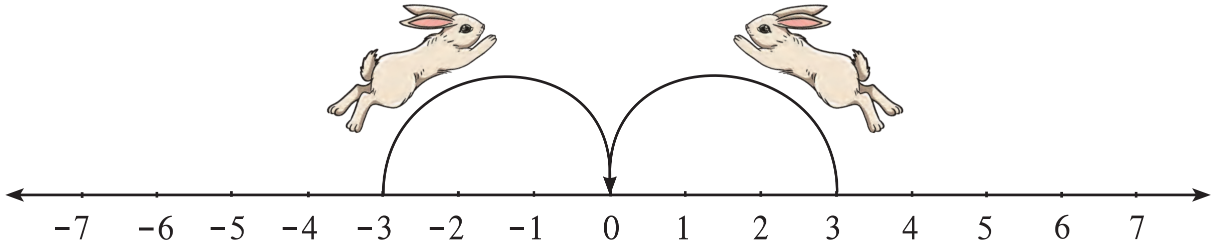
ఈ ఉదాహరణను బట్టి (+2) > (−3) , 0 > (−1), (−1) > (−2) అని మీ దృష్టికి వస్తుంది.

అర్థం చేసుకోండి.

వ్యతిరేక సంఖ్యలు (Opposite Numbers)



కుందేలు ఎప్పుడైతే 0 నుండి కుడివైపునకు 4 ప్రమాణాల గంతులు వేస్తుందో అప్పుడు అది +4 ఈ సంఖ్యపైకి చేరుతుంది మరియు ఎప్పుడైతే అది 0 నుండి ఎడమవైపునకు 4 ప్రమాణాల గంతులు వేస్తుందో అప్పుడు అది −4 ఈ సంఖ్యపైకి చేరుతుంది. 0 నుండి రెండు దూరాలు సమానంగా ఉన్నాయి, కానీ గంతులు వేసిన దిశలు ఒకదానికొకటి వ్యతిరేకంగా ఉన్నాయి. ఇక్కడ +4 మరియు −4 లు పరస్పరం వ్యతిరేక సంఖ్యలు అవుతాయి.

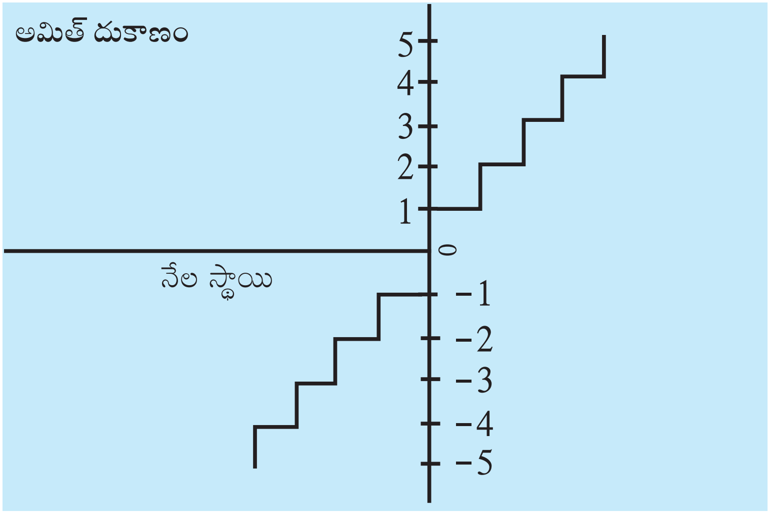


సంఖ్యారేఖపై రెండు కుందేళ్ళు 3 ప్రమాణాల గంతులు వేసాయి. అందులో −3 పై నిలబడిన కుందేలు కుడివైపునకు, +3 పై నిలబడిన కుందేలు ఎడమవైపునకు గంతులు వేసాయి. అయితే అవి ఎటు చేరుతాయి?

$(-3) + (+3) = 0$ లేదా $(+3) + (-3) = 0$

> **సంఖ్యారేఖపై వ్యతిరేకసంఖ్యలు 0 నుండి ఒకే దూరంలో కానీ వ్యతిరేక దిశలో ఉంటాయి. వ్యతిరేక సంఖ్యల మొత్తం 0 అవుతుంది. సున్నకు వ్యతిరేకసంఖ్య సున్నయే అవుతుంది.**

అర్థం చేసుకోండి.



పై పటంలో అమిత్ దుకాణం భూస్థాయి నుండి పై అంతస్తులో మరియు నేల అడుగు భాగానికి పోవడానికి మెట్లున్నాయి. పై అంతస్తుకు వెళ్ళడానికి మెట్లకు వరుసగా 1, 2, 3 ఇలా ధనపూర్ణసంఖ్యలు మరియు నేల అడుగు భాగానికి దిగే మెట్లకు వరుసగా −1, −2 ఇలా ఋణపూర్ణ సంఖ్యలతో మరియు భూస్థాయిన్ని సున్నతో చూపబడినది. ప్రతి కదలికతో అమిత్ ఏ మెట్టుపై చేరాడో దానిని పూర్ణసంఖ్యలలో రాయండి.

1) అమిత్ భూస్థాయి నుండి మూడు మెట్లు పైకి వెళ్ళాడు. ☐

2) అమిత్ భూస్థాయి నుండి రెండు మెట్లు కిందికి వెళ్ళాడు. ☐

3) అమిత్ భూస్థాయి నుండి మూడు మెట్లు పైకి వెళ్ళి మళ్ళీ రెండు మెట్లు పైకి వెళ్ళాడు. ☐

4) అమిత్ భూస్థాయి నుండి రెండు మెట్లు కిందికి వెళ్ళి మళ్ళీ రెండు మెట్లు కిందికి వెళ్ళాడు. ☐

5) అమిత్ భూస్థాయి నుండి రెండు మెట్లు పైకి వెళ్ళి మళ్ళీ రెండు మెట్లు కిందికి వెళ్ళాడు. ☐

పూర్ణసంఖ్యల కూడిక

అర్థం చేసుకోండి.

⊕ ఇది ధన బిళ్ళ అనగా (+1), ⊖ ఇది ఋణ బిళ్ళ అనగా (−1).

రెండు వ్యతిరేకసంఖ్యల మొత్తం సున్న అవుతుంది అనగా ⊕ మరియు ⊖ ల జత ఉన్నచో వాటి విలువ సున్న అవుతుంది. ⊕ + ⊖ = 0 ఇది సున్న జత.

⊕ ⊕ ⊕	+3
⊖ ⊖ ⊖	−3

(+1) + (−1) = 0	~~⊕~~ + ~~⊖~~ = 0	సున్న జత

సమాన చిహ్నాలు గల పూర్ణసంఖ్యల కూడిక

1) (+4) + (+3) =

⊕ ⊕ ⊕ ⊕ + ⊕ ⊕ ⊕ = ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕	(+4) + (+3) = +7

2) (−3) + (−2) = ?

⊖ ⊖ ⊖ + ⊖ ⊖ = ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖	(−3) + (−2) = −5

> నియమం: సమాన చిహ్నాలు గల పూర్ణసంఖ్యలను కూడునప్పుడు చిహ్నాలను గూర్చి ఆలోచించకుండా సంఖ్యలను కూడండి, వచ్చే మొత్తానికి సమాన చిహ్నాన్ని ఇవ్వండి.

భిన్న చిహ్నాలు గల పూర్ణసంఖ్యల కూడిక

1) (+4) + (−2) = ?

⊕ ⊕ ~~⊕~~ ~~⊕~~ + ~~⊖~~ ~~⊖~~ = ⊕ ⊕	(+4) + (−2) = +2

2) (+3) + (−5) = ?

~~⊕~~ ~~⊕~~ ~~⊕~~ + ~~⊖~~ ~~⊖~~ ~~⊖~~ ⊖ ⊖ = ⊖ ⊖	(+3) + (−5) = −2

> నియమం: భిన్న చిహ్నాలుగల పూర్ణసంఖ్యల కూడిక చేయునప్పుడు చిహ్నాలను గూర్చి ఆలోచించకుండా పెద్ద సంఖ్యనుండి చిన్న సంఖ్యను తీసివేయండి, వచ్చే భేదానికి పెద్ద సంఖ్య చిహ్నాన్ని ఇవ్వండి.

పూర్ణసంఖ్యల తీసివేత

సమాన చిహ్నాలు గల పూర్ణసంఖ్యల కూడిక

1) (+5) − (+3) = ?

ఇచట తీసివేయడానికి ఐదు ⊕ బిళ్ళల నుండి మూడు ⊕ బిళ్ళలు తగ్గిద్దాం.	
⊕ ⊕ ~~⊕~~ ~~⊕~~ ~~⊕~~ = ⊕ ⊕	(+5) − (+3) = +2

2) (−5) − (−3) = ?

ఇచట ఐదు ⊖ బిళ్ళల నుండి మూడు ⊖ బిళ్ళలు తగ్గిద్దాం.	
⊖ ⊖ ~~⊖~~ ~~⊖~~ ~~⊖~~ = ⊖ ⊖	(−5) − (−3) = − 2

నియమం: ఒక సంఖ్యనుండి రెండవ సంఖ్యను తీసివేయడం అంటే రెండవ సంఖ్య యొక్క వ్యతిరేక సంఖ్యను మొదటి సంఖ్యతో కలపడం.

భిన్న చిహ్నాలు గల పూర్ణసంఖ్యల తీసివేత

1) (+4) − (−2)

4 నుండి (−2) తీసి వేయడమంటే (−2) కు వ్యతిరేక సంఖ్య (+2) 4 లో కలపడం.

(+4) + (+2)

⊕ ⊕ ⊕ ⊕ + ⊕ ⊕ = ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕	(+4) − (−2) = 6

2) (−4) − (+2) అనగా (−4) + (−2)

⊖ ⊖ ⊖ ⊖ + ⊖ ⊖ = ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖	(−4) − (+2) = − 6

అభ్యాసం 3.2

(1) కింది గడులలో >, < వీటిలో సరియైన చిహ్నాన్ని రాయండి.

(i) (−10) ☐ 5 (ii) (−19) ☐ (−5) (iii) (−3) ☐ 0

(iv) 8 ☐ 12 (v) 5 ☐ 0 (vi) (−3) ☐ (−9)

(2) సాధించండి.

(i) 4 + 7 (ii) (−4) + (−5) (iii) (−7) + 2

(iv) 10 + (−2) (v) (−63) + (−32) (vi) (−71) + (+71)

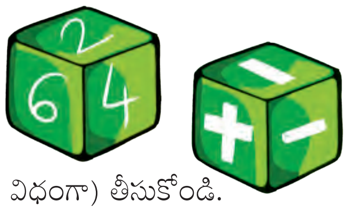
(3) సాధించండి.

(i) 78 − (−45) (ii) (−19) − (−27) (iii) 148 − (−37)

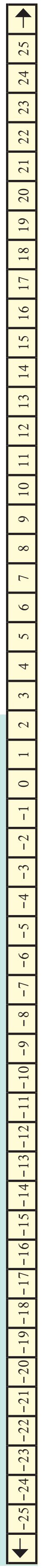
(iv) (−120) − 200 (v) (−57) − (−48) (vi) (−15) − (−24)

చరిత్రలోని సందర్భం

ప్రాచీన భారతదేశంలో కౌటిల్యుడు రాసిన 'అర్థశాస్త్రం' అనే గ్రంథంలో ఆదాయ–వ్యయాలు నమోదు చేయునప్పుడు ఖాతాపుస్తకంలో ఋణ సంఖ్యల నమోదు కనిపిస్తుంది. బఖ్ శాలి హస్తలిఖితాలలో కూడా ఋణ సంఖ్యను విశిష్టమైన చిహ్నంతో చూపబడేది. బ్రహ్మగుప్తుడు రాసిన 'బ్రహ్మస్ఫుట సిద్ధాంతం' అనే గ్రంథంలో ప్రప్రథమంగా ధనసంఖ్య, ఋణసంఖ్య మరియు సున్న గురించి ప్రాథమిక గణిత ప్రక్రియల వివరణ మరియు దానికి సంబంధించిన నియమాలు ఇవ్వబడినవి.



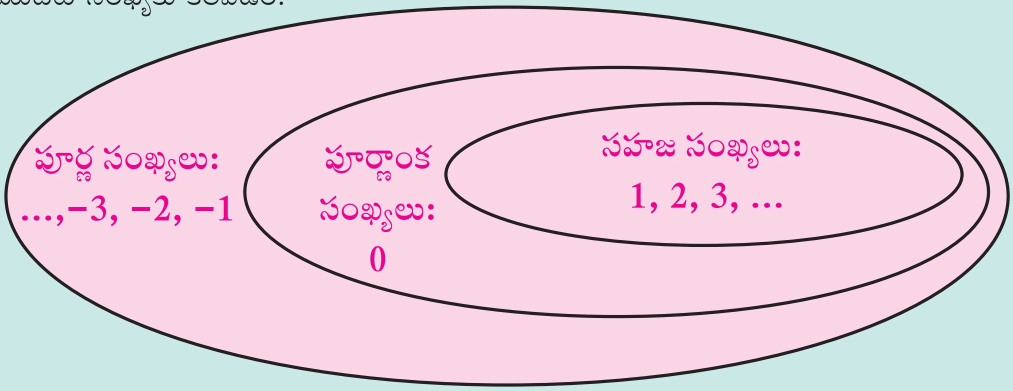
గణితీయ క్రీడ



- −25 నుండి +25 వరకు సంఖ్యలు గల ఒక సంఖ్యాపట్టి (ప్రక్కన చూపిన విధంగా) తీసుకోండి.
- ఒక పాచిక తలముపై వరుసగా 1 నుండి 6 అంకెలు మరియు రెండవ పాచిక 3 తలములపై (+) చిహ్నం, 3 తలములపై (−) చిహ్నాలు ఇవ్వండి.
- ఆటగాళ్ళు సంఖ్యాపట్టియొక్క సున్న స్థానంపై వేర్వేరు రంగుల బంట్లను ఉంచండి. రెండు పాచికలను ఒకేసారి వేసి పైకివచ్చే తలములపై ఏ చిహ్నం, ఏ సంఖ్య ప్రాప్తించిందో చూడండి.
- మొదటి పాచిక తలంపై (−) చిహ్నం, రెండవ పాచిక తలంపై 3 సంఖ్య ప్రాప్తించినదనుకోండి (−3) పాయింట్లు పడినట్లుగా భావించి బంటును ఎడమవైపునకు 3 ప్రమాణాలు జరపాలి.
- ఒకవేళ మొదటి పాచికపై (+) చిహ్నం, రెండవ చిహ్నంపై 5 వచ్చినచో (+5) పాయింట్లు పడినట్లుగా భావించి బంటును సంఖ్యాపట్టి యొక్క సున్న స్థానం నుండి కుడివైపు 5 ప్రమాణాలు జరపాలి.
- ఏ ఆటగాని బంటు (−25) పైకి వెళ్ళినచో ఆ ఆటగాడు ఓడినట్లు, ఏ ఆటగాని బంటు (+25) పైకి ముందుగా చేరుతుందో వారు గెలిచినట్లు.

ఒక చూపులో..

- సహజ సంఖ్యల సమూహంలో సున్నను చేర్చిననంతరం ఏ సమూహం తయారు అవుతుందో దానిని పూర్ణాంకాల సమూహం అని అంటారు. 0, 1, 2, 3,....
- సున్న, అన్ని ధన సంఖ్యలు మరియు అన్ని ఋణసంఖ్యలు కలిసి ఏ సంఖ్యాసమూహం ఏర్పడుతుందో దానిని పూర్ణసంఖ్యల సమూహం అని అంటారు.
- సమాన చిహ్నాలు గల పూర్ణసంఖ్యల కూడిక చేయునప్పుడు చిహ్నాలను గూర్చి ఆలోచించకుండా సంఖ్యలను కూడాలి, వచ్చే మొత్తానికి సమానంగా ఉన్న చిహ్నాన్ని ఇవ్వండి.
- భిన్న చిహ్నాలు గల పూర్ణసంఖ్యల కూడిక చేయునప్పుడు చిహ్నాలనుగూర్చి ఆలోచించకుండా పెద్ద సంఖ్యనుండి చిన్న సంఖ్యను తీసివేయాలి, వచ్చే భేదానికి పెద్ద సంఖ్యయొక్క చిహ్నాన్ని ఇవ్వండి.
- వ్యతిరేక సంఖ్యల మొత్తం సున్న అవుతుంది.
- ఏదేని సంఖ్యనుండి రెండవ సంఖ్యను తీసివేయడం అనగా రెండవ సంఖ్య యొక్క వ్యతిరేక సంఖ్యను మొదటి సంఖ్యకు కలపడం.



అభ్యాసం 3

(1) సరియైన పర్యాయాన్ని ఎన్నుకోండి.

(i) −5 అనునది .... సంఖ్య.

అ) పూర్ణాంక బ) సహజ క) పూర్ణ డ) భిన్న

(ii) −5 ☐ 0

అ) > బ) < క) = డ) ఇందులో ఏదికాదు

(2) కింది వాక్యాలు తప్పా, ఒప్పా రాయండి.

(i) సున్న అతిచిన్న సహజ సంఖ్య.

(ii) అన్ని సహజ సంఖ్యలు, పూర్ణాంక సంఖ్యలవుతాయి.

(iii) అన్ని పూర్ణాంక సంఖ్యలు, సహజ సంఖ్యలవుతాయి.

(iv) వ్యతిరేక సంఖ్యల తీసివేత సున్న అవుతుంది.

(3) కింది నాలుగు సంఖ్యలను ఆరోహణ క్రమంలో రాయండి.

87,29,35,104 87,39,27,401 85,93,21,793 89,51,23,307

(4) 1 నుండి 9 వరకు అంకెలను ఒకసారిమాత్రమే ఉపయోగించి ఐదు అంకెల సంఖ్యను తయారు చేయండి. దానిని చదివి, అక్షరాలలో రాసి, అతిపెద్ద మరియు అతిచిన్న సంఖ్య ఏదో రాయండి.

(5) (i) నోట్‌బుక్‌లో సంఖ్యారేఖను గీసి, దానిపై −5, 3, −3 మరియు 7 ఈ అంకెలను చూపండి.

(ii) సున్నకు కుడివైపునున్న సంఖ్యలను ఏ సంఖ్యలని అంటారు?

(iii) సున్నకు ఎడమవైపునున్న సంఖ్యలను ఏ సంఖ్యలని అంటారు?

(6) పర్యావరణ పరిరక్షణకై ఒక జిల్లా 2023−24 ఆర్థిక సంవత్సరంలో ₹69,27,792 అంత ఖర్చు చేసింది, 2024−25 ఆర్థిక సంవత్సరంలో ₹88,36,584 ఖర్చు చేసింది. అయితే రెండు ఆర్థిక సంవత్సరాలలో మొత్తం ఎంత ఖర్చు అయింది? 2023−24 సంవత్సరం కంటే 2024−25 లో ఎంత ఎక్కువ ఖర్చు అయింది?

(7) ఇచ్చిన గడులలో 1 నుండి 9 వరకు అంకెలను ప్రతి అంకె ఒక సారి మాత్రమే తీసుకొని, వాటి మొత్తం నిలువు, అడ్డం మరియు ఏటవాలుగా సమానంగా వచ్చునట్లుగా రాయండి.

8	1	6
3	5	
		2

ఉపక్రమం

కాప్రేకర్ స్థిరాంకం: శ్రీ దత్తాత్రేయ రామచంద్ర కాప్రేకర్ (17/10/1905−04/07/1986) మహారాష్ట్రలోని ప్రఖ్యాత గణితజ్ఞుడు. ఆయన 'అంకె మరియు సంఖ్య'లను గూర్చి పరిశోధన చేసారు. **కాప్రేకర్ స్థిరాంకం** లాంటి ముఖ్యమైన భావనను ప్రతిపాదించారు. నాలుగు అంకెల సంఖ్యకు **కాప్రేకర్ స్థిరాంకం '6174'**. దీని ప్రాముఖ్యత తెలుకుంటూ కాప్రేకర్ కనుగొన్న 'డెమ్లో సంఖ్య' మరియు 'హర్షద్ సంఖ్య' వాటి సమాచారాన్ని సాధించి తరగతిలో చెప్పండి.

- బ్రహ్మగుప్తుడు సున్న మరియు ఋణసంఖ్యలకు సంబంధించి చేసిన ప్రతిపాదనలు ఇంటర్నెట్ గ్రంథాలయాల ద్వారా సేకరించి, లభించిన సమాచారాన్ని తరగతిలో ప్రదర్శించండి.

4 ఆకృతుల అమరికలు

పునఃవిమర్శ

✻ కింది పట్టికను పూర్తిచేయండి.

సరి సంఖ్యలు	2, 4, ☐, ☐, ☐, ☐ .
బేసి సంఖ్యలు	1, 3, 5, ☐, ☐, ☐, ☐ .
ప్రధాన సంఖ్యలు	2, 3, 5, 7, ☐, ☐, ☐, ☐ .
సంయుక్త సంఖ్యలు	4, 6, 8, 9, ☐, ☐, ☐, ☐ .

- రెండు భాజకాలు గల ప్రధాన సంఖ్యలను **కవల** ప్రధాన సంఖ్యలని అంటారు.
- 1 నుండి 100 మధ్య కవల ప్రధాన సంఖ్యలు మొత్తం 8 జతలున్నాయి.
- ఏ సంఖ్యల యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకం కేవలం 1 మాత్రమే అవుతుందో అటువంటి సంఖ్యలను **పరస్పరం** ప్రధాన సంఖ్యలని అంటారు.

అభ్యాసం 4.1

(1) ఖాళీలను పూరించండి.

i) ..... ఈ సంఖ్య ప్రధానసంఖ్యయు గాదు, సంయుక్తసంఖ్యయు గాదు.

ii) ..... ఇది అతిచిన్న ప్రధానసంఖ్య.

iii) ..... అనేది ఏకైక సరి ప్రధానసంఖ్య.

iv) ..... ఇది అతిచిన్న బేసి ప్రధానసంఖ్య.

(2) 1 నుండి 50 వరకు గల సంఖ్యలలో పరస్పరం ప్రధాన సంఖ్యలు అయిదు జతలు రాయండి.

(3) ప్రధాన సంఖ్యల క్రమాన్ని పూర్తి చేయుటకు గడులలో సరైన సంఖ్యను రాయండి.

2, ☐, 5, 7, ☐, 13, 17, ☐, 23, 29, ☐, 37, ☐, ☐, 47.

(4) కింది వాటిలో కవల ప్రధాన సంఖ్యలను గుర్తించి, అవి ఎందుకని కవల ప్రధాన సంఖ్యలో సకారణంగా రాయండి.

i) 3 మరియు 5 ii) 7 మరియు 9 iii) 11 మరియు 13 vi) 23 మరియు 29 v) 29 మరియు 31 vi) 41 మరియు 47

సంఖ్యల అమరికలు (Patterns of Numbers)

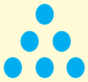
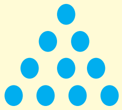
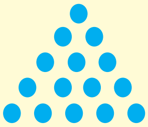
అర్థం చేసుకోండి.

1) సరి సంఖ్యలు : 2, 4, 6, 8, 10, ...

2) బేసి సంఖ్యలు : 1, 3, 5, 7, 9, ...

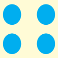
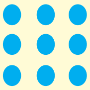
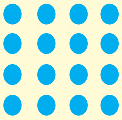
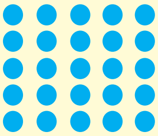
3) విరహాంక సంఖ్యలు : 0,1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

4) త్రిభుజ సంఖ్యలు

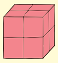
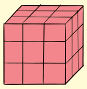
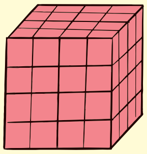
ఆకృతి					
సంఖ్య	1	3	6	10	15
కూడిక రూపం	1	1 + 2	1+2+3	1+2+3+4	1+2+3+4+5

వరుసగా వచ్చే రెండు త్రిభుజ సంఖ్యల మొత్తం కూడితే వర్గ సంఖ్య (ఒక సంఖ్యతో అదే సంఖ్యను గుణించగా వచ్చే సంఖ్య) వస్తుంది.

5) చతురస్ర సంఖ్యలు

ఆకృతి					
సంఖ్య	1	4	9	16	25
గుణకార రూపం	1 × 1	2 × 2	3 × 3	4 × 4	5 × 5

6) ఘన సంఖ్యలు

ఆకృతి				
సంఖ్య	1	8	27	64
గుణకార రూపం	1 × 1 × 1	2 × 2 × 2	3 × 3 × 3	4 × 4 × 4

కృత్యం చేయండి.

- 36 అను సంఖ్య త్రిభుజ మరియు చతురస్ర సంఖ్యలని బిందువుల సహాయంతో చూపండి.

గణిత గమ్మత్తు

1	1 × 1	1 యొక్క వర్గం $(1)^2$	1
1 + 2 + 1	2 × 2	2 యొక్క వర్గం $(2)^2$	4
1 + 2 + 3 + 2 + 1	3 × 3	3 యొక్క వర్గం $(3)^2$	9
1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1	4 × 4	4 యొక్క వర్గం $(4)^2$	16
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1	5 × 5	5 యొక్క వర్గం $(5)^2$	25
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1	6 × 6	6 యొక్క వర్గం $(6)^2$	36
1+2+3+....+99+100+99+....+3+2+1	100×100	100 యొక్క వర్గం $(100)^2$	10000

అభ్యాసం 4.2

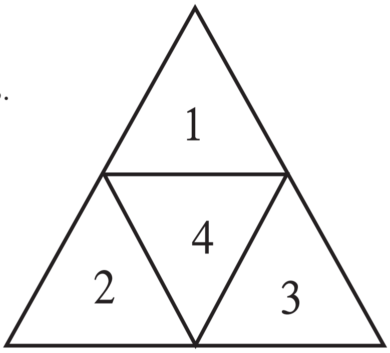
కింద ఇచ్చిన సంఖ్యా మాలికలోని అమరికను గుర్తించి, తర్వాతి మూడు సంఖ్యలను రాయండి.

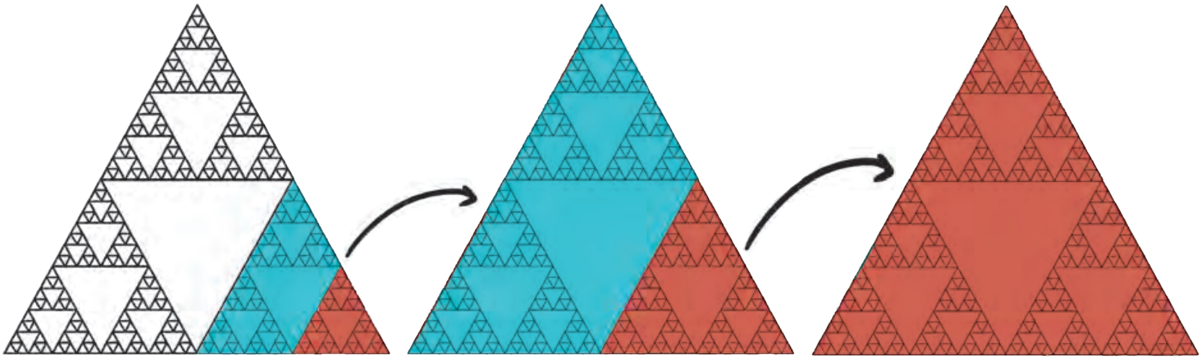
1)	1, 1, 1, 1, 1, 1, ..., ..., ...
2)	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ..., ..., ...
3)	1, 3, 5, 7, 9, ..., ..., ...
4)	2, 4, 6, 8, 10, 12, ..., ..., ...
5)	1, 3, 6, 10, 15, 21, ..., ..., ...
6)	1, 4, 9, 16, 25, 36, ..., ..., ...
7)	1, 8, 27, 64, 125, ..., ..., ...
8)	0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ..., ..., ...
9)	1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, ..., ..., ...
10)	1, 3, 9, 27, 81, ..., ..., ...

ఫ్రాక్టల్స్ (Fractals)

కృత్యం చేయండి.

1) మూడు భుజాల పొడవులు సమానంగా గల త్రిభుజమును గీయండి.
2) ప్రతి భుజం యొక్క మధ్య బిందువులను కలపండి.
3) నాలుగు సమబాహు త్రిభుజాలు ఏర్పడుతాయి.
4) నాలుగవ త్రిభుజాన్ని వదిలి మిగిలిన త్రిభుజాల కొరకు 2వ మెట్టు నుండి అన్ని మెట్లు మళ్ళీ మళ్ళీ చేస్తూ ఉండండి. మీకు ఏమి కనిపిస్తుంది?

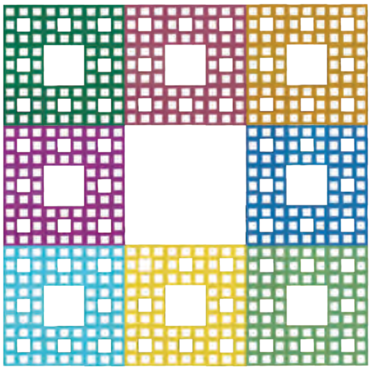




- పూర్తి ఆకృతిలో చిన్న భాగం, అది ఏ కొలతయిన కావచ్చు, పూర్తి ఆకృతిలాగే (స్వ-సమానరూపం) ఉంటుంది.
- ఎంత జూమ్ చేసి చూసినను ఆ ఆకారం పూర్తి ఆకృతిలాగే కనిపిస్తుంది.

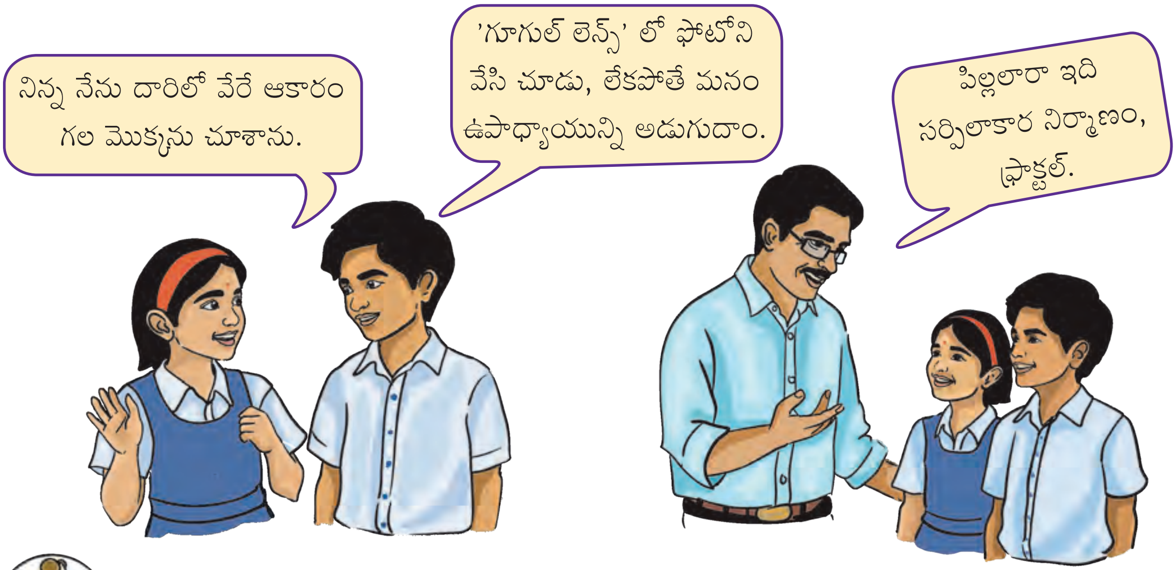
ఉపక్రమం

- పక్కనున్న ఆకృతిలో చూపిన విధంగా చతురస్రానికి ఎలాంటి కృత్యం ఉండాలి? దానివలన చతురస్రంలోని చిన్న భాగాన్ని జూమ్ చేసినను అది పూర్తి చతురస్రంలాగే కనబడాలి.



అర్థం చేసుకోండి.

ఫ్రాక్టల్స్ అంటే అసలు ఏమిటి?



ఆలోచించండి.

క్రమమైన లేదా సమమైన (సమాన పొడవుగల భుజాలు, సమాన కొలతగల కోణాలు) పటాలను మనం గీస్తాం, సహజంగా అభ్యాసంలో వస్తుంటాయి. కానీ ప్రకృతిలో క్రమముగా లేని (సమానంగా లేని) పటాలు ఉదా. గ్రహాల ఎగుడుదిగుడు ఉపరితలం, ఆకాశంలోని మేఘాలు, వక్రాకార సముద్ర తీరం, వంకర-టింకరగా ప్రవహించే నదులు, పర్వతాలు, అడవులు, చెట్లకు అంకురించిన ఆకులు, బ్రోకోలి, అనానస వీటిని గీయడానికి ఒక కొత్త జ్యామితిని అభ్యసించవలసిన అవసరం కలుగుతుంది. ఈ జ్యామితి పేరు ఫ్రాక్టల్స్. ఇదొక సహజ జ్యామితి.

ఫ్రాక్టల్స్ ఈ LATIN పదానికి అర్థం విరుగుట లేదా ముక్కలగుట అని అవుతుంది. ఈ అర్థాన్నిబట్టే బెనాయిట్ మెడల్బ్రోట్ అనే గణితజ్ఞుడు 1975 వ సంవత్సరంలో ఈ కొత్త 'ఫ్రాక్టల్స్' అను పదాన్ని సృష్టించాడు.

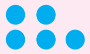
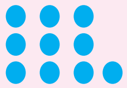
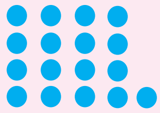
సాధారణంగా శాఖలుగా (Branching) జ్యామితీయ (Geometric) సర్పిలాకార (Spiral) మరియు బీజగణితీయ (Algebraic) రూపంలో ఫ్రాక్టల్స్ అస్తిత్వంలో ఉంటాయి.

ఒక చూపులో

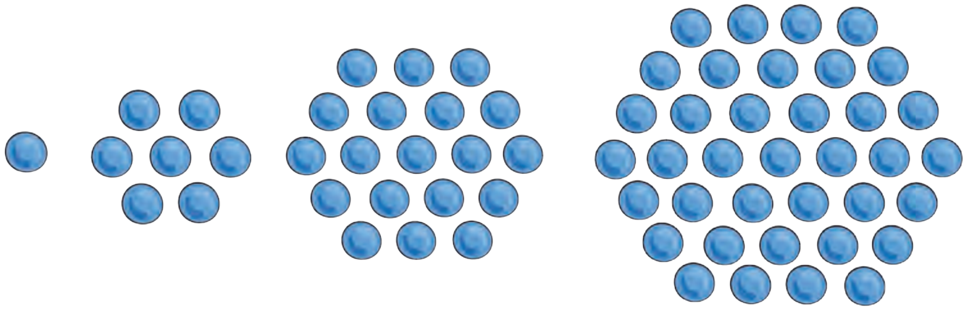
- గణన సంఖ్యలు, సరి సంఖ్యలు, బేసి సంఖ్యలు, చతురస్ర సంఖ్యలు ఇలా వివిధ సంఖ్యా మాలికను అవ ఎరికలుగా అమర్చవచ్చు.
- కొన్నిసార్లు సంఖ్యామాలికలోని సంఖ్యలు ఒకదానితోనొకటి విశిష్ట పద్ధతిలో అనుసంధానించవచ్చు.
- ప్రకృతిలో కనిపించే వేర్వేరు ఆకారాలు ఫ్రాక్టల్స్ అర్థం చేసుకోవచ్చు.

అభ్యాసం 4

(1) కింది పట్టికను పూర్తిచేయండి.

					
2	5	10	17		

(2) షట్కోణ సంఖ్యను సూచించే ఆకృతులు కింద గీయబడినవి. వాటిని మీ నోట్‌బుక్‌లో గీయండి. ఈ అమరికలో తర్వాత సంఖ్య ఏది? దానిని ఆకృతి సహాయంతో చూపండి.



(3) అమరికను పరిశీలించండి, తదుపరి మూడు సంఖ్యలు రాయండి.

2, 9, 28, 65, ..., ..., ...

(4) మొదటి అయిదు త్రిభుజ సంఖ్యలు రాయండి. పదవ త్రిభుజ సంఖ్య ఏది?

(5) గణన సంఖ్యలను ఆరోహణ క్రమంలో కూడుతు వెళ్ళినచో, ఏ సంఖ్యామాలిక తయారవుతుంది?

(6) 1 నుండి ప్రారంభమయ్యే బేసి సంఖ్యలను వరుసగా కూడగా తయారయ్యే సంఖ్యామాలిక రాయండి.
(ఉదా: చతురస్ర సంఖ్య: 1, 1+3, 1+3+5, ...)

(7) 1 + 2 + 3 + ... + 50 + 49 + ... + 3 + 2 + 1 వీటి మొత్తం ఎంత వస్తుంది?

ఉపక్రమం

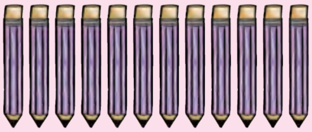
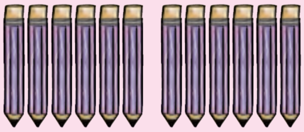
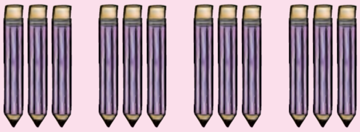
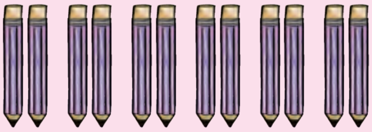
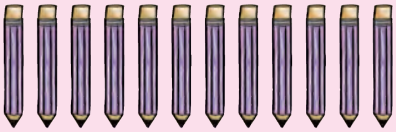
(1) ప్రకృతిలో కనిపించే వివిధ ఫ్రాక్టల్స్ నమూనాలను సేకరించి తరగతిలో చూపి, చర్చించండి.

(2) మీ మొబైల్ తో వివిధ ఫ్రాక్టల్స్ వెదకండి. రకరకాల ఆకారాలను ఉపయోగించి ఫ్రాక్టల్స్ ను తయారు చేసి తరగతిలో చూపి, మీ స్నేహితులకు పరిశీలించమని చెప్పండి.

భాజకము మరియు భాజ్యం (Divisor and Dividend)

కృత్యం చేయండి.

- సమాన ఆకారం గల 12 పెన్సిళ్లను తీసుకోండి. వాటిని సమాన సమూహాలుగా విభజించండి.

12 ఒక సమూహం		12×1
12 ను రెండు సమాన సమూహాలుగా విభజించుట.		6×2
12 ను మూడు సమాన సమూహాలుగా విభజించుట.		4×3
12 ను నాలుగు సమాన సమూహాలుగా విభజించుట.		3×4
12 ను అయిదు సమాన సమూహాలుగా విభజించుట	విభజించలేము.	–
12 ను ఆరు సమాన సమూహాలుగా విభజించుట.		2×6
12 ను ఏడు సమాన సమూహాలుగా విభజించుట.	విభజించలేము.	–
12 ను ఎనిమిది సమాన సమూహాలుగా విభజించుట.	విభజించలేము.	–
12 ను తొమ్మిది సమాన సమూహాలుగా విభజించుట.	విభజించలేము.	–
12 ను పది సమాన సమూహాలుగా విభజించుట.	విభజించలేము.	–
12 ను పదకొండు సమాన సమూహాలుగా విభజించుట.	విభజించలేము.	–
12 ను పన్నెండు సమాన సమూహాలుగా విభజించుట.		1×12

పై పట్టికను పరిశీలించినప్పుడు మనం 12 పెన్సిళ్లను 1, 2, 3, 4, 6 మరియు 12 సమాన సమూహాలుగా విభజించగలిగాం. గనుక 12 అను సంఖ్య యొక్క భాజకాలు 1, 2, 3, 4, 6 మరియు 12 ఈ సంఖ్యలవుతాయి. 12 అను సంఖ్య 1, 2, 3, 4, 6 మరియు 12 ఈ సంఖ్యలచే భాగింపబడుతుంది. ఏ సంఖ్యచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందో ఆ సంఖ్య భాజకం అవుతుంది. **ఏ సంఖ్యను నిశ్శేషంగా భాగిస్తుందో ఆ సంఖ్య భాజ్యం అవుతుంది.**

12 పెన్సిళ్లను మనం 5, 7, 8, 9, 10 మరియు 11 సమాన సమూహాలుగా విభజించలేకపోయాం గనుక 5, 7, 8, 9, 10 మరియు 11 లు 12 యొక్క భాజకాలు కావు.

అర్థం చేసుకోండి.

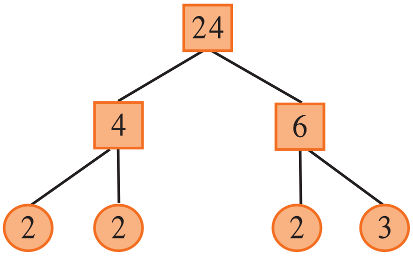
ఏదైనా సంఖ్యయొక్క ఎక్కాలు లేదా గుణిజాలలో గల సంఖ్యలు ఆ సంఖ్యచేతనే భాగింపబడతాయి.

ఉదా: 2 ఈ సంఖ్యయొక్క గుణిజాలలో 12 అను సంఖ్య వస్తుంది.

∴ 12 అను సంఖ్య 2 అను సంఖ్యచే భాగింపబడినచో 2 అను సంఖ్య 12 అనే సంఖ్య యొక్క భాజకం అవుతుంది.

ప్రధాన కారణాంకాలు కనుగొను పద్ధతి :

(1) 24 ఈ సంఖ్యయొక్క ప్రధాన కారణాంకాలు కనుగొనండి.



అడ్డు అమరిక

$24 = 2 \times 12$

$= 2 \times 2 \times 6$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$

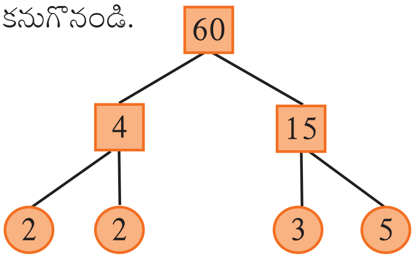
- ఈ అమరిక 24 సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలు గుణకారరూపంలో ఉన్నాయి

నిలువు అమరిక

2	24
2	12
2	6
3	3
	1

- 24ఈ సంఖ్యయొక్క ప్రధాన కారణాంకాలు: 2 మరియు 3

(2) 60 ఈ సంఖ్యయొక్క ప్రధాన కారణాంకాలు కనుగొనండి.



అడ్డు అమరిక

$60 = 2 \times 30$

$= 2 \times 2 \times 15$

$= 2 \times 2 \times$ □ $\times$ □

- ఈ అమరిక 60 సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలు గుణకారరూపంలో ఉన్నాయి

నిలువు అమరిక

2	60
□	30
3	15
5	□
	1

- 60 ఈ సంఖ్యయొక్క ప్రధాన కారణాంకాలు : □, □, □

అభ్యాసం 5.1

(1) కింది సంఖ్యల ప్రధాన కారణాంకాలను గుణకారరూపంలో రాయండి.

i) 69 ii) 27 iii) 78 iv) 126

(2) కింది సంఖ్యల అన్ని భాజకాలు రాయండి.

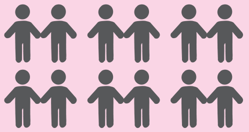
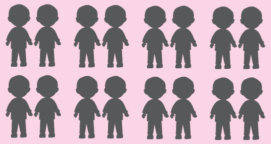
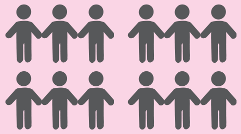
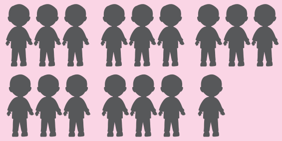
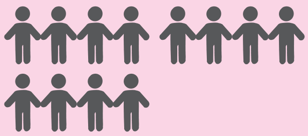
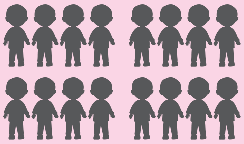
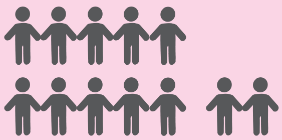
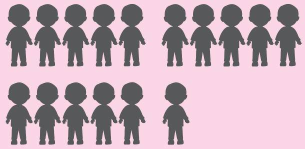
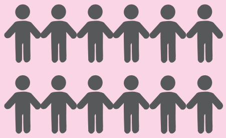
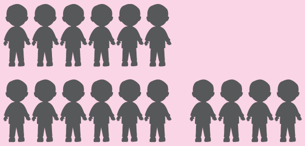
i) 18 ii) 56 iii) 120 iv) 256 v) 67

గ.సా.భా : గరిష్ఠ సామాన్య (ఉమ్మడి) భాజకం (Highest Common Factor)

'అ' సమూహంలో 12 మరియు 'బ' సమూహంలో 16 మంది విద్యార్థులున్నారు. కవాయతుకై రెండు సమూహాలలో నుండి సమాన విద్యార్థుల సంఖ్య గల స్వతంత్ర వరసను చేయాలి. ఒక విద్యార్థి కూడా మిగలకుండా ప్రతి వరుసలో ఎక్కువలో ఎక్కువ ఎంతమంది విద్యార్థులను నిలబెట్టగలము?

'అ' సమూహం

'బ' సమూహం

క్ర. సం	'అ' సమూహంలో (విద్యార్థుల సంఖ్య – 12)		'బ' సమూహంలో (విద్యార్థుల సంఖ్య – 16)		ప్రతి వరుసలో రెండు సమూహాలలోని సమాన విద్యార్థులు
1		2 × 6		2 × 8	✓
2		3 × 4		3 × 5 + 1	×
3		4 × 3		4 × 4	✓
4		5 × 2 + 2		5 × 3 + 1	×
5		6 × 2		6 × 2 + 4	×

పై పట్టికను పరిశీలించినచో మనకు విద్యార్థులను రెండు–రెండు మరియు నాలుగు–నాలుగు సమూహాలుగా విభజించవచ్చింది. అందులో అతిపెద్ద సమూహం నాలుగు–నాలుగుది తయారయింది, 4 అనే సంఖ్య 12 మరియు 16 ల సంఖ్యల అన్నిటికంటె పెద్ద ఉమ్మడి విభాజకం, కావున 4ను 12 మరియు 16 యొక్క గరిష్ఠ సామాన్య భాజకం (గ.సా.భా) అవుతుంది.

భాజకాల పద్ధతి

మాదిరి సమస్య : 12 మరియు 16 ఈ రెండు సంఖ్యల గ.సా.భా.ను కనుగొనండి.

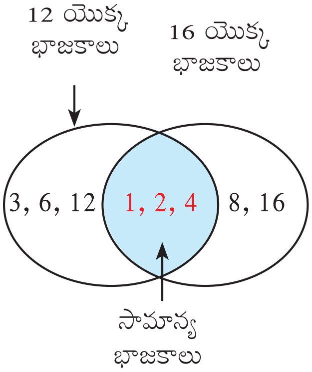
12 యొక్క భాజకాలు: 1, 2, 3, 4, 6, 12

16 యొక్క భాజకాలు: 1, 2, 4, 8, 16

12 మరియు 16 ఈ రెండు సంఖ్యల సామాన్య భాజకాలు :1, 2, 4

12 మరియు 16 ఈ రెండు సంఖ్యల అతిపెద్ద సామాన్య భాజకం: 4

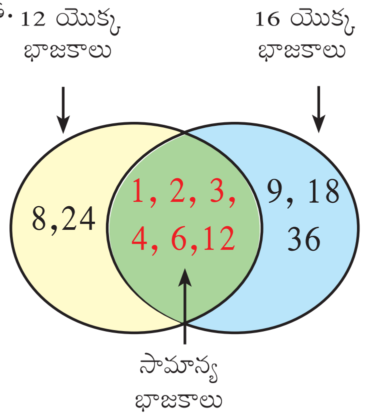
12 మరియు 16 ఈ రెండు సంఖ్యల గ.సా.భా. 4 అవుతుంది.



గ.సా.భా. కనుగొను పద్ధతి

మాదిరి సమస్య: 24 మరియు 36 ఈ సంఖ్యల గ.సా.భా.ను కనుగొనండి.

(1) భాజకాల పద్ధతి :



24 ఈ సంఖ్య భాజకాలు: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

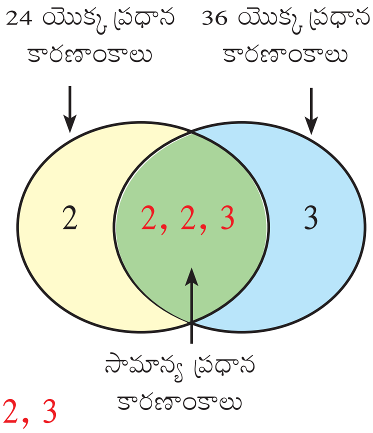
36 ఈ సంఖ్య భాజకాలు : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

24 మరియు 36 ఈ సంఖ్యల సామాన్య భాజకాలు : 1, 2, 3, 4, 6,12

అతిపెద్ద సామాన్య భాజకం 12 అవుతుంది.

∴ 24 మరియు 36 ఈ రెండు సంఖ్యల గ.సా.భా. 12 అవుతుంది.

(2) ప్రధాన కారణాంకాల పద్ధతి :



$24 = 2 \times 12$

$= 2 \times 2 \times 6$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$36 = 2 \times 18$

$= 2 \times 2 \times 9$

$= 2 \times 2 \times 3 \times 3$

24 మరియు 36 ఈ సంఖ్యల సామాన్య ప్రధాన కారణాంకాలు = 2, 2, 3

24 మరియు 36 ఈ సంఖ్యల గ.సా.భా. = వాటి సామాన్య కారణాంకాల లబ్ధం

$= 2 \times 2 \times 3 = 12$

∴ 24 మరియు 36 ఈ రెండు సంఖ్యల గ.సా.భా. 12 అవుతుంది.

(3) భాగహార పద్ధతి :

- రెండు సంఖ్యల గ.సా.భా. కనుగొనునప్పుడు పెద్ద సంఖ్యను చిన్న సంఖ్యచే భాగించండి.
- భాగహారంలో శేషం మిగిలినచో ఆభాజకాన్ని శేషంతో భాగించండి.
- ఈ క్రియను శేషం సున్న (0) వచ్చేంతవరకు కొనసాగించండి.

ఎప్పుడైతే శేషం సున్న వస్తుందో, అప్పుడు చివరి భాజకం అనగా గ.సా.భా.

```
     1              2
24) 36         12) 24
   -24            -24
   ----           ----
    12             00
```

- ఇక్కడ శేషం 0 వచ్చింది మరియు భాజకం 12 కాబట్టి, 24 మరియు 36 ఈ సంఖ్యల గ.సా.భా. 12 అవుతుంది.

అభ్యాసం 5.2

(1) కింది సంఖ్యల గ.సా.భా.ను కనుగొనండి.

i) 36, 48   ii) 31, 2   iii) 65, 13   iv) 108, 132   v) 30, 24, 48

(2) ఒక గది పొడవు, వెడల్పులు వరుసగా 15 మీటర్లు మరియు 9 మీటర్లు గలదు. ఆ గదిలో చతురస్రాకార పలకలు అమర్చడానికి ప్రతి పలక ఎక్కువలో ఎక్కువ పొడవు, ఎన్ని మీటర్లు ఉండాలి?

(3) ఒక దుకాణదారు వద్ద 90 మీటర్లు మరియు 120 మీటర్ల పొడవుగల రెండు తానులున్నాయి. అతనికి రెండు తానుల నుండి సమాన పొడవుగల రెండు పెద్ద ముక్కలుగా కత్తిరించాలని ఉంది. ప్రతి ముక్క ఎక్కువలో ఎక్కువ ఎంత పొడవు ఉండవచ్చు?

(4) ఒక పూలహారాల విక్రేత వద్ద ఎరుపు మరియు తెలుపు గులాబీ పూల సంఖ్య వరుసగా 48 మరియు 60 గలవు. అతనికి రెండు రకాల పూలతో స్వతంత్రంగా పూలహారం తయారుచేయాలని ఉంది. ప్రతి దండలో పూలసంఖ్య సమానంగా ఉండాలంటే, ప్రతి దండలో ఎక్కువలో ఎక్కువ ఎన్ని పూలు ఉంటాయి?

క.సా.గు – కనిష్ఠ సామాన్య గుణజం
(Least Common Multiple)

గణిత చర్చ

తాతయ్య : ఒరే శౌర్య నాకు కళ్లు మరియు మోకాళ్ల నొప్పికై తాలూకాలోని డాక్టర్ వద్దకు వెళ్లాలి.

శౌర్య : తాతయ్య, మీరు ఎప్పుడెప్పుడు వెళ్ళాలనుకొంటున్నారు?

తాతయ్య : కంటి వైద్య నిపుణుడు తాలూకాకు ప్రతి నెలలో 6వ తేదీన వస్తాడు, తర్వాత ప్రతి ఆరు–ఆరు రోజులకు వస్తాడు.

శౌర్య : మరి మోకాలినొప్పి గురించి వైద్య నిపుణుడు ఎప్పుడు వస్తాడు?

తాతయ్య : మోకాలినొప్పి వైద్య నిపుణుడు ప్రతి నెలలో 8వ తేదీన వస్తాడు, తర్వాత ప్రతి ఎనిమిది–ఎనిమిది రోజులకు వస్తాడు.

శౌర్య : మరి మనం రెండు సార్లు తాలూకాకు పోవలసి వస్తుందా?

తాతయ్య : లేదు, రెండు పరీక్షలను ఒకే రోజున చేయించుకుందాం.

శౌర్య : సరే తాతయ్య! అయితే అతి తొందరగా ఈ నెలలో ఏ తేదీన ఇద్దరు డాక్టర్లు అందుబాటులో ఉంటారు? ఇప్పుడు మనం చూద్దాం.

పక్కనున్న దినదర్శికను చూసి జవాబులు రాద్దాం

1) కంటి వైద్యుడు నెలలో ఏ యే తేదీలలో వస్తాడు?

2) మోకాలినొప్పి వైద్యుడు నెలలో ఏ యే తేదీలలో వస్తాడు?

3) రెండు పరీక్షలను ఒకే రోజున చేయాలంటే నెలలో ఏ తేదీన ఇద్దరు వైద్యులు అందుబాటులో ఉంటారు?

మనమిచ్చట 6 మరియు 8 ఈ సంఖ్యల గుణిజాలను వెదుకుదాం.

6 ఈ సంఖ్యయొక్క గుణిజాలు : 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 96...

8 ఈ సంఖ్యయొక్క గుణిజాలు : 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96...

6 మరియు 8 ఈ సంఖ్యల సామాన్య గుణిజాలు: 24, 48, 72, 96

6 మరియు 8 ఈ సంఖ్యల అతిచిన్న గుణిజం : 24

∴ 6 మరియు 8 ఈ సంఖ్యల కనిష్ఠ సామాన్య గుణిజం అనగా 24 వాటి క.సా.గు. అవుతుంది.

క.సా.గు. కనుగొను పద్ధతి

మాదిరి సమస్య : 8, 12 మరియు 16 ఈ సంఖ్యల క.సా.గు.ను కనుగొనండి.

(1) గుణిజాల పద్ధతి :

8 ఈ సంఖ్యయొక్క గుణిజాలు : 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96,...

12 ఈ సంఖ్యయొక్క గుణిజాలు : 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, ...

16 ఈ సంఖ్యయొక్క గుణిజాలు : 16, 32, 48, 64, 80, 96, ...

8, 12 మరియు 16 ఈ సంఖ్యల సామాన్య గుణిజాలు : 48, 96,

పై సామాన్య గుణిజాల సంఖ్యలలో కనిష్ఠ అనగా అతిచిన్న గుణజ సంఖ్య 48.

∴ 8, 12 మరియు 16 ఈ సంఖ్యల క.సా.గు. 48 అవుతుంది.

(2) ప్రధాన కారణాల పద్ధతి :

సంఖ్యలను ప్రధాన కారణాంకాలుగా విడగొడదాం

$8 = 2 \times 4$
$= 2 \times 2 \times 2$

$12 = 2 \times 6$
$= 2 \times 2 \times 3$

$16 = 2 \times 8$
$= 2 \times 2 \times 4$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 2$

8, 12 మరియు 16 ఈ సంఖ్యల సామాన్య ప్రధాన కారణాంకాలు = 2, 2

8 మరియు 16 ఈ సంఖ్యల సామాన్య ప్రధాన కారణాంకాలు = 2

సామాన్యం కాని ప్రధాన కారణాంకాలు = 2, 3

క.సా.గు. అనగా సామాన్య మరియు సామాన్యం కాని ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధం = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$

∴ 8, 12 మరియు 16 ఈ సంఖ్యల క.సా.గు. = 48

(3) నిలువు అమరిక పద్ధతి :

2	8	12	16
2	4	6	8
2	2	3	4
2	1	3	2
3	1	3	1
	1	1	1

గ.సా.భా. : $2 \times 2 = 4$

క.సా.గు. : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$

3	15	25	45
3	5	25	15
5	5	25	5
5	1	5	1
	1	1	1

గ.సా.భా. : 5

క.సా.గు. : $5 \times 3 \times 3 \times 5 = 225$

రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల క.సా.గు. అనగా, సామాన్య మరియు సామాన్యంగా లేని ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధం అవుతుంది. క.సా.గు. అనగా ఎలాంటి అతిచిన్న సంఖ్య అంటే, ఆ సంఖ్యచే ఇచ్చిన అన్ని సంఖ్యలు నిశ్శేషంగా భాగించబడుతాయి.

ఇచ్చిన రెండు సంఖ్యల లబ్ధం వాటి గ.సా.భా. మరియు క.సా.గు.ల యొక్క లబ్ధానికి సమానంగా ఉంటుంది.

18 మరియు 30 ఈ సంఖ్యల గ.సా.భా.ను కనుగొనండి.	18 మరియు 30 ఈ సంఖ్యల క.సా.గు.ను కనుగొనండి.
18 ఈ సంఖ్యయొక్క భాజకాలు : 1, 2, 3, 6, 9, 18 30 ఈ సంఖ్యయొక్క భాజకాలు: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 సామాన్య భాజకాలు : 1, 2, 3, 6 అతిపెద్ద సామాన్య భాజకం : 6 కాబట్టి గ.సా.భా. 6 అవుతుంది. 18 మరియు 30 ఈ సంఖ్యల గ.సా.భా. 6 అవుతుంది.	18 ఈ సంఖ్యయొక్క గుణిజాలు : 18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, 162, 180 30 ఈ సంఖ్యయొక్క గుణిజాలు : 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210 సామాన్య గుణిజాలు : 90, 180, ... అతిచిన్న సామాన్య గుణిజ సంఖ్య : 90 18 మరియు 30 ఈ సంఖ్యల క.సా.గు. 90 అవుతుంది.

$18 \times 30 = 540$ (రెండు సంఖ్యల లబ్ధం)

$6 \times 90 = 540$ (గ.సా.భా. మరియు క.సా.గు. ల లబ్ధం)

$18 \times 30 = 6 \times 90$

ఇచ్చిన రెండు సంఖ్యల లబ్ధం = గ.సా.భా. మరియు క.సా.గు.ల లబ్ధం

అభ్యాసం 5.3

(1) కింది సంఖ్యల క.సా.గు.ను కనుగొనండి.

i) 16, 24 ii) 30, 40 iii) 72, 96 iv) 9, 15, 20 v) 30, 45, 60

(2) కింది సమస్యలను సాధించండి.

i) 5, 10 మరియు 15 ఈ సంఖ్యలచే భాగింపబడే అతిచిన్న మూడంకెల సంఖ్యను కనుగొనండి.

ii) రెండు సంఖ్యల లబ్ధం 360, వాటి గ.సా.భా. 6 అయినచో వాటి క.సా.గు. ఎంత?

iii) రెండు సంఖ్యల క.సా.గు. 200 మరియు గ.సా.భా. 10. ఇచ్చిన సంఖ్యలలో ఒక సంఖ్య 40 అయిన రెండవ సంఖ్య ఏది?

iv) రైతు వద్ద 250 కి.గ్రా.ల గోధుమలు మరియు 150 కి.గ్రా.ల జొన్నలున్నాయి. రెండు ధాన్యాల బరువులు సమానంగా ఉండునట్లుగా సంచులలో నింపాలి. అయితే ప్రతి సంచిలో ఎక్కువలో ఎక్కువ ఎన్ని కి.గ్రా. ధాన్యాన్ని నింపవలసి వస్తుంది?

v) ముగ్గురు మిత్రులు ఒక వృత్తాకార పరుగుబాటపై పరుగెత్తడం అభ్యాసం చేస్తున్నారు. వారికి ఒక చుట్టు పూర్తి చేయడానికి వరుసగా 2, 3 మరియు 4 నిమిషాలు పట్టింది. ఒకవేళ వారు ఒకే సమయంలో ఒకే చోటునుండి పరుగెత్తడం ప్రారంభించినచో, తిరిగి వారు అదే చోటులో మొదటిసారి ఎన్ని నిమిషాలకు కలుస్తారు?

vi) తరగతిలోని పిల్లలను ప్రతి వరుసలో 6 లేదా ప్రతి వరుసలో 8 చొప్పున నిలబెట్టినచో ఒక పిల్లవాడు కూడా మిగలడు. అయితే తరగతిలోని పిల్లల సంఖ్య తక్కువలో తక్కువ ఎంత?

vii) మూడు వేర్వేరు చోట్లకు వెళ్ళే బస్సులు ఒకే ప్రాంగణము నుండి ప్రతి 10, 15 మరియు 20 నిమిషాలకు బయలుదేరుతాయి. ఒకవేళ ఆ మూడు బస్సులు మొదటిసారి ఉదయం 8 గంటలకు బయలుదేరినచో, అవి మళ్ళీ ఒకేసారి అతి తొందరగా ఎప్పుడు బయలుదేరుతాయి?

గణితీయ క్రీడ

కింద 1 నుండి 100 వరకు సంఖ్యలు గల చట్రం ఇవ్వబడినది.

(1) నేహా మరియు శార్వరిల వద్ద వరుసగా నీలి మరియు ఆకుపచ్చ రంగుల త్రిభుజాకార పాచికలున్నాయి.
నేహా తన నీలిరంగు పాచికను 16 యొక్క భాజకాల సంఖ్యల గడులలో చూపిన విధంగా పెట్టింది.
శార్వరి తన ఆకుపచ్చ రంగు పాచికను 24 యొక్క భాజకాల గడులలో పెట్టింది.

* ఇద్దరి పాచికలు ఏ యే గడులలో కలుస్తాయి?
* అందులో అతి పెద్ద సంఖ్య ఏది?

16 ఈ సంఖ్యయొక్క భాజకాలు : 1, 2, 4, 8, 16 మరియు 24 ఈ సంఖ్యయొక్క భాజకాలు :1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. రెండు సంఖ్యల సామాన్య భాజకాలు : 1, 2, 4, 8 అవుతాయి. వీటిలో అతిపెద్ద భాజకం 8 అవుతుంది అనగా ఇద్దరి పాచికలు అతిపెద్ద సామాన్య భాజకం (గ.సా.భా) 8 వ గడిలోకి వస్తాయి.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

(2) ఆదిత్య మరియు శుభంకర్‌ల వద్ద ఎరుపు మరియు పసుపు రంగుల పాచికలున్నాయి.
ఆదిత్య తన ఎరుపురంగు పాచికలను 16 ఈ సంఖ్యయొక్క గుణిజాలు గల గడులలో అమర్చాడు.
శుభంకర్ తన పసుపు రంగు పాచికలను 24 ఈ యొక్క గుణిజాల సంఖ్యల గడులలో అమర్చాడు.
(16 మరియు 24 ఈ సంఖ్యల గుణిజాల సంఖ్యలు అసంఖ్యాకంగా ఉన్నాయి. కానీ ఇక్కడ 100 వరకు సంఖ్యలను మాత్రమే పరిగణనలోకి తీసుకున్నాం)

* ఇద్దరి పాచికలు ఏ సంఖ్య గల గడిలో మొదటగా కలిసి వచ్చాయి?

48 ఈ సంఖ్య గడిలో రెండు పాచికలు ఒకేసారి వచ్చాయి.

16 ఈ సంఖ్యయొక్క గుణిజాలు : 16, 32, 48, 64, 80, 96

24 ఈ సంఖ్యయొక్క గుణిజాలు : 24, 48, 72, 96

రెండు సంఖ్యల సామాన్య గుణిజాలు : 48, 96

$\therefore$ 16 మరియు 24 ఈ సంఖ్యల క.సా.గు. = 48

ఉపాధ్యాయులకు సూచన: ఈ విధంగా రెండు సంఖ్యల భాజకాలు మరియు గుణిజాలు గల గడులలో పాచికలు పెట్టి గ.సా.భా మరియు క.సా.గు కనుగొను ఆటను ఆడుకోండి.

ఒక చూపులో

- **భాజకం :** ఇచ్చిన సంఖ్య ఏ సంఖ్యచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందో, ఆ సంఖ్య ఇచ్చిన సంఖ్యకు భాజకం అవుతుంది.
- **ప్రధాన కారణాంకాలు :** ఏదైనా సంఖ్య యొక్క భాజకాలలో ఏ కారణాంకాలు ప్రధాన సంఖ్యలవుతాయో వాటిని ప్రధాన కారణాంకాలని అంటారు.
- **గుణిజం :** ఏదైని సంఖ్యకు రెట్లలో గల సంఖ్యలు ఆ సంఖ్యకు గుణిజాలు అవుతాయి.
- **గ.సా.భా. :** ఇచ్చిన సంఖ్యల యొక్క అన్ని సామాన్య భాజకాల లబ్ధం అనగా గ.సా.భా.
- **క.సా.గు. :** ఇచ్చిన సంఖ్యల యొక్క క.సా.గు. అనగా, వాటి సామాన్య మరియు సామాన్య కాని ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధం. క.సా.గు. అనగా అతిచిన్న సంఖ్య, దానిని ఇవ్వబడిన అన్ని సంఖ్యలచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

రెండు సంఖ్యల లబ్ధం వాటి గ.సా.భా. మరియు క.సా.గు. ల లబ్ధం అంత ఉంటుంది.

స్వయం అధ్యయనం 5

(1) సరైన పర్యాయాన్ని ఎన్నుకోండి.

i) 75 ఈ సంఖ్యయొక్క అతిచిన్న ప్రధాన కారణాంకం ఏది?

అ) 1   బ) 3   క) 5   డ) 7

ii) 17 మరియు 18 ఈ సంఖ్యల అతిచిన్న సామాన్య భాజకం ఏది?

అ) 1   బ) 2   క) 3   డ) 4

(2) కింది వాక్యాలకు ఎదురుగా సత్యం, అసత్యం అని రాయండి.

i) ప్రతి ప్రధానసంఖ్యకు కేవలం రెండు కారణాంకాలుంటాయి.

ii) రెండు ప్రధాన సంఖ్యల లబ్ధం ఎల్లప్పుడు ప్రధానసంఖ్యయే అవుతుంది.

iii) గ.సా.భా., క.సా.గు. యొక్క భాజకం అవుతుంది.

iv) క.సా.గు. ఇచ్చిన సంఖ్యకంటే పెద్దగా లేదా ఆ సంఖ్యలలోని అతిచిన్న సంఖ్యయంతనే ఉంటుంది.

(3) కింది సంఖ్యల ప్రధాన కారణాంకాలను గుణకార రూపంలో రాయండి.

i) 91   ii) 160   iii) 89

(4) కింది సంఖ్యల గ.సా.భా.ను కనుగొనండి.

i) 21, 42   ii) 17, 9   iii) 120, 180, 240

(5) కింది సంఖ్యల క.సా.గు.ను కనుగొనండి.

i) 11, 16   ii) 7, 49   iii) 16, 48, 6

(6) సాధించండి.

i) రెండు సంఖ్యల లబ్ధం 120, అయితే వాటి క.సా.గు. 16 అయినచో వాటి గ.సా.భా. ఎంత?

ii) ఒక సంఖ్య మరియు 16 వీటి గ.సా.భా. 4, క.సా.గు. 48 అయిన ఆ సంఖ్య ఏది?

iii) ఒక వడ్రంగి వద్ద రెండు కర్రపట్టీలున్నాయి. ఒక పట్టీ పొడవు 54 అంగుళాలు, మరొక పట్టీ పొడవు 72 అంగుళాలని గలవు. అతనికి ఈ రెండు పట్టీలను సమాన పొడవుగల పట్టీలుగా చేయాలని ఉన్నది. తద్వారా కర్రపట్టీలు మిగులకుండా ఉండాలి. అయితే అతను పట్టీలను ఎక్కువలో ఎక్కువ ఎంత పొడవుగల ముక్కలుగా చేయాలి?

iv) సమీర్ వద్ద 84 మామిడిపండ్లు మరియు 105 ఆపిల్ ఉన్నాయి. అతను ఆ పండ్లను పెట్టెలను పెట్టాలి, తద్వారా ప్రతి పెట్టెలలోని పండ్ల సంఖ్య సమానంగా ఉండునట్లు మరియు ఒక పెట్టెలో కేవలం ఒకే రకం పండ్లు ఉండాలి.

1) అతను ఒక పెట్టెలో అత్యధికంగా ఎన్ని పండ్లు పెట్టాలి?

2) పండ్లను పెట్టడానికి అతనికి తక్కువలో తక్కువ ఎన్ని పెట్టెలు అవసరమవుతాయి?

గణిత ప్రహేళిక

ప్రహేళిక

			30
			105
			70
12	75	245	*

→

ప్రహేళిక సమాధానం

2	3	5	30
3	5	7	105
2	5	7	70
12	75	245	*

ఈ ప్రహేళికను విప్పడానికి ఏమి నియమాలుండవచ్చు? ఆలోచించండి.

- ఈ విధంగా కింద ఇచ్చిన ప్రహేళికలను సాధించండి.

i)

			8
			18
			30
8	18	30	*

ii)

			42
			45
			66
12	27	385	*

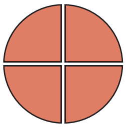
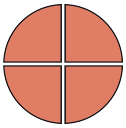
ఆలోచించండి.

- గ.సా.భా. పెరిగితే క.సా.గు. పెరుగుతుందా?
- పదసమస్యలను సాధిస్తున్నప్పుడు గ.సా.భా.ను కనుగొనాలా, క.సా.గు.ను కనుగొనాలా అనేది ఎలా నిర్ణయించుకుంటారు?

6 భిన్నాలు

పునఃవిమర్శ

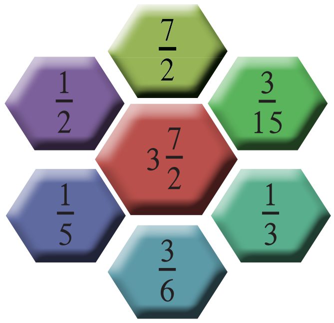
వృత్తాకార పట్టీ (చిక్కీ) ని నాలుగు సమాన భాగాలు చేశారు. ఇద్దరికి కిందివిధంగా పంచడం జరిగింది.

	రమేశ్	సురేశ్
	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{4}$

ఇలాంటి పంపకాన్ని భిన్నాల రూపంలో చూపవచ్చు. ఉదా. $\frac{1}{4}$ లో 1 లవం మరియు 4 హారం. దీనినే సామాన్య భిన్నం అని అంటారు.

- పక్కనున్న చిత్రంలో ఇచ్చిన భిన్నాల వర్గీకరణను పట్టికలో చేయండి.

సజాతీయ భిన్నం	సమాన భిన్నం	అపక్రమ భిన్నం	సంక్షిప్త రూపంలో భిన్నం	మిశ్రమ భిన్నం



ప్రాత్యక్షికం

ఇచ్చిన ప్రాత్యక్షికాన్ని చేసి చూడండి.

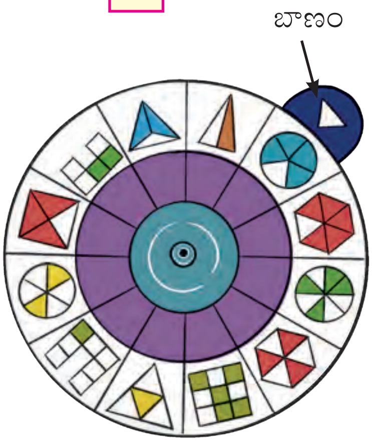
కావలసినవి : బకెట్, మగ్ మరియు నీరు

1) బకెట్ పూర్తిగా నిండడానికి ☐ మగ్గుల నీరు అవసరం.

2) నీటితో పూర్తిగా నిండిన బకెట్ నుండి ☐ మగ్గులు తోటలోని మొక్కలకు పోశారు. అయితే బకెట్లో మిగిలిన నీటిని భిన్న రూపంలో రాయండి. ☐

గణిత క్రీడ : భిన్నాల చక్రం

కృత్యం చేయండి.



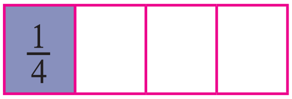
1. భిన్నాల చక్రాన్ని చదునైన ఉపరితలంపై ఉంచండి.
2. ఒక్కొక్క విద్యార్థిని పిలిచి, భిన్నాల చక్రాన్ని తిప్పండి, ఆ చక్రం ఏదేని ఒక పటంపై ఆగుతుంది.
3. చక్రం ఆగిన తర్వాత బాణానికి ఎదురుగానున్న పటంలో రంగువేసిన భాగాన్ని సూచించే భిన్నాన్ని గుర్తించండి.
4. సరైన జవాబు ఇచ్చిన విద్యార్థికి 1 మార్కు ఇవ్వండి.

5. ప్రతి విద్యార్థికి అవకాశం ఇస్తూ ఈ ఆటను కొనసాగించాలి.

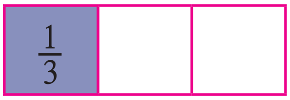
6. చివరలో అధిక పాయింట్లు సాధించిన విద్యార్థి 'భిన్నాల విజేత'గా ప్రకటింపబడతాడు.

ఏకభిన్నం (Unit Fraction)

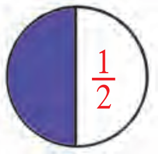
అర్థం చేసుకోండి.



- ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార కాగితపు పట్టీని నాలుగు సమాన భాగాలుగా చేసినప్పుడు ప్రతి భాగం $\frac{1}{4}$ అను భిన్నాన్ని సూచిస్తుంది. చిత్రంలో రంగువేసిన భాగం = $\frac{1}{4}$, అయితే రంగు వేయని భాగం = $\frac{3}{4}$.

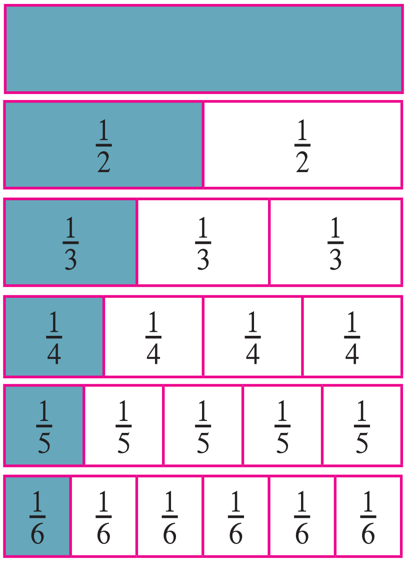


- దీర్ఘచతురస్రాకార కాగితాన్ని మూడు సమాన భాగాలుగా చేసినప్పుడు ప్రతి భాగం $\frac{1}{3}$ అవుతుంది. పటంలో రంగువేసిన భాగం = $\frac{1}{3}$ అయితే రంగు వేయని భాగం = ______



- వృత్తంయొక్క రెండు సమాన భాగాలలో ఒక భాగం = ______ అవుతుంది. రంగువేసిన భాగం = ______, రంగువేయని భాగం = ______

కృత్యం చేయండి.



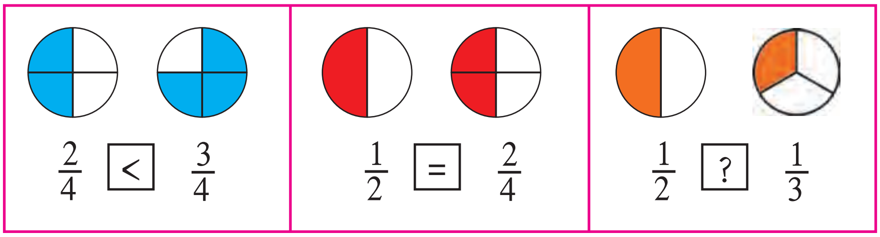
- పక్కనున్న పటంలో చూపిన విధంగా కాగితమును సమాన ఆకారం గల 6 పట్టీలను తయారు చేయండి.
- 5 పట్టీలను వరుసగా 2, 3, 4, 5, 6 సమాన భాగాలు చేయండి.
- ప్రతి పట్టీలో 1 భాగం రంగు వేయండి. రంగువేసిన భాగము యొక్క భిన్నాన్ని రాయండి.
- పటంలో సూచించిన భిన్నాల భాగాలను పరిశీలించండి.
- రంగు వేసిన భాగాల భిన్నాలను పోల్చండి.

పై కృత్యం నుండి ఇలా దృష్టికి వస్తుంది.

> ఎప్పుడైతే ఒక పూర్తి భాగం అనేక భాగాలుగా విభజించబడుతుందో అప్పుడు ప్రతి భాగం **ఏక భిన్నం** అవుతుంది.
> $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$ ఇవన్నియు ఏక భిన్నాలు మరియు $\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5} > \frac{1}{6}$

భిన్నాలను పోల్చడం

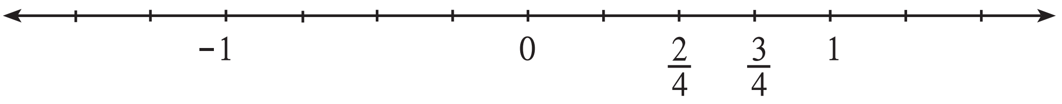
అర్థం చేసుకోండి.



పటాలను బట్టి పోల్చడం సులభం, కానీ పటం లేనట్లయితే ఏలా పోల్చాలో అది చూద్దాం.

సంఖ్యారేఖపై భిన్నాలను పోల్చడం.

ఉదా, $\frac{2}{4}$ మరియు $\frac{3}{4}$



సంఖ్యారేఖపై కుడి వైపునున్న సంఖ్యలు ఎడమ వైపునున్న సంఖ్యల కంటె పెద్దగా ఉంటాయి $\frac{2}{4} < \frac{3}{4}$

విజాతి భిన్నాలను పోల్చడానికి ముందు వాటి హారాలను సమానం చేయవలసి ఉంటుంది.

మాదిరి సమస్య :

1) $\frac{1}{2}$ మరియు $\frac{1}{3}$ వీటిలో ఏ భిన్నం పెద్దది?

→ రెండు భిన్నాల హారాలు సమానం చేయడానికి హారాల క.సా.గు. ను కనుగొందాం. రెండు భిన్నాల హారాలను సమానం చేస్తాం.

$\frac{1}{2} = \frac{1\times3}{2\times3} = \frac{3}{6}$ మరియు $\frac{1}{3} = \frac{1\times2}{3\times2} = \frac{2}{6}$ కానీ $\frac{3}{6} > \frac{2}{6}$ $\therefore \frac{1}{2} > \frac{1}{3}$

$\frac{1}{2}$ మరియు $\frac{1}{3}$ వాటి హారాలను సమానం చేసి ఆ భిన్నాలను సంఖ్యారేఖపై చూపవచ్చు మరియు వాటిని పోల్చవచ్చు.

2) $\frac{4}{5}$ మరియు $\frac{7}{9}$ వీటిలో ఏ భిన్నం పెద్దది?

→ 5 మరియు 9 ల క.సా.గు. 45 అవుతుంది. ఇచ్చిన భిన్నాల హారాలను 45 గా మారుద్దాం.

$\frac{4}{5} = \frac{4\times9}{5\times9} = \frac{36}{45}$ మరియు $\frac{7}{9} = \frac{7\times5}{9\times5} = \frac{35}{45}$ ఇప్పుడు $\frac{36}{45} > \frac{35}{45}$ $\therefore \frac{4}{5} > \frac{7}{9}$

3) $\frac{7}{9}$ మరియు $\frac{17}{21}$ ఈ భిన్నాలను పోల్చుదాం.

→ $\frac{7}{9} = \frac{7\times\square}{9\times\square} = \frac{49}{\square}$ మరియు $\frac{17}{21} = \frac{17\times\square}{21\times\square} = \frac{51}{\square}$ కానీ $\frac{49}{63} \square \frac{51}{63}$ $\therefore \frac{7}{9} < \frac{17}{21}$

భిన్నాల ఆరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమం

మాదిరి సమస్య :

1) $\frac{5}{7}, \frac{2}{7}, \frac{8}{7}$ ఈ భిన్నాలను ఆరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమంలో అమర్చుము.

→ పై అన్ని భిన్నాలు సజాతి భిన్నాలు.

కాబట్టి వాటి క్రమాన్ని నిర్ణయిస్తున్నపుడు లవంలోని సంఖ్యలను పోల్చి క్రమాన్ని నిర్ణయించాలి.

ఆరోహణ క్రమం : $\frac{2}{7}, \frac{5}{7}, \frac{8}{7}$ అవరోహణ క్రమం : $\frac{8}{7}, \frac{5}{7}, \frac{2}{7}$

2) $\frac{5}{2}, \frac{5}{3}, \frac{5}{4}$ ఈ భిన్నాలను ఆరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమంలో అమర్చుము.

→ పై భిన్నాలన్నియు విజాతి భిన్నాలు. 2, 3, 4 వీటి క.సా.గు.ను కనుగొందాం. ఈ హారాల క.సా.గు 12 వచ్చింది.

కాబట్టి అన్ని భిన్నాల హారాలను 12 గా మార్చుదాం.

$\frac{5}{2} = \frac{5\times6}{2\times6} = \frac{30}{12}$, $\frac{5}{3} = \frac{5\times4}{3\times4} = \frac{20}{12}$, $\frac{5}{4} = \frac{5\times3}{4\times3} = \frac{15}{12}$

ఆరోహణ క్రమం: $\frac{15}{12}, \frac{20}{12}, \frac{30}{12}$ అవరోహణ క్రమం: $\frac{30}{12}, \frac{20}{12}, \frac{15}{12}$

$\therefore$ ఆరోహణ క్రమం: $\frac{5}{4}, \frac{5}{3}, \frac{5}{2}$ అవరోహణ క్రమం: $\frac{5}{2}, \frac{5}{3}, \frac{5}{4}$

3) $\frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{5}{9}$ ఈ భిన్నాలను ఆరోహణ, అవరోహణ క్రమంలో అమర్చుము.

→ పై భిన్నాలన్నియు విజాతి భిన్నాలు. 3, 6, 9 వీటి క.సా.గు.ను కనుగొందాం. ఈ హారాల క.సా.గు. 18 వచ్చింది. కాబట్టి అన్ని భిన్నాల హారాలను 18 గా మార్చుదాం.

$\frac{2}{3} = \frac{2\times6}{3\times6} = \frac{12}{18}$, $\frac{1}{6} = \frac{1\times3}{6\times3} = \frac{3}{18}$, $\frac{5}{9} = \frac{5\times2}{9\times2} = \frac{10}{18}$

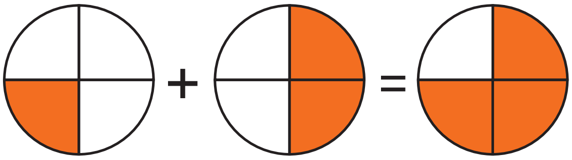
ఆరోహణ క్రమం: $\frac{3}{18}, \frac{10}{18}, \frac{12}{18}$ అవరోహణ క్రమం: $\frac{12}{18}, \frac{10}{18}, \frac{3}{18}$

$\therefore$ ఆరోహణ క్రమం: $\frac{1}{6}, \frac{5}{9}, \frac{2}{3}$ అవరోహణ క్రమం: $\frac{2}{3}, \frac{5}{9}, \frac{1}{6}$

భిన్నాల సంకలనం మరియు వ్యవకలనం

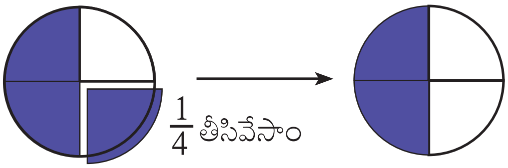
అర్థం చేసుకోండి.

సజాతీయ భిన్నాల సంకలనం



$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$

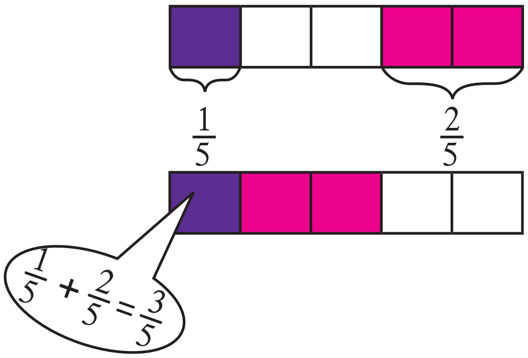
సజాతీయ భిన్నాల వ్యవకలనం



$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$

మాదిరి సమస్యలు

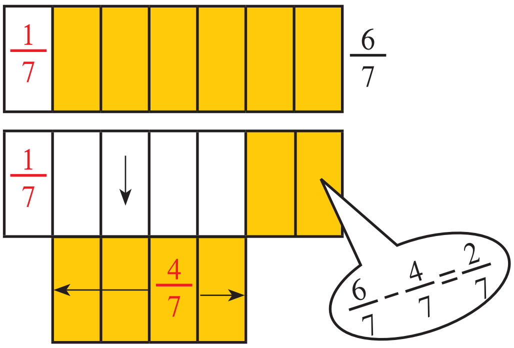
(1) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{1+2}{5} = \frac{3}{5}$



(2) $\frac{4}{7} + \frac{6}{7} = \frac{4+6}{7} = \frac{10}{7}$

మాదిరి సమస్యలు

(1) $\frac{6}{7} - \frac{4}{7} = \frac{6-4}{7} = \frac{2}{7}$

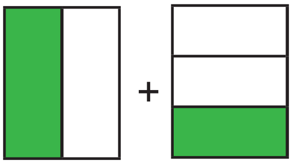


(2) $\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3-1}{5} = \frac{2}{5}$

విజాతి భిన్నాల సంకలనం

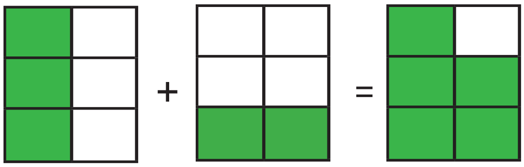
మాదిరి సమస్యలు

1) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3} = ?$



$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

2 మరియు 3 ల క.సా.గు. 6 రెండు భిన్నాల హారాలను 6 గా చేయడానికి రెండు పటాలను 6 సమాన భాగాలు చేయబడినవి.



$\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

$\therefore \frac{1}{2}+\frac{1}{3} = \frac{3}{6}+\frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

2) $\frac{1}{4}+\frac{2}{3}$

4 మరియు 3 ల క.సా.గు. 12 రెండింటి హారాలు 12 గా మారుద్దాం.

$\frac{1\times3}{4\times3}+\frac{2\times4}{3\times4} = \frac{3}{12}+\frac{8}{12} = \frac{3+8}{12} = \frac{11}{12}$

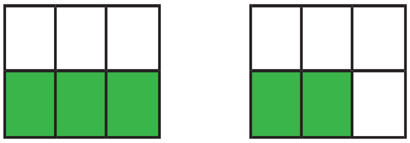
విజాతి భిన్నాల వ్యవకలనం

మాదిరి సమస్యలు

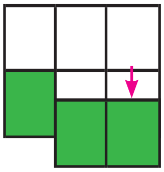
1) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3} = ?$

2 మరియు 3 ల క.సా.గు. 6. రెండు భిన్నాల హారాలను 6 గా చేద్దాం.

$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ $\quad$ $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$



$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$



$\therefore \frac{1}{2}-\frac{1}{3} = \frac{3}{6}-\frac{2}{6} = \frac{1}{6}$

2) $\frac{3}{4}-\frac{2}{3}$

4 మరియు 3 ల క.సా.గు. 12 రెండింటి హారాలు 12 గా మారుద్దాం.

$\frac{3\times3}{4\times3}-\frac{2\times4}{3\times4} = \frac{9}{12}-\frac{8}{12} = \frac{9-8}{12} = \frac{1}{12}$

చరిత్రలో సందర్భం

భిన్నాల సంకలనం-వ్యవకలనం చేయడానికి బ్రహ్మగుప్తుని పద్ధతి

భిన్నాల సంకలనం లేదా వ్యవకలనం చేయునప్పుడు:

* భిన్నాల యొక్క హారాలు క.సా.గు.ను కనుగొనండి.
* భిన్నాల హారాలు క.సా.గు యంత చేసి ఆయా భిన్నాల సమాన భిన్నాలను రాయండి.
* వచ్చిన సమాన భిన్నాల సంకలనం లేదా వ్యవకలనం చేయండి. అందుకై హారాన్ని అలాగే ఉంచి, లవాల సంకలనం లేదా వ్యవకలనం చేయండి.

మిశ్రమ భిన్నాల సంకలనం

మాదిరి సమస్యలు

1) $3\frac{3}{4} + 2\frac{3}{5}$

$= \frac{3 \times 4 + 3}{4} + \frac{2 \times 5 + 3}{5}$

$= \frac{12 + 3}{4} + \frac{10 + 3}{5} = \frac{15}{4} + \frac{13}{5}$

(4 మరియు 5 ల క.సా.గు. 20 అవుతుంది)

$= \frac{15\times5}{4\times5} + \frac{13\times4}{5\times4} = \frac{75}{20} + \frac{52}{20}$

$= \frac{75+52}{20} = \frac{127}{20} = 6\frac{7}{20}$

మిశ్రమ భిన్నాల వ్యవకలనం

మాదిరి సమస్యలు

1) $3\frac{3}{4} - 2\frac{3}{5}$

$= \frac{3 \times 4 + 3}{4} - \frac{2 \times 5 + 3}{5}$

$= \frac{12 + 3}{4} - \frac{10 + 3}{5} = \frac{15}{4} - \frac{13}{5}$

(4 మరియు 5 ల క.సా.గు. 20 అవుతుంది)

$= \frac{15\times5}{4\times5} - \frac{13\times4}{5\times4} = \frac{75}{20} - \frac{52}{20}$

$= \frac{75-52}{20} = \frac{23}{20} = 1\frac{3}{20}$

అభ్యాసం 6.1

1) కింది భిన్నాలను పోల్చండి.

i) $\frac{8}{3}, \frac{5}{2}$ ii) $\frac{4}{9}, \frac{3}{7}$ iii) $\frac{7}{10}, \frac{9}{14}$

2) కింది భిన్నాలను ఆరోహణ, అవరోహణ క్రమంలో రాయండి.

i) $\frac{11}{8}, \frac{2}{4}, \frac{7}{2}$ ii) $\frac{19}{6}, \frac{5}{3}, \frac{7}{4}$

3) సాధించండి.

i) $\frac{7}{10} + \frac{3}{10}$ ii) $\frac{3}{4} + \frac{2}{6}$ iii) $\frac{1}{3} + \frac{7}{5}$

iv) $\frac{3}{10} + \frac{4}{5}$ v) $\frac{5}{3} - \frac{2}{3}$ vi) $\frac{3}{5} - \frac{3}{7}$

4) ఒక భూభాగంలో $\frac{2}{5}$ వంతులో ఇల్లు నిర్మించారు, మిగిలిన భాగంలో తోటను తయారు చేశారు. అయితే ఎంత భాగంలో తోటను తయారు చేశారు?

ఒక చూపులో

- భిన్నాలను పోల్చినప్పుడు హారాలు సమానం చేసి, లవాలను పోలుస్తారు.
- భిన్నాల సంకలన, వ్యవకలనములు చేస్తున్నప్పుడు
  - అన్ని భిన్నాల హారాల క.సా.గు.ను కనుగొంటారు.
  - భిన్నాల హారాలు క.సా.గు అంత చేసి ఆయా భిన్నాల సమాన భిన్నాలను కనుగొంటారు.
  - వచ్చిన సమాన భిన్నాల సంకలనం లేదా వ్యవకలనం చేస్తారు.

స్వయం అధ్యయనం 6

(1) ఖాళీ గడులలో సరైన సంఖ్యను రాయండి.

i) $\frac{5}{7} + \frac{2}{7} = \square$ ii) $\frac{9}{8} - \square = 1$ iii) $\square + \frac{6}{7} = \frac{12}{7}$

iv) $\frac{11}{7} - \square = \frac{17}{14}$ v) $\frac{16}{5} - \square = \frac{16}{5}$ vi) $\frac{10}{5} - 1 = \square$

(2) సాధించండి.

i) $\frac{1}{9} + \frac{2}{9}$ ii) $\frac{6}{10} + \frac{3}{5}$ iii) $2\frac{2}{3} + 3\frac{5}{7}$

iv) $\frac{13}{4} - \frac{9}{4}$ v) $\frac{5}{4} - \frac{7}{8}$ vi) $4\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2}$

(3) ఒక జూనియర్ కాలేజీ యొక్క 12 వ తరగతి ఉత్తీర్ణులైన విద్యార్థులలో $\frac{1}{5}$ వంతు విద్యార్థులు భారత్ సైన్యంలో వెళ్లారు, అలాగే $\frac{2}{5}$ వంతు విద్యార్థులు వృత్తివిద్యలో ప్రవేశం తీసుకొన్నారు మరియు మిగిలిన విద్యార్థులు పై చదువులకై ఇతర చోట్ల ప్రవేశం తీసుకొన్నారు. అయితే పై చదువులకోసం ఎంతమంది మంది విద్యార్థులు ప్రవేశం తీసుకొన్నారు?

(4) పాఠశాల ముందున్న ఖాళీ స్థలంలో $\frac{3}{4}$ వంతు స్థలం ఫుట్‌బాల్ మైదానానికి మరియు $\frac{1}{5}$ వంతు స్థలం కూర్చుండి ఆడే ఆట మైదానానికి కేటాయించారు. మిగిలిన స్థలం పాఠశాల యొక్క తోటకై అట్టిపెట్టారు, అయితే పాఠశాల తోట కోసం ఎంత స్థలం అట్టిపెట్టారు?

(5) అమ్మ రమేశ్, సీమ మరియు వారి ముగ్గురు మిత్రులకు ఒక్కొక్కరికి ఒక జామకాయ ఇచ్చింది. ఆమె ప్రతి జామకాయను నాలుగు సమాన ముక్కలుగా చేసింది. ప్రతి ఒక్కరు తమతమ జామకాయలో ఒక ముక్కను అమ్మకు ఇచ్చినచో, ఆమెకు ఎన్ని జామకాయలు లభిస్తాయి?

(6) $\frac{6}{7}$ కంటే $\frac{9}{11}$ చిన్నది, ఎందుకనగా 6 కంటే 9 చిన్నది కాబట్టి. ఇది సరియైనదేనా?

(7) ఏ భిన్నాల మొత్తం 1 అగునో, అలాంటి రెండు భిన్నాలను రాయండి.

7 నిష్పత్తి మరియు ప్రమాణం

గణిత చర్చ

ప్రస్తుత కంప్యూటర్ యుగంలో మనమందరం డిజిటల్ ఛాయాచిత్రాలతో బాగా పరిచితులమే. అనేకసార్లు అవసరాన్ని బట్టి మనం ఈ ఛాయాచిత్రాల ఆకారాలను మారుస్తుంటాం. కింద జింకని నాలుగు చిత్రాలు చూడబడినవి.

A

B

C

D

అక్కయ్య: పై వాటిలో ఏ చిత్రాలు ఒకేలా కనిపిస్తున్నాయి? ఏ చిత్రాలు వేరుగాకనిపిస్తున్నాయి?

సోహం: అక్కా, చిత్రం A మరియు C ల ఆకారాలు వేరుగా ఉన్నాయి. అయినను అవి ఒకే విధంగా కనిపిస్తున్నాయి?

సారిక: చిత్రం B మరియు D లు వేరుగా కనిపిస్తున్నాయి. B చిత్రంలోని జింక పొడవుగా ఉన్నది మరియు D లో సంకుచితమై, మందంగా ఉన్నది.

అక్కయ్య: చాలా బాగా పరిశీలించారు. ఇప్పుడు మనం ప్రత్యక్షంగా ఈ చిత్రాల గడుల పొడవు వెడల్పులను కొలుద్దాం.

సారిక: చిత్రం A మరియు C లు ఒకే విధంగా కనిపిస్తున్నాయి. వాటి పొడవు, వెడల్పులు వరుసగా 60 మరియు 40 మి.మీ కలవు, 30 మరియు 20 మి.మీ. ఉన్నాయి. అనగా చిత్రాల పొడవు, వెడల్పు ఒకే సమాన రెట్లలో మార్చబడినవి.

చిత్రం	పొడవు (మి.మీ)	వెడల్పు (మి.మీ)
A	60	40
B	60	20
C	30	20
D	30	40

సోహం: అక్కా, చిత్రం B మరియు D లు ఒకే విధంగా కనిపించడం లేదు. ఎందుకనగా పొడవు మరియు వెడల్పు ఒకే సమాన రెట్లలో మార్చబడలేదు.

అక్కయ్య: గణితంలో ఇలాంటి ప్రమాణబద్ధమైన సంబంధాన్ని చూపడానికి మనం నిష్పత్తి భావనను అర్థం చేసుకొన్నాం. కాబట్టి చిత్రం A లో 60 మి.మీ. పొడవు మరియు 40 మి.మీ. వెడల్పు అని ఇలా మనం చెప్పవచ్చు.

A చిత్రంలో పొడవుతో వెడల్పుల నిష్పత్తి = 60:40.

C చిత్రంలో పొడవుతో వెడల్పుల నిష్పత్తి = 30:20.

సోహం: అక్కా, చిత్రం A మరియు C లు సమాన రెట్లలో మార్పు చెందాయి. మరి వాటి నిష్పత్తి సమానంగా వస్తుందా? ఇది ఎలా పరిశీలించడం?

అక్షయ్య: అవును నిజం. ఇప్పుడు మనం ఈ నిష్పత్తులు సమానంగా ఉన్నాయా? ఇది చూద్దాం.

రెండు రాశులను $\frac{1}{2}$ చే గుణించగా, $60 \times \frac{1}{2} : 40 \times \frac{1}{2} = 30 : 20$

అనగా 30 : 20 ఇది చిత్రం A మరియు చిత్రం C ఈ రెండు చిత్రాల పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తి. ఈ నిష్పత్తిని సంక్షిప్త రూపంలో 3 : 2 అని రాయవచ్చు.

సారిక: అంటే అక్కా, నిష్పత్తులు ఏ ప్రమాణంలో ఉన్నాయో లేదా అని వీటిని పోల్చడానికి సంక్షిప్త రూపాన్నిచ్చి పరిశీలించవలసి వస్తుంది.

అర్థం చేసుకోండి.

నిష్పత్తి మరియు ప్రమాణం (Ratio and Proportion)

1) నిర్మాణానికి అవసరమయ్యే కాంక్రీటు తయారు చేస్తున్నప్పుడు ఒక తట్ట సిమెంట్ కు 3 తట్టల ఇసుక కలుపుతారు. కాంక్రీటులో సిమెంట్ తో ఇసుకకు గల ప్రమాణం 1:3 అవుతుంది. 1:3 ను 'ఒకటికి మూడు' అని చదువుతాం. అలాగే కాంక్రీట్ లో సిమెంట్ తో ఇసుకకు గల నిష్పత్తిని $\frac{1}{3}$ అని రాస్తారు.

2) సంజీవ్ 5 గిన్నెల పల్లీల పొడిలో 2 గిన్నెల బెల్లం కలిపి లడ్డూలు తయారు చేశాడు. అనగా పల్లీల పొడి మరియు బెల్లం వీటి ప్రమాణం 5:2 (ఐదుకు రెండు) అవుతుంది. 5:2 ఈ ప్రమాణాన్ని నిష్పత్తి రూపంలో $\frac{5}{2}$ అని కూడా రాస్తారు.

ఒక రాశి రెండవ రాశి కంటే ఎన్ని రెట్లు ఉందో, దానిని సూచించడమే నిష్పత్తి.

మాదిరి సమస్యలు:

1) కుందన్ ప్రస్తుత వయస్సు 12 సంవత్సరాలు, అతని తండ్రి వయస్సు 48 సంవత్సరాలు. అయితే కుందన్ తన వయస్సుకు తండ్రి వయస్సుతో గల నిష్పత్తిని కింది విధంగా కనుగొన్నాడు.

→ $\frac{\text{కుందన్ వయస్సు}}{\text{తండ్రి వయస్సు}} = \frac{12}{48} = \frac{12 \div 12}{48 \div 12} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}$ ఇది $\frac{12}{48}$ యొక్క సంక్షిప్త రూపం అవుతుంది.

నిష్పత్తిని సంక్షిప్త రూపంలో రాస్తారు.

2) బంతిపూల దండను తయారు చేయడానికి ఒక పూల దుకాణదారు 20 పసుపురంగు పూలు మరియు 12 కాషాయరంగు పూలు ఉపయోగించి దండను తయారు చేసినచో, అందులో

i) పసుపురంగు పూలతో కాషాయరంగు పూలకు గల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

$$\rightarrow \frac{(\text{పసుపురంగు పూలు})}{(\text{కాషాయరంగు పూలు})} = \frac{20}{12} = \frac{(20 \div 4)}{(12 \div 4)} = \frac{5}{3}$$

∴ పసుపురంగు పూలతో కాషాయరంగు పూలకు గల నిష్పత్తి $\frac{5}{3}$ అవుతుంది.

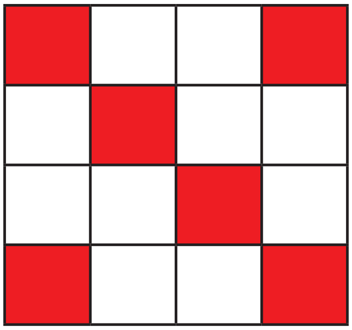
ii) కాషాయరంగు పూలతో పసుపురంగు పూలకు గల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

$$\rightarrow \frac{(\text{కాషాయరంగు పూలు})}{(\text{పసుపురంగు పూలు})} = \frac{12}{20} = \frac{(12 \div 4)}{(20 \div 4)} = \frac{3}{5}$$

∴ కాషాయరంగు పూలతో పసుపురంగు పూలకు గల నిష్పత్తి $\frac{3}{5}$ అవుతుంది.

కృత్యం చేయండి.

కింది పటాన్ని పరిశీలించి, జవాబులు వెదకండి.



- పటంలోని అన్ని గడులను లెక్కించి రాయండి. ☐
- ఛాయాంకితం చేసిన గడులను లెక్కించి రాయండి. ☐
- ఖాళీ గడులను లెక్కించి రాయండి. ☐
- ఛాయాంకిత గడులతో ఖాళీ గడులకు గల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
- ఛాయాంకిత గడులతో మొత్తం గడులకు గల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
- ఖాళీ గడులతో మొత్తం గడులకు గల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

- ఒకవేళ a మరియు b ఈ రెండు సంఖ్యలు లేదా రాశులు ఉన్నచో a తో b కి గల ప్రమాణం a:b అవుతుంది మరియు ఈ ప్రమాణాన్ని నిష్పత్తి రూపంలో $\frac{a}{b}$ అని రాస్తారు. ఇక్కడ 'a' ను **'ప్రథమరాశి'** అని 'b' ను **'ద్వితీయరాశి'** అని అంటారు.

ఆలోచించండి.

అనిల్ మరియు సందీప్ తమ ఇంటి చుట్టూ ఒక ప్రహరీ గోడను నిర్మించారు. అనిల్ 50 అడుగుల పొడవు మరియు సందీప్ 25 అడుగుల పొడవు గల గోడను కట్టారు. దీనికై అనిల్ 10 మరియు సందీప్ 5 సంచుల సిమెంట్‌ను ఉపయోగించారు. సందీప్ నిర్మించిన గోడకంటే తన గోడ బలంగా ఉంటుందని అనిల్‌కు అనిపించింది. ఎందుకంటే తను అతనికంటే ఎక్కువ సిమెంట్‌ను ఉపయోగించాడు. దీని గూర్చి మీ అభిప్రాయాన్ని రాయండి.

దీనికై ఇద్దరు నిర్మించిన గోడ పొడవు (ఫీట్లలో) మరియు సిమెంట్ సంచుల నిష్పత్తిని కనుగొందాం.

అనిల్ కట్టిన గోడ పొడవుతో సందీప్ కట్టిన గోడ పొడవునకు గల నిష్పత్తి సంచులకు = 50:25= 2:1

అనిల్ ఉపయోగించిన సిమెంట్ సంచులతో సందీప్ ఉపయోగించిన సిమెంట్ కు గల నిష్పత్తి = 10:5 = 2:1

రెండు నిష్పత్తులు సమానంగా ఉన్నందున గోడ పొడవు మరియు ఉపయోగించిన సిమెంట్ ప్రమాణంలో ఉన్నాయి.

గణిత చర్చ

సురేశ్ ప్రతిరోజు ఉదయం 1700 మీటర్ల దూరం నడుస్తాడు, అయితే అతని మిత్రుడు రమేశ్ ప్రతిరోజు 2 కిలోమీటర్ల అంత దూరం నడుస్తాడు, అయితే సురేశ్ నడిచిన దూరంతో రమేశ్ నడిచిన దూరానికి గల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

'అ' విద్యార్థి కిందివిధంగా సాధిస్తాడు.	'బ' విద్యార్థి కింది విధంగా సాధిస్తాడు.
నిష్పత్తి = $\frac{\text{సురేశ్ నడిచిన దూరం}}{\text{రమేశ్ నడిచిన దూరం}}$ $= \frac{1700 \text{ మీ.}}{2 \text{ కి.మీ.}}$	నిష్పత్తి = $\frac{\text{సురేశ్ నడిచిన దూరం (మీటర్లలో)}}{\text{రమేశ్ నడిచిన దూరం (మీటర్లలో)}}$ $= \frac{1700}{2000} = \frac{17}{20}$

పై వాటిలో ఎవరి సమాధానం సరిగ్గా ఉంది? చర్చించండి.

- రెండు రాశుల నిష్పత్తిని కనుగొంటున్నప్పుడు వాటి ప్రమాణాలను సమానం చేయవలసి ఉంటుంది.
- నిష్పత్తికి ఎలాంటి ప్రమాణం ఉండదు.

మాదిరి సమస్య :

1) 5 రూపాయలతో 80 పైసలకు గల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

→ 1 రూపాయలు = 100 పైసలు

∴ 5 రూపాయలు = 5×100 పైసలు = 500 పైసలు

5 రూపాయలతో 80 పైసలకు గల నిష్పత్తి అనగా 500 పైసలతో 80 పైసలకు గల నిష్పత్తి.

$$\therefore \frac{500 \text{ పైసలు}}{80 \text{ పైసలు}} = \frac{500}{80} = \frac{500 \div 20}{80 \div 20} = \frac{25}{4}$$

అభ్యాసం 7.1

(1) మొదటి సంఖ్యకు రెండవ సంఖ్యతో గల నిష్పత్తిని సంక్షిప్త రూపంలో కనుగొనండి.

i) 36 , 88 ii) 72 , 18 iii) 91, 65 iv) 85 , 102

(2) రెండవ సంఖ్యకు మొదటి సంఖ్యతో గల నిష్పత్తిని సంక్షిప్త రూపంలో కనుగొనండి.

i) 28 , 84 ii) 120 , 32 iii) 75 , 135 iv) 220 , 100

(3) మొదటి రాశితో రెండవ రాశికి గల నిష్పత్తిని సంక్షిప్త రూపంలో కనుగొనండి.

i) 5 సం.రాలు,10 నెలలు ii) 750 గ్రాములు, 1.5 కి.గ్రా. iii) 5 లీ, 500 మి.లీ.

iv) 135 నిమిషాలు, 2 గంటలు v) 2.1 మీటరు, 70 సెం.మీ.

(4) ఒక పరిశ్రమలో మహిళలు మరియు పురుషులు కలిపి 120 మంది కార్మికులు పనిచేస్తారు. అందులో 200 మంది పురుష కార్మికులు గలరు. దీనినిబట్టి కింది ప్రశ్నలను సాధించండి.

అ) పురుష కార్మికుల సంఖ్యతో మహిళా కార్మికుల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

బ) పురుష కార్మికుల సంఖ్యతో మొత్తం కార్మికుల సంఖ్యకు గల ప్రమాణాన్ని కనుగొనండి.

క) మహిళా కార్మికుల సంఖ్యతో మొత్తం కార్మికుల సంఖ్యకుగల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

ఏకవస్తు మార్గం (Unitary Method)

అర్థం చేసుకోండి.

మాదిరి సమస్య :

1) సుయాశ్‌కు గురుపూర్ణిమ సందర్భంగా పాఠశాలలో 10 మంది గురువర్యులను తులసి మొక్కలు ఇచ్చి సన్మానించాలని ఉంది. మొక్కల పెంపకం కేంద్రం యజమాని ఒక డజను తులసి మొక్కల ధర 144 రూపాయలుగా చెప్పాడు. అయితే సుయాశ్‌కు 10 మొక్కల కోసం ఎన్ని రూపాయలు ఇవ్వవలసి వస్తుంది?

12 మొక్కల ధర = 144 రూపాయలు. దీనినిబట్టి ముందుగా ఒక మొక్క ధర కనుగొందాం.

1 మొక్క ధర = 144 ÷ 12 = 12 రూపాయలు.

10 మొక్కల ధర = 10×12 = 120 రూపాయలు.

సుయాశ్ 10 మొక్కల కోసం 120 రూపాయలు ఇవ్వవలసి వస్తుంది.

2) పుట్టినరోజు సందర్భంగా సంచితకు 75 మంది స్నేహితురాళ్లకు ఒక్కొక్కరికి 1 పెన్సిల్ పంచాలని ఉంది. అందుకై 10 పెన్సిళ్ళ ఒక బాక్స్ ధర 70 రూపాయలు ఉన్నచో ఆమెకు మొత్తం ఎంత ఖర్చు వస్తుంది?

ఇక్కడ 10 పెన్సిళ్ల ధర = 70 రూపాయలు, దీనినిబట్టి ముందుగా ఒక పెన్సిల్ ధర కనుగొందాం.

ఒక పెన్సిల్ ధర = 70÷10 = 7 రూపాయలు

దీనిని బట్టి 75 పెన్సిళ్ల ధర = 75×7 = 525 రూపాయలు

సంచితకు మొత్తం 525 రూపాయల ఖర్చు వస్తుంది.

- సమస్యను సాధిస్తున్నప్పుడు అనేక వస్తువుల వెలను బట్టి ఒక వస్తువు వెలతో భాగించి కనుగొనడం మరియు ఆ ఒక వస్తువు వెలనుబట్టి అనేక వస్తువుల వెలను గుణించి కనుగొనడం. ఈ పద్ధతిని ఏకవస్తు మార్గం పద్ధతి అని అంటారు.

అభ్యాసం 7.2

(1) ఒక సేవాభావ సంస్థకు ఒక పాఠశాలలో 67 మంది సహాయం అవసరమైన విద్యార్థులకు ఒక్కొక్కరికి ఒకటి చొప్పున కంపాస్ పెట్టెలు పంచాలని ఉంది. 10 కంపాస్ పెట్టెలు గల ఒక బాక్స్ ధర ₹850 గలదు. అయితే ఆ సంస్థకు కంపాస్ పెట్టెల ఖరీదు కోసం ఎన్ని రూపాయల ఖర్చు వస్తుంది?

(2) ఒక సరుకు రవాణా బండి 240 కి.మీ.ల దూరాన్ని ఒకే సమాన వేగంతో 4 గంటల్లో అధిగమిస్తుంది, అయితే 7 గంటల్లో ఆ సరుకు రవాణా బండి ఎంత దూరాన్ని అధిగమిస్తుంది?

ఒక చూపులో

- ఒకవేళ 'a' మరియు 'b' ఈ రెండు సంఖ్యలు లేదా రాశులు ఉన్నచో, a తో b కి గల నిష్పత్తి a:b లేదా $\frac{a}{b}$ అని రాస్తారు. ఇచట a ను ప్రథమ రాశి అని b ని ద్వితీయ రాశి అని అంటారు.
- రెండు రాశుల నిష్పత్తిని కనుగొంటున్నప్పుడు వాటి ప్రమాణాలను సమానం చేయవలసి ఉంటుంది.
- నిష్పత్తికి ఎలాంటి ప్రమాణం ఉండదు.
- అనేక వస్తువుల వెలను బట్టి ఒక వస్తువు వెల భాగహారం చేసి కనుగొనుట, ఒక వస్తువు వెలను బట్టి అనేక వస్తువుల వెలను గుణకారం చేసి కనుగొనుట. సమస్యలను సాధించే ఈ పద్ధతిని ఏకవస్తు మార్గం పద్ధతి అని అంటారు.

స్వీయ అధ్యయనం 7

(1) సరైన పర్యాయాన్ని ఎన్నుకోండి.

i) 5 : 7 ఈ ప్రమాణానికి నిష్పత్తి రూపం ఏది?

అ) $\frac{5}{7}$ బ) $\frac{12}{24}$ క) $\frac{7}{5}$ డ) $\frac{10}{21}$

ii) $\frac{60}{36}$ యొక్క సంక్షిప్త రూపం ఏది?

అ) $\frac{10}{6}$ బ) $\frac{20}{12}$ క) $\frac{30}{18}$ డ) $\frac{5}{3}$

iii) 2 కి.గ్రా.లతో 800 గ్రాములకు గల నిష్పత్తి ఎంత?

అ) $\frac{2}{800}$ బ) $\frac{200}{8}$ క) $\frac{5}{2}$ డ) $\frac{2}{5}$

(2) 45 మంది విద్యార్థుల సంఖ్యగల ఒక తరగతిలో 15 మంది విద్యార్థులు హాకీ, 20 మంది విద్యార్థులు కబడ్డీ మరియు మిగిలిన విద్యార్థులు ఖో-ఖో ఆడతారు. ఒకవేళ ప్రతి విద్యార్థి ఒకే ఆట ఆడుతున్నట్లయితే, కింది ప్రశ్నలు సాధించండి.

i) హాకీ ఆడే విద్యార్థుల సంఖ్యను ఖో-ఖో ఆడే విద్యార్థుల సంఖ్యతోగల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

ii) కబడ్డీ ఆడే విద్యార్థుల సంఖ్యను మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్యతోగల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

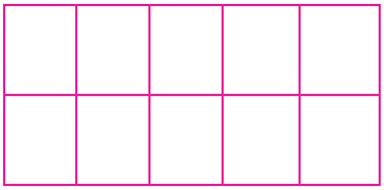
iii) హాకీ ఆడే విద్యార్థుల సంఖ్యను మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్యతోగల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

(3) పక్కనున్న పటంలో ఏవైనా మూడు గడులకు మీకు ఇష్టమైన రంగు వేసి, కింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.

i) మీరు రంగువేసిన గడుల సంఖ్యను మొత్తం గడుల సంఖ్యతోగల నిష్పత్తి =..........

ii) రంగువేయని గడులతో మొత్తం గడుల సంఖ్యతోగల నిష్పత్తి =......

iii) రంగు వేసిన గడుల సంఖ్యను రంగువేయని గడుల సంఖ్యతోగల ప్రమాణం =......



(4) ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార అట్ట పొడవు 1.20 మీటరు మరియు వెడల్పు 48 సెం.మీ. ఉన్నచో, ఆ అట్ట వెడల్పుతో పొడవుకు గల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

(5) మైకల్ నెలసరి ఆదాయం ₹ 52000 గలదు, అందులో అతను నెలకు ₹ 13000 పొదుపు చేస్తాడు. అయితే అతని నెలసరి ఆదాయంతో ఖర్చులకు గల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

(6) పర్యావరణ దినోత్సవ సందర్భంగా మొక్కలు నాటడానికి ఒక పాఠశాలకు 50 మొక్కలు కొనుగోలు చేయాలని ఉంది. ఆ పాఠశాల వారు 'యశోద' మొక్కల కేంద్రం నుండి 50 మొక్కలను ₹455 లకు కొనుగోలు చేశారు, మిగిలిన మొక్కలను 'అమోల్' మొక్కల కేంద్రం నుండి ₹ 240 లకు కొనుగోలు చేశారు. అయితే ఆ పాఠశాలకు ఏ మొక్కల కేంద్రం నుండి కొనుగోలు చేసిన మొక్కలు చౌకగా లభిస్తాయి?

(7) మధ్యాహ్న భోజనంలో భాగంగా పాఠశాలలోని 100 విద్యార్థుల కొరకు వంటవారు ప్రతి రోజు 15 కిలోగ్రాముల అన్నం వండుతారు. కానీ ఒకరోజు భారీ వర్షం కారణంగా పాఠశాలకు 80 మంది విద్యార్థులే హాజరయ్యారు, అయితే ఆ రోజు వంటవారు ఎన్ని కిలోగ్రాముల అన్నం వండుతారు?

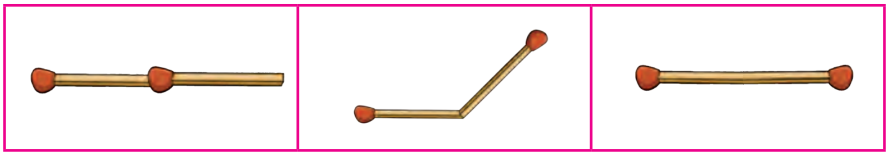
కృత్యం చేయండి.

- మీ మొత్తం చేతి పొడవును జానతో కొలిచి, చేతి పొడవుతో జాన పొడవుకు గల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

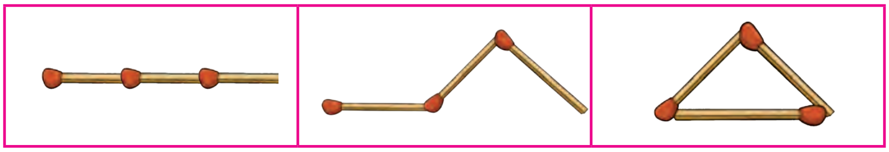
పునఃవిమర్శ

పుల్లలను కలిపి సాధ్యమైన ఆకృతులను తయారు చేయండి.

2 పుల్లలు



3 పుల్లలు



1) రెండు పుల్లలను ఉపయోగించి సంవృత పటం తయారుచేయగలమా?

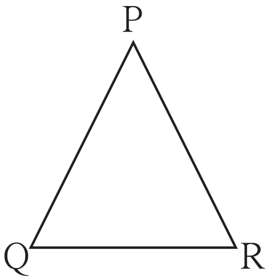
2) తక్కువలో తక్కువ ఎన్ని పుల్లలతో సంవృత పటం తయారవుతుంది?

త్రిభుజం (Triangle)

అర్థం చేసుకోండి.

కృత్యం: (1) కాగితంపై మూడు భిన్నరేఖీయ బిందువులు P, Q మరియు R లను గుర్తించండి.

(2) ఈ మూడు బిందువులను ఒకదానితోనొకటి రేఖాఖండాలతో కలపండి. తయారయిన పటం త్రిభుజం PQR దానిని △PQR అని రాస్తారు.



త్రిభుజాన్ని సూచించడానికి △ ఈ చిహ్నాన్ని ఉపయోగిస్తారు.

△PQR లో

శీర్షబిందువులు: బిందువు P, బిందువు Q, బిందువు R

భుజాలు: భుజం PQ, భుజం QR భుజం PR

కోణాలు: ∠R అనగా ∠QRP లేదా ∠PRQ

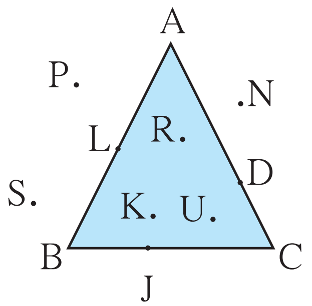
∠P అనగా ∠QPR లేదా ∠RPQ

∠Q అనగా ∠PQR లేదా ∠RQP

త్రిభుజం: మూడు భిన్నరేఖీయ బిందువులను రేఖాఖండాలతో కలిపిన తయారయ్యే సంవృత పటం త్రిభుజం అవుతుంది. త్రిభుజానికి మూడు శీర్షబిందువులు, మూడు భుజాలు (బాహువులు) మరియు మూడు కోణాలుంటాయి.

త్రిభుజం యొక్క అంతర్భాగం, బాహ్యభాగం మరియు త్రిభుజ ప్రదేశం
(Interior, Exterior and Triangular Region)

అర్థం చేసుకోండి.



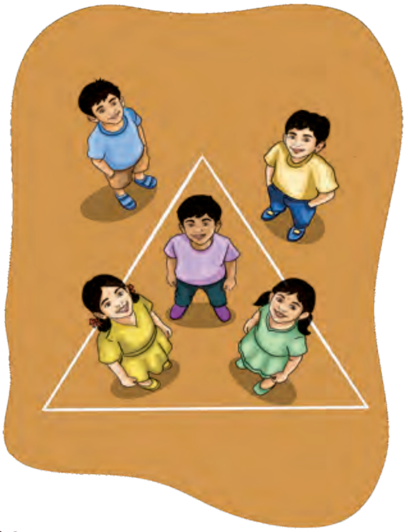
△ABC లో త్రిభుజంపై A, B, C, L, J, D అనే బిందువులున్నాయి. పటంలో రంగువేసిన భాగం ఆ త్రిభుజం యొక్క అంతర్భాగం బిందువు R, బిందువు K, బిందువు Uలు త్రిభుజం అంతర్భాగంలోని బిందువులు. త్రిభుజం బయటి భాగాన్ని ఆ త్రిభుజ బాహ్యభాగమని అంటారు. బిందువు P, బిందువు S, బిందువు Nలు త్రిభుజం యొక్క బాహ్యభాగంలో ఉన్నాయి. త్రిభుజం మరియు దాని బాహ్యభాగం కలిసి త్రిభుజ ప్రదేశం తయారవుతుంది.

ఆట :

(1) మైదానంలో ఒక పెద్ద త్రిభుజాన్ని గీసి, దాని శీర్షబిందువులకు N, P, G అని ఇలా పేర్లు ఇవ్వండి.

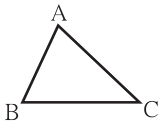
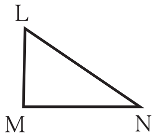
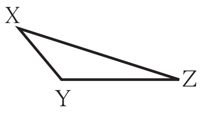
(2) శీర్షబిందువులపై మరియు భుజాలపై విద్యార్థులను నిలబెట్టండి.

(3) చెరువులో అనగానే, త్రిభుజం లోపలికి మరియు తోటలో అనగానే, త్రిభుజం బయటకి దూకండి. ఇలా ఆట ఆడండి.

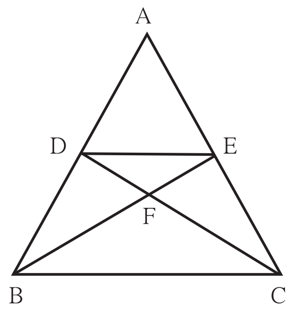


అభ్యాసం 8.1

(1) పటాలను పరిశీలించి కింది పట్టికను పూర్తిచేయండి.

వ.క్ర.	పటం	శీర్షబిందువులు	భుజాలు	కోణాలు
1	 A, B, C			
2	 L, M, N			
3	 X, Y, Z			

(2) పక్కనున్న త్రిభుజాన్ని పరిశీలించి అన్ని త్రిభుజాల పేర్లను రాయండి.



(3) పక్కనున్న పటాన్ని పరిశీలించి కింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.

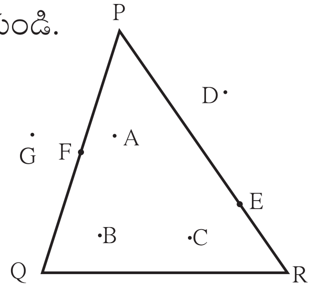
i) త్రిభుజం పేరు రాయండి.

ii) త్రిభుజంపైనున్న బిందువుల పేర్లను రాయండి.

iii) త్రిభుజ అంతర్భాగంలో గల బిందువులు ఏవి?

iv) త్రిభుజ బాహ్యభాగంలో గల బిందువులు ఏవి?

v) త్రిభుజ ప్రదేశంలో గల బిందువుల పేర్లను రాయండి.

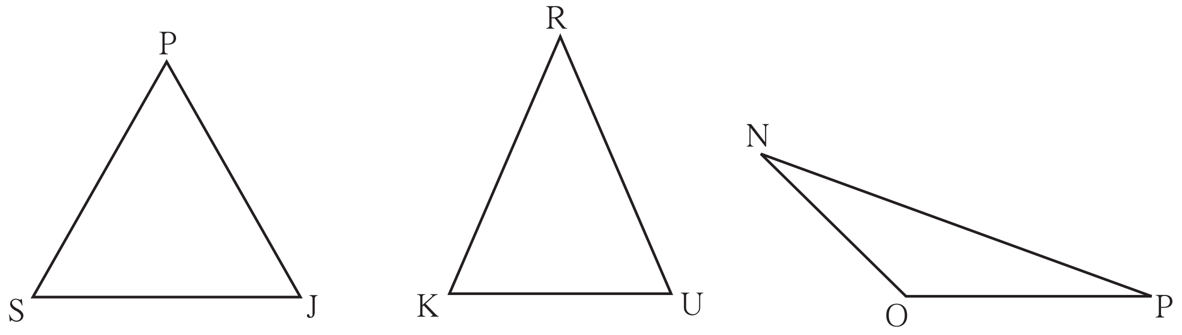


త్రిభుజ రకాలు (Types of Triangles)

అర్థం చేసుకోండి.

త్రిభుజం యొక్క భుజాలను బట్టి మూడు రకాలు మరియు కోణాలను బట్టి మూడు రకాలు ఇలా మొత్తం ఆరు రకాలుగా ఉంటాయి.

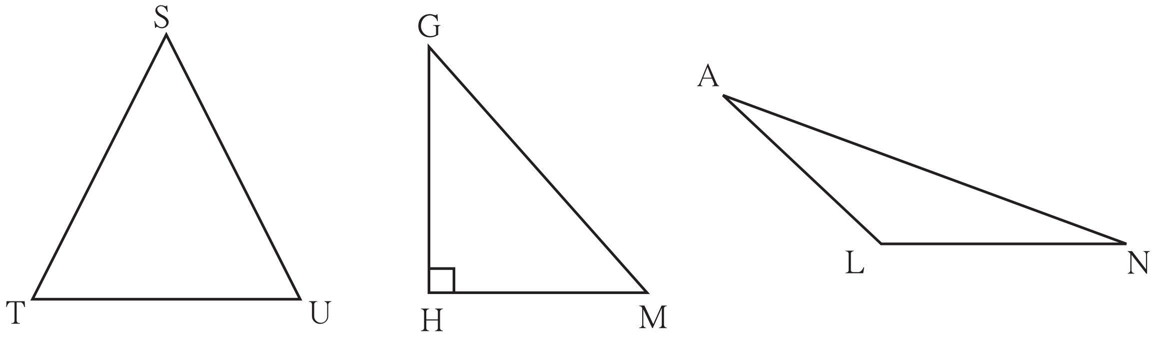
1) భుజాలనుబట్టి త్రిభుజ రకాలు :



త్రిభుజాల యొక్క భుజాలను కొలిచి, పట్టికను పూర్తి చేయండి.

$\triangle PSJ$	$\triangle RKU$	$\triangle NOP$
l(PS)= ------ సెం.మీ. l(SJ)= ------ సెం.మీ. l(PJ)= ------ సెం.మీ.	l(RK)= ------ సెం.మీ. l(KU)= ------ సెం.మీ. l(UR)= ------ సెం.మీ.	l(NO)= ------ సెం.మీ. l(NP)= ------ సెం.మీ. l(OP)= ------ సెం.మీ.
మూడు భుజాలు సమాన పొడవుతో ఉన్నాయి.	రెండు భుజాల పొడవులు సమానంగా ఉన్నాయి.	మూడు భుజాల పొడవులు వేర్వేరుగా ఉన్నాయి.
ఇది సమబాహు త్రిభుజం అవుతుంది.	ఇది సమద్విబాహు త్రిభుజం అవుతుంది.	ఇది విషమబాహు త్రిభుజం అవుతుంది.

2) కోణాలను బట్టి త్రిభుజ రకాలు :



కింది ప్రతి త్రిభుజం యొక్క కోణాలను కొలవండి, దానినిబట్టి ఇచ్చిన పట్టికను పూర్తిచేయండి.

△STU	△GHM	△ALN
∠S కొలత = m∠S = ...^{0} ∠T కొలత = m∠T = ...^{0} ∠U కొలత = m∠U = ...^{0} మూడు కోణాలు అల్పకోణాలు.	∠G కొలత = m∠G = ...^{0} ∠H కొలత= m∠H = ...^{0} ∠M కొలత = m∠M = ...^{0} ఒక కోణం లంబకోణం మరియు రెండు కోణాలు అల్పకోణాలు.	∠A కొలత = m∠A = ...^{0} ∠L కొలత = m∠L = ...^{0} ∠N కొలత = m∠N = ...^{0} ఒక కోణం అధికకోణం మరియు రెండు కోణాలు అల్పకోణాలు.
ఇది అల్పకోణ త్రిభుజం అవుతుంది.	ఇది లంబకోణ త్రిభుజం అవుతుంది.	ఇది అధికకోణ త్రిభుజం అవుతుంది.

ఆలోచించండి.

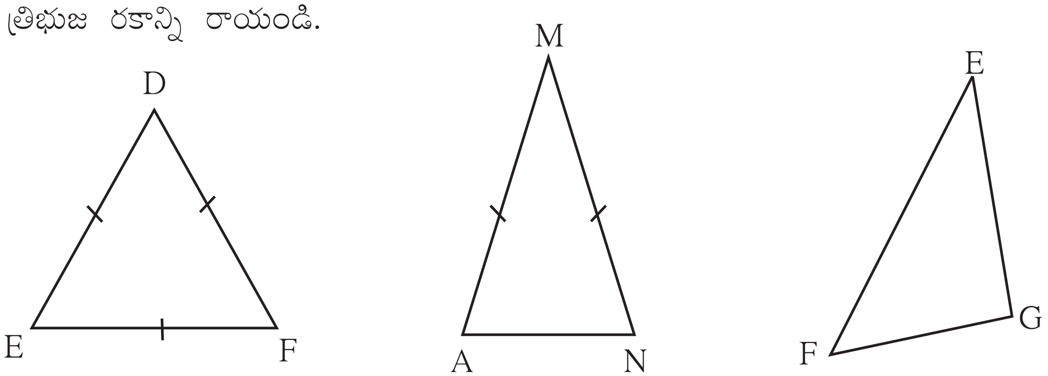
- విషమబాహు త్రిభుజం అల్పకోణ త్రిభుజం కావచ్చునా?
- మూడు భుజాల పొడవులు సమానంగా గల త్రిభుజం అల్పకోణ త్రిభుజం కావచ్చునా?
- సమద్విబాహు త్రిభుజం, లంబకోణ త్రిభుజం కావచ్చునా?

గణిత క్రీడ

1) ముందుగా 12 మంది విద్యార్థులతో ఒక సమూహం తయారు చేయండి.
2) 12 మీటర్ల పొడవుగల తాడును తీసుకోండి. ప్రతి మీటరుకు ఒక ముడి చొప్పున 11 ముళ్ళ వేయండి.
3) ప్రతి ముడిపై ఒకటి చొప్పున 11 ముళ్ళను పట్టుకొని 11 మంది విద్యార్థులను నిలబెట్టండి.
4) తాడు రెండు చివరలను పట్టుకొని మొత్తం 12 మంది విద్యార్థులు నిలబడతారు.
5) భుజాలను బట్టి ఏర్పడే త్రిభుజాల మూడు రకాలను తయారు చేయమని విద్యార్థులకు చెప్పండి.
6) కోణాలను బట్టి ఏర్పడే త్రిభుజాల మూడు రకాలను తయారు చేయమని విద్యార్థులకు చెప్పండి.

అభ్యాసం 8.2

(1) కింది పటాలలో సమాన గుర్తులతో సమాన పొడవుగల భుజాలను చూపబడినవి. దానినిబట్టి త్రిభుజ రకాన్ని రాయండి.



(i) (ii) (iii)

2) కిందనీయబడిన వివరాలను బట్టి త్రిభుజ రకాన్ని రాయండి.

(i) $\triangle ABC$ లో, $m\angle A = 63^\circ$, $m\angle B = 52^\circ$, $m\angle C = 65^\circ$

(ii) $\triangle RST$ లో, రేఖాఖండం RS మరియు రేఖాఖండం ST సమాన పొడవు గలవి.

(iii) $\triangle LMN$ లో, $\angle LMN$ లంబకోణం.

(iv) $\triangle SDO$ లో, $m\angle OSD = 135^\circ$

(v) $\triangle RTM$ యొక్క అన్ని భుజాలు సమానం.

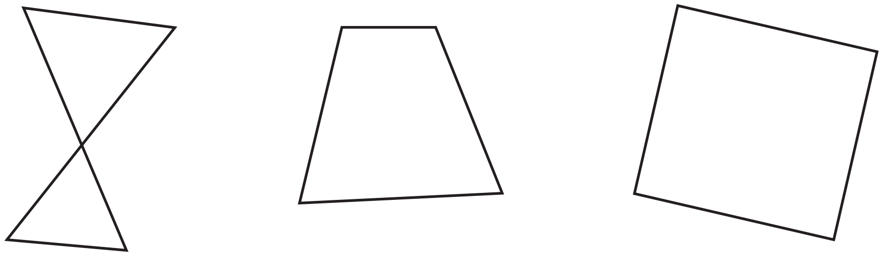
(vi) $\triangle DEF$ యొక్క భుజాలు వరుసగా 5.3 సెం.మీ., 4.2 సెం.మీ. మరియు 6.6 సెం.మీ. గలవు.

చతుర్భుజం (Quadrilateral)

కృత్యం చేయండి.

కాగితంపై A, B, C, D ఇలా నాలుగు భిన్నరేఖీయ బిందువులను గుర్తించండి. ఏవైనా రెండు బిందువులను కలిపినచో, మిగిలిన రెండు బిందువులు వాటిని కలిపే రేఖకు ఒకే వైపున ఉండేవిధంగా ఆ బిందువులన్నింటిని కలపండి. ఈ సంవృతపటమే చతుర్భుజం అవుతుంది.

కింది వాటిలో ఏ పటాలు చతుర్భుజాలు అగునో, సకారణంగా చెప్పండి.

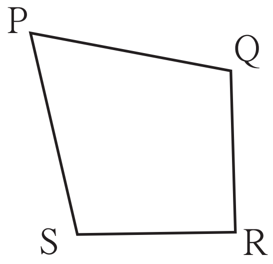


(1) (2) (3)

చతుర్భుజాన్ని చదవడం మరియు రాయడం.

అర్థం చేసుకోండి.

చతుర్భుజాన్ని చదవడం మరియు రాయడం చతుర్భుజం యొక్క ఏ శీర్షబిందువు నుండైనా ప్రారంభించవచ్చు. కానీ దానిని చదవడం లేదా రాయడం గడియారం ముళ్ళు తిరిగే దిశలో లేదా గడియారంలోని ముళ్ళకు వ్యతిరేకదిశలో చేస్తారు.



- కింది పట్టికను పూర్తిచేయండి.

చదవడం	రాయడం	చదవడం	రాయడం
గడియారంలోని ముళ్ళు తిరిగేదిశలో		గడియారంలోని ముళ్ళకు వ్యతిరేకదిశలో	
చతుర్భుజం PQRS	□ PQRS	చతుర్భుజం PSRQ	□ PSRQ
		చతుర్భుజం SRQP	□ SRQP
చతుర్భుజంRSPQ	□ RSPQ		

ఆలోచించండి.

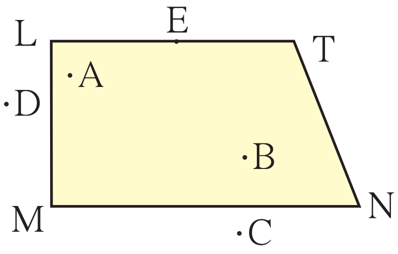
ఒక చతుర్భుజం పేరును ఎక్కువలో ఎక్కువ ఎన్ని రకాలుగా రాయవచ్చును?

చతుర్భుజం అంతర్భాగం, చతుర్భుజం బాహ్యభాగం మరియు చతుర్భుజ ప్రదేశం (Interior, Exterior and Region of Quadrilateral)

చతుర్భుజం యొక్క అంతర్భాగంలోని బిందువులు : బిందువు A, బిందువు B

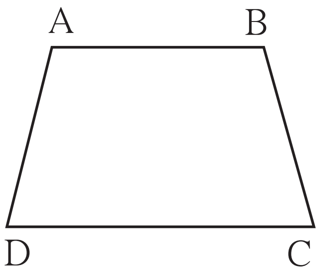
చతుర్భుజం యొక్క బాహ్యభాగంలోని బిందువులు : బిందువు D, బిందువు C

చతుర్భుజం పైనగల బిందువులు : బిందువు L, బిందువు E, బిందువు M, బిందువు N, బిందువు T. చతుర్భుజం మరియు దాని అంతర్భాగం కలిసి చతుర్భుజ ప్రదేశం ఏర్పడుతుంది.



చతుర్భుజ అంశాలు (Elements of Quadrilateral)

□ ABCD ని పరిశీలించండి.



1) **వ్యతిరేక భుజాలు:** చతుర్భుజం యొక్క ఏ రెండు భుజాల మధ్య ఒక ఉమ్మడి శీర్ష బిందువు కూడా ఉండదో వాటిని వ్యతిరేక లేదా ఎదురెదురుగా ఉన్న భుజాలని అంటారు. □ ABCD లో భుజం AB మరియు భుజం DC ల మధ్య ఏ శీర్షబిందువు కూడా ఉమ్మడిగా లేదు. కాబట్టి అవి చతుర్భుజం యొక్క వ్యతిరేక భుజాలు అవుతాయి. వ్యతిరేక భుజాల జతలు రెండు ఉంటాయి, భుజం AD కి వ్యతిరేక భుజం BC అవుతుంది.

2) **ఆసన్న భుజాలు :** చతుర్భుజం యొక్క రెండు భుజాల మధ్య ఒక ఉమ్మడి శీర్ష బిందువున్నచో, ఆ రెండు భుజాలు ఆసన్న భుజాలు అవుతాయి.

□ ABCD లో భుజం AB మరియు భుజం BC ల మధ్య శీర్షబిందువు B ఉమ్మడిగా ఉన్నది. కాబట్టి భుజం AB మరియు భుజం BC లు చతుర్భుజం యొక్క ఆసన్న భుజాలలో ఒక జత అవుతుంది. ఆసన్న భుజాలవి నాలుగు జతలుంటాయి, మిగిలిన జతలను వెదకండి.

3) **ఆసన్న కోణాలు :** చతుర్భుజం రెండు కోణాలకు ఒక భుజం ఉమ్మడిగానున్నచో, ఆ కోణాలు చతుర్భుజం యొక్క ఆసన్నకోణాలవుతాయి.

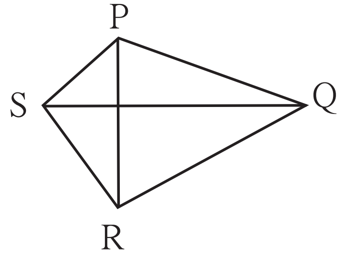
□ ABCD లో ∠ABC మరియు ∠BCD ల మధ్య, భుజం BC, ఈ భుజం రెండు కోణాలకు ఉమ్మడిగానున్నది, కాబట్టి ∠ABC మరియు ∠BCD లు ఆసన్న కోణాలవుతాయి. □ ABCD లో ఆసన్న కోణాల జతలు నాలుగుంటాయి.

4) **వ్యతిరేక కోణాలు :** చతుర్భుజంలో రెండు కోణాలకు ఒక భుజం కూడా ఉమ్మడిగా లేనట్లయితే, ఆ కోణాలు పరస్పరం వ్యతిరేక కోణాలవుతాయి.

□ ABCD లో ∠ABC మరియు ∠ADC ల మధ్య ఒక భుజం కూడా ఉమ్మడిగా లేదు. కాబట్టి ∠ABC మరియు ∠ADC లు వ్యతిరేక కోణాలవుతాయి. □ ABCD లో వ్యతిరేక కోణాలవి రెండు జతలుంటాయి.

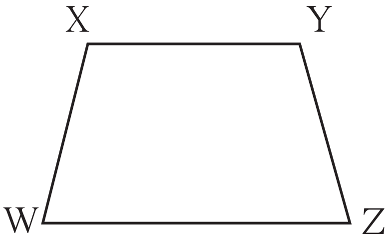
5) **కర్ణాలు :** చతుర్భుజం యొక్క వ్యతిరేక కోణాల శీర్షబిందువులను కలిపే రేఖాఖండం అంటే చతుర్భుజం కర్ణం అవుతుంది.

□ PQRS లో రేఖాఖండం PR మరియు రేఖాఖండం SQ, ఇది చతుర్భుజం యొక్క రెండు కర్ణాలు.



అభ్యాసం 8.3

(1) □ XYZW ను పరిశీలించి కింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.



(i) భుజం XY కు వ్యతిరేక భుజం ఏది?

(ii) భుజం XW యొక్క ఆసన్న భుజం ఏది?

(iii) ∠W నకు వ్యతిరేక కోణం ఏది?

(iv) ∠Z కు ఆసన్న కోణం ఏది?

(v) □ XYZW యొక్క కర్ణాలు ఏవి?

(2) □ PQRS లో వ్యతిరేక కోణాలు రాయండి.

ఒకేచూపులో

- త్రిభుజానికి మూడు భుజాలు (బాహువు), మూడు శీర్షబిందువులు మరియు మూడు కోణాలుంటాయి.
- భుజాల బట్టి త్రిభుజాల రకాలు : సమబాహు త్రిభుజం, సమద్విబాహు త్రిభుజం, విషమబాహు త్రిభుజం.
- కోణాలను బట్టి త్రిభుజ రకాలు : అల్పకోణ త్రిభుజం, లంబకోణ త్రిభుజం, అధికకోణ త్రిభుజం.
- చతుర్భుజానికి నాలుగు శీర్షబిందువులు, నాలుగు భుజాలు, నాలుగు కోణాలు మరియు రెండు కర్ణాలుంటాయి.
- చతుర్భుజంలో వ్యతిరేక భుజాలు రెండు, ఆసన్న భుజాలు నాలుగు, ఆసన్న కోణాలు నాలుగు మరియు వ్యతిరేక కోణాలు రెండు జతలుంటాయి.

స్వయం అధ్యయనం 8

(1) ఖాళీలను పూరించండి.

i) ఏ త్రిభుజం యొక్క మూడు భుజాల పొడవులు సమానంగా ఉంటాయో, ఆ త్రిభుజంను .... త్రిభుజమని అంటారు.

ii) ఏ త్రిభుజం యొక్క కేవలం రెండు భుజాల పొడవులు మాత్రమే సమానంగా ఉంటాయో ఆ త్రిభుజంను .... త్రిభుజమని అంటారు.

iii) ఏ త్రిభుజం యొక్క ఒక కోణం .... లు ఉంటుందో ఆ త్రిభుజంను లంబకోణ త్రిభుజమని అంటారు.

iv) చతుర్భుజం యొక్క వ్యతిరేక కోణాల శీర్షబిందువులను కలిపే రేఖాఖండాలను చతుర్భుజం .... అంటారు.

v) □ LMNO లో భుజం LM మరియు భుజం .... లు ఆసన్న భుజాలు.

(2) సత్యమో, అసత్యమో రాయండి.

(i) ఒక త్రిభుజంలో రెండు లంబకోణాలు ఉండవచ్చు.

(ii) లంబకోణ త్రిభుజం, సమబాహు త్రిభుజం కావచ్చు.

(iii) అల్పకోణ త్రిభుజం, సమబాహు త్రిభుజం కాకపోవచ్చు.

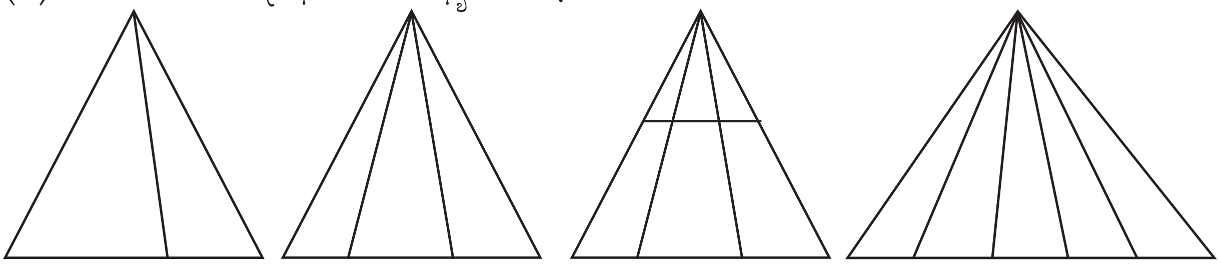
(3) □ UVWX ను గీయండి, దానిబట్టి కింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.

i) చతుర్భుజం పేర్లను వేర్వేరు రకాలుగా రాయండి. ii) వ్యతిరేక భుజాల జతలు రాయండి.

iii) ఆసన్న భుజాల జతలు రాయండి. iv) చతుర్భుజం యొక్క కర్ణాల పేర్లు రాయండి.

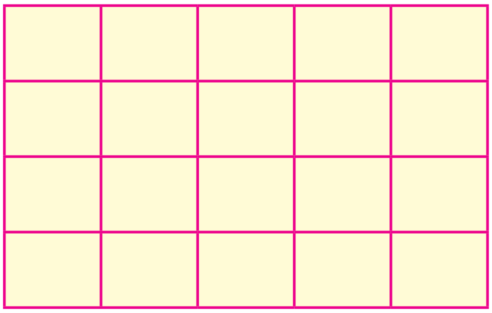
v) వ్యతిరేక కోణాల జతలు రాయండి. vi) ఆసన్న భుజాల జతలు రాయండి.

(4) కింది పటాలలో త్రిభుజాల సంఖ్య ఎంత?



(i) (ii) (iii) (iv)

(5) పక్కనున్న పటంలోని చతుర్భుజాల మొత్తం సంఖ్యను లెక్కించి, రాయండి.



9 సమీకరణాలు

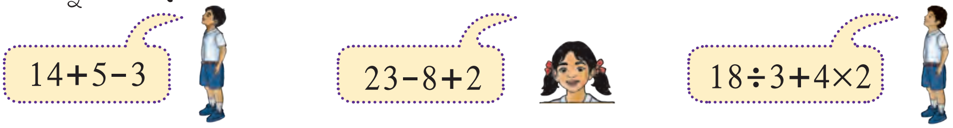
పునఃవిమర్శ

ప్రకాష్ 23 తేనె జాడీలలో నుండి 8 జాడీలు సునీతకు ఇచ్చాడు. అనగా 23 − 8 = ☐ మిగిలిన జాడీలలో నుండి ఇంకా 6 జాడీలు దీపాలికి ఇచ్చాడు, అనగా ☐ −6 = ☐ దీనిని ఎలా అమర్చవచ్చో ఇప్పుడు మనం చూద్దాం!

సమాసాలు(Expression)

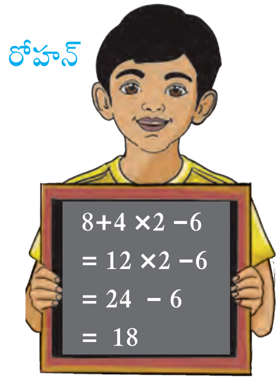
అర్థం చేసుకోండి.

మనం సంఖ్యలపై సంకలన, వ్యవకలనం, గుణకారం మరియు భాగహారం లాంటి ప్రాథమిక క్రియలు ఎలా చేయాలో దానిని అభ్యసించాం. ఈ క్రియలనుపయోగించి సలీం, ఆర్య మరియు రజిత్ లు సంఖ్య మరియు సంఖ్యా చిహ్నాలుపయోగించి కొన్ని గణిత క్రియలు చేశారు.

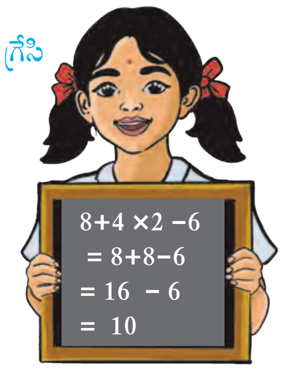


ఇలా రెండు లేదా రెండుకంటే ఎక్కువ సంఖ్యలపై గణిత క్రియల అమరిక, అనగా **'సమాసం'** అవుతుంది.

✻ అమన్ వద్ద ప్రారంభంలో 8 పెన్సిళ్లు ఉండెను. రజిత్ అతనికి ఒక్కొక్కటి 4 పెన్సిళ్లు గల ఇంకా 2 ప్యాకెట్లు ఇచ్చాడు. అమన్ అందులో నుంచి 6 పెన్సిళ్లు మిత్రులకు పంచినచో, అమన్ వద్ద చివరికి ఎన్ని పెన్సిళ్లు మిగిలాయి? ఈ సమస్యను రోహన్ మరియు గ్రేసి కిందివిధంగా సమాసాన్ని అమర్చి సాధించారు.



రోహన్ జవాబు 18 వచ్చింది.



గ్రేసి జవాబు 10 వచ్చింది.

ఆలోచించండి.

రోహన్, గ్రేసిలు ఇద్దరు కనుగొన్న జవాబులు భిన్నంగా ఉన్నాయి. ఇలా ఎందుకు జరిగింది ఉండవచ్చును?

- సమాసాన్ని సాధిస్తున్నప్పుడు గణిత క్రియలు చేసే నియమాలు నిర్ణయించబడి ఉన్నాయి.

1) కుండలీకరణాలలో ఇచ్చిన క్రియను ముందుగా చేయాలి.

2) తర్వాత రాశిలో ఒకటి కంటే ఎక్కువ క్రియలున్నచో, గుణకారం మరియు భాగహార క్రియలు ఎడమ నుండి కుడివైపునకు ఏ క్రమంలో వచ్చాయో ఆ క్రమములోనే చేయాలి.

3) తర్వాత సంకలనం మరియు వ్యవకలనం వాటిలో క్రియలు ఎడమనుండి కుడివైపునకు ఏ క్రమంలో వచ్చాయో ఆ క్రమములోనే చేయాలి.

4) కుండలీకరణంలో ఒకటి కంటే ఎక్కువ క్రియలున్నచో, పై రెండు నియమాలను పాటిస్తూ అవి ముందుగా చేయాలి.

5) కొన్నిసార్లు క్రియల క్రమం స్పష్టం కావడానికి ఎక్కువసార్లు కుండలీకరణాలను ఉపయోగించవలసి వస్తుంది. ఇలాంటప్పుడు '()' ఈ గుండ్రని కుండలీకరణాలతోబాటు '[]' ఇలా చదరపు కుండలీకరణాలు అలాగే '{}' ఇలా బాణపు కుండలీకరణాలను ఉపయోగిస్తారు, ఒకటి కంటే ఎక్కువ రకాల కుండలీకరణాలను ఉపయోగించినట్లయితే, అన్నింటికంటే లోపలనున్న కుండలీకరణంలోని క్రియను ప్రథమంగా చేయాలి.

సమాసాన్ని సాధిస్తున్నప్పుడు చిహ్నాల క్రమం					
కుం.	ఘా	భా	గు	సం	వ్య
( )	×	÷	×	+	−
కుండలీకరణంలోని క్రియ ముందు	గుణకారక్రియ (ఘాతాలు, వర్గం, వర్గమూలాలు)	భాగహారం	గుణకారం	సంకలనం	వ్యవకలనం

✻ ఈ నియమాన్ని ఉపయోగించి, సమాసం యొక్క సరైన సమాధానం ఏదో నిర్ణయించండి.

$8 + \underline{4 \times 2} - 6$

$= \underline{8 + 8 - 6}$ ... ముందుగా గుణించుదాం

$= \underline{16 - 6}$ ... సంకలనం చేసి

$= 10$ ... వ్యవకలనం చేయగా

∴ రోహన్ మరియు గ్రేసి ఈ ఇద్దరిలో ☐ యొక్క సమాధానం సరైనది.

మాదిరి సమస్యలు:

1) $81 \div (5 + 4) - 2$

$= 81 \div 9 - 2$ ... కుండలీకరణాలను విడదీయగా

$= 9 - 2$ ... భాగించగా

$= 7$

2) $[18 + 5(7-3)] + 64$

$= [18 + 5 \times 4] + 64$ ... సాధారణ కుండలీకరణం విడదీయగా

$= [18 + 20] + 64$ ... గుణకారం చేయగా

$= 38 + 64$ ... చదరపు కుండలీకరణాలు విడదీయగా

$= 102$

3) ఒక బుట్టలో 24 బంతిపూలున్నాయి, ఆ బుట్టలో శేఫాలి, శ్రీజయ్ లు ఇద్దరు ఇంక 5 పూలు ఒకొక్కరు అందులో వేశారు, అయినా ఇప్పుడు బుట్టలో మొత్తం ఎన్ని పూలు అయినవి?

$24 + 2 \times 5$

$= 24 + 10$ ... గుణకారం చేయగా

$= 34$ ... సంకలనం చేయగా

అభ్యాసం 9.1

(1) కింది కృత్యాన్ని పూర్తిచేయండి.

(i) $32 \times 4 \div 8 - 6$

= ☐ ÷ 8 − ☐

= ☐ − 6 = ☐

(ii) $65 \div 5 \times 2 - 20$

= ☐ × 2 − 20

= ☐ − 20 = ☐

(iii) $80 \times (15+8-3)+5$

$= 80 \times (\square - 3) + 5$

$= 80 \times \square + 5$

$= \square + 5$

$= \square$

(iv) $100 \div (18+5-3)+7$

$= 100 \div (\square - 3) + 7$

$= 100 \div \square + 7$

$= \square + 7$

$= \square$

(v) $4 + \{100 \div [3\,(7-5) + 4]\}$

$= 4 + \{100 \div [3 \times \square + 4)\}$

$= 4 + \{100 \div [\square + 4]\}$

$= 4 + \{100 \div \square\}$

$= 4 + \square$

$= \square$

(vi) $210 \div \{125 - [5 + 3\,(14-9)]\}$

$= 210 \div \{125 - [5+3 \times \square]\}$

$= 210 \div \{125 - [5+ \square]\}$

$= 210 \div \{125 - \square\}$

$= 210 \div \square$

$= \square$

(2) కింది సమాసాల విలువను కనుగొనండి.

(i) $28 + 12 - 25$ (ii) $8 \times 4 - 3 \times 6$ (iii) $112 - 18 \times 2 \div 9 + 2$

(iv) $13 - [4 + (32 \div 4 - 5)]$ (v) $\{100 \div [3\,(18 - 12) + 7]\} + 6$

(3) శార్వరి 1 నుండి 4 వరకు సంఖ్యలను తీసుకొని కొన్ని సమీకరణాలను తయారు చేయగా వాటి విలువ 21 వచ్చింది. ఆమె మరికొన్ని సమీకరణాలను తయారు చేయడంలో సహాయం చేయండి.

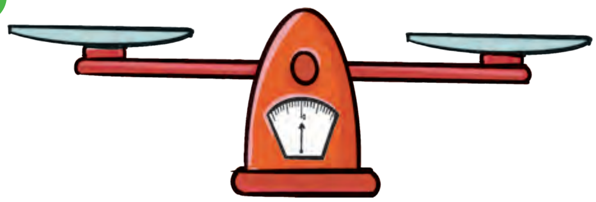
(i) $3 \times 4 + 2 \times 4 + 1$ (ii) $4\,(3 + 2)+1$

(4) కింద ఇచ్చిన సమాసాన్ని బట్టి పదసమస్యను తయారు చేయండి.

(i) $(5 + 4) - 8$ (ii) $(6 \times 12) \div 4$ (iii) $2 \times 6 + 3 \times 4 + 1$

సమానత్వం (Equality)

అర్థం చేసుకోండి.



$2 \times 7 = \square$ $3 + 4 = \square$ $20-6 = \square$ $14 \div 2 = \square$

పై ఉదాహరణలలో క్రియను పూర్తిచేసిన మనకు ఏమితెలుస్తుందో దానిని చూద్దాం.

పై ఉదాహరణలో 2×7 మరియు 20−6 ఈ రెండు సమాసాల విలువ సమానంగా వస్తుంది అలాగే 3+4 మరియు 14÷2 ఈ సమాసాల విలువ సమానంగా వస్తుంది, 2×7 = 20 − 6 మరియు 3+4=14÷2 ఇలాంటి అమరికయే **సమానత్వం** అవుతుంది. '=' గుర్తుకు ఎడమ మరియు కుడివైపుల యొక్క విలువ సమానంగా ఉంటుంది.

మాదిరి సమస్యలు :

ఇచ్చిన రాశులలో సమానత్వం ఉన్నదా, లేదా నిర్ణయించుట:

(i) 6×5 ; $14 + 16$

మొదటి రాశి $6 \times 5 = 30$

రెండవ రాశి $14 + 16 = 30$

$\therefore$ $6 \times 5 = 14 + 16$ ఈ రాశిలో సమానత్వం ఉన్నది.

(ii) $30 \div 15$; $18 - 8$

మొదటి రాశి $30 \div 15 = 2$

రెండవ రాశి $18 - 8 = 10$

$\therefore$ $30 \div 15 \neq 18 - 8$ ఈ రాశిలో సమానత్వం లేదు.

($\neq$ ఈ చిహ్నాన్ని సమానం కాదు అని సూచించడానికి ఉపయోగిస్తారు.)

అభ్యాసం 9.2

(1) కింది ప్రతి సమస్యలో గడులకు ఎడమ మరియు కుడివైపు ఇచ్చిన రాశుల యొక్క విలువ కనుగొనండి, దానినిబట్టి గడులలో '=' లేదా '≠' వీటిలో సరైన చిహ్నాన్ని రాయండి.

(i) $5+9$ ☐ 2×7 (ii) $18\div3$ ☐ 9×3 (iii) $6\div2+4$ ☐ $13-6$

(2) కింది వాటిలో ఎడమ మరియు కుడివైపున్న వాటి విలువ సమానం కావడానికి ఖాళీ స్థలంలో సరైన సంఖ్యను రాయండి.

(i) $16+4 =$ ☐ $+ 8$ (ii) $26 \div$ ☐ $=5 + 8$ (iii) $38 -$ ☐ $=21 \div 3$

(3) కిందనీయబడిన సంఖ్యలు మరియు సంఖ్యలపై క్రియల చిహ్నాలు వీటిని ఉపయోగించి సమానత్వ సమస్యలు తయారు చేయండి.

సంఖ్యలు

13 8 3
12 5
10
4 7 6

క్రియల చిహ్నాలు

+
–
×
÷

సమానత్వ సమస్యలు

1) $13+7 = 4 \times 5$

2) ....

3) ....

4) ....

సమానత్వ ధర్మాలు :

ఉదా: $(6+4) = (5\times2)$ ఈ సమస్య కై సమానత్వ ధర్మాన్ని పరిశీలించి చూద్దాం.

సమానత్వ ధర్మం	ఎడమవైపు	కుడివైపు	ధర్మం
సంకలనం	$(6+4)+5$ $= 10 + 5$ $= 15$	$(5\times2)+5$ $= 10 + 5$ $= 15$	రెండు వైపులా ఒకే సంఖ్యను కలిపిన సమానత్వం లభిస్తుంది.
వ్యవకలనం	$(6+4)-2$ $= 10 - 2$ $= 8$	$(5\times2)-2$ $= 10 -$ ☐ $=$ ☐	రెండు వైపులా ఒకే సంఖ్యను తీసివేసిన సమానత్వం లభిస్తుంది.

సమానత్వ ధర్మం	ఎడమవైపు	కుడివైపు	ధర్మం
గుణకారం	$(6+4) \times 3$ $= \square \times 3$ $= \square$	$(5\times2) \times 3$ $= \square \times 3$ $= \square$	రెండు వైపులా ఒకే సంఖ్యచే గుణించిన సమానత్వం లభిస్తుంది.
భాగహారం	$(6+4)\div2$ $= \square \div2$ $= \square$	$(5\times2) \div 2$ $= \square \div 2$ $= \square$	రెండు వైపులా ఒకే సంఖ్యచే భాగించిన సమానత్వం లభిస్తుంది.

అంకగణితీయ అమరిక

'అయిదు మరియు ఎనిమిది ఈ సంఖ్యల మొత్తం ఈ వాక్యాన్ని చిహ్నం ఉపయోగించి '5+8' అని రాస్తారు.

చిహ్నాలు ఉపయోగించడంవలన రాయడం సంక్షిప్తంగా మరియు అర్థం చేసుకోవడం సులభమవుతుంది. అలాగే తెలియని సంఖ్యలకు అక్షరాలను ఉపయోగించడం వలన కూడా సమస్యను సాధించడం సులువవుతుంది.

- సంఖ్యలకై అక్షరాల ఉపయోగం రెండు రకాలుగా చేస్తారు:

  (1) తెలియని సంఖ్యల కోసం అక్షరాల ఉపయోగం.

  (2) సూత్రం లేదానియమం తయారుచేయుటకు

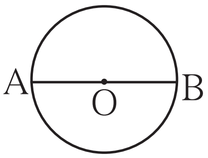
రకం 1) తెలియని సంఖ్యల కోసం అక్షరాల ఉపయోగం:

'ఆరు కంటే ఏడు పెద్దగా గల సంఖ్య' ఏది? దీని జవాబు 13. ఇది మనం కనుగొనవచ్చు. గణిత అమరికలలో '6+7=13' ఇలా రాస్తారు. కానీ 'ఒక సంఖ్య కంటే ఏడు పెద్దగా గల సంఖ్య' దీనిని అక్షరాలుపయోగించి ఎలా రాస్తారు? ఒక సంఖ్య కంటే అంటే ఏ సంఖ్యకంటే? ఇది మనకు తెలియదు.

- కాబట్టి తెలియని సంఖ్యకై మనమిక్కడ 'a' ఈ అక్షరాన్ని ఉపయోగిస్తాం.
- ఒక సంఖ్య కంటే ఏడు పెద్దగా గల సంఖ్య = $a + 7$.
- ఒక సంఖ్య కంటే నాలుగు చిన్నగా గల సంఖ్య = $a - 4$.
- ఒక సంఖ్య మరియు 3 ల మొత్తం = $a + 3$.
- 15 నుండి ఒక సంఖ్యను తీసివేయగా వచ్చే భేదం = $15-a$.
- ఒక సంఖ్యకు 5 రెట్లు = $a \times 5 = 5a$

- అక్షరం మరియు సంఖ్యల గుణకారం ఉన్నచో అక్షరాలకంటే ముందు సంఖ్యలు రాస్తారు, గుణకార చిహ్నం రాయరు.
- తెలియని సంఖ్యల కోసం a, b, c, ... z వీటిలో నుండి ఏ అక్షరం తీసుకున్న సరే. ఈ అక్షరమే 'చరరాశి' (variable) అవుతుంది.

రకం 2) సూత్రం లేదా నియమం తయారు చేయడానికి అక్షరాల ఉపయోగం:



పక్కనున్న పటం O కేంద్రంగా గల వృత్తం. వృత్త వ్యాసం మరియు వ్యాసార్థము వరుసగా r మరియు d ఈ అక్షరాలతో చూపుతారు. రేఖాఖండం OA మరియు OB ఇవి రెండు వృత్తం యొక్క వ్యాసార్థాలు (r). రేఖాఖండం అఆ వృత్తం యొక్క వ్యాసం (d) అవుతుంది.

ఇక్కడ రేఖ AB = రేఖ OA + రేఖ OB

వ్యాసం = వ్యాసార్థం + వ్యాసార్థం

వ్యాసం = 2 వ్యాసార్థాలు

$d = 2 \times r$

(2) రెండు సంఖ్యల సంకలనం మరియు గుణకారాల నియమం నేర్చుకోవడానికి కింది పట్టికను పూర్తి చేయండి.

ఉదాహరణం	నియమం	
6 + 3 = 9 ; 3 + 6 = 9	సంఖ్యల సంకలనం వరుస క్రమం లేదా తిరోగమన క్రమంలో చేసినను సమానంగానే వస్తుంది.	$a + b = b + a$
3 + 0 = ☐ 5 + 0 = ☐	....	$a + 0 = a$
....	ఏదైనా సంఖ్య మరియు 0 వీటి లబ్ధం సున్నానే వస్తుంది.	$a \times 0 = 0$
8 x 1 = 8	....	$a \times 1 = a$

అభ్యాసం 9.3

(1) అక్షరాలనుపయోగించి గణిత అమరిక చేయండి.

(i) ఒక సంఖ్య మరియు 9 ల మొత్తం

(ii) ఒక సంఖ్యను 8 చే భాగించుట.

(iii) ఒక సంఖ్య మరియు 0 వీటి లబ్ధం

(iv) ఒక సంఖ్య నుండి 12 తీసివేసాం.

(v) ఒక సంఖ్యకు 4 రెట్లు

(vi) ఒక సంఖ్యను 1 చే గుణించుట.

(2) బ్రాకెట్లలో ఇచ్చిన అక్షరాలనుపయోగించి నియమం మరియు సూత్రాలు మళ్లీ రాయండి.

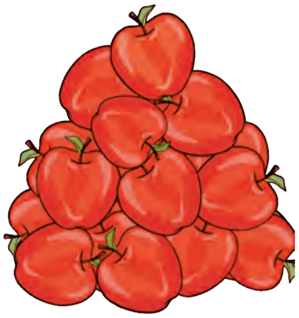
(i) లాభం = అమ్మినవెల – కొన్నవెల (లాభం = P, అమ్మినవెల = S, కొన్నవెల = C)

(ii) నష్టం = కొన్నవెల (C) – అమ్మినవెల (S). (నష్టం = L)

ఏకచరాశి సమీకరణాలు (Equations in One Variable)

అర్థం చేసుకోండి.

ప్రదీప్ వద్ద కొన్ని ఆపిల్స్ ఉన్నాయి. అతనికి సచిన్ ఇంకా 5 ఆపిల్స్ ఇచ్చాడు, అప్పుడు అతని వద్ద మొత్తం 12 ఆపిల్స్ అయినవి. అయితే ప్రదీప్ వద్ద మొదట్లో ఎన్ని ఆపిల్స్ ఉండెను?



ప్రదీప్ వద్ద కొన్ని ఆపిల్స్ అనగా 'x' ఆపిల్స్ ఉన్నాయని భావిద్దాం. 'x' చరరాశి.

సచిన్ ఇచ్చిన ఆపిల్స్ సంఖ్య = ☐ ఆపిల్స్

ప్రదీప్ వద్దనున్న మొత్తం ఆపిల్స్ సంఖ్య = ☐ ఆపిల్స్

పై వివరణను గణిత అమరికలో మనం కింది విధంగా చేద్దాం.

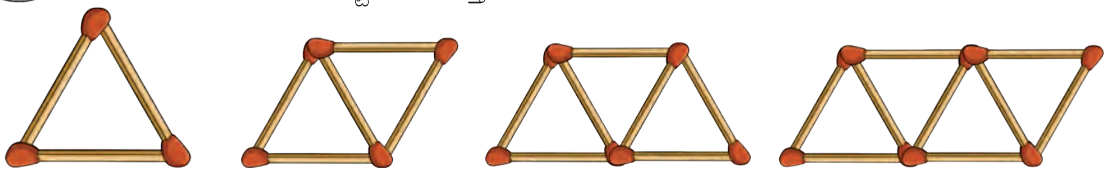
$\therefore x+5=12$, ఇలా చేసిన గణిత అమరికయే అనగా '**సమీకరణం**' అవుతుంది.

ఏ గణిత అమరికలో సమానత్వానికి ఎడమ లేదా కుడి లేక రెండు వైపులన్న రాశులలో ఒకే చరరాశిని ఉపయోగిస్తారో, అలాంటి అమరికయే 'ఏకచరాశి సమీకరణం' అవుతుంది.

ఉదా: $a-6=8$; $9=3p$; $\frac{m}{5}=7$; $2x+5=x+7$

కృత్యం చేయండి.

చిత్రాలలో చూపిన విధంగా పుల్లల సహాయంతో త్రిభుజాలను నిర్మించి పట్టికను పూర్తి చేయండి.



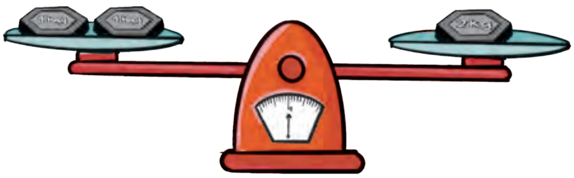
త్రిభుజాల సంఖ్య	పుల్లల సంఖ్య (2 × స్త్రిభుజాల సంఖ్య)+1	త్రిభుజాల సంఖ్య	పుల్లల సంఖ్య (2 × స్త్రిభుజాల సంఖ్య)+1
1	$(2\times1)+1=3$	4	.....
2	$(2\times2)+1=5$	5	.....
3	.....	n	.....

సమీకరణ సాధన

అర్థం చేసుకోండి.

త్రాసు ఎడమవైపు మరియు కుడివైపు వీటిలో సమాన బరువు ఉన్నట్లయితే, త్రాసు సమతుల్యంగా ఉంటుంది.

అదేవిధంగా, సమీకరణం యొక్క రెండువైపులా సమాన విలువ ఉన్నట్లయితే ఆ సమీకరణం సమతుల్యంగా ఉంటుంది.



$y+6=7$ ఈ సమీకరణంలో 'y' ఈ చరరాశి ఏ విలువతో '=' చిహ్నం యొక్క ఎడమ మరియు కుడివైపుల విలువ సమానం అవుతుందో చూద్దాం.

$y+6=7$ ఈ సమీకరణంలో y యొక్క విలువ $0,1,2,3,...$ ఇలా ప్రతిక్షేపించి చూద్దాం.

కుడివైపు = 7 ఉన్నది

i) $y = 0$ ను తీసుకొందాం

ఎడమవైపు = $y+6=0+6=6$

$\therefore$ ఎడమవైపు $\neq$ కుడివైపు

ఈ సమీకరణం $y=0$ ఈ విలువతో సమతుల్యంగా లేదు.

$\therefore$ $y = 0$ ఇచ్చిన సమీకరణానికి సాధన కాదు.

ii) $y = 1$ ను తీసుకొందాం

ఎడమవైపు = $y+6=1+6=7$

$\therefore$ ఎడమవైపు = కుడివైపు

ఈ సమీకరణం $y=1$ విలువతో సమతుల్యంగా ఉన్నది.

$\therefore$ $y=1$ ఇచ్చిన సమీకరణానికి సాధన అవుతుంది.

చరరాశి యొక్క ఏ విలువతో ఇచ్చిన సమీకరణం సమతుల్యం అవుతుందో లేదా సమీకరణం తృప్తి పడుతుందో, చరరాశి యొక్క ఆ విలువను 'సమీకరణం యొక్క సాధన' అంటారు.

మాదిరి సమస్యలు :

1) $a + 7 = 12$

సాధన: $a + 7 = 12$

$\therefore a + 7 - 7 = 12 - 7$ ...రెండువైపుల నుండి 7ను తీసివేద్దాం.

$\therefore a + 0 = 5$

$\therefore a = 5$

2) ఈశ్వరి మనసులో ఒక సంఖ్యను అనుకొని, ఆమె ఆ సంఖ్యను మూడు రెట్లు చేయగా 75 ఈ సంఖ్య వచ్చింది. అయితే ఈశ్వరి మనసులో అనుకొన్న సంఖ్య ఏది?

సాధన: ఈశ్వరి మనసులో అనుకొన్న సంఖ్య x అని భావిస్తాం.

$\therefore$ ఆ సంఖ్యకు మూడు రెట్లు $= 3x$

$\therefore 3x = 75$

$\therefore \frac{3x}{3} = \frac{75}{3}$ ...రెండువైపులా 3 చే భాగిస్తాం.

$\therefore x = 25$

$\therefore$ ఈశ్వరి మనసులో అనుకొన్న సంఖ్య 25 అవుతుంది.

అభ్యాసం 9.4

(1) కిందనీయబడిన వివరాలనుబట్టి సమీకరణం తయారు చేయండి.

i) ఒక సంఖ్యకు 4 రెట్లు 24 అవుతుంది.

ii) 37 నుండి ఒక సంఖ్యను తీసివేయగా 12 మిగులుతుంది.

iii) శ్రీమాయి వద్ద కొన్ని రేగుపండ్లున్నాయి, అందులో ఆమె 8 రేగుపండ్లు సాయికిచ్చెను. ఇప్పుడు ఆమె వద్ద 15 రేగుపండ్లు మిగిలాయి.

iv) సమర్థ్ ఒక సంఖ్యను 7 చే భాగించగా భాగఫలం 4 వస్తుంది.

(2) కిందనీయబడిన సమీకరణంలోని చరరాశికి ఏ విలువ ఆ సమీకరణానికి సాధన అవుతుందో నిర్ణయించండి.

i) $7x=14$ ($x=1,2,3,...$)   ii) $p+6=9$ ($p=1,2,3,4,...$)

iii) $4=\frac{y}{8}$ ($y=31,32,33,...$)   iv) $8-m=5$ ($m=1,2,3,4,...$)

(3) సమానత్వ ధర్మాన్ని ఉపయోగించి కింది సమీకరణాల సాధనలను కనుగొనండి.

i) $3x=12$ ii) $x+4=21$ iii) $17-p=8$ iv) $\frac{k}{8}=9$

(4) కింది కృత్యాలను పూర్తి చేయండి.

i) రెండు వరస సహజ సంఖ్యల మొత్తం 131 అయిన, ఆ సంఖ్యలను కనుగొనండి.

కృత్యం: రెండు క్రమానుగత సంఖ్యలు m మరియు $m+1$ అనుకుందాం.

కానీ ఆ రెండు సంఖ్యల మొత్తం 131

$\therefore$ ☐ $+ (m+1) = 131$

$\therefore$ ☐ $+ 1 = 131$

$\therefore 2m + 1 - 1 = 131 - 1$

(రెండు వైపుల నుండి 1 ని తీసివేయగా)

$\therefore$ ☐ $= 130$

$\therefore \frac{2m}{2} = \frac{130}{2}$

(రెండు వైపులా రెండుచే భాగించగా)

$\therefore m =$ ☐

$\therefore m + 1 = 65 + 1 =$ ☐

$\therefore$ ఆ రెండు సంఖ్యలు ☐ మరియు ☐ అవుతాయి.

ii) ఒక ప్యాంట్ ధర శర్టు ధర కంటే 250 రూపాయలు ఎక్కువ, ఒక ప్యాంట్ మరియు ఒక శర్ట్‌ల మొత్తం విలువ 1250 రూపాయలు అయినచో రెండింటి విలువను కనుగొనండి.

కృత్యం: శర్ట్ ధర x అనుకుందాం.

$\therefore$ ప్యాంట్ ధర $x + \square$

మొత్తం విలువను సమీకరణంలో రాస్తాం.

$\therefore x + \square = 1250$

$\therefore \square + 250 = 1250$

$\therefore 2x = \square$

(రెండు వైపుల నుండి 250 ని తీసివేయగా)

$\therefore x = \square$

(రెండు వైపులా రెండుచే భాగించగా)

$\therefore$ శర్టు ధర $= \square$ రూపాయలు

$\therefore$ ప్యాంట్ ధర $= \square + 250$ రూపాయలు

$= \square$ రూపాయలు

(5) కింది పద సమస్యలను బట్టి సమీకరణాలు తయారు చేసి, సాధించండి.

i) ఒక తోటలో ఉసిరి చెట్లు 36 ఉన్నాయి. మిగిలినవి నీలగిరి చెట్లు ఉన్నాయి. ఒకవేళ ఆ తోటలో మొత్తం 150 చెట్లు ఉన్నచో, నీలగిరి చెట్లు ఎన్ని ఉండవచ్చు?

ii) పాటణ్ తాలూకాలోని భూకంప బాధితుల కుటుంబాలకు పంచడానికి ప్రభుత్వం నుండి కొన్ని క్వింటాళ్ల ధాన్యం ప్రాప్తించింది. అందులోనుండి ఆడుల్ గ్రామంలోని కుటుంబాలకు 34 క్వింటాళ్ల ధాన్యం పంచిన అనంతరం 48 క్వింటాళ్ల ధాన్యం మిగిలింది. అయితే ప్రభుత్వం నుండి మొత్తం ఎన్ని క్వింటాళ్ల ధాన్యం ప్రాప్తించింది?

ఒక చూపులో

- సమాసాలను సాధిస్తున్నప్పుడు ముందుగా కుండలీకరణాలను విడదీస్తారు, తర్వాత భాగహారం, గుణకారం, సంకలనం మరియు వ్యవకలనం ఇలా సమాసాన్ని సాధిస్తారు.
- సమీకరణంలో '=' చిహ్నానికి ఎడమ మరియు కుడివైపు రాశుల విలువ సమానంగా ఉంటుంది.
- సమీకరణానికి రెండు వైపులా ఏదైనా ఒక సంఖ్య కలిపినా, తీసివేసినా, గుణించినా లేదా శూన్యేతర సంఖ్యచే భాగించినా సమానత్వం మారదు.
- ఏకచరరాశి సమీకరణంలో చరరాశి ఏ విలువతో తృప్తి పడుతుందో, ఆ విలువ 'సమీకరణం' సాధన అవుతుంది.

స్వీయ అధ్యయనం 9

(1) సరైన పర్యాయాన్ని ఎన్నుకోండి.

i) ఒకవేళ $x + 12 = 27$ అయినచో $x =$ ఎంత?

(అ) 39 (బ) 15 (క) 25 (డ) 29

ii) ఒకవేళ $23 - n = 12$ అయినచో, $n =$ ఎంత?

(అ) 11 (బ) 25 (క) 35 (డ) 21

iii) ఒకవేళ $12a = 96$ అయినచో, a = ఎంత?

(అ) 108 (బ) 8 (క) 84 (డ) 1152

iv) $24 \div (3+5) - 2 = \square$

(అ) 20 (బ) 11 (క) 4 (డ) 1

v) కింది వాటిలో ఏ రాశిలోని జతలలో సమానత్వం ఉంది?

(అ) $14 \times 1;\ 5-3$ (బ) $6 \times 7;\ 14 \times 4$

(క) $5 \times 3;\ 14+1$ (డ) $5 \times 3;\ 14-1$

vi) ఒక సంఖ్య మరియు దాని మూడురెట్లు వీటి మొత్తం 24 వస్తుంది, అయితే కింది వాటిలో ఆ సంఖ్య ఏది?

(అ) 12 (బ) 6 (క) 3 (డ) 108

(2) కింది గడులలో సరైన విలువను ప్రతిక్షేపించి సమానత్వంను పూర్తి చేయండి.

(i) $12 \div 3 = 9 - \square$ (ii) $15 + 7 = \square \times 2$ (iii) $48 \div \square = 15 - 12$

(3) కింది సమాసాలను సాధించండి.

(i) $8 \times 4 - 17$ (ii) $9 \div (13-10) + 5$

(iii) $100 \div \{6 + [12 - 4 + (5 \times 3 - 4)]\}$

(4) సమానత్వ ధర్మాలను ఉపయోగించి కింది సమీకరణాలను సాధించండి.

(i) $x+12=25$ (ii) $6p=48$ (iii) $\frac{m}{7}=7$ (iv) $27-t=14$

(5) సోనల్ మనసులో ఒక సంఖ్యను అనుకొని, ఆ సంఖ్యను ఐదు రెట్లు చేయగా అప్పుడు ఆమెకు ఆ జవాబు 30 వచ్చింది. అయితే ఆ సంఖ్య ఏది?

(6) దీపాలి వయస్సు ఆస్మా వయస్సు కంటే 5 సంవత్సరాలు తక్కువ గలదు. వారిద్దరి వయస్సుల మొత్తం 27 సంవత్సరాలు ఉన్నచో, ఒక్కొక్కరి వయస్సు ఎంత?

(7) ఒక విద్యాలయంలోని విద్యార్థులు వరద బాధితులకు సహాయం చేయడానికి కొంత నిధిని సేకరించారు. సేకరించిన నిధి సొమ్ము విద్యార్థుల సంఖ్యకు నాలుగు రెట్లు గలదు. ఉపాధ్యాయులు అందులో 1500 రూపాయలను కలిపినప్పుడు మొత్తం సొమ్ము ₹5140 అయింది. అయిన ఆ విద్యాలయంలోని విద్యార్థుల సంఖ్య ఎంత ఉండవచ్చు?

(8) ఒక పాల సేకరణ కేంద్రం చుట్టూ ఎన్ని రావి చెట్లు నాటారో దానికంటే వేప చెట్లు 52 అధికంగా నాటారు. రెండు రకాలని కలిపి మొత్తం 170 చెట్లు ఉన్నచో, ఎన్ని వేప చెట్లు నాటబడినవి?

10 మాయా గణితం – 1

తమాషా సంఖ్యలు

1) స్మార్ట్ కార్డ్లు

- మీ స్నేహితునితో కింది ఆట ఆడండి.

1	3	5	7
9	11	13	15
17	19	21	23
25	27	29	31

2	3	6	7
10	11	14	15
18	19	22	23
26	27	30	31

4	5	6	7
12	13	14	15
20	21	22	23
28	29	30	31

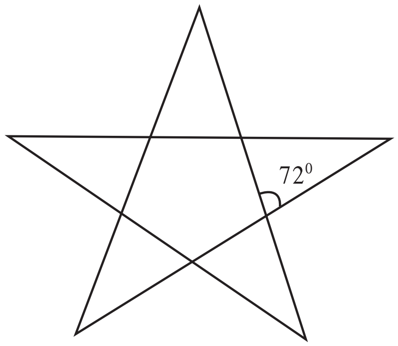
8	9	10	11
12	13	14	15
24	25	26	27
28	29	30	31

16	17	18	19
20	21	22	23
24	25	26	27
28	29	30	31

- ప్రతి కార్డు పై 1 నుండి 31 వరకు 16 అంకెలు రాసి ఉంటాయి.
- మీ స్నేహితుడిని వారి పుట్టిన రోజును (లేదా 1 నుండి 31 వరకు ఏదైనా సంఖ్యను) గుర్తుంచుకోమని అడగండి.
- మీ స్నేహితుడిని, అతను మనసులో అనుకొన్న సంఖ్యను మరియు అది ఏ కార్డుపై ఉందో జాగ్రత్తగా గమనించమని అడగండి.
- మీ స్నేహితుని మనసులోని సంఖ్యను గుర్తించే ఉపాయం పుస్తకంలో వేరొక చోట ఇవ్వబడింది. దానిని వెతకండి మరియు అతని మనసులోని సంఖ్యను గుర్తించండి.

2) నక్షత్రం

ఐదు కోణాల నక్షత్రం ఒకటి ఇవ్వబడింది. దాని మధ్యలో ఒక క్రమ పంచభుజి ఏర్పడింది. ఆ నక్షత్రంలో ఒక కోణం కొలత ఇవ్వబడింది. దాని ద్వారా, నక్షత్రంలోని అన్ని కోణాల కొలతలను కనుగొని చెప్పండి.



సూచన 1: ఒక సరళ రేఖను ఏర్పరిచే రెండు కోణాల మొత్తం 180^0

సూచన 2: క్రమ పంచభుజి యొక్క అన్ని భుజాలు మరియు కోణాలు సమానంగా ఉంటాయి.

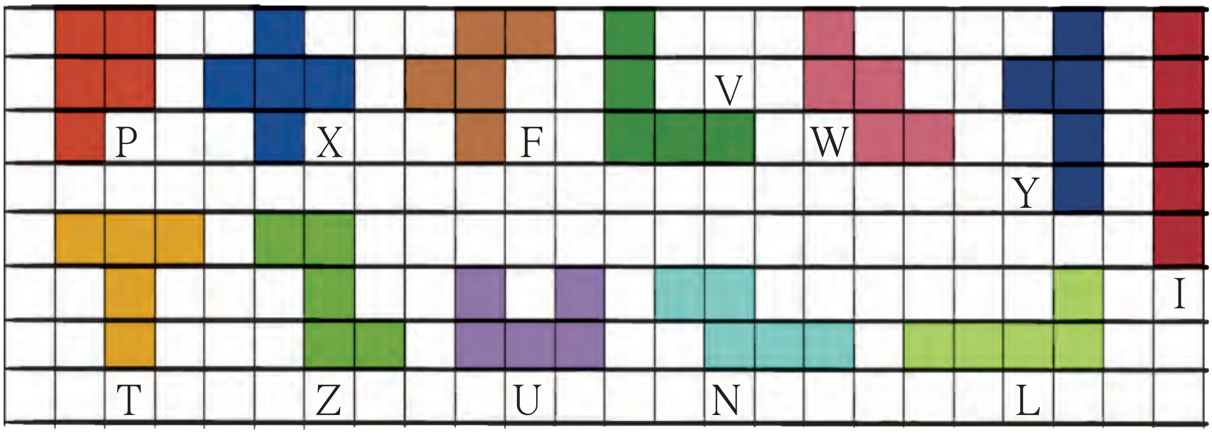
సూచన 3: త్రిభుజంలోని అన్ని కోణాల మొత్తం 180^0 ఉంటాయి.

- ఒక పంచభుజిలోని అన్ని కోణాల కొలతల మొత్తం ఎంత?
- నక్షత్రానికి ఆరు మూలలు ఉంటే కోణాల కొలతలలో ఎంత తేడా ఉంటుంది?
- నక్షత్రానికి ఆరు కంటే ఎక్కువ మూలలు ఉంటే మధ్యలో ఏర్పడు క్రమ బహుభుజి ప్రతి కోణం యొక్క కొలత ఎంత ఉంటుంది? ప్రతికోణం యొక్క కొలత సూత్రాన్ని కనుక్కోగలరా? ప్రయత్నించి చూడండి.

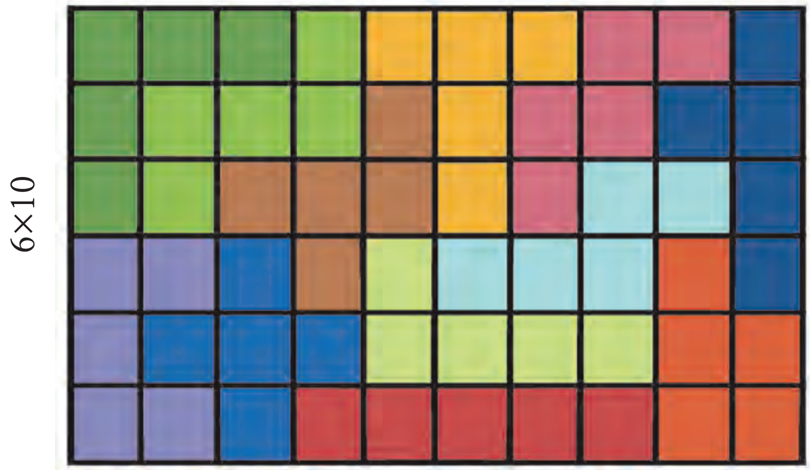
3. పెంటోమినోస్: ఒకే పరిమాణంలో ఉన్న 5 చతురస్రాలను భుజానికి భుజం కలపడం వలన ఏర్పడు ఆకారం. చతురస్రం, చతురస్రం గ్రిడ్ కాగితం (Square Grid Paper) తీసుకోండి.

దాని నుండి వివిధ ఆకారాలలో పెంటోమినోస్లను కత్తిరించండి. పెంటోమినోస్ అమరికలు ఎన్ని విధాల సాధ్యమో కింద ఇవ్వబడినవి.

అమరికను గుర్తుంచుకోవడానికి, దాని ఆకారంను బట్టి ఆంగ్లంలో అక్షరాలు ఇవ్వబడినవి.

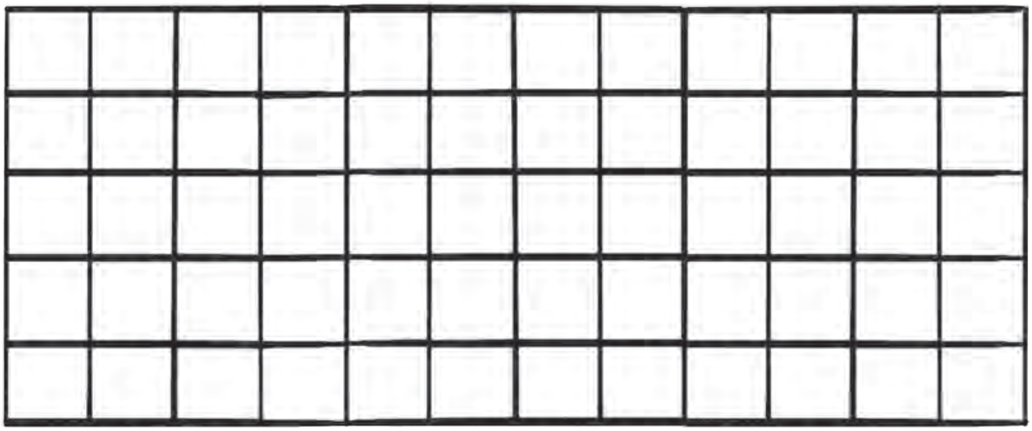


6×10 దీర్ఘ చతురస్రంలో పెంటోమినోస్ ఉపయోగించి పూర్తి చేయబడింది.



పై విధంగా 5×12 యొక్క దీర్ఘ చతురస్రాన్ని పూర్తి చేద్దాం.

5×12



ఈ విధంగా, మనం 4×15 మరియు 3×20 గ్రిడ్లను ఉపయోగించి పెంటోమినోస్లను నిర్మించి ఈ ఆటను ఆడి ఆనందించండి.

ప్రతి దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వైశాల్యాన్ని మరియు దానిలో ఉంచిన పెంటోమినోస్ (Tessalation- No Overlap No Gaps) ఆకారాల సరళిని గమనించండి. ఈ రెండింటికి ఎలాంటి సంబంధం ఉన్నది. దానిని అర్థం చేసుకోండి. ప్రతి దీర్ఘచతురస్రం కొలతలు చూడండి. వాటిలో ఏదైనా సామ్యం కనిపిస్తుందా? దీనిని గూర్చి ఆలోచించండి. చర్చించండి.

4. సంకలన – వ్యవకలన గడులు

సంకలనం →

వ్యవకలనం ↓

$\frac{5}{3}$	$\frac{4}{3}$	---
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	---
---	---	---

సంకలనం →

వ్యవకలనం ↓

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	---
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	---
---	---	---

- ఇలాంటి గడులను మరే ఇతర భిన్నాలకు తయారు చేయవచ్చు? తయారు చేసి సరిచూసుకోండి.
- భిన్నాలు గాకుండా ఇతర ఏ సంఖ్యలకైనా అలాంటి గడులను తయారుచేయండి.

పునఃవిమర్శ

ఇంతకు ముందు మనము $\frac{\text{లవం}}{\text{హారం}}$ రూపంలో భిన్నాలను అభ్యాసము చేసాము.

కింది భిన్నాలను గమనించండి. ఇవ్వబడిన భిన్నాలలో 10, 100, 1000, 10000 హారాలుగా ఉన్న భిన్నాలను వేరు చేయండి.

$$\frac{7}{5}, \frac{4}{10}, \frac{15}{100}, \frac{287}{119}, \frac{438}{1000}, \frac{27}{10}, \frac{9}{10000}, \frac{5}{8}, \frac{10}{17}, \frac{5}{100}, \frac{89}{1000}, \frac{45}{10}$$

కింది భిన్నాల హారాలు 10 లేదా 10 యొక్క గుణజాలు లేదా 10 యొక్క పది-పది రెట్లలో ఉన్నాయి.

$$\frac{4}{10}, \frac{15}{100}, \frac{27}{10}, \frac{438}{1000}, \frac{9}{10000}, \frac{5}{100}, \frac{89}{1000}, \frac{45}{10}$$

దశాంశ భిన్నాలు (Decimal Fraction)

అర్థం చేసుకోండి.

- ఏ భిన్నం యొక్క హారం 10, 100, 1000, ఇలా అనగా 10 యొక్క పది-పది రెట్లలో ఉండే భిన్నాలను దశాంశ భిన్నాలు అంటారు. ఈ భిన్నాలను రాసేటప్పుడు దశాంశ మాన పద్ధతిలో వరుసగా పదులు వందలు, వేలు ఇలా స్థానాలు ఉంటాయో ఇలాగే ఒకట్ల స్థానానికి కుడి వైపున ఒక దశాంశం అనగా $\frac{1}{10}$, ఒక శతాంశం అనగా $\frac{1}{100}$ మరియు ఒక సహస్రాంశం అనగా $\frac{1}{1000}$ ఇలా స్థానాలు ఉన్నాయి.
- ఒక దశాంశం (పది + లవం) ఇందులో దశ అంటే 10 అని మరియు లవం అంటే భాగం. కాబట్టి ఒక దశాంశం అంటే ఒకటిలో పదో వంతు.
- సంఖ్యలను రాసేటప్పుడు పూర్ణ సంఖ్యల భాగం ముగింపును సూచించడానికి ఆ పూర్ణ సంఖ్యలోని ఒకట్ల స్థానంలోని అంకె తర్వాత (·) వంటి బిందువు ఉంచుతారు. ఈ బిందువును (·) **'దశాంశ చిహ్నం'** అంటారు.
- $5\frac{3}{10}$ అనే భిన్నాన్ని 5.3 అని రాస్తారు. దీనిని ఐదు పూర్ణాంకం మూడు భిన్నం పది లేదా ఐదు దశాంశం మూడు అని చదువుతారు.
- $\frac{5}{100}$ అని రాసేటప్పుడు దశాంశ స్థానంలో ఏమీ ఉండదని గుర్తుంచుకోవాలి. ఆ స్థానంలో 0 అంకెను రాయాల్సి వస్తుంది. దానిని 0.05 అని రాయుట మరియు సున్న దశాంశం సున్న అయిదు అని దానిని చదువుతారు.

- త్రాసు పై సంఖ్యలు దశాంశ పద్ధతిలో రాయబడి ఉంటాయి. అదే ప్రకారంగా వస్తువుల ధరల ట్యాగ్‌లను మరియు పెట్రోల్ పంపు దగ్గర మీటర్ రీడింగ్‌లను కూడా దశాంశ పద్ధతిలో రాసినట్లు కనిపిస్తుంది.
- వ్యవహారంలో దశాంశ మాన పద్ధతిలో రాసినవి ఇంకెక్కడ కనిపిస్తాయి?. దానిని తెలుసుకోండి.

దశాంశ భిన్నాల విస్తరణ రూపం

- 54.632 సంఖ్యలోని అంకెల స్థాన విలువ కింది పట్టికలో ఇవ్వబడింది.

స్థానం	పదులు	ఒకట్లు	దశాంశ బిందువు	దశాంశం	శతాంశం	సహస్రాంశం
	10	1	.	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
సంఖ్య	5	4	.	6	3	2
స్థాన విలువ	5×10 $=50$	4×1 $=4$	.	$6\times\frac{1}{10}$ $=0.6$	$3\times\frac{1}{100}$ $=0.03$	$2\times\frac{1}{1000}$ $=0.002$
చదవడం: యాభై నాలుగు దశాంశం ఆరు మూడు రెండు.					**రాయడం:** 54.632	

- విస్తరణ రూపం: $54.632 = 5\times10+4\times1 + 6\times\frac{1}{10} + 3\times\frac{1}{100} + 2\times\frac{1}{1000}$

$$= 50 + 4 + \frac{6}{10} + \frac{3}{100} + \frac{2}{1000}$$

మాదిరి సమస్యలు:

1) $3.342 = 3\times1+3\times\frac{1}{10} + 4\times\frac{1}{100} + 2\times\frac{1}{1000} = 3 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100} + \frac{2}{1000}$

2) $45.305 = 4\times10+5\times1 + 3\times\frac{1}{10} + 0\times\frac{1}{100} + 5\times\frac{1}{1000}$

$$= 40+5 + \frac{3}{10} + 0 + \frac{5}{1000}$$

దశాంశ భిన్నాల పోలిక

అర్థం చేసుకోండి.

దశాంశ భిన్నాలను పోల్చేటప్పుడు:

1) మొదట పూర్ణాంకాలను పోల్చండి. ఉదాహరణకు: 24.27, 32.48 లను, 24.27 < 32.48 ఇలా పోల్చుతారు.

2) పూర్ణాంకాలు సమానంగా ఉంటే, దశాంశ బిందువు తరువాత ఉన్న దశాంశ స్థానాలలోని అంకెలనూ పోల్చాలి. ఉదాహరణకు: 9.42, 9.72 లను 9.42 < 9.72 గా పోలుస్తారు.

3) దశాంశ స్థానంలోని అంకెలు సమానంగా ఉంటే, అప్పుడు శతాంశ స్థానంలోని అంకెలను పోల్చాలి. ఉదాహరణకు: 8.78, 8.71 లను 8.78 > 8.71 గా పోలుస్తారు.

అభ్యాసం 11.1

(1) కింది భిన్నాలను దశాంశ రూపంలో రాయండి.

i) $\frac{16}{100}$ ii) $\frac{275}{1000}$ iii) $\frac{6}{100}$ iv) $\frac{269}{100}$

v) $\frac{15}{1000}$ vi) $\frac{235}{10}$ vii) $\frac{7}{1000}$ viii) $6\frac{3}{10}$

(2) కింది సంఖ్యలలో గీత గీసిన అంకెల స్థాన విలువను రాయండి.

i) $34.\underline{2}6$ ii) $8.8\underline{8}$ iii) $0.8\underline{1}$ iv) $0.\underline{4}0$ v) $\underline{6}.64$

(3) కింది సంఖ్యలలో చిన్నది మరియు పెద్దది నిర్ణయించండి.

i) 0.2 , 0.4 ii) 70.08 ,70.4 iii) 6.6 , 6.58 iv) 7.4 , 7.35 v) 0.76 , 0.8

(4) కింది సంఖ్యలను ఆరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమంలో రాయండి.

i) 8.6, 8.59, 8.09, 8.8 ii) 7.8, 7.66, 8.06, 8.68

సామాన్య భిన్నాలను దశాంశ భిన్నాలుగా మార్చడం

అర్థం చేసుకోండి.

- సామాన్య భిన్నం యొక్క హారం 10 లేదా 10 యొక్క పది-పది రెట్లుగా ఉన్నచో దానిని మనం దశాంశ భిన్నంగా రాయవచ్చు. ఉదా: i) $\frac{7}{10} = 0.7$ ii) $\frac{79}{100} = 0.79$ iii) $\frac{45}{1000} = 0.045$
- సామాన్య భిన్నాలను దశాంశ భిన్నాలుగా మార్చేటప్పుడు హారాలు 10, 100, 1000, ... గా మార్చుకోవాల్సి ఉంటుంది.
- సామానభిన్నాల హారం 10 యొక్క పది – పది రెట్లలో విభజించలేకపోతే, వాటి లవం మరియు హారమును ఒకే సంఖ్యతో భాగించడం ద్వారా వాటిని దశాంశ భిన్నాలుగా మార్చవచ్చు.

దశాంశ భిన్నాన్ని సామాన్య భిన్నంగా మార్చడం

అర్థం చేసుకోండి.

- 32.46 అనే భిన్నం సామాన్య భిన్నంగా మార్చబడినపుడు $32.46 = \frac{3246}{100}$ అవుతుంది.
- ఇక్కడ దశాంశ బిందువు తర్వాత రెండు అంకెలు ఉన్నాయి. కాబట్టి సామాన్య భిన్నం యొక్క లవంలో 1 తర్వాత రెండు సున్నాలు రాయబడుతాయి మరియు లవంలో దశాంశ బిందువును పరిగణనలోకి తీసుకోకుండా సంఖ్య రాయబడుతుంది.

ఉదా. i) $0.7 = \frac{7}{10}$ ii) $0.17 = \frac{17}{100}$

iii) $0.045 = \frac{45}{1000}$ iv) $25.382 = \frac{25382}{1000}$

మాదిరి సమస్యలు :

1) $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 0.75$

2) $\frac{23}{125} = \frac{23 \times 8}{125 \times 8} = \frac{184}{1000} = 0.184$

3) $\frac{16}{400} = \frac{16 \div 4}{400 \div 4} = \frac{4}{100} = 0.04$

4) $\frac{9}{20}$ కిలోగ్రాములు

$= \frac{9 \times 50}{20 \times 50}$ కిలోగ్రాములు

$= \frac{450}{1000}$ కిలోగ్రాములు $= 0.450$ కిలోగ్రాములు

అర, పావు, ముప్పావు, ఒకటింపావు మొదలైన వాటిని దశాంశ భిన్నాలుగా రాయడం.

అర	$\frac{1}{2}$	$\frac{1\times5}{2\times5}$	$\frac{5}{10}$	0.5
పావు	$\frac{1}{4}$	$\frac{1\times25}{4\times25}$	$\frac{25}{100}$	0.25
ముప్పావు	$\frac{3}{4}$	$\frac{3\times25}{4\times25}$	$\frac{75}{100}$	0.75
ఒకటింపావు	$1\frac{1}{4}$	$\frac{5}{4} = \frac{5\times25}{4\times25}$	$\frac{125}{100}$	1.25
ఒకటిన్నర	$1\frac{1}{2}$	....	....	....

దశాంశ భిన్నాల కూడిక మరియు తీసివేత

అర్థం చేసుకోండి.

- దశాంశ భిన్నాల కూడిక మరియు తీసివేత చేసేటప్పుడు దశాంశ బిందువు కింద దశాంశ బిందువు వచ్చునట్లుగా అమర్చాలి.

(1) 0.3 మరియు 0.4 లను కూడండి.

$\rightarrow 0.3 = \frac{3}{10}, \; 0.4 = \frac{4}{10}$

$0.3 + 0.4 = \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{7}{10} = 0.7$

$0.3 + 0.4 = 0.7$

	ఒకట్లు		పదులు
	0	.	3
+	0	.	4
	0	.	7

(2) 1.8 నుండి 0.7 ను తీసివేయండి.

$\rightarrow 1.8 = \frac{18}{10}, \; 0.7 = \frac{7}{10}$

$1.8 - 0.7 = \frac{18}{10} - \frac{7}{10} = \frac{11}{10} = 1.1$

$1.8 - 0.7 = 1.1$

	ఒకట్లు		పదులు
	1	.	8
-	0	.	7
	1	.	1

3) 3.64 + 5.4 = ?

	ఒకట్లు		దశాంశం	శతాంశం
	1			
	3	.	6	4
+	5	.	4	0
	9	.	0	4

3.64 + 5.4 = 9.04

4) 20 − 11.35 = ?

	పదులు	ఒకట్లు		దశాంశం	శతాంశం
	1	9 ~~10~~		9 ~~10~~	10
	2	0	.	0	0
−	1	1	.	3	5
	0	8	.	6	5

20 − 11.35 = 8.65

అభ్యాసం 11.2

(1) కూడండి (సంకలనము)

(i) 24.11 + 3.80 (ii) 14.01 + 1.1 + 1.98

(iii) 8.85 + 0.51 (iv) 2.3 + 18.84

(2) తీసివేయండి. (వ్యవకలనము)

(i) 0.86 − 0.34 (ii) 1.75 − 0.41

(iii) 6.42 − 3.3 (iv) 1.7 − 0.9

(v) 4 − 1.7 (iv) 7.63 − 4

(3) సామాన్య భిన్నాన్ని అపక్రమ లేదా మిశ్రమ భిన్న రూపంలో రాయండి.

(i) 0.9 (ii) 0.07

(iii) 0.191 (iv) 0.049

(v) 4.36 (vi)0.015

(vii) 4.56 (viii) 5.84

ఒక చూపులో

- సామాన్య భిన్నం యొక్క హారం 10 లేదా 10 యొక్క పది – పది రెట్లలో ఉన్నచో, ఆ భిన్నాన్ని దశాంశ భిన్నం అంటారు.
- దశాంశ భిన్నాలను కూడిక లేదా తీసివేత చేసేటప్పుడు దశాంశ బిందువు కింద దశాంశ బిందువు ఉండేలా వాటిని అమర్చి యథావిధంగా కూడండి లేదా తీసివేయండి.
- దశాంశ భిన్నాలు ఉపయోగాలు : సామాన్య భిన్నాన్ని దశాంశ భిన్నంగా మార్చాక పోల్చడం సులభమవుతుంది. దుకాణంలో జమాఖర్చులు రాసేటప్పుడు లేదా గణనయంత్రం (కాలిక్యులేటర్) ఉపయోగిస్తున్నపుడు దశాంశ పద్ధతి వేగంగా పని చేస్తుంది. అలాగే, శాస్త్రవేత్తలు ప్రయోగాలు లేదా ఇంజనీరింగ్ లో చాలా ఖచ్చితమైన కొలతల కోసం దశాంశ భిన్నాలుగా ఉపయోగిస్తారు.

స్వీయ అధ్యయనం 11

(1) ఖాళీలలను పూరించండి.

i) 0.8 అనే భిన్నం సామాన్య భిన్నరూపంలో ...... ఇలా రాస్తారు.

ii) 15.9 సంఖ్య యొక్క పూర్ణాంక భాగము ......

iii) 171.9 లో పదుల స్థానంలో ఉన్న సంఖ్య ......

iv) 9.8 లో 8 యొక్క స్థాన విలువ ......

v) 33.52 అనే సంఖ్యలో 5 యొక్క స్థాన విలువ ......

(2) క్రింది దశాంశ భిన్నాలను సామాన్య భిన్న రూపంలో రాసి, సంక్షిప్త రూపం ఇవ్వండి.

i) 0.2 ii) 0.62 iii) 0.605 iv) 0.017 v) 5.46

(3) సాధించండి.

i) 23.84 + 12.37 ii) 5.617 + 4.594

iii) 12.78 + 10.25 iv) 61.7 – 45.2

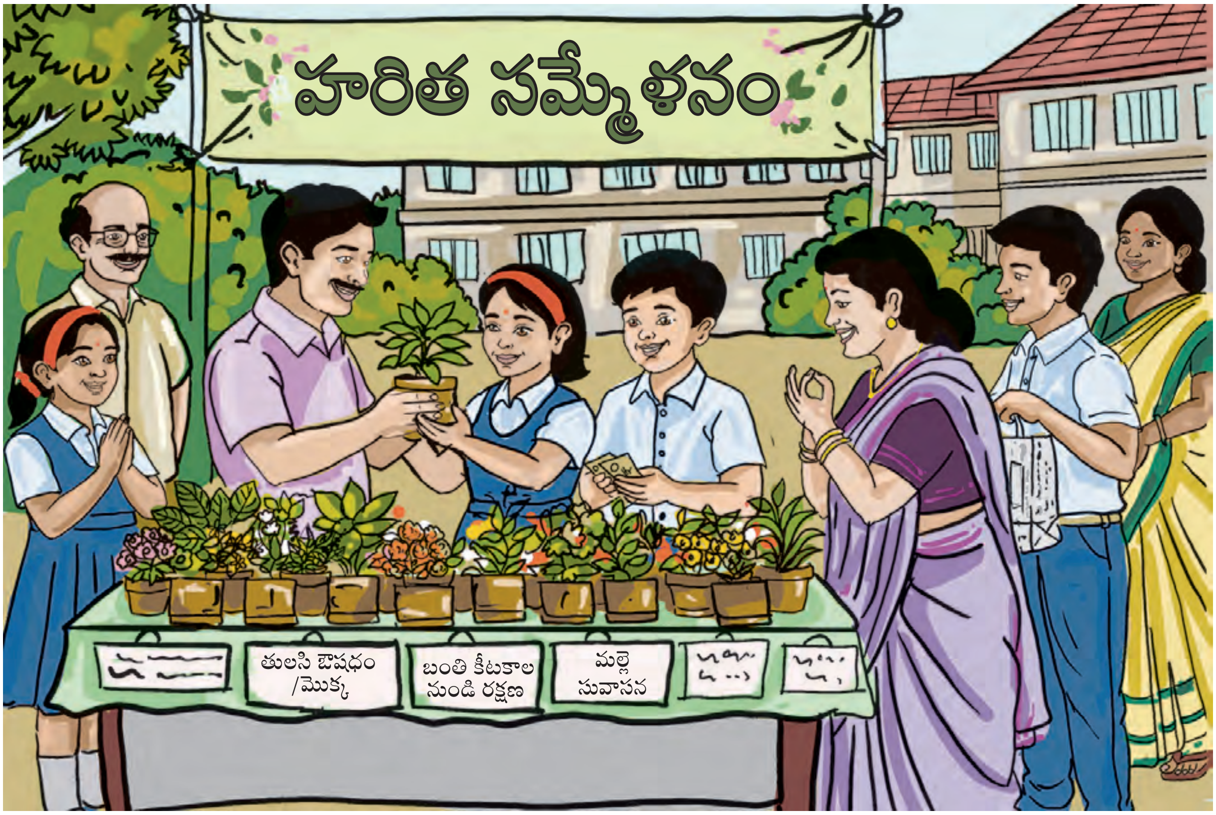
v) 9.47 – 6.82 vi) 17.93 – 15.82

(4) 246.135 సంఖ్యలోని ప్రతి అంకె యొక్క స్థాన విలువను రాయండి.

(5) అనితా పోలీసు నియామకం కోసం పరుగును సాధనచేస్తుంది. ఆమె ప్రతిరోజు ఉదయం 3.27 కి.మీ. మరియు సాయంత్రం 2.8 కి.మీ. పరుగెత్తుతుంది. అయితే ఆమె ఒకరోజులో మొత్తం ఎన్ని కి.మీ. పరుగెత్తుతుంది?

అర్థం చేసుకోండి.

ప్రతి సంవత్సరం లాగే, ఈ సంవత్సరం కూడా మెహెకారి గ్రామంలోని పాఠశాల మైదానంలో 'హరిత సమ్మేళనం' ను నిర్వహించారు. ఈ సమ్మేళనంలో గ్రామస్తులు, విద్యార్థులు, ఉపాధ్యాయులు మరియు పాలకులందరూ కలిసి పర్యావరణ పరిరక్షణ అను ముఖ్య విషయాన్ని ఎంచుకున్నారు.



కొన్నవెల మరియు అమ్మినవెల (Cost Price and Selling Price)

ఉపాధ్యాయుడు : నిన్నటి 'హరిత సమ్మేళనం' చాలా బాగా జరిగింది. అందరికీ అభినందనలు! శ్రద్ధా, ఎన్ని రూపాయల మొక్కలు కొన్నావు?

శ్రద్ధా : సార్, నేను ₹1250 ల విలువైన మొక్కలను కొనుగోలు చేశాను.

ఉపాధ్యాయుడు : ఇదే మీరు కొన్న ధర. సరే! రాఘవ, నువ్వు తెచ్చిన మొక్కలన్నీ అమ్ముడయ్యాయా?

రాఘవ : అవును సార్. మేము మొక్కలన్నింటినీ అందంగా అమర్చాము.

ముస్కాన్ : అంతేకాదు సార్, మేము ప్రతి మొక్కపై దాని ప్రత్యేకతలను రాసి పెట్టాము.

ఉపాధ్యాయుడు : చాలా బాగుంది! ఈ మొక్కలను అమ్మడం ద్వారా మీకు ఎన్ని రూపాయలు లభించాయి.

శ్రద్ధా : సార్, ₹1560/– లభించాయి.

ఉపాధ్యాయుడు : అరే వా! ఇది మీ అమ్మిన వెల అయింది.

రియా : సార్, అంటే మేము ఎన్ని రూపాయలు ఖర్చు పెట్టామో అంత కంటే ఎక్కువ రూపాయలు సంపాదించామన్న మాట.

ఉపాధ్యాయుడు : శభాష్! అంటే మీ అమ్మిన వెల, కొన్న వెల కంటే ఎక్కువగా ఉంది. అంటే మీరు లబ్ధి పొందారు. వ్యాపారంలో లబ్ధిని మనం 'లాభం' అని అంటాము.

శ్రద్ధా : అంటే మాకు ఎంత లాభం వచ్చింది, సార్?

ఉపాధ్యాయుడు : అమ్మిన వెల నుండి కొన్నవెలను తీసివేయడం ద్వారా లాభం లభిస్తుంది. సరే చేయండి.

రాఘవ : 1560 – 1250 = 210

∴ లాభం = ₹ 310

లాభం = అమ్మిన వెల – కొన్న వెల

రియా : కానీ సార్, ఒకవేళ కొన్నవెల కంటే తక్కువ డబ్బులు లభించినచో ఎట్లా?

ముస్కాన్ : అయ్యో, మనకు నష్టము వచ్చేది కదా!

ఉపాధ్యాయుడు : అంటే అమ్మిన వెల, కొన్న వెల కంటే తక్కువగా ఉంటే నష్టం కలుగుతుంది.

నష్టం కొన్న వెల – అమ్మిన వెల

లాభం (Profit)	నష్టం (Loss)
అమ్మిన వెల > కొన్న వెల అప్పుడు లాభం కలుగుతుంది. లాభం = అమ్మిన వెల – కొన్నవెల	అమ్మిన వెల < కొన్న వెల, అప్పుడు నష్టం కలుతుంది. నష్టం = కొన్న వెల – అమ్మిన వెల

గణిత చర్చ.

1. లాభం పొందడానికి అమ్మకపు ధరను నిర్ణయించునప్పుడు ఏ అంశాలను పరిగణనలోకి తీసుకోవాలి?
2. సరుకుల అమ్మకాలను పెంచడానికి దుకాణదారుడు ఏ యే ఉపాయాలను ఉపయోగిస్తాడు?
3. ఒకవేళ వినియోగదారుని వద్ద పూర్తి డబ్బు లేనట్లయితే, మీరు విక్రేతగా అతనికి వస్తువులను ఇస్తారా?

మాదిరి సమస్యలు:

1) ఒక పండ్ల వ్యాపారి 16 డజన్ల అరటి పండ్లను ₹480 కి కొని ఆ అరటి పండ్లను అన్నింటినీ డజనుకు ₹45 చొప్పున అమ్మాడు. ఈ లావాదేవీలో అతనికి లాభం వచ్చిందా లేక నష్టం వచ్చిందా? ఎంత?

→ 16 డజన్ల అరటిపండ్ల కొన్నవెల = ₹ 480

16 డజన్ల అరటిపండ్లు అమ్మినవెల = 16 x 45 = ₹ 720

ఇక్కడ అమ్మినవెల > కొన్నవెల

∴ లాభం వచ్చింది.

లాభం = అమ్మిన వెల – కొన్న వెల

∴ లాభం = 720 – 480 = 240

పండ్ల వ్యాపారికి ₹240 లాభం వచ్చింది.

2) ఒక కూరగాయల వ్యాపారి 342 కేజీల టమాటాలను ₹ 8,208 లకు కొన్నాడు. అందులో 318 కిలోల టమాటాలను కిలోకు ₹25 చొప్పున అమ్మగా 24 కేజీల టమాటాలు పాడైపోయాయి. ఈ లావాదేవీలో అతనికి లాభం వచ్చిందా లేదా నష్టం వచ్చిందా? ఎంత?

→ కొన్నవెల = ₹8,208/-

318 కేజీల టమాటాల అమ్మినవెల = 318×25 = ₹7950

ఇక్కడ అమ్మినవెల < కొన్నవెల

∴ నష్టం వచ్చింది.

నష్టం = కొన్న వెల – అమ్మిన వెల

∴ నష్టం = 8,208 – 7,950 = 258

కూరగాయల వ్యాపారికి ₹258 నష్టం వచ్చింది.

ఉపక్రమము

- విద్యార్థులు పాఠశాల యొక్క ఆనంద సమ్మేళనంలో తినుబండారాలు, బొమ్మలు, చేతి వస్తువులు మొదలైన వాటిని కొనడం, అమ్మడం వంటి అనుభవాన్ని పొందాలి.

అభ్యాసము 12.1

1) కింది పట్టికను పూర్తిచేయండి.

ఉదా.	కొన్నవెల (₹)	అమ్మిన వెల (₹)	లాభం/నష్టం	ఎంత? (₹)
i.	650	720		
ii.	1,390	1,215		
iii.	2,750	2,560		
iv.	8,195	8,266		

2) ఒక దుకాణదారుడు 150 కిలోల సేంద్రియ బెల్లాన్ని ₹7,500 లకు కొన్నాడు. దానిని అతడు ₹8,250 కు అమ్మగా, అతనికి ఎంత లాభం వచ్చింది?

3) రఖ్మా టోకు మార్కెట్ నుండి 72 కొత్తిమీర కట్టలను ₹864 కు కొన్నది. వాటిలో 8 కట్టలు పాడైపోయాయి. ఆమె మిగిలిన కట్టలను ఒక్కొక్కటి ₹15 చొప్పున అమ్మింది. ఆమెకు లాభం వచ్చిందా లేక నష్టం వచ్చిందా? ఎంత?

4) ఒక మహిళా స్వయం సహాయక బృందానికి చెందిన 10 మంది మహిళలు అప్పడాలు తయారు చేసే వ్యాపారాన్ని ప్రారంభించారు. వారు అప్పడాలు తయారుచేయడానికి ₹20,000 ఖర్చు చేశారు. వారు తయారు చేసిన అప్పడాలను మార్కెట్లో అమ్మి ₹26,500 సంపాదించారు. ఆ లాభంలో నుండి ₹1,500 గ్రామంలోని పిల్లల పాఠశాల సామాగ్రి కోసం ఇచ్చారు. మిగిలిన మొత్తాన్ని సభ్యులందరికీ సమానంగా పంచి పెట్టారు. ఐతే–

i) అప్పడాలు తయారు చేయడానికి బృందానికి మొత్తం ఎంత ఖర్చు అయింది?

ii) అమ్మకం ద్వారా వారికి ఎంత మొత్తం లభించింది? iii) ఎంత లాభం వచ్చింది?

iv) వారు సామాజిక సేవకు ఎంత విరాళం ఇచ్చారు? v) సభ్యులకు పంచడానికి ఎంత మొత్తం మిగిలింది?

vi) ప్రతి సభ్యురాలికి ఎన్ని రూపాయలు లభించాయి?

5) కొన్నవెల ₹1,860 తీసుకుంటే —

(i) లాభానికి సంబంధించిన ఒక ఉదాహరణ తయారుచేసి పరిష్కరించండి.

(ii) నష్టానికి సంబంధించిన ఒక ఉదాహరణ తయారుచేసి పరిష్కరించండి.

అర్థం చేసుకోండి.

ఆకాష్ ఒక అభ్యుదయ రైతు. ఈ సంవత్సరం అతను మెంతి కూరను సేంద్రియ పద్ధతిలో పండించాలని నిర్ణయించుకున్నాడు.

అతను విత్తనాల కోసం ₹850 ఖర్చు చేశాడు. రసాయనిక ఎరువులకు బదులుగా, సేంద్రియ ఎరువులు మరియు జీవ ఔషధం కోసం ₹1250 ఖర్చు చేశాడు. కూలీలకు ₹1650 చెల్లించాడు.

అతను 450 కట్టలను రవాణా చేయడానికి రవాణా ఖర్చుల కోసం ₹ 800 ఖర్చు చేశాడు. అతను సంతకు వెళ్ళినప్పుడు ఒక సైన్ బోర్డు పెట్టి 'సేంద్రియ మెంతి కూర' అని ప్రచారము చేశాడు. అతను ఒక్కో కట్టను ₹25 కు అమ్మాడు. ఈ లావాదేవీల ద్వారా ఆకాష్ కి లాభం వచ్చిందా లేక నష్టం వచ్చిందా? ఎంత?

దీన్ని కనుక్కోవడానికి మనం మొత్తం కొన్నవెల మరియు అమ్మిన వెలను కనుక్కోవాలి.

1. పంటకు అయిన మొత్తం ఖర్చును, అనగా మొత్తం కొన్నవెల కనుగొందాం.

   మొత్తం కొన్నవెల = విత్తనాల ఖర్చు + ఎరువులు మరియు జీవ క్రిమినాశక మందుల ఖర్చు + కూలీలు + రవాణా ఖర్చు.

∴ మొత్తం కొన్నవెల = 850 + 1,250 + 1,650 + 800 = ₹4,550

2. మొత్తం అమ్మిన వెలను కనుగొందాం:

   అమ్మినవెల = మొత్తం కట్టలు × ఒక్కో కట్ట ధర

∴ అమ్మినవెల = 450×25

∴ అమ్మినవెల = ₹11,250

3. లాభం వచ్చిందా లేక నష్టం వచ్చిందా నిర్ధారిస్తాం.

   ఇక్కడ అమ్మినవెల > కొన్నవెల దానిని బట్టి ఈ లావాదేవీలో లాభం వచ్చింది.

   లాభం = అమ్మినవెల–కొన్నవెల

∴ లాభం = 11,250 – 4,550

∴ లాభం = ₹6,700

   ఆకాష్‌కు సేంద్రియ మెంతి కట్టలను అమ్మడం ద్వారా ₹6,700 లాభం వచ్చింది.

> కొనుగోలు-అమ్మకం లావాదేవీలో ఒక వస్తువును అమ్మే ముందు, దాని ఉత్పత్తి ఖర్చు మరియు దాని కోసం అయిన ఇతర ఖర్చులన్నింటిని కొనుగోలు ధరలో చేర్చాలి. దీనిని 'మొత్తం కొన్నవెల' అంటారు.

చర్చించండి.

1. మీరు వినియోగదారులతో కోపంగా ప్రవర్తిస్తే, వారు తిరిగి వస్తారా? వినియోగదారులు మీ వద్దకు తిరిగి వచ్చేలా మీ ప్రవర్తనను మెరుగుపరుచుకోవడానికి మీరు ఏమి చేయగలరు?
2. మీరు లాభం పొందితే మీకు ఎలా అనిపిస్తుంది? నష్టం వస్తే దాని నుండి మీరు ఏమి నేర్చుకుంటారు?
3. ఏదైనా స్వచ్ఛంద సంస్థ లాభం లేదు నష్టం లేదు అను ప్రతిపాదికను వస్తువులను అమ్మడం వెనుక ఉద్దేశ్యం ఏమిటి?

మాదిరి సమస్యలు :

* సంగీత ఒకే ధర గల 12 చీరలు కొనడానికి GST తో కలిసి ₹10,800 ఖర్చు చేసింది. ఆమె రవాణాకు ₹750 ఖర్చు చేసింది. ఆ చీరలన్నింటినీ అమ్మడం ద్వారా ₹5,250 ల లాభం పొందింది. అయితే ఒక చీర అమ్మినవెల ఎంత?

→ మొత్తం కొన్నవెల = అసలు కొన్నవెల + ఇతర ఖర్చులు

∴ మొత్తం కొన్నవెల =10,800 + 750 = ₹11,550

లాభం = అమ్మినవెల – మొత్తం కొన్నవెల

∴ అమ్మినవెల = లాభం + మొత్తం కొన్నవెల

∴ అమ్మినవెల = 5,250 + 11,550 = ₹16,800

ఒకచీర అమ్మిన వెల = మొత్తం అమ్మిన వెల ÷ చీరల సంఖ్య

∴ ఒక చీర అమ్మిన వెల =16,800 ÷ 12 = ₹1,400

ఒక చీర అమ్మిన వెల ₹1,400

ఉపక్రమము

బజారు సర్వే

- దగ్గరలోని సంతకు వెళ్లి దుకాణదారులతో మాట్లాడండి. కింది అంశాల ఆధారంగా పరిశీలించి సమాచారాన్ని సేకరించండి. సేకరించిన వివరాలను బట్టి దుకాణదారుల లాభనష్టాలపై ప్రతి అంశం యొక్క ప్రభావం గురించి మీ అభిప్రాయాన్ని తెలియజేయండి.

1. వస్తువుల ప్రదర్శన కోసం ఏర్పాటు.
2. సరుకులను సకాలంలో అమ్మడం.
3. డిమాండ్ గల ఉన్న వస్తువుల లభ్యత.
4. వస్తువుల యొక్క నాణ్యత.
5. వస్తువుల ప్రచారం మరియు సమాచారం ఇవ్వడం
6. అమ్మకానికి అనువైన స్థలాన్ని ఎంచుకోవడం.

అభ్యాసం 12.2

1) ఇక్బాల్ ₹ 2,75,000 లకు ఒక పాత కారును కొన్నాడు. అతను మరమ్మత్తుల కోసం ₹65,000 లు ఖర్చు చేసాడు. అతడు ఆ కారును ₹ 3,89,000 లకు అమ్మాడు. అతనికి లాభం వచ్చిందా లేక నష్టం వచ్చిందా? ఎంత?
2) కుసుమ ఒక టోకు వ్యాపారి దగ్గర ₹ 4,750 లకు ఉల్లిగడ్డ సంచులను కొనుగోలు చేసింది. వాటిని అమ్మడం ద్వారా ₹450 నష్టపోయింది. అయితే ఆమె ఆ సంచులను ఎంతకు అమ్మింది?
3) సారా చిత్రకళ సామాగ్రిని అమ్మడం ద్వారా ₹ 1,285 లు సంపాదించింది. ఆమెకు ₹375 లాభం వచ్చింది. అయితే ఆ సామాగ్రి కొన్నవెల ఎంత?
4) ప్రియ హస్తకళ వస్తువులు తయారుచేసేటప్పుడు సామాగ్రి కోసం ₹ 2,505 లు మరియు ప్యాకింగ్ కోసం ₹455 ఖర్చు చేసింది. ఆమె ఆ వస్తువులన్నింటినీ ₹3,480 కి అమ్మింది, ఆమెకు లాభం వచ్చిందా లేక నష్టం వచ్చిందా? ఎంత?
5) అమ్మినవెల ₹1,355 తీసుకొని,
   (i) లాభానికి సంబంధించిన ఒక ఉదాహరణను తయారుచేసి పరిష్కరించండి.
   (ii) నష్టానికి సంబంధించిన ఒక ఉదాహరణ చేసి, పరిష్కరించండి.

ఒక చూపులో

- ఎప్పుడైతే కొన్నవెల కంటే అమ్మినవెల ఎక్కువగా ఉంటుందో అప్పుడు లాభం వస్తుంది.
  లాభం = అమ్మినవెల – కొన్నవెల
- అమ్మినవెల, కొన్నవెల కంటే తక్కువగా ఉన్నప్పుడు నష్టం వస్తుంది.
  నష్టం = కొన్నవెల – అమ్మినవెల
- మొత్తం కొన్నవెల = అసలు కొన్నవెల + ఇతర ఖర్చులు.

స్వీయ అధ్యయనం 12

(1) సరియైన పర్యాయాన్ని ఎన్నుకోండి.

i) కొన్నవెల ₹418 మరియు లాభం ₹ 72 అయితే అమ్మిన వెల ₹.......

(అ) ₹346 (ఆ) ₹418 (ఇ) ₹490 (ఈ) ₹360

ii) అమ్మినవెల ₹1275 మరియు నష్టం ₹84 అయితే కొన్నవెల ₹.......

(అ) 191 (ఆ) 1359 (ఇ) 1275 (ఈ) 1191

(2) ఖాళీలను పూరించండి.

i) పర్యావరణ అనుకూల సంచులను ₹357 కు కొనుగోలు చేసి ₹418 లకు అమ్మారు. లాభం ₹...

ii) రవాణా ఖర్చులు ₹289 మరియు కొన్నవెల ₹3628 అయితే మొత్తం కొన్నవెల ₹...

iii) కొన్నవెల ₹143 మరియు అమ్మిన వెల ₹128 అయినచో నష్టం ₹.......

(3) సాధించండి.

i) ప్రజ్వల్ తాను ₹7450 కు కొన్న సైకిలును ₹6820 కు అమ్మాడు. అతనికి లాభం వచ్చిందా లేక నష్టం వచ్చిందా? ఎంత?

ii) నరేష్ సంతలో బొమ్మలు అమ్మి ₹1,265 లు సంపాదించాడు. అతనికి ₹345 లు నష్టం వచ్చింది. అయితే ఆ బొమ్మల కొన్నవెల ఎంత?

iii) ఒక పుస్తకాల వ్యాపారి ₹ 5074 లకు 118 పుస్తకాలు కొన్నాడు. అతను ఆ పుస్తకాలన్నింటినీ ఒక్కొక్కటి ₹ 50 చొప్పున అమ్మాడు. అతనికి లాభం వచ్చిందా లేక నష్టం వచ్చిందా? ఎంత?

(4) జూలీ 72 కంపాస్ పెట్టెలను ఒక్కొక్కటి ₹145 ల చొప్పున కొనుగోలు చేసింది. వాటిని దుకాణం నుండి తెప్పించుకోవడానికి ఆమెకు అయిన రవాణా ఖర్చు ₹628. ఆమె ఆ కంపాస్ పెట్టెలను ₹152 కు అమ్మితే ఆమెకు లాభం వస్తుందా? లేక నష్టం వస్తుందా? ఎంత?

(5) గ్రామ యువజన బృందం గ్రామం 'హరిత ప్రచారం' కింద 357 మొక్కల కుండీలను ఒక్కొక్కటి ₹247 చొప్పున కొనుగోలు చేసింది. రవాణా కోసం మొత్తం ₹629 లు ఖర్చు చేశారు. వారు ఒక్కో కుండీని ₹289 కి అమ్మారు. అమ్మకం ద్వారా వచ్చిన లాభాన్ని గ్రామ గ్రంథాలయాల నిధికి విరాళంగా ఇవ్వాలని నిర్ణయించుకున్నారు.

i) మొత్తం కొన్నవెల ఎంత?

ii) మొత్తం అమ్మినవెల ఎంత?

iii) గ్రంథాలయానికి ఎంత మొత్తం ఇవ్వబడింది?

iv) ఈ ఉపక్రమములో ఆర్థిక లావాదేవీలతో పాటు ఏ సామాజిక విలువలు కనిపిస్తున్నాయి?

13 శాతములు

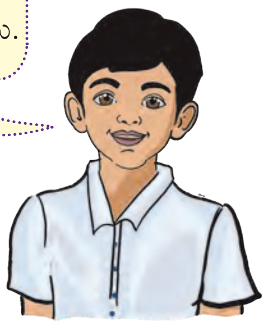
పునఃవిమర్శ

గడులలో సరైన సంఖ్యను రాయండి.

i) $\frac{4}{5} = \frac{4 \times \square}{5 \times \square} = \frac{\square}{100}$ ii) $0.07 = \frac{\square}{100}$

శాతము (Percentage)

అర్థం చేసుకోండి.



ఇద్దరికీ ఒకే మార్కులు వచ్చినప్పటికీ, వారికి ఎన్నింటికి ఎన్ని మార్కులు వచ్చాయో పరిగణించి ఎవరికి ఎక్కువ మార్కులు వచ్చాయో నిర్ణయించవలసివస్తుంది.

సఖి మార్కులు : $\frac{45}{50}$

$$\frac{45}{50} = \frac{45 \times 2}{50 \times 2} = \frac{90}{100}$$

సన్నీ మార్కులు : $\frac{45}{60}$

$$\frac{45 \div 15}{60 \div 15} = \frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100}$$

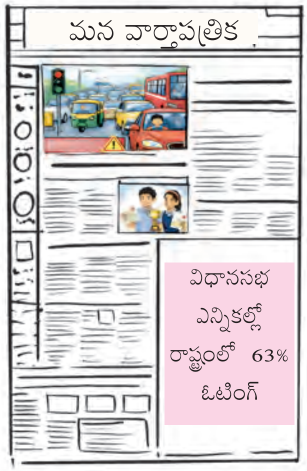
సఖికు 100 మార్కులకు 90 మార్కులు, సన్నీకి 100 మార్కులకు 75 మార్కులు వచ్చాయి. కాబట్టి సన్నీ కంటే సఖికి ఎక్కువ మార్కులు వచ్చాయి. ఇక్కడ రెండు నిష్పత్తుల హారం విలువ 100. అందువల్ల పోల్చడం సులభమవుతుంది

ఏ నిష్పత్తిలో హారం 100 ఉంటుందో అలాంటి నిష్పత్తులను శాతం నిష్పత్తులు అంటారు. వీటిని 'వందకు' లేదా % అనే గుర్తును ఉపయోగించి రాస్తారు. % గుర్తును 'శాతం' అని చదువుతారు. శాతమునే శతమానం, వందకు భాగం లేదా ప్రతి వందకు అని అంటారు. సఖి మార్కులు 90% మరియు సన్నీ మార్కులు 75% కాబట్టి సఖికి సన్నీకంటే 15% ఎక్కువ మార్కులు వచ్చాయి.

శాతం (percent) అనే పదం 'per centum' అనే లాటిన్ పదం నుండి వచ్చింది.
'per centum' అంటే 'per hundred' (ప్రతి 100).

చర్చించండి.

చిత్రములను పరిశీలించి కింది ప్రశ్నలకు జవాబులివ్వండి.



- రెడి మేడ్ దుస్తులపై ఎంత % తగ్గింపు ఉంటుంది?
- అసెంబ్లీ ఎన్నికలలో ఎంత % ఓట్లు పోలయ్యాయి?

ప్రకటనలో రెడి మేడ్ బట్టలపై 40% తగ్గింపు ప్రకటించారు. 40% తగ్గింపు అంటే ఒక డ్రెస్ ధర రూ. 100 అయితే దానిపై రూ. 40 రూపాయిల తగ్గింపు ఉంటుంది. మరియు వినియోగదారుడు ఆ డ్రెస్ ను రూ. 60 రూపాయలకే పొందుతాడు.

భిన్నాలను శాతాలుగా మార్చడం

అర్థం చేసుకోండి.

మాదిరి సమస్యలు :

1) $\frac{3}{5}$ అంటే వందకు ఎంత?

పై భిన్నం యొక్క హారాన్ని 100 గా మార్చడానికి అనగా హారాన్ని 5 ను 20 చే గుణించండి. సమాన భిన్నం తయారు చేయడానికి లవాన్ని కూడా 20 తో గుణించండి.

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 20}{5 \times 20} = \frac{60}{100} = 60\% \text{ (60 శాతం)}$$

2) 1.3 ను శాతములోకి మార్చండి..

$$1.3 = \frac{13}{10} = \frac{13 \times 10}{10 \times 10} = \frac{130}{100} = 130\%$$

3) 0.25 అనగా ఎంత శాతము?

$$0.25 = \frac{25}{100} = 25\%$$

4) $$\frac{5}{8} = \frac{5 \times 100}{8 \times 100} = \frac{500}{800} = \frac{500 \div 8}{800 \div 8} = \frac{62.5}{100} = 62.5\%$$

శాతాలను భిన్నంలోకి మార్చడం

మాదిరి సమస్యలు :

1) 50% ను భిన్న రూపంలోకి మార్చండి?

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{50 \div 50}{100 \div 50} = \frac{1}{2}$$

2) వందకు 49 ని భిన్న రూపంలోకి మార్చండి?

శాతం $49\% = \frac{49}{100}$

3) $\frac{5}{4}\%$ ను భిన్న రూపంలోకి మార్చండి.

$$\frac{5}{4}\% = \frac{5}{4} \div 100 = \frac{5}{4} \times \frac{1}{100}$$

$$= \frac{5}{400} = \frac{1}{80}$$

4) $8\frac{1}{2}\%$ ను భిన్న రూపంలోకి మార్చండి.

$$8\frac{1}{2}\% = \frac{17}{2}\% = 8.5\%$$

$$= \frac{8.5}{100} = \frac{85}{1000} = \frac{17}{200}$$

అభ్యాసం 13.1

(1) కింది నిష్పత్తులను 'శాతం' అనే పదం మరియు '%' గుర్తును ఉపయోగించి రాయండి.

i) $\frac{71}{100}$ ii) $\frac{45}{100}$ iii) $\frac{186}{100}$ iv) $\frac{19}{100}$

(2) కింది కృత్యాలు పూర్తి చేయండి.

i) $\frac{1}{2} = \frac{1 \times \square}{2 \times \square} = \frac{\square}{\square} = \square\ \%$

ii) $\frac{5}{4} = \frac{5 \times \square}{4 \times \square} = \frac{\square}{\square} = \square\ \%$

(3) కింది వందకు ఇచ్చిన వాటిని భిన్న రూపంలోకి మార్చండి.

i) వందకు 64 ii) 91% iii) 175 % iv) $16\frac{2}{3}\%$ v) 100%

(4) కింది భిన్నాలను శాతాలలోకి మార్చండి.

i) $\frac{2}{5}$ ii) $\frac{3}{8}$ iii) $\frac{5}{4}$ iv) $\frac{1}{16}$ v) $\frac{736}{800}$

అర్థం చేసుకోండి.

ఇచ్చిన సంఖ్యలో ఇచ్చిన శాతాన్ని కనుగొనడం.

1) '90 లో 30' శాతం అంటే ఎంత?

90 లో 30 శాతం = $90 \times 30\%$

$= 90 \times \frac{30}{100} = 27$

2) 800 మార్కుల పరీక్షలో సమీరా 70% మార్కులు పొందితే ఆమెకు మొత్తం ఎన్ని మార్కులు వచ్చాయి?

800 లో 70% = $800 \times 70\%$

$= 800 \times \frac{70}{100} = 560$

ఒక సంఖ్య మరొక సంఖ్యలో ఎంత శాతం? దానిని కనుగొనుట.

1) ఒక పుస్తకంలోని 300 పేజీలలో 180 పేజీలు చదువబడ్డాయి. అయితే నూటికి ఎన్ని పేజీలు చదువబడ్డాయి?

300 పేజీలలో 180 పేజీలు అంటే $\frac{180}{300}$

$\frac{180}{300} = \frac{180 \div 3}{300 \div 3} = \frac{60}{100} = 60\%$

2) 80 లో 32 శాతమెంత?

80 లో $x\%$ = 32 అనుకొండి.

$80 \times \frac{x}{100} = 32$

$\therefore \frac{x}{100} = \frac{32}{80}$

$\therefore x = \frac{32}{80} \times 100 = 40$

$\therefore$ 80 లో 40% = 32

పదసమస్యలు :

1) ఒక విత్తనాల యంత్రం ధర ₹1,05,000 అయితే దీనిపై 35% రాయితీ ఇస్తే ఆ విత్తే యంత్రంపై మొత్తం ఎంత రాయితీ ఇవ్వబడుతుంది?

విత్తనాల విత్తే యంత్రం ధర = ₹1,05,000

నూటికి సబ్సిడీ = 35%

మొత్తం రాయితీ = విత్తే యంత్రం ధర × నూటికి

$= 1,05,000 \times 35\%$

$= 1,05,000 \times \frac{35}{100}$

$= 1,050 \times 35$

$= \mathbf{36,750}$

$\therefore$ విత్తే యంత్రం పై మొత్తం రాయితీ = ₹36,750

2) రోహన్ మరియు రజత్‌లు ₹500 విలువైన క్రీడా బూట్లు కొనడానికి మార్కెట్‌కు వెళ్లారు. రోహన్ సాగర్ షూ మార్ట్ దుకాణంలో బూట్లు కొన్నాడు. దుకాణందారుడు అతనికి ₹125 తగ్గింపు ఇచ్చాడు. రజత్ రమేశ్ షూ మార్ట్ నుండి బూట్లు కొన్నాడు దుకాణాదారుడు అతనికి 30% తగ్గింపు ఇచ్చాడు. అయితే ఎవరికి తక్కువ ధరకు బూట్లు లభించాయి?

రోహన్ సాగర్ షూమార్ట్‌లో బూట్లు కొన్నాడు.

దుకాణదారుడు అతనికి ₹125 తగ్గింపు ఇచ్చాడు.

అమ్మినవెల = ₹500

తగ్గింపు = ₹125

కొ.వె = 500 – 125

= ₹375

రజత్ రమేష్ షూమార్ట్‌లో బూట్లు కొన్నాడు.

దుకాణదారుడు అతనికి 30% తగ్గింపు ఇచ్చాడు.

అమ్మిన వెల = ₹500

తగ్గింపు = 30%

∴ తగ్గింపు = $500 \times \frac{30}{100} = 5 \times 30 =$ ₹150

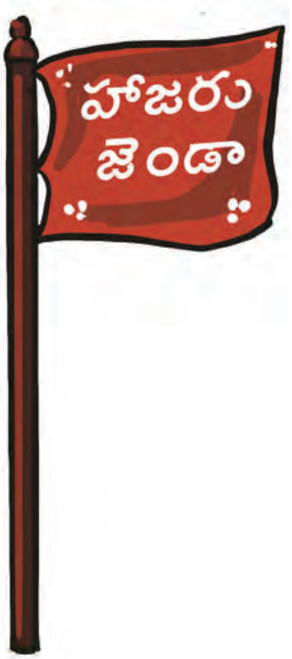
కొ.వె = 500 – 150

= ₹350

పోల్చి చూస్తే రజత్‌కు రోహన్ కంటే ఆ బూట్లను తక్కువ ధరకే లభించాయని తెలుస్తుంది.

కృత్యము చేయండి.

ప్రతిరోజు అత్యధిక హాజరు ప్రమాణం ఉన్న తరగతి ముందు హాజరు జెండాను ఉంచుతారు. ఈ రోజు ఏ తరగతికి హాజరు జెండా లభిస్తుంది కింది పట్టికనుండి నిర్ణయించండి.



నేటి హాజరు:

తరగతి	మొత్తం విద్యార్థులు	నేటి హాజరు	హాజరు శాతం
ఐదవది	50	45	
ఆరవది	60	48	
ఏడవది	60	42	
ఎనిమిదవది	70	56	

- ప్రతి తరగతి హాజరు శాతాన్ని లెక్కించండి.
- అన్ని తరగతుల హాజరు శాతాన్ని పోల్చండి.
- ఈ రోజు ఏ తరగతికి హాజరు జెండా ఇవ్వబడుతుంది!

ఉపక్రమము

- మీ పాఠశాలలో ఈ రోజు హాజరు రాసిన బోర్డును చూసి, ఏ తరగతికి 'హాజరు జెండా' ఇవ్వవచ్చో నిర్ణయించండి.

అభ్యాసం 13.2

(1) ఇచ్చిన సంఖ్యలలో ఇచ్చిన శాతం ఎంత?

i) 125 లో 80% ii) 67 లో 37% iii) 300 లో 125% iv) 1200 లో 87%

(2) కింది సంఖ్యల జతలలో, ప్రతి జతలోని మొదటి సంఖ్య రెండవ సంఖ్యలో ఎంత శాతం?

i) 4, 10 ii) 44, 88 iii) 23, 92 iv) 60, 300 v) 215, 250

(3) పాఠశాల మంత్రిమండలి ఎన్నికల్లో 400 మంది విద్యార్థులలో 384 మంది ఓట్లు వేశారు.

i) ఎన్నికల్లో ఎంత శాతం ఓట్లు పోలయ్యాయి?

ii) ఓటు వేయని విద్యార్థుల శాతం ఎంత?

(4) ఒక ట్రాక్టరు ధర రూ. 5,50,000 మరియు దానిపై 45% రాయితీ లభిస్తుంది. అయితే ట్రాక్టర్ పై రాయితీగా ఎన్ని రూపాయలు లభిస్తాయి?

(5) 19500 చ.మీ.ల విస్తీర్ణం గల పొలంలో 75% జొన్న పంట వేసారు అనగా, ఆ పొలంలో ఎన్ని చదరపు మీటర్ల జొన్న పంట వేయబడింది?

(6) కస్తూరి రూ. 1000 లకు ఒక సేంద్రియ ఎరువుల బస్తాను కొనుగోలు చేసింది. ఆమెకు దానిపై 15% తగ్గింపు లభించింది. అలాంటి రెండు బస్తాలపై ఆమెకు ఎంత తగ్గింపు లభిస్తుంది?

గణిత చర్చ.

- సమతుల్య ఆహారపు అలవాట్లను గురించి సమాచారం తెలుసుకొని దానిలోని అంశాలను ఉపాధ్యాయునితో చర్చించండి.

ఒక చూపులో

- శాతం అనగా ఏ భిన్నం యొక్క హారం లేదా ఏ నిష్పత్తి యొక్క రెండవ పదము 100 గా ఉంటుందో అలాంటి నిష్పత్తి.
- శాతాన్ని నూటికి, శత మానం లేదా ప్రతి వందకు అని అంటారు. దీనిని '%' గుర్తుతో సూచిస్తారు.
- వ్యవహారంలో శాతాల ఉపయోగం; లాభనష్టాలు, లభించే రాయితీ (గ్రాంట్లు) విద్యార్థుల మార్కుల విశ్లేషణ, ఫలితాలు, వడ్డీరేట్లు మరియు ద్రవ్యోల్బణ రేట్లు వీటిని పోల్చడానికి ఉపయోగిస్తారు.

స్వీయ అధ్యయనం 13

(1) సరైన పర్యాయాన్ని ఎన్నుకోండి.

(i) 500 లో 10 % = ...

(అ) 10 (ఆ) 50 (ఇ) 5 (ఈ) 100

(ii) 12 అనే సంఖ్య 40 లో .... శాతం?

(అ) 15 (ఆ) 20 (ఇ) 25 (ఈ) 30

(2) కింది సమస్యలను పరిష్కరించి <,>,= లలో సరైన గుర్తును గడిలో రాయండి.

(i) 60 లో 15 శాతం	☐	10 లో 10 శాతం
(iii) 10 లో 20 %	☐	20 లో 10 %
(ii) 250 లో 10 శాతం	☐	125 లో 20 శాతం
(iv)160 లో 30 %	☐	150 లో 40 %

(3) ఒక దేశంలో పోషకాహార లోపంతో బాధపడుతున్న వారి సంఖ్య 5 సంవత్సరాలలో 1,20,00,000 నుండి 90,00,000 కు తగ్గింది. అయితే ఈ 5 సంవత్సరాలలో పోషకాహార లోపంతో బాధపడుతున్న వారి సంఖ్య ఎంత శాతం తగ్గిందో కనుగొనండి.

(4) ఒక రైతు నర్సరీ నుండి తెచ్చిన 14000 చెరకు మొక్కలలో 700 కుళ్ళిపోయాయి. అయితే

i) మొత్తం ఎన్ని మొక్కలు బాగా ఉన్నాయి?

ii) ఎంత శాతం మొక్కలు బాగా ఉన్నాయి?

iii) ఎంత శాతం మొక్కలు కుళ్ళిపోయాయి?

(5) డాక్టరు మీనాకు ప్రతిరోజు 25 గ్రాముల ప్రోటీన్ తీసుకోమని సలహా ఇచ్చాడు. ఒకగ్లాసు పాలనుండి ఆమెకు 8 గ్రాముల ప్రోటిన్ లభిస్తుంది. అయితే ఆమెకు ఒక గ్లాసు పాలనుండి ఆమె యొక్క రోజువారి అవసరంలో ఎంత శాతం ప్రోటీన్ లభిస్తుంది.

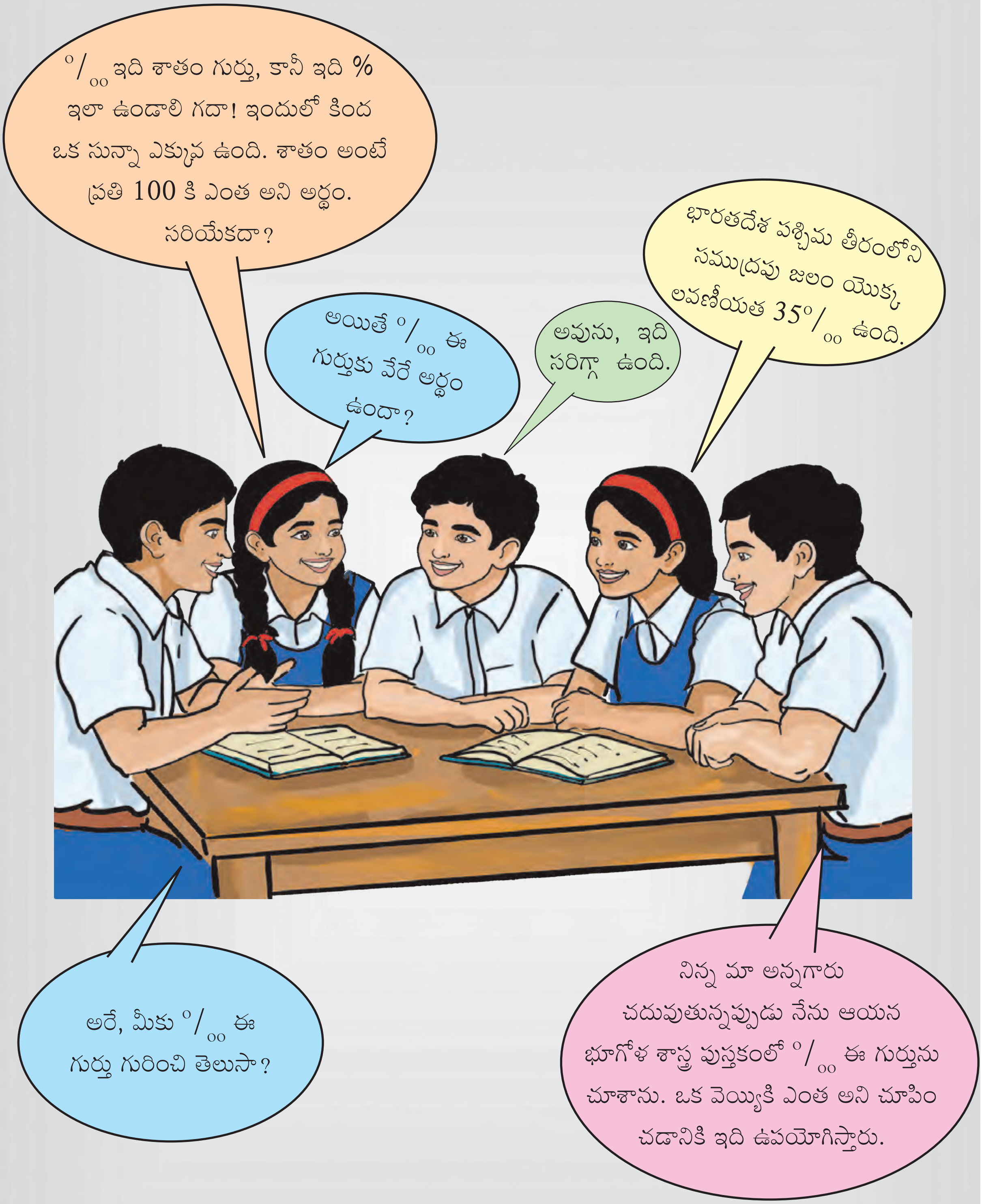
(6) ఒక ఎన్నికల్లో దీప్తికి 11,484 ఓట్లు వచ్చాయి. ఇది మొత్తం ఓట్లలో 44% అదే విధంగా తృప్తికి 26% ఓట్లు వచ్చాయి. మొత్తం ఓటింగ్‌లో ఎంత మంది ఈ ఇద్దరికీ ఓటు వేయలేదు?

(7) ఒక క్రికెట్ జట్టు గత సంవత్సరం 20 మ్యాచ్‌లు ఆడింది. వాటిలో 40% మ్యాచ్‌లలో ఓడిపోయాయి మరియు మిగిలిన అన్ని మ్యాచ్‌ల్లలో గెలిచింది, అయితే ఎన్ని మ్యాచ్‌లు గెలిచింది?

i) పై ఉదాహరణలో 15 మ్యాచ్‌లు గెలిచారు, అనే సమాధానము రావడానికి ఉదాహరణలో ఏమి మార్పు చేయాలి? ఉదాహరణను తిరిగి రాసి, సాధించి చూసుకోండి.

ii) మ్యాచ్‌ల గెలుపు శాతాన్ని 10 పెంచాలనుకుంటే, ఉదాహరణలో మీరు ఏ మార్పు చేస్తారు? దానిని రాయండి.

గుర్తుంచుకొండి.



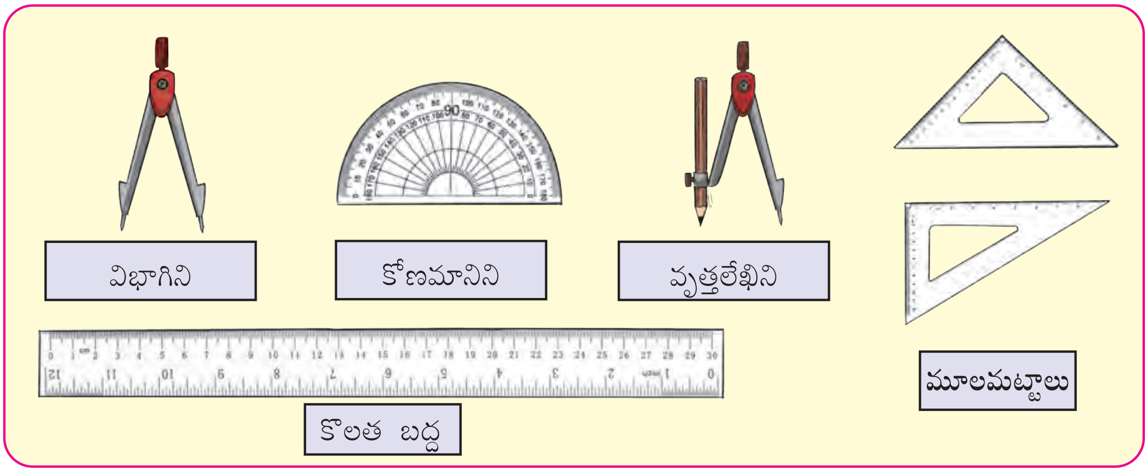
ప్రతివందకు – %

ప్రతివేయికి – $^{\circ}/_{\circ\circ}$

14 జ్యామితీయ నిర్మాణాలు

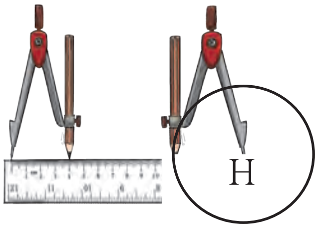
పునఃవిమర్శ

కంపాస్ పెట్టె పరిచయము



మీ కంపాస్ పెట్టెలోని పరికరాలను ఉపయోగించి కింది కృత్యాన్ని పూర్తి చేయండి.

1) కాగితంపై ఒక బిందువును తీసుకోండి. దానికి H అని పేరు పెట్టండి. ఇప్పుడు ఒక కొలతబద్ద (స్కేలు) సహాయంతో H నుండి 4 సెం.మీ. దూరంలో ఉన్న అన్ని బిందువులను చూపబడినాయా? లేకపోతే ఇప్పుడు వృత్తలేఖిని ద్వారా 4 సెం.మీ. దూరం ఉంచి వృత్తలేఖిని యొక్క ఒక చివరను H బిందువుపై ఉంచి పెన్సిల్‌ను తిప్పండి.

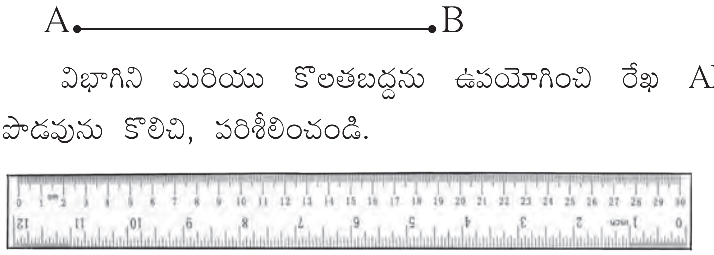


ఏ ఆకారం వస్తుంది? ఒక వృత్తం! మనం వృత్తలేఖిని ఉపయోగించి వృత్తాన్ని గీయవచ్చు.

H బిందువును వృత్త కేంద్రం (Centre) అంటారు మరియు తీసుకొన్న దూరాన్ని వ్యాసార్థం (Radius) అంటారు. వృత్తంపై ఉన్న ప్రతి బిందువుకు H బిందువు నుండి గల దూరం 4 సెం.మీ. ఈ వృత్తంలో కేంద్రం, వ్యాసార్థం మరియు వ్యాసాన్ని చూపండి.

2) కింద ఇవ్వబడిన రేఖాఖండం యొక్క ఖచ్చితమైన పొడవు కావాలంటే మీరు దేనిని ఉపయోగిస్తారు? మనకు ఇవ్వబడిన రేఖాఖండం యొక్క పొడవును స్కేలును ఉపయోగించి కొలవవచ్చును.

ఇక్కడ రేఖ AB పొడవు 8 సెం.మీ. దీనిని l(AB) = 8 సెం.మీ. అని రాస్తారు.



విభాగిని మరియు కొలతబద్దను ఉపయోగించి రేఖ AB పొడవును కొలిచి, పరిశీలించండి.

విభాగిని : పక్కన చూపిన సాధనాన్ని విభాగిని అంటారు. రెండు బిందువుల మధ్య దూరం కొలవడానికై విభాగినిని ఉపయోగిస్తారు. దీనికి తోడుగా కొలత బద్దను కూడా ఉపయోగించాల్సి వస్తుంది.

3) కోణమానిని ఉపయోగించి కోణాలను గీయుట.

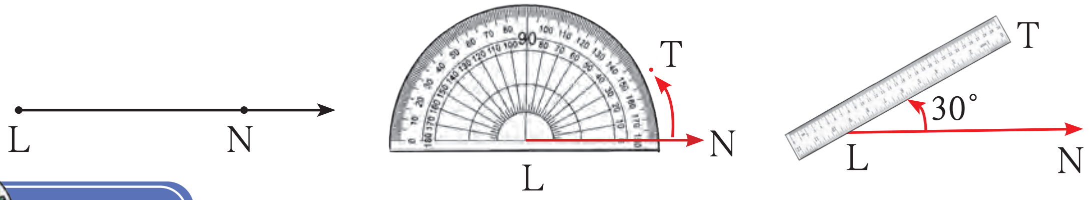
30° ల కొలత గల $\angle TLN$ ను గీయండి.

(1) LN కిరణంను గీయండి.

(2) కోణమానిని కేంద్ర బిందువును L వద్ద ఉంచి, దిగువ రేఖ LN పై పడే విధంగా 30° కొలతపై ఆ బిందుకు T అని పేరు పెట్టండి.

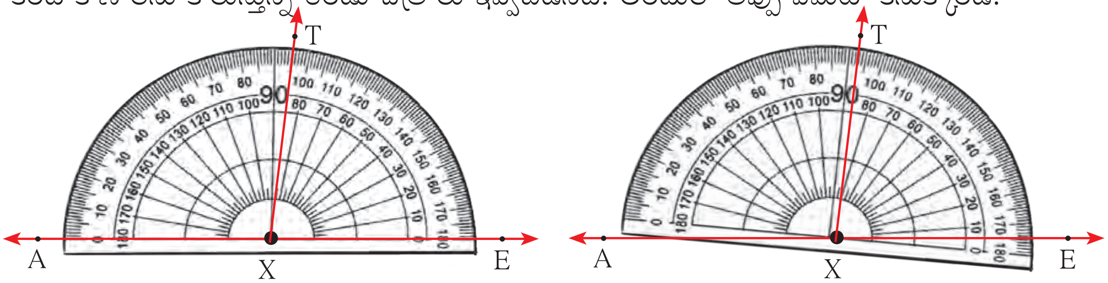
(3) LT కిరణాన్ని గీయండి.

(4) $\angle TLN$ అనేది 30° కొలతగల కోణం. $m\angle TLN = 30^\circ$



గణిత చర్చ

- కోణమానిని ఉపయోగించకుండా 45° కోణాన్ని గీయవచ్చా? అందుకై మూలమట్టాలను ఉపయోగించవచ్చా? గీసి చూడండి.
- కోణమానిని ఉపయోగించకుండా గీయగలిగే ఇతర కోణాలు ఏవి? వాటిని మీ నోట్‌బుక్‌లో గీయండి.
- కింద కోణాలను కొలుస్తున్న రెండు చిత్రాలు ఇవ్వబడినది. అందులో తప్పు ఏమిటో కనుక్కోండి.



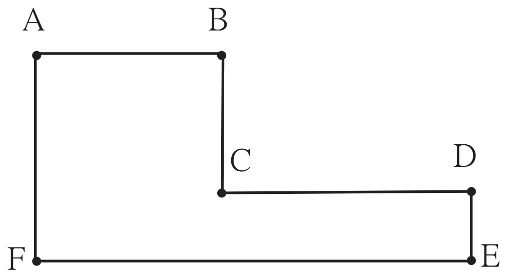
$m\angle TXE = 95^\circ$ $m\angle TXE = 87^\circ$

అభ్యాసం 14.1

(1) కింది పటంలోని అన్ని రేఖాఖండాల పొడవులను కొలిచి రాయండి.

రేఖ BC పొడవు = l(BC) = ... సెం.మీ.

రేఖAB పొడవు = l(AB) = ... సెం.మీ.



(2) కింది కొలతలు గల రేఖాఖండాలను గీయండి.

i) రేఖ AR = 6 సెం.మీ. ii) రేఖ BT = 4 సెం.మీ.

iii) రేఖ DS = 9 సెం.మీ.

(3) కింది కొలతలు గల కోణాలను గీయండి.

i) $m\angle BRT = 70^\circ$ ii) $m\angle XYZ = 105^\circ$ iii) $m\angle ABC = 140^\circ$

గణిత ఆట

- మీ స్నేహితుడిని లేదా స్నేహితురాలిని కాగితంపై గీసిన ఒక రేఖాఖండాన్ని కొలిచి గీయమని చెప్పండి. దాని పొడవును సుమారుగా మీరు అంచనా వేయండి. ఆ తర్వాత ప్రత్యక్షంగా పొడవును కొలవండి. మీ సమాధానం అసలు పొడవుకు చాలా దగ్గరగా ఉంటే, మీకు 1 పాయింట్ వస్తుంది. లేకపోతే '0' తర్వాత మీరు రేఖాఖండాన్ని గీసి మిత్రునికి లేక మిత్రురాలికి అంచనా వేయమని చెప్పండి. ఎవరికి ఎక్కువ గుణములు వస్తాయో వారు గెలుస్తారు.
- ఇదే ఆటను రెండు బృందాలుగా విభజించండి, కోణాల కొలతలు అంచనా వేసి, ఆపై దానిని ప్రత్యక్షంగా కొలవడం ద్వారా కూడా ఆడవచ్చును.

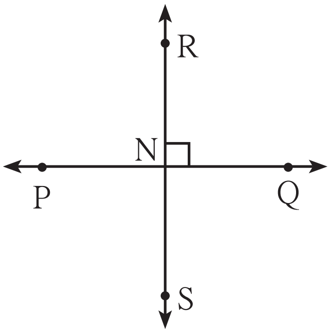
గీసిన రేఖాఖండం	వేసిన అంచనా	ప్రత్యక్షంగా	గుణములు
	2	2.1	1

చరిత్రలోని సందర్భాలు

ఇవ్వబడిన చిత్రం హంపి (కర్ణాటక) లోని విఠల్ దేవాలయములోని సంగీత స్తంభాలకు సంబంధించినది. పదిహేనవ శతాబ్దంలో నిర్మించబడిన ఈ దేవాలయములోని స్తంభాలన్నీ ఒకే పొడవును కలిగి ఉన్నాయి. టేపును కనుగొనక ముందు గతంలో పొడవును కొలవడానికి వారు దేనిని ఉపయోగించి ఉండేవారు? ఈ సమాచారాన్ని తెలుసుకోండి.

అర్థం చేసుకోండి.

లంబ రేఖ



ప్రక్కన పటంలో రేఖ PQ మరియు రేఖ RS లు ఒకదానినొకటి N బిందువు వద్ద ఖండించుకుంటున్నాయి. బిందువు N వద్ద ఏర్పడే ప్రతి కోణాన్ని కొలవండి. ఈ కోణాలు లంబకోణాలా ?

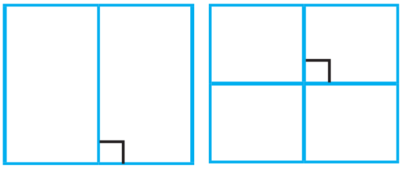
ఈ రేఖలు ఒకదానినొకటి లంబకోణంలో ఖండించుకుంటాయి. కాబట్టి అవి పరస్పరం **లంబంగా** ఉన్నాయని అంటారు. దీనిని **'రేఖ PQ ⊥ రేఖ RS'** అని గుర్తుతో సూచిస్తారు. దీనిని రేఖ PQ, రేఖ RS కు లంబంగా ఉంది అని చదువుతారు.

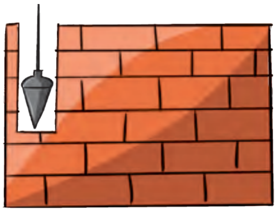
ఏ విధంగా రెండు రేఖలు ఒకదానికొకటి లంబంగా ఉంటాయో, ఆదే విధంగా రెండు కిరణాలు, రెండు రేఖాఖండాలు కూడా పరస్పరం లంబంగా ఉంటాయి. మీ నోట్‌బుక్‌లో అంచులు పరస్పరం లంబంగా ఉంటాయి.

ఆలోచించండి.

మీ ఎత్తును ఎలా కొలుస్తారు ?

- మనం నిటారుగా నిలబడినప్పుడు, భూమితో ఎన్ని డిగ్రీల కోణం ఏర్పడుతుంది ?
- మనం భూమికి లంబంగా నిలబడి ఉన్నామా ?
- ఒక నోట్‌బుక్ నుండి ఒక కాగితం తీసుకోండి. ఆ కాగితాన్ని మధ్యలో మడవండి. కాగితాన్ని మళ్ళీ మధ్యకి మడవండి. ఆ రెండు మడతల మీద రేఖలు గీయండి. అవి ఒకదానికొకటి లంబంగా ఉంటాయి.
- ఇలాంటి లంబరేఖల మరిన్ని ఉదాహరణలను కనుగొనండి.

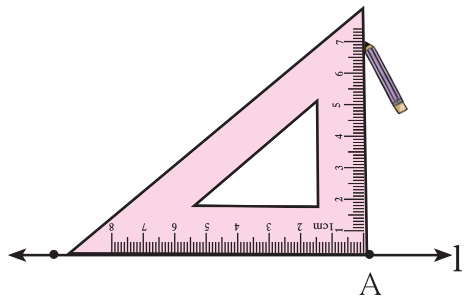




- నిర్మాణం సమయంలో భూమికి లంబంగా గోడను నిర్మించడానికి ఏమి ఉపయోగిస్తారు? దానిని తెలుసుకోండి.

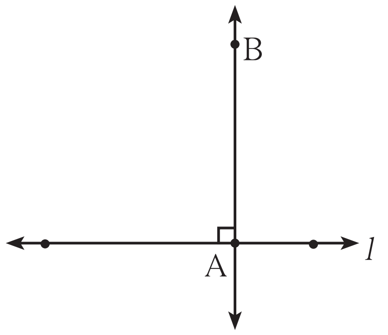
I) రేఖపై ఉన్న బిందువు నుండి ఆ రేఖకు లంబాన్ని గీయడం

(1) మూలమట్టాలను ఉపయోగించడం



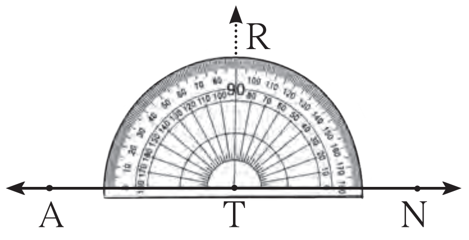
1) రేఖ l పైనున్న బిందువు A నుండి లంబాన్ని గీయడానికి మూలమట్టాన్ని రేఖ l పై లంబకోణాన్ని ఏర్పరిచే ఒక భుజం రేఖ l పై ఉండునట్లుగా పెట్టండి.

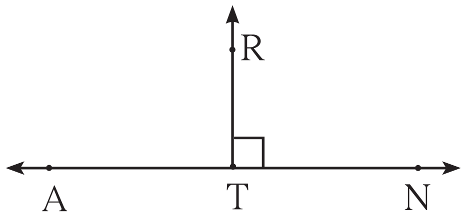
2) మూలమట్టాలను లంబకోణాన్ని ఏర్పరిచే శీర్షం A వద్ద అయ్యే విధంగా కదిలించండి.



3) మూలమట్టాల వెంబడి AB రేఖను గీయండి.
4) రేఖ l మరియు రేఖ AB వీటి మధ్య కోణాన్ని కొలవండి.
రేఖlనకు రేఖ AB లంబంగా ఉన్నది.
5) రేఖ AB ⊥ రేఖ l

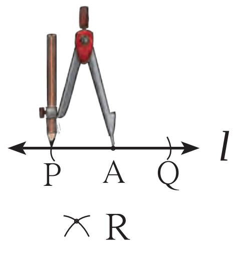
(2) కోణమానిని ఉపయోగించి

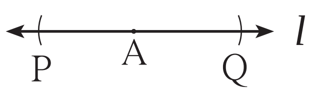


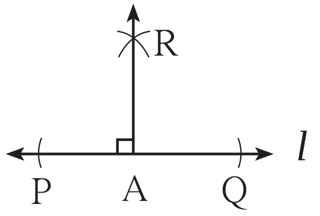


రేఖ AN పై T అనే బిందువు కలదు. T బిందువు నుండి ఒక లంబాన్ని గీయుటకు
1) కేంద్రబిందువు T వద్ద ఉండేలా కోణమానిని ఉంచండి.
2) కోణమానినిపై 90° గుర్తు వద్ద R బిందువును తీసుకోండి.
3) T బిందువును మరియు R బిందువును కలపండి.
4) ∠RTA మరియు ∠RTN లను కొలవండి.
5) RT ⊥ AN

(3) వృత్తలేఖిని ఉపయోగించి







రేఖ l పై A అనే ఒక బిందువు ఉన్నది. బిందువు A నుండి రేఖ l కు లంబాన్ని గీయడానికి:
1) వృత్తలేఖిని కొనను A బిందువు పై ఉంచి రేఖను ఖండించే రెండు చాపాలను గీయండి. ఆ ఖండన బిందువులకు P మరియు Q అని ఆ పేర్లు ఇవ్వండి.
2) వృత్త లేఖినిలో PQలో సగం కంటే ఎక్కువ దూరాన్ని తీసుకోండి.
3) వృత్తలేఖినిని P మరియు Q బిందువుల పై ఉంచి, రేఖకు ఒక వైపున పరస్పరం ఖండించుకొనే రెండు చాపాలు గీయండి. ఖండించుకొనేలా చాపాలను గీయండి.

4) ఖండన బిందువు R ను గుర్తించండి.
5) AR ను కలపండి.
6) AR ⊥ రేఖ PQ

కృత్యం చేయండి.

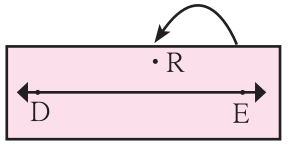
- ఇప్పుడు మీకు ఒక రేఖపై ఉన్న ఒక బిందువు నుండి ఆ రేఖకు లంబాన్ని గీయవచ్చు. దీనిని ఉపయోగించి ఒక దీర్ఘచతురస్రాన్ని మరియు ఒక చతురస్రాన్ని గీయండి. ఇందుకోసం దీర్ఘచతురస్రం మరియు చతురస్రము యొక్క ఏ ధర్మాలను ఉపయోగిస్తారు?

II) రేఖకు వెలుపల ఉన్న బిందువు నుండి ఆ రేఖకు లంబాన్ని గీయడం.

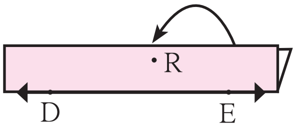
(1) కాగితాన్ని మడిచి

DE రేఖపైన R బిందువు ఉంది. R బిందువు గుండా వెళ్ళే రేఖకు ఒక లంబాన్ని గీయుటకు.

1) రేఖ DE పై కాగితాన్ని మడవండి.



2) కాగితంను R బిందువు వద్ద మరొకసారి మడవండి మొదటి మడత అంచు ఒకదానికొకటి సరిపోలునట్లుగా మడవండి.

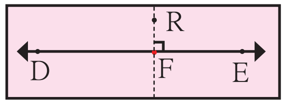


3) మడత పెట్టిన దాని క్రింది బిందువును F గా పేర్కొనండి.

4) అంచులపైనున్న మడతను విప్పి, రేఖ RF ను గీయండి.

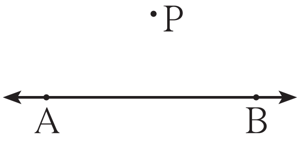
5) ∠RFE కొలవండి.

రేఖాఖండం RF ⊥ రేఖ DE



(2) మూలమట్టాలను ఉపయోగించి.

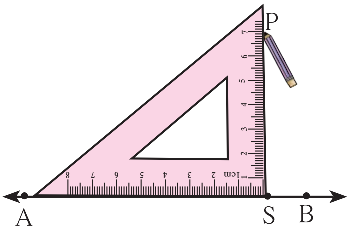
రేఖ AB పై భాగాన P అనే బిందువు ఉంది. P నుండి రేఖ AB కి లంబం గీయడానికి-



1) మూలమట్టం యొక్క లంబకోణాన్ని ఏర్పరుచు భుజాలు రేఖ AB పై ఉంచండి.

2) మూలమట్టంను రెండవవైపున P బిందువుకు దగ్గరగా వచ్చేలా దాన్ని జరపండి.

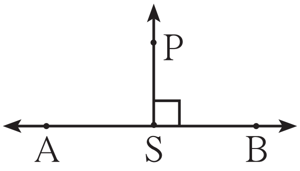
3) మూలముట్టాల యొక్క లంబకోణాన్ని ఏర్పరిచే శీర్షబిందువునకు రేఖ AB పై S అని పేరివ్వండి.



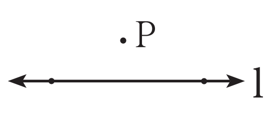
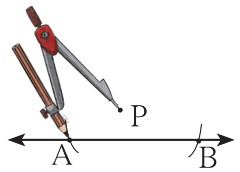
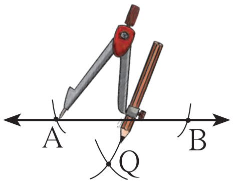
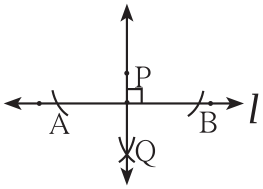
4) P బిందువు గుండా రేఖాఖండం PS రేఖను గీయండి.

5) ∠PSB లంబకోణం అవుతుంది.

రేఖ PS ⊥ రేఖ AB



(3) వృత్తలేఖిని మరియు కొలతబద్దను ఉపయోగించి

			
రేఖ l కు పై భాగన P బిందువు ఉంది. P బిందువు నుండి రేఖకు లంబాన్ని గీయడానికి.	1) వృత్తలేఖిని కొనను P బిందువు పై ఉంచి అనుకూలమైన దూరం తీసుకొని రేఖను ఖండించే రెండు చాపాలను గీసి ఖండన బిందువులకు A మరియు B బిందువులుగా పేర్లివ్వండి.	2) బిందువు A మరియు బిందువు B వద్ద వృత్తలేఖిని పెట్టి, P కి ఇరువైపుల AB లో సగం కంటె ఎక్కువ దూరం తీసుకుంటూ పరస్పరం ఖండించే రెండు చాపాలను గీయండి.	3) ఖండన బిందువు Q ను గుర్తించండి. 4) బిందువు P, Q లను కలపండి. 5) PQ ⊥ రేఖ AB దీని తనిఖి చేయండి.

అభ్యాసము 14.2

(1) y అనే రేఖను గీయండి. దానిపై D బిందువును తీసుకోండి. వృత్తలేఖినిని ఉపయోగించి, D బిందువు నుండి y రేఖకు లంబరేఖ n గీయండి.

(2) రేఖ PQ గీయండి. ఆ రేఖపై T అనే బిందువును తీసుకోండి. మూలమట్టాల సహాయంతో T బిందువు నుండి PQ రేఖకు ఒక లంబాన్ని గీయండి.

(3) రేఖ DF ను గీయండి. ఆ రేఖకు బయట B మరియు M అనే రెండు బిందువులను తీసుకోండి. బిందువు B మరియు బిందువు M నుండి వృత్తరేఖిని మరియు కొలతబద్దను ఉపయోగించి రేఖ DF కు లంబాన్ని గీయండి.

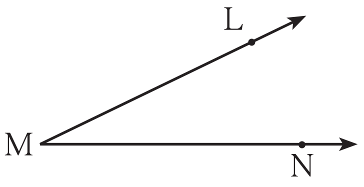
(4) రేఖ m గీయండి. ఆ రేఖకు వ్యతిరేక దిశలో, P, Q బిందువులను తీసుకోండి. P మరియు Q బిందువుల గుండా రేఖ m కు లంబంగా గీయండి. ఏర్పడే కోణాలను కొలవండి.

(5) కంపాస్ పెట్టెలోని పరికరాలను ఉపయోగించి చతురస్రాన్ని గీయండి. దాని భుజాలను కొలవండి.

కృత్యం చేయండి.

III) ఇచ్చిన కొలతలతో కోణాన్ని గీయుట.

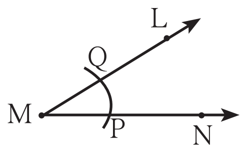
ఉదా: ∠LMN కొలతలతో ∠HAT లను గీయండి.



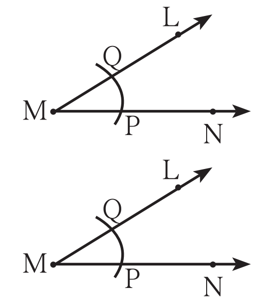
(1) ట్రేస్ పేపరు సహాయంతో

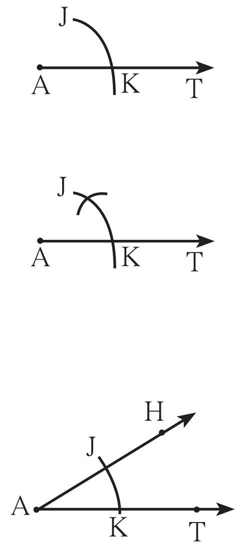
ఏదైనా ఒక కోణం యొక్క పటంపై ట్రేసింగ్ పేపరును ఉంచి, ఇచ్చిన కొలతగల కోణాన్ని ట్రేస్ చేసి, దానిని మీ నోట్‌బుక్‌లో గీయండి.

(2) వృత్తలేఖిని మరియు కొలతబద్ద సహాయంతో

1) వృత్తలేఖినితో తగినంత దూరాన్ని తీసుకోండి. బిందువు M వద్ద వృత్త లేఖినిని ఉంచి ∠LMN యొక్క భుజాలు MN మరియు ML భుజాల మీద చాపంను గీయండి. ఖండన బిందువులను P మరియు Q అని పేర్లు ఇవ్వండి.		

2) AT కిరణాన్ని గీయండి.
3) వృత్తలేఖిని యొక్క ఒక చివరను A వద్ద ఉంచి, పైన ఉన్నంత దూరంలోనే చాపంను K గీయండి.
4) వృత్తలేఖిని కొనను P వద్ద ఉంచి Q వరకు ఉన్న దూరాన్ని తీసుకోండి. అదే దూరంతో వృత్తలేఖిని కొనను K బిందువు వద్ద ఉంచి, ముందు గీసి చాపంను ఖండించే మరొక చాపంను గీయండి. ఆ ఖండన బిందువుకు J పేరు పెట్టండి.
5) బిందువు A మరియు J బిందువుల గుండా వెళ్ళె AH కిరణాన్ని గీయండి.
6) ∠HAT ను కొలిచి ∠LMN అంతే ఉన్నదో, పరిక్షించండి.



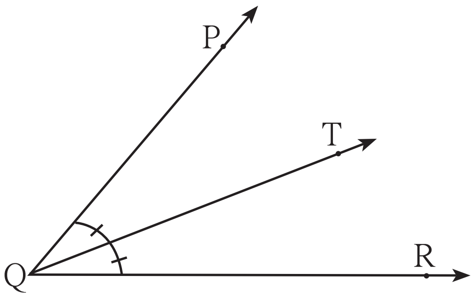


IV) ఇచ్చిన కోణానికి కోణ సమద్విఖండన గీయుట.

- ఇచ్చిన కోణాన్ని రెండు సమాన భాగాలుగా విభజించే కిరణాన్ని ఆ కోణ సమద్విఖండన రేఖ అంటారు.

(1) ట్రేస్ పేపర్ను ఉపయోగించి కోణ సమద్విఖండన రేఖలను గీయడం.

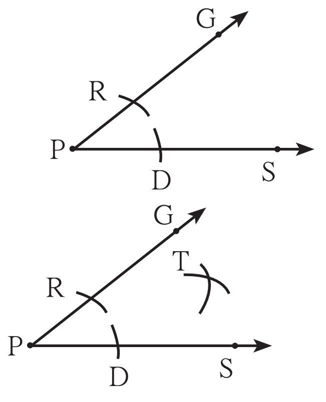
ఒక ట్రేస్ పేపర్ను తీసుకోండి. దానిపై ఏదైనా కొలతగల ఒక కోణాన్ని గీయండి. ఆ కోణం యొక్క రెండు భుజాలను ఒకదానిపై ఒకటి కలిసే విధంగా మడవండి. మడత వల్ల ఏమి ఏర్పడుతుంది? గమనించండి. ఏర్పడిన మడత కోణాన్ని రెండు సమాన భాగాలుగా విభజిస్తుంది. ఒకదానిపై ఒకటి ఏర్పడిన మడతా కోణాన్ని రెండు సమాన భాగాలుగా విభజిస్తుంది. ఆ మడత ఆ కోణానికి కోణ సమద్విఖండన రేఖ అవుతుంది. పటంలో, కిరణం QT అనేది కోణం ∠PQR కు కోణ సమద్విఖండన రేఖ.



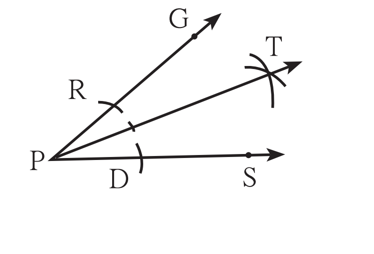
కాగితంపై వివిధ కొలతలు గల కోణాలు గీసి, కాగితాన్ని మడిచి కోణ సమద్విఖండన గీయండి.

(2) వృత్తలేఖిని సహాయంతో కోణ సమద్విఖండన గీయుట.

ఉదా: ∠GPS ఏదైన ఒక కోణం గీయండి. ఈ కోణ సమద్విఖండన గీయండి.



1) ∠ GPS గీయండి.
2) వృత్తలేఖిని కొనను P వద్ద ఉంచండి.
3) వృత్తలేఖిని తగిన దూరాన్ని తీసుకొని PG కిరణం మరియు PS కిరణంపై చాపంను గీయండి.
4) ఖండన బిందువులకు R మరియు D గా పేర్కొనండి.
5) వృత్తలేఖిని కొనను R బిందువు వద్ద ఉంచి కోణం లోపల ఒక చాపం గీయండి. వృత్తలేఖిని మధ్య దూరాన్ని అలాగే ఉంచుతూ, వృత్తలేఖిని కొనను D బిందువు వద్ద ఉంచి, మునుపటి చాపంను ఖండించు విధంగా మరొక చాపం గీయండి.



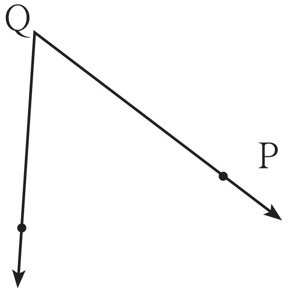
6) ఖండన బిందువు T అని పేర్కొనండి.
7) P బిందువు మరియు బిందువు T గుండా వెళ్ళే PT కిరణాన్ని గీయండి.
8) కిరణం PT అనేది ∠GPS యొక్క కోణ సమద్విఖండన రేఖ.
9) ∠GPT మరియు ∠TPS ల కొలతలు సమానంగా ఉన్నాయా? దీనిని సరి చూచుకోండి.

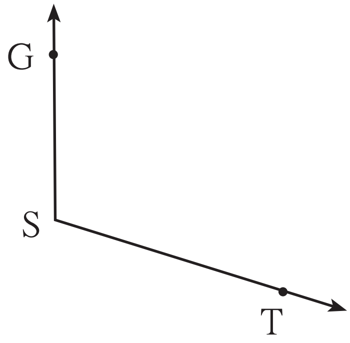
అభ్యాసము 14.3

(1) కంపాస్ పెట్టెలోని పరికరాలను ఉపయోగించి, కింది కొలతల కోణాలను గీయండి. వృత్తలేఖిని మరియు కొలత బద్దను ఉపయోగించి వాటిని సమద్విఖండన చేయండి.

(i) 110° (ii) 30° (iii) 45° (iv) 90°

(2) వృత్తలేఖిని మరియు కొలత బద్దను ఉపయోగించి కింద ఇవ్వబడిన కోణాల కొలతలకు సమానమైన కోణాలను గీయండి.





ఒక చూపులో

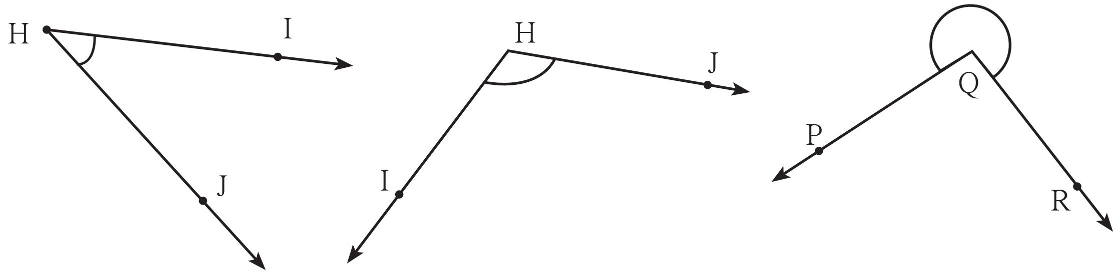
- కొలతబద్ద మరియు విభాగిని ఉపయోగించి ఇచ్చిన పొడవు గల రేఖాఖండాన్ని గీయవచ్చు.
- కోణమానిని ఉపయోగించి కోణాన్ని కొలవవచ్చు మరియు ఇచ్చిన కొలతల గల కోణాన్ని గీయవచ్చు.
- ఏ రేఖలు ఒకదానికొకటి ఒకదానికొకటి లంబంగా ఉంటాయి.
- ఇచ్చిన లంబకోణంలో ఖండించుకొంటాయో, అవి కోణాన్ని రెండు సమాన భాగాలుగా విభజించే రేఖను ఆ కోణ సమద్విఖండన రేఖ అంటారు.

స్వీయ అధ్యయనం 14

(1) ఏదేని ఒక అల్పకోణం గీసి తీసుకొని దానిని సమద్విఖండన చేయండి.

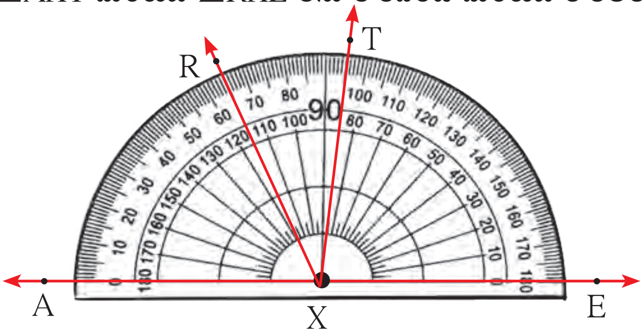
(2) m∠RTG = 105° గీసి దానిని సమద్విఖండన చేయండి.

(3) కింద ఇవ్వబడిన కోణాల కొలతలను కొలిచి రాయండి.

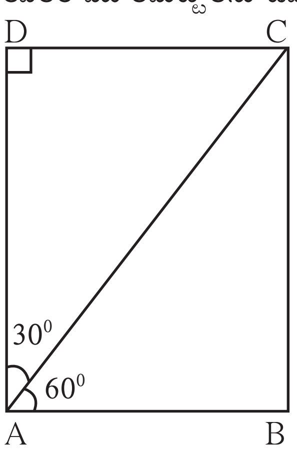


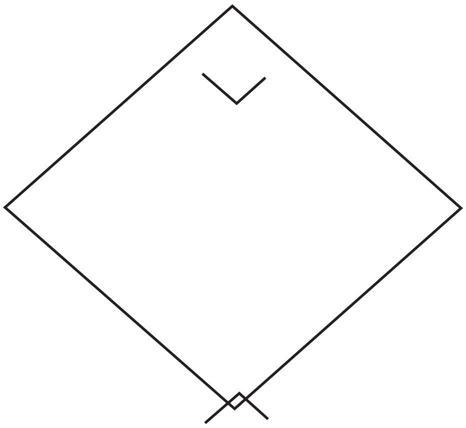
(4) వృత్తలేఖిని ఉపయోగించి ఒక వృత్తాన్ని గీయండి. మరియు కంపాస్ పెట్టెలోని ఇతర పరికరాలను ఉపయోగించి ఒక పటం గీయండి.

(5) $\angle AXR$, $\angle RXT$, $\angle AXT$ మరియు $\angle RXE$ లను కొలవండి మరియు కొలతలను రాయండి.

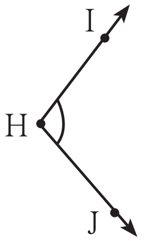
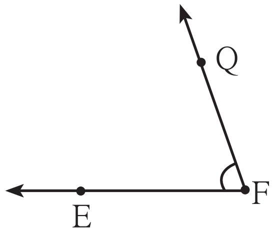
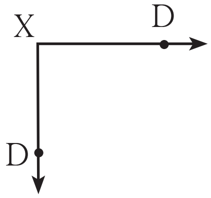


(6) కేవలం మూలమట్టాలను ఉపయోగించి కింది ఆకృతులను గీయండి.





(7) కింది పట్టికను పూర్తిచేయండి.

కోణాల ఆకృతులు			
సుమారు కొలత ఎంత?			
నేరుగా కొలిచి రాయండి.			

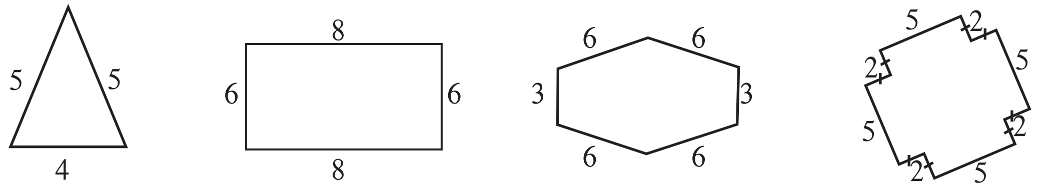
ICT tool GeogebraLink:https://www.geogebra.org/classic
Geogebra లోని వివిధ సాధనాలను ఉపయోగించి వివిధ కొలతల కోణాలను గీయడం సాధన చేయండి.

15 చుట్టుకొలత మరియు వైశాల్యం

పునర్విమర్శ

చుట్టుకొలత (Perimeter)

- ఆకృతిలోని అన్ని భుజాల పొడవులను కూడి వాటి కింద ఉన్న ఖాళీ స్థలంలో రాయండి. భుజాల కొలతలు సెం. మీటర్లలో ఉన్నాయి.



....

ఒక సంవృత ఆకారం యొక్క అన్ని భుజాల పొడవుల మొత్తం ఆ ఆకారం యొక్క చుట్టుకొలత.

దీర్ఘచతురస్రం చుట్టుకొలత సూత్రం

అర్థం చేసుకోండి.

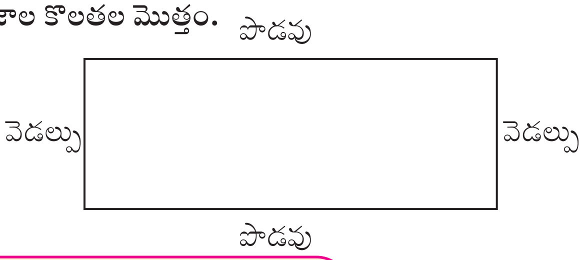
పటంలో దీర్ఘచతురస్రం ఇవ్వబడింది. దాని చుట్టుకొలత సూత్రాన్ని ఎలా తయారవుతుందో మనం చూద్దాం.

దీర్ఘచతురస్ర చుట్టుకొలత = దీర్ఘచతురస్రం యొక్క అన్ని భుజాల కొలతల మొత్తం.

= పొడవు + వెడల్పు + పొడవు + వెడల్పు

= (2 × పొడవులు) + (2 × వెడల్పులు)

= 2 × (పొడవు + వెడల్పు)



దీర్ఘచతురస్రం చుట్టుకొలత = 2 × (పొడవు + వెడల్పు)

మాదిరి సమస్యలు :

1) దీర్ఘచతురస్రం LMNO లో పొడవు 8.5 సెం.మీ. మరియు వెడల్పు 5.5 సెం.మీ. ఈ దీర్ఘచతురస్ర చుట్టుకొలతను కనుగొనండి.

→ దీర్ఘచతురస్రం LMNO యొక్క చుట్టుకొలత = 2 × (పొడవు + వెడల్పు)

= 2 × (8.5 + 5.5)

= 2 × 14

= 28 సెం.మీ.

దీర్ఘచతురస్రం **LMNO** = యొక్క చుట్టుకొలత 28 సెం.మీ.

2) కింది పట్టికలో ఇవ్వబడిన దీర్ఘచతురస్రాకార వస్తువుల పొడవు, వెడల్పు మరియు చుట్టుకొలతను కొలిచి దీర్ఘ చతురస్ర చుట్టుకొలత సూత్రాన్ని పరీక్షించండి.

దీర్ఘచతురస్రాకార వస్తువులు	పొడవు	వెడల్పు	అన్ని భుజాల మొత్తం	2 × (పొడవు+వెడల్పు)
నల్లబల్ల				
నోట్‌బుక్				
గణితపుస్తకం				

చతురస్రం చుట్టుకొలత సూత్రం

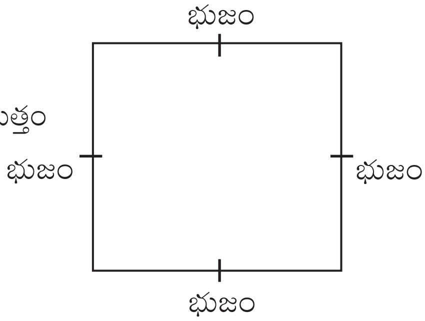
అర్థం చేసుకోండి.

చతురస్రం యొక్క అన్ని భుజాలు సమానంగా ఉంటాయి.

చతురస్రం చుట్టుకొలత = చతురస్రం యొక్క అన్ని భుజాల పొడవుల మొత్తం

= భుజం + భుజం + భుజం + భుజం

= 4 x భుజాల పొడవు



చతురస్రం చుట్టుకొలత = 4 × భుజాల పొడవు

మాదిరి సమస్యలు :

1) 20 మీటర్ల భుజం పొడవుగల చతురస్రాకార ప్రదేశానికి మూడు వరసల కంచె వేయడానికి ఎన్ని మీటర్ల తీగ అవసరం అవుతుంది?

→ ఒక వరస కంచెను వేయడానికి, చతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనాలి.

చతురస్ర చుట్టుకొలత = 4 × **భుజం పొడవు**

= 4 × 20

= 80 మీటర్లు

చతురస్రాకారపు స్థలం చుట్టుకొలత 80 మీటర్లు వచ్చింది.

కంచెను మూడు వరసలలో వేయాలి కాబట్టి దానిని మూడురెట్లు చేద్దాం.

3 × 80 = 240 మీటర్లు

చతురస్రాకార స్థలం చుట్టు 3 వరుసల (చుట్లు) కంచెను వేయడానికి మొత్తం 240 మీటర్ల తీగ అవసరం అవుతుంది.

2) 28 సెం.మీ. పొడవు మరియు 20 సెం.మీ. వెడల్పుగల దీర్ఘచతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత, ఒక చతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలతకు సమానం. అయితే ఆ చతురస్రం యొక్క భుజం ఎంత?

→ దీర్ఘచతురస్ర చుట్టుకొలత = 2 (పొడవు + వెడల్పు)

= 2 (28 +20) = 96 సెం.మీ.

ఉదాహరణలో, దీర్ఘచతురస్ర చుట్టుకొలత, చతురస్ర చుట్టు కొలతకు సమానము.

చతురస్రం చుట్టుకొలత = దీర్ఘచతురస్రం చుట్టుకొలత

$4 \times$ భుజాలు $= 96$

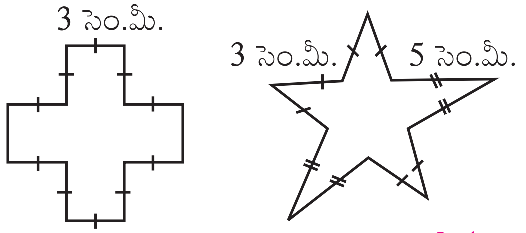
$\therefore$ భుజం $= \frac{96}{4}$

$\therefore$ భుజం $= 24$

చతురస్ర భుజం 24 సెం.మీ.

చర్చించండి.

- కింద ఇవ్వబడిన ఆకృతుల చుట్టుకొలతలను ఎలా కనుగొనాలో చర్చించండి.

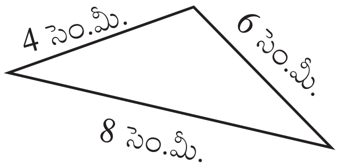


త్రిభుజం చుట్టుకొలత

అర్థం చేసుకోండి.

త్రిభుజం చుట్టుకొలత అనేది ఆ త్రిభుజంలోని **మూడు** భుజాల పొడవుల **మొత్తం.**

మాదిరి సమస్య: 4 సెం.మీ., 6 సెం.మీ., 8 సెం.మీ.ల పొడవు గల భుజాలున్న త్రిభుజం చుట్టుకొలతను కనుగొనండి.



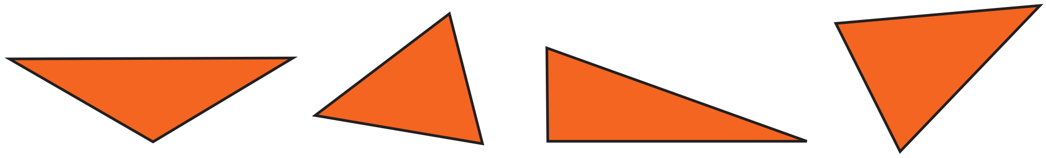
త్రిభుజం చుట్టుకొలత = త్రిభుజంలోని అన్ని భుజాల పొడవుల మొత్తం

$= 4 + 6 + 8$

$= 18$ సెం.మీ.

కృత్యం చేయండి.

- ఒక రంగు కాగితము నుండి వేర్వేరు పరిమాణాలలో నాలుగు త్రిభుజాకార జెండాలను కత్తిరించండి. ప్రతి జెండా భుజాలను కొలిచి, చుట్టుకొలతలను కనుగొనండి.



విచారించండి.

- ఒక ఆకారం యొక్క కొన్ని భుజాలు సెం.మీ. లోను మరియు కొన్ని మీటర్లలో ఇవ్వబడితే, ఆ ఆకారం యొక్క చుట్టుకొలత ప్రమాణం ఏమిటి?

అభ్యాసము 15.1

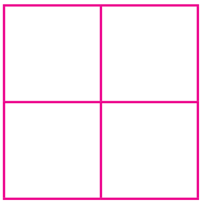
(1) 20 మీటర్ల పొడవు మరియు 10 మీటర్ల వెడల్పుగల దీర్ఘచతురస్రాకార భూమి యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనండి.

(2) ఒక దీర్ఘచతురస్రం చుట్టుకొలత 64 సెం.మీ., దాని పొడవు 17 సెం.మీ. అయిన దాని వెడల్పు ఎంత?

(3) ఒక త్రిభుజం చుట్టుకొలత 55 సెం.మీ. మరియు దాని రెండు భుజాలు వరుసగా 20 సెం.మీ. మరియు 14 సెం.మీ., అయిన మూడవ భుజం పొడవు ఎంత?

(4) ఒక తీగను వంచడం ద్వారా 5 సెం.మీ. మరియు 3 సెం.మీ. భుజాలు గల దీర్ఘచతురస్రం ఏర్పడుతుంది, అదే తీగను ఉపయోగించి చతురస్రాన్ని ఏర్పరిస్తే ఆ చతురస్రం భుజం పొడవు ఎంత?

(5) ఒక మీటరు పొడవు గల చతురస్రాకార వస్త్రాన్ని తీసుకొని పటంలో చూపిన విధంగా ఒకే పరిమాణంలో నాలుగు చేతి రుమాళ్లను తయారు చేశారు. ఆ చేతి రుమాళ్లన్నిం టికీ లేసును అల్లడానికి మొత్తం ఎంత పొడవు లేసు అవసరం అవుతుంది.

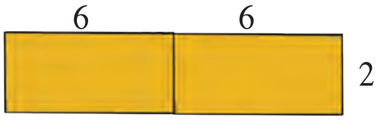


(6) 36 సెం.మీ. పొడవు గల తాడును ఉపయోగించి కింది ఆకృతులను తయారు చేస్తే, ప్రతి భుజం పొడవు ఎంత ఉంటుంది?

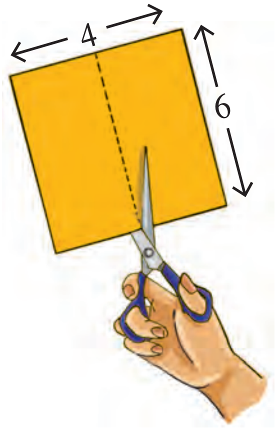
అ) చతురస్రం ఆ) దీర్ఘచతురస్రం

(7) 6 సెం.మీ. పొడవు, 4 సెం.మీ. వెడల్పుగల ఒక దీర్ఘచతురస్రాకారపు కాగితం ముక్కను తీసుకోండి. దానిని రెండు సమాన భాగాలుగా చేయండి. ఆ రెండు భాగాలను ఒకదానిపై ఒకటి రాకుండా చూసి, పటంలో చూపిన విధంగా అమర్చి చుట్టుకొలతలను కనుగొనండి.

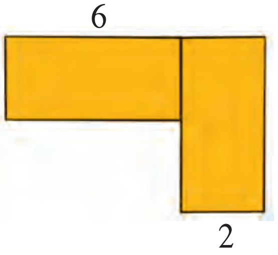
(i)



చుట్టుకొలత = ... సెం.మీ.

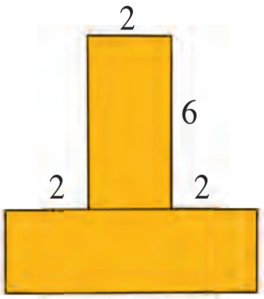


(ii)



చుట్టుకొలత = ... సెం.మీ.

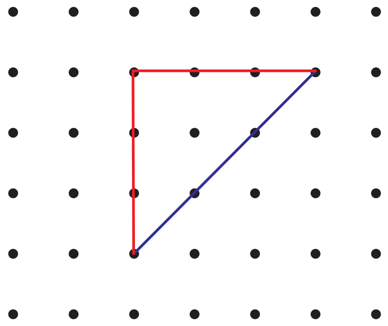
(iii)

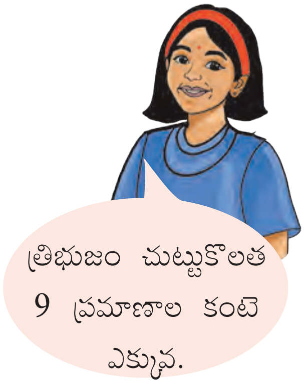


చుట్టుకొలత = ... సెం.మీ.

గణిత చర్చ.

- కింది పటంలో అడ్డం లేదా నిలువు వరసలో ఉన్న రెండు బిందువుల మధ్య దూరం 1 ప్రమాణం.





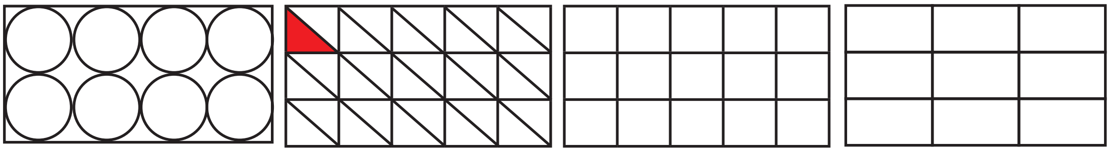
మీకు ఏమి అనిపిస్తుంది?

వైశాల్యం (Area)

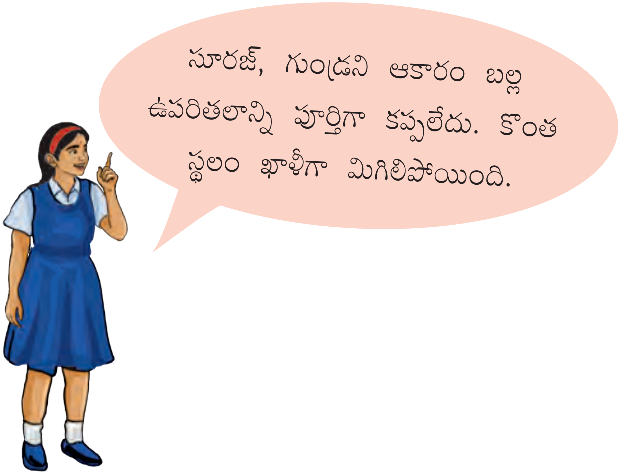
కృత్యము చేయండి.

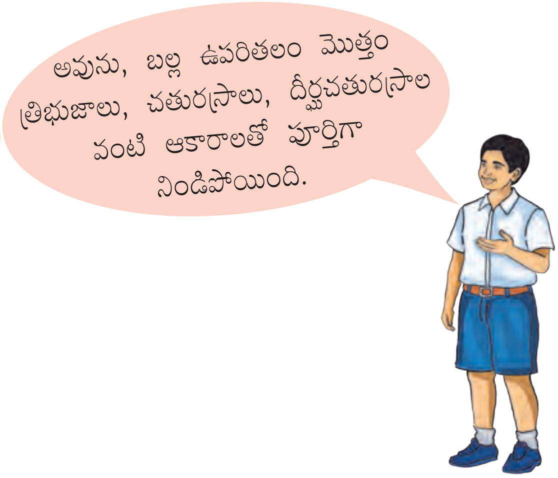
సీమ మరియు సూరజ్ ఒక కార్డ్ షీట్ నుండి ఒకే కొలత గల మరియు సమాన ఆకారం గల వేర్వేరు (వృత్తం, లంబకోణ త్రిభుజం, చతురస్రం, దీర్ఘచతురస్రం) ఇలా అనేక ముక్కలను కత్తిరించారు. ఈ ముక్కలను ఉపయోగించి, బల్ల యొక్క ఉపరితల వైశాల్యాన్ని కొలవాలనుకుంటున్నారు.

సీమ మొదట వృత్తాకారపు ముక్కలను బల్లపై ఒకదానికొకటి దగ్గర దగ్గరగా అమర్చి పెట్టింది. ఆ తర్వాత మరొక బల్లపై త్రిభుజాకారపు ముక్కలను అమర్చి, ఆ బల్ల ఉపరితల మొత్తాన్ని కప్పేసింది. అనంతరం సూరజ్ చతురస్రాకార, ఆపై దీర్ఘచతురస్రాకార ముక్కలతో బల్ల ఉపరితలాన్ని కప్పేసాడు.



1 2 3 4





పటం యొక్క సమతల ఉపరితలం ఆక్రమించిన స్థలం యొక్క కొలతను ఆ పటం యొక్క 'వైశాల్యం' అంటారు.

2 వ బల్ల యొక్క వైశాల్యం = 30 త్రిభుజ ప్రమాణాలు

3 వ బల్ల యొక్క వైశాల్యం .... చదరపు ప్రమాణాలు ఉంది.

4 వ బల్ల యొక్క వైశాల్యం .... దీర్ఘచతురస్ర ప్రమాణాలు ఉంది.

వైశాల్యం యొక్క ప్రమాణం

అర్థం చేసుకోండి.

ఒక సమతల ఆకారాన్ని కొలవడానికి, ఆ సమతల ఆకారాన్నే ప్రమాణంగా ఉపయోగిస్తారు.

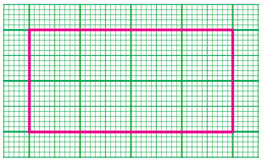
ఒకవేళ ఎవరైనా ఒక ఆకారాన్ని కొలిచి దాని మొత్తం ఉపరితలాన్ని కొలిచే కొలతలు తీసుకున్నప్పటికి, అత్యంత సౌలభ్యం కోసం వారు 1 ప్రమాణం భుజం గల చదరమును ప్రామాణిక కొలమానంగా ఉపయోగిస్తారు. ఒక చదరపు ప్రమాణం వైశాల్యం యొక్క ప్రామాణిక కొలమానం.

- మనం భుజాన్ని సెంటీమీటర్లలో తీసుకుంటే దాని వైశాల్యాన్ని చ.సెం.మీ.లలో రాస్తారు. దీనిని 1 సెం.మీ. భుజం గల చతురస్రాన్ని ప్రామాణిక కొలమానంగా తీసుకుంటారు. దీనిని క్లుప్తంగా 1 చ.సెం.మీ. అని రాస్తారు.

క్షేత్రం	భుజం ప్రమాణం	వైశాల్యం ప్రమాణం	సంక్షిప్తంగా రాయడం
ఉదా: నేల, పుస్తకం, నోట్‌బుక్	సెంటీమీటర్లు	చదరపు సెంటీమీటర్లు	చ.సెం.మీ.
ఉదా: ఇంటి చుట్టూ ఉన్న ఖాళీ స్థలం, నిర్మాణం స్థలం, ఆట స్థలం	మీటరు	చదరపు మీటర్లు	చ.మీ.
ఉదా: తాలూకా, జిల్లా, రాష్ట్రం	కిలోమీటరు	చదరపు కిలోమీటర్లు	చ.కి.మీ.

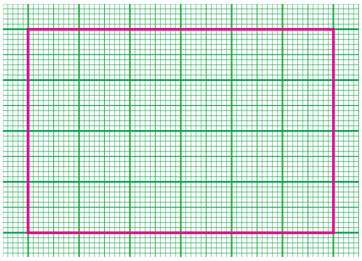
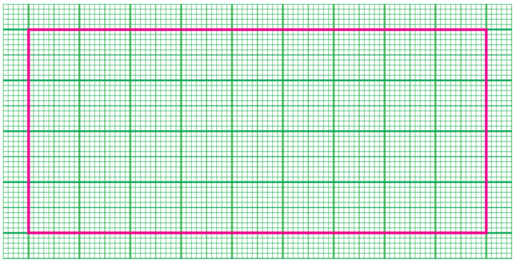
దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం

అర్థం చేసుకోండి.



ఈ దీర్ఘచతురస్రం యొక్క పొడవు 4 సెం.మీ. మరియు వెడల్పు 2 సెం.మీ. ఈ దీర్ఘచతురస్రంలో 1 చదరపు సెం.మీ. పరిమాణం గల 8 చతురస్రాలు ఉన్నాయి. అందువల్ల ఈ దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వైశాల్యం 8 చ.సెం.మీ. అవుతుంది.

కింది పట్టికను పూర్తి చేయండి.

దీర్ఘచతురస్రాకార క్షేత్రం	చదరాల సంఖ్య	వైశాల్యం	పొడవు	వెడల్పు	పొడవు × వెడల్పు
	24	24 చ.సెం.	6 సెం. మీ.	4 సెం. మీ.	6 × 4
	.....	.....	9 సెం. మీ.	.....	.....

దీర్ఘచతురస్రం వైశాల్యం = పొడవు × వెడల్పు

దీర్ఘచతురస్రాకార క్షేత్రం	చదరాల సంఖ్య	వైశాల్యం	భుజం	భుజం	భుజం × భుజం
3 ప్రమాణం గల చతురస్రం భుజాలు	9	9 చ.సెం.మీ.	3 సెం.మీ.	3 సెం.మీ.	3 × 3
4 ప్రమాణం గల చతురస్రం భుజాలు	.....	.....	.....	.....	.....

- చతురస్రం యొక్క నాలుగు భుజాలు సమానంగా ఉంటాయి కాబట్టి చతురస్ర వైశాల్యం = భుజం × భుజం

చతురస్రం వైశాల్యం = భుజం × భుజం

మాదిరి సమస్యలు :

* 8 సెం.మీ. ల పొడవు మరియు 7 సెం.మీ. వెడల్పుగల దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వైశాల్యం ఎంత?

  దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం = పొడవు × వెడల్పు

  = 8 × 7

  = 56 చ.సెం.మీ.

* 6 సెం.మీ. భుజంగల చతురస్రం యొక్క వైశాల్యం ఎంత?

  చతురస్ర వైశాల్యం = భుజం × భుజం

  = 6 × 6

  = 36 చ.సెం.మీ.

కృత్యం చేయండి.

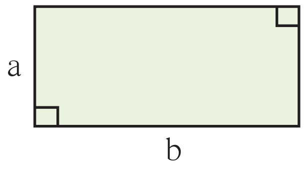
- కింది పట్టికలోని వస్తువుల కొలత తీసుకొని పట్టికను పూర్తి చేయండి.

ఆకృతి/వస్తువు	పొడవు	వెడల్పు	వైశాల్యం
తరగతి గది నేల			
తరగతి గది కిటికి			
బీరువా యొక్క ఏదైనా ఉపరితలం			
నేల			

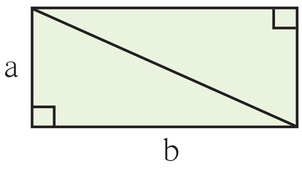
త్రిభుజం వైశాల్యం

అర్థం చేసుకోండి.

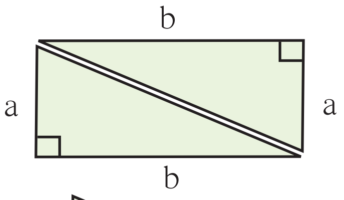
- ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార కాగితం తీసుకోండి. దానిపొడవు b, వెడల్పు a.



- దానిని కర్ణాలలో ఒక దాని వెంబడి కత్తిరించి రెండు లంబకోణ త్రిభుజాలుగా విభజించండి.



- ఏర్పడిన రెండు లంబకోణ త్రిభుజాలు సరిపోలుతాయో లేదో చూడండి. అవి సరిపోలినట్లయితే రెండు త్రిభుజ వైశాల్యాలు సమానంగా ఉంటాయి.

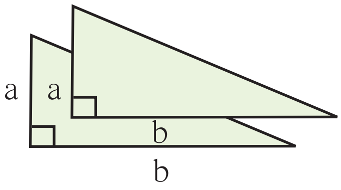


రెండు లంబకోణ త్రిభుజాల వైశాల్యం = దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం

2 × లంబకోణ త్రిభుజ వైశాల్యం అంత ఉంటుంది.

= దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం

∴ 2 × లంబకోణ త్రిభుజ వైశాల్యం = a × b



∴ లంబకోణ త్రిభుజ వైశాల్యం = $\frac{(a \times b)}{2}$

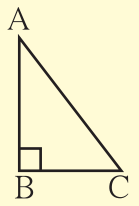
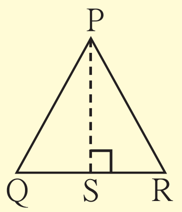
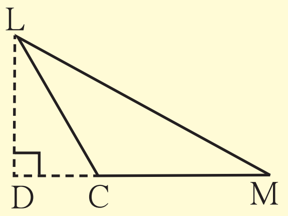
∴ లంబకోణ త్రిభుజ వైశాల్యం = $\frac{\text{లంబకోణాన్ని ఏర్పరిచే భుజాల పాడవుల లబ్దం}}{2}$

లంబకోణాన్ని ఏర్పరిచే రెండు భుజాలలో ఒకదానిని భూమిగా పరిగణిస్తే రెండవ భుజం ఎత్తు అవుతుంది.

∴ లంబకోణ త్రిభుజ వైశాల్యం = $\frac{\text{ఎత్తు X భూమి}}{2}$

ΔABC ఒక త్రిభుజం అయితే, దాని భుజాలలో ఏదో ఒకదానిని భూమిగా తీసుకుంటారు. ఆ భుజానికి ఎదురుగా ఉన్న శీర్షం నుండి భూమికి గీసిన లంబం యొక్క కొలతే ఆ త్రిభుజం యొక్క ఎత్తు.

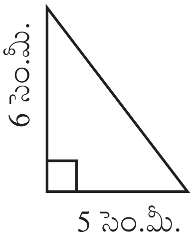
త్రిభుజం : భూమి మరియు ఎత్తు.

త్రిభుజ ప్రకారాలు	భూమి	ఎత్తు
	BC	AB
	QR	PS
	CM	LD

లంబకోణం త్రిభుజ వైశాల్యం = $\frac{\text{భూమి X ఎత్తు}}{2}$

మాదిరి సమస్యలు :

1) ఒక లంబకోణ త్రిభుజంలో లంబకోణాన్ని ఏర్పరిచే భుజాలు 5 సెం.మీ. మరియు 6 సెం.మీ. అయితే ఆ త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యాన్ని కనుగొనండి.



లంబకోణ త్రిభుజ వైశాల్యం

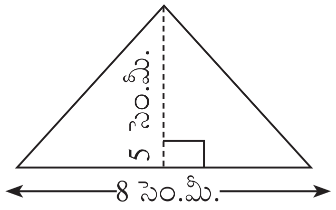
$= \dfrac{\text{లంబకోణాన్ని ఏర్పరిచే భుజాల పొడవుల లబ్ధం}}{2}$

$= \dfrac{5 \times 6}{2} = \dfrac{30}{2}$

$= \dfrac{30 \div 2}{30 \div 2} = \dfrac{15}{1} = 15$

= 15 చ.సెం.మీ.

2) ఇవ్వబడిన పటంలోని త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యం కనుగొనండి.



త్రిభుజ వైశాల్యం

$= \dfrac{\text{భూమి} \times \text{ఎత్తు}}{2}$

$= \dfrac{8 \times 5}{2}$

$= \dfrac{40}{2} = \dfrac{40 \div 2}{2 \div 2} = \dfrac{20}{1} = 20$

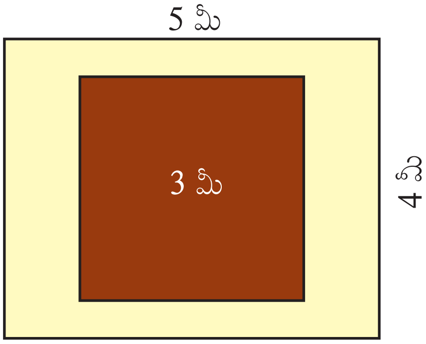
= 20 చ.సెం.మీ.

కృత్యం చేయండి.

- వివిధ కొలతల త్రిభుజాకారపు కాగితాలను కత్తిరించండి, వాటి భూమి మరియు ఎత్తులను కొలిచి వైశాల్యాలను కనుగొనండి.

మాదిరి సమస్యలు :

1) ఒక హాలు పొడవు 5 మీటర్లు మరియు వెడల్పు 4 మీటర్లు కలదు. ఆ హాలులో 3 మీటర్ల భుజంగల ఒక చతురస్ర తివాచీని నేలపై పరిచారు.
తివాచీ కప్పని ప్రాంతం యొక్క వైశాల్యాన్ని కనుగొనండి.



→ **హాలు పొడవు = 5 మీటర్లు, వెడల్పు = 4 మీటర్లు**

హాలు వైశాల్యం = పొడవు × వెడల్పు = 5 × 4 = 20 చ.మీ.

చతురస్రాకార తివాచీ వైశాల్యం = భుజం × భుజం = 3 × 3 = 9 చ.మీ.

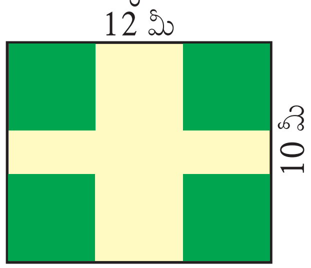
∴ తివాచీ కప్పని ప్రాంతం యొక్క వైశాల్యం

= హాలు వైశాల్యం – తివాచీ వైశాల్యం

= 20 – 9 = 11 చ.మీ.

తివాచీ కప్పని ప్రాంతం వైశాల్యం 11 చ.మీ.

2) సునీతాబాయి 12 మీటర్ల పొడవు, 10 మీటర్ల వెడల్పు ఉన్న దీర్ఘచతురస్రాకార భూమిలో నాలుగు మూలల్లో ఒకొక్కటి 4 మీటర్ల భుజంగల చతురస్రాకార ప్లాట్లలో పూల మొక్కలను నాటింది. పూలమొక్కలు నాటని భూమి యొక్క వైశాల్యాన్ని కనుగొనండి.



→ **భూమి పొడవు = 12 మీటర్లు, భూమి వెడల్పు = 10 మీటర్లు**

భూమి వైశాల్యం = పొడవు × వెడల్పు = 12 ×10 =120 చ.మీ.

ఒక్కొక్క చతురస్రాకార ప్లాటు భుజం = 4 మీటర్లు

పూల మొక్కలు నాటిన భూమి వైశాల్యం = భుజం × భుజం = 4 × 4 = 16 చ.మీ.

∴ పూల మొక్కల నాలుగు ప్లాట్ల మొత్తం వైశాల్యం = 4 × 16 చ.మీ. = 64 చ.మీ.

∴ పూల మొక్కలు నాటని భూమి విస్తీర్ణం = భూమి వైశాల్యం – మొక్కల ప్లాట్ల వైశాల్యం

= 120 – 64 = 56 చ.మీ.

∴ పూల మొక్కలు నాటని భూమి వైశాల్యం 56 చ.మీ.

అర్థం చేసుకోండి.

పట్టికను పూర్తి చేయండి.

ఆకృతి	క్ర. సంఖ్య	పొడవు (సెం.మీ)	వెడల్పు (సెం.మీ)	చుట్టుకొలత (సెం.మీ)	వైశాల్యం (చ.సెం.మీ.)
దీర్ఘచతురస్రం	1	5	4	18	20
	2	8	2	20	16
	3	6	4	....	....
	4	9	1	....	....

- పై పట్టిక నుండి ఒకే చుట్టుకొలత, కలిగిన దీర్ఘచతురస్రాలు వేర్వేరు వైశాల్యాలు కలిగి ఉండవచ్చును.

పట్టకను పూరించండి.

ఆకృతి	క్ర. సంఖ్య	భుజాలు (సెం.మీ)	చుట్టుకొలత (సెం.మీ.)	వైశాల్యం (చ.సెం.మీ.)
చతురస్రం	1	3	12	9
	2	4	16	16
	3	5	....	....
	4	6	....	....

- చతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత పెరిగితే, దాని వైశాల్యం కూడా పెరుగుతుంది అని తెలుస్తుంది.

అభ్యాసము 15.2

(1) త్రిభుజ వైశాల్యాలు కనుగొనండి.

i) భూమి 8 సెం.మీ, ఎత్తు 5 సెం.మీ   ii) భూమి 7 సెం.మీ, ఎత్తు 4 సెం.మీ

(2) కింద దీర్ఘచతురస్రాల భుజాల కొలతలు ఇవ్వబడినాయి. వాటిని బట్టి దీర్ఘచతురస్ర చుట్టుకొలత మరియు వైశాల్యాలను కనుగొనండి.

i) 8 సెం.మీ., 3 సెం.మీ.   ii) 3.5 మీ, 2 మీ.

iii) 6 మీ, 3.5 మీ.   iv) 9.5 సెం.మీ., 5.3 సెం.మీ.

(3) కింద చతురస్రం యొక్క భుజాల కొలతలు ఇవ్వబడినాయి. వాటి చుట్టుకొలతలు మరియు వైశాల్యమును కనుగొనండి.

i) 10 సెం.మీ.   ii) 14 మీటర్లు   iii) 5.5 మీటర్లు

(4) ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార మామిడి తోట పొడవు, 100 మీటర్లు, వెడల్పు 50 మీటర్లు ఉంది. ప్రతి మామిడి చెట్టుకు 25 చ.మీ. స్థలాన్ని తీసుకుంటే ఆ తోటలో ఎక్కువలో ఎక్కువ ఎన్ని మామిడి చెట్లను నాటవచ్చును?

ఒక చూపులో

- ఒక సంవృత ఆకారం యొక్క అన్ని భుజాల పొడవుల మొత్తం ఆ ఆకారం యొక్క చుట్టుకొలత.
- ఏదైనా ఆకారం యొక్క భుజం ప్రమాణం, దాని చుట్టుకొలత ప్రమాణం సమానంగా ఉంటుంది.
- ఒక ఆకారం యొక్క వైశాల్యం అనేది ఆ ఆకారం యొక్క సమతల ఉపరితలంపై ఆక్రమించిన స్థలం యొక్క కొలత.
- త్రిభుజ వైశాల్యం = $\frac{\text{భూమి} \times \text{ఎత్తు}}{2}$
- లంబకోణ త్రిభుజ వైశాల్యం = $\frac{\text{లంబకోణాన్ని ఏర్పరిచే భుజాల పొడవుల లబ్ధం.}}{2}$

స్వీయ అధ్యయనం 15

(1) సరియైన పర్యాయమును ఎన్నుకొండి.

i) 7 సెం.మీ. భుజం పొడవు గల చతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత ఎంత?

అ) 49 సెం.మీ.   ఆ) 24 సెం.మీ.   ఇ) 28 చ.సెం.మీ.   ఈ) సెం.మీ.

ii) ఒక దీర్ఘచతురస్రం యొక్క పొడవు 5 సెం.మీ. మరియు 2 సెం.మీ. వెడల్పు అయినచో దాని చుట్టుకొలత మరియు వైశాల్యం ఎంత?

అ) 14 చ.సెం.మీ., 10 సెం.మీ.   ఆ) 14 సెం.మీ., 10 చ.సెం.మీ.,

ఇ) 10 సెం.మీ., 14 చ.సెం.మీ.   ఈ) 24 సెం.మీ., 20 చ.సెం.మీ.,

iii) ఏ పరిమాణంలోనైనా ఒక చతురస్రాకార కాగితాన్ని తీసుకొని సగానికి మడవండి. మడిచిన చోట కత్తిరించండి. దీనితో రెండు దీర్ఘచతురస్రాలు ఏర్పడ్డాయి. దీని ప్రకారం కింది వాక్యంలో ఏవి ఎల్లప్పుడు సత్యం? గుర్తించండి.

అ) ప్రతి దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వైశాల్యం, చతురస్రం వైశాల్యం కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది.

ఆ) చతురస్రం చుట్టుకొలత రెండు దీర్ఘచతురస్రాల చుట్టుకొలతల మొత్తం కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది.

ఇ) చతురస్రం చుట్టుకొలత రెండు దీర్ఘచతురస్రాల కొలతల మొత్తం కంటె తక్కువ ఉంటుంది.

ఈ) చతురస్ర వైశాల్యం రెండు దీర్ఘచతురస్రాల వైశాల్యాల మొత్తం కంటే ఎల్లప్పుడు మూడు రెట్లు ఉంటాయి.

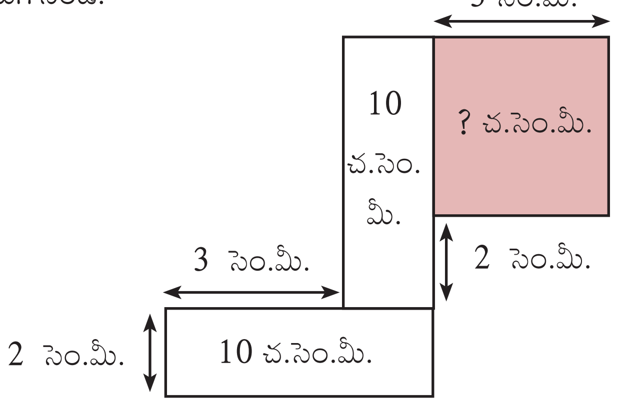
(2) త్రిభుజం యొక్క భుజాలు పొడవులు ఇవ్వబడినాయి. చుట్టు కొలతలు కనుగొనండి.

i) 12 మీటర్లు, 7 మీటర్లు, 5 మీటర్లు, ii) 6.5 సెం.మీ., 7 సెం.మీ., 5 సెం.మీ.,

(3) కింద మూడు దీర్ఘచతురస్రాల పొడవు, వెడల్పులు ఉన్నాయి. వాటిలో ఏ దీర్ఘచతురస్రం వైశాల్యం మరియు అన్నింటికంటె ఎక్కువ మరియు అన్నిటికంటే తక్కువ కలదు?

i) 9 మీ, 6 మీ. ii) 17 మీ, 3 మీ. iii) 4 మీ, 14 మీ.

(4) కింది పటంలో కొన్ని భుజాల కొలతలు మరియు వైశాల్యాలు ఇవ్వబడ్డాయి. దానిలో కలర్ వేసిన భాగం యొక్క వైశాల్యాన్ని కనుగొనండి.



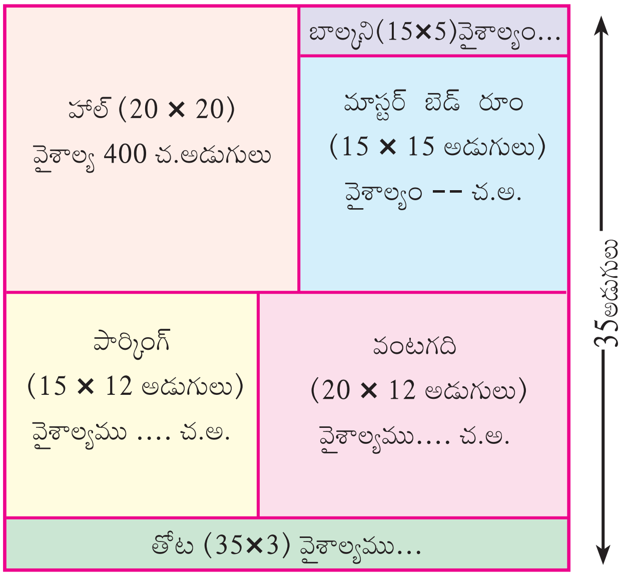
(5) కింది ప్రతి వాక్యానికి రెండు ఉదాహరణలు తయారు చేయండి.

i) దీర్ఘచతురస్ర చుట్టుకొలత పెరిగితే, దాని వైశాల్యం పెరుగుతుంది.

ii) చతురస్రం చుట్టుకొలత పెరిగితే దాని వైశాల్యం పెరుగుతుంది.

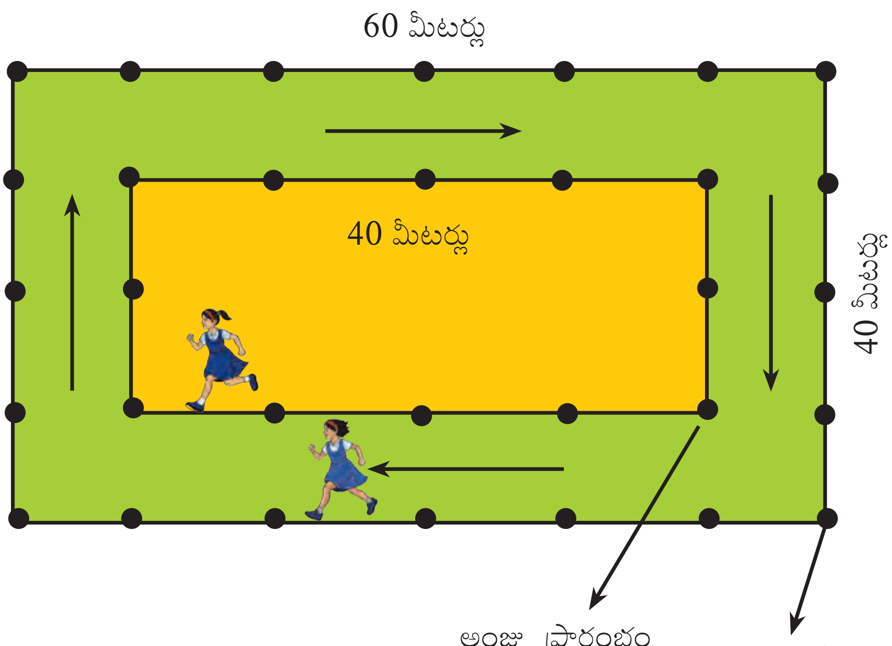
iii) దీర్ఘచతురస్ర చుట్టుకొలతను పెంచడం వలన దాని వైశాల్యం పెరుగుతుందనట్లు కాదు.

(6) కింద అమీర్ ఇంటి ప్రణాళిక ఇవ్వబడింది. ఈ ప్రణాళిక చతురస్రాకార స్థలంలో ఉంది. ప్రణాళికను పరిశీలించండి.



i) అందులో ఇవ్వని కొలతలను కనుగొనండి. ii) అమీర్ ఇంటి మొత్తం వైశాల్యాన్ని కనుగొనండి.

(7) కింద చిత్రాన్ని చూడండి. కింద ఇవ్వబడిన ప్రశ్నలకు జవాబులను కనుగొనండి.



ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార మైదానంలో, ఒకటి లోపలివైపు మరియు ఇంకొకటి బయటివైపు రెండు ట్రాకులు ఇవ్వబడినాయి. అంజూ లోపలి ట్రాక్ పై మరియు మంజూ బయటి ట్రాక్ పై ఒకే దిశలో పరుగెత్తడం ప్రారంభించారు. అంజు 7 చుట్లు మరియు మంజు 4 చుట్లు పూర్తి చేసి ఆగారు.వారిద్దరూ ప్రయాణించిన మొత్తం దూరం పై చర్చించండి. కింది ప్రశ్నలకు జవాబు ఇవ్వండి.

i) అంజు ఎంత దూరం ప్రయాణించింది?

ii) మంజు ఎంత దూరం ప్రయాణించింది?

iii) ఇద్దరిలో ఎవరు ఎక్కువ దూరం ప్రయాణించారు?

ఉపక్రమము:

- తరగతి గదిలోని లేదా ఇంట్లోని ఏదైనా చతురస్రాకార వస్తువు యొక్క వైశాల్యాన్ని కనుగొనండి.

16 బౌధాయన – పైథాగరస్ సిద్ధాంతం

పునఃవిమర్శ

త్రిభుజాల రకాలను రాయండి:

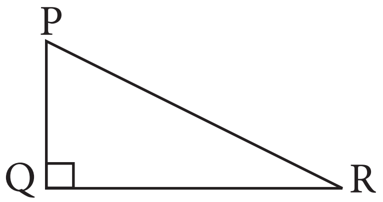
i) కోణాలను బట్టి ఏర్పడే త్రిభుజాల రకాలు ____________ ____________ ____________

ii) భుజాను బట్టి ఏర్పడే త్రిభుజాల రకాలు ____________ ____________ ____________

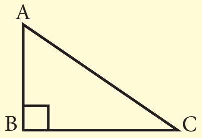
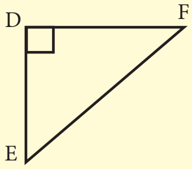
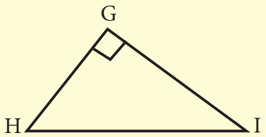
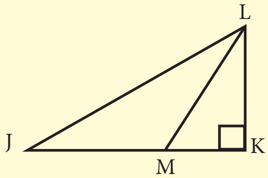
బౌధాయన – పైథాగరస్ సిద్ధాంతం
(Baudhayana – Pythagoras Theorem)

అర్థం చేసుకోండి.

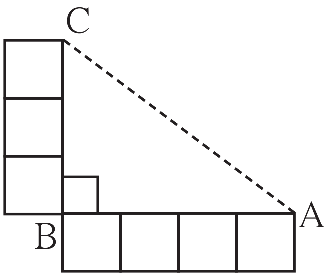
- ఒక కోణం లంబకోణం ఉంటే ఆ త్రిభుజాన్ని **లంబకోణ త్రిభుజం** అంటారు.
- లంబకోణ త్రిభుజంలో లంబకోణానికి ఎదురుగా ఉండే భుజాన్ని కర్ణం అంటారు.
- పక్కనున్న ΔPQR లో PR భుజం కర్ణం అవుతుంది.
- PQ భుజం మరియు QR భుజాలు లంబకోణాన్ని ఏర్పరచే భుజాలు.



కింది పట్టికను పూరించండి.

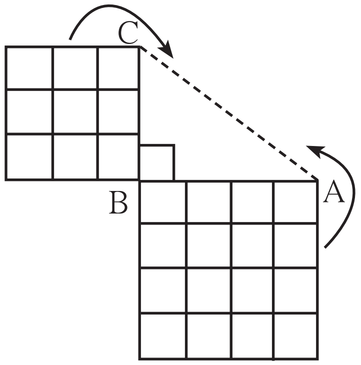
సంఖ్య	ఆకృతులు	లంబకోణం	కర్ణం	లంబకోణం ఏర్పరచే భుజాలు
1		$\angle ABC$	భుజం AC	భుజం AB, భుజం BC
2				
3				
4				

కృత్యాన్ని చేయండి.



(1) కాగితం లేదా కార్డ్ బోర్డు నుండి ఒక ప్రమాణం భుజం గల చతురస్ర ఆకారంలో ముక్కలను కత్తిరించండి.

ఈ చతురస్ర ముక్కలను సరళరేఖలో ఉంచండి. వాటి చివరి బిందువులకు A మరియు B పేర్లు పెట్టండి. 3 ఒకే పరిమాణంలో ఉన్న ముక్కలు BA రేఖకు B బిందువు వద్ద కలుపబడివున్నాయి. పటంలో చూపిన విధంగా పెట్టండి. పైన ఉన్న బిందువుకు C పేరు పెట్టండి. చివరన A మరియు C బిందువులను కలపండి.



(2) ఒక భుజం పొడవంత తీసుకొని చతురస్రం తయారగునట్లుగా ఒక చదరపు ప్రమాణం ముక్క AB ముందర పెట్టండి.

(3) BC భుజం అంత పొడవుగల చతురస్రం ఏర్పరచడానికి చతురస్రముక్కలు BC భుజానికి ఎదురుగా ఉంచండి.

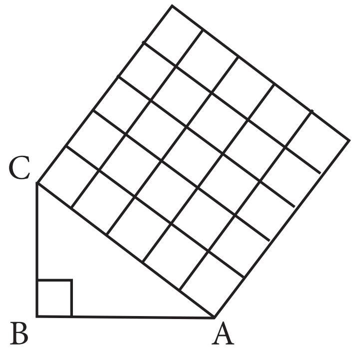
రెండు వైపులా లంబకోణాన్ని ఏర్పరిచే మొత్తం చతురస్ర ముక్కలు = 9 + 16

=25 .....(1)

(4) ఇరువైపులా పెద్ద చతురస్రాన్ని ఏర్పరచడానికి అన్ని ముక్కలను కర్ణం AC పై ఉంచండి. కర్ణం AC పై చతురస్రాన్ని ఏర్పరచడానికి మొత్తం 25చతురస్ర ముక్కలు పట్టినాయి.

కర్ణం పై గల చతురస్ర ముక్కలు = 25 .... (2)

కర్ణం AC పైనున్న చతురస్రాల వైశాల్యం = 25 చ.ప్రమాణాలు



1 మరియు 2 ప్రకటనల ద్వారా

9 +16 =25

3 వర్గం + 4 వర్గం = 5 వర్గం

$[l(BC)]^2 + [l(AB)]^2 = [l(AC)]^2$

అంటే, లంబకోణ త్రిభుజంలో కర్ణంపై గీసిన చతురస్రం యొక్క వైశాల్యం, దాని మిగిలిన రెండు భుజాలపై గీసిన చతురస్రాల వైశాల్యాల మొత్తానికి సమానం.

బౌధాయన – పైథాగరస్ సిద్ధాంతం:

లంబకోణ త్రిభుజంలో కర్ణం యొక్క వర్గం మిగిలిన రెండు భుజాల వర్గాల మొత్తానికి సమానం.

(కర్ణం)^2 = (భుజం 1)^2 + (భుజం 2)^2

పై సిద్ధాంతాన్ని క్రీ.పూ. 8 వ శతాబ్దంలో ప్రఖ్యాత గణిత శాస్త్రవేత్త బౌధాయనుడు కనుగొన్నారు. గ్రీకు గణిత శాస్త్రవేత్త పైథాగరస్ సిద్ధాంతాన్ని రూపొందించి నిరూపించాడు. కానీ దీని మూల ఆలోచన భారతీయ ఋషి బౌధాయనుడిదే.

* ఉదాహరణలో గ్రాఫ్ పేపరును ఉపయోగించి బౌధాయన పైథాగరస్ సిద్ధాంతాన్ని సరిచూడండి.

చరిత్రలోని సందర్భం

బౌధాయనుడు : బౌధాయనుడు ప్రాచీన భారతీయ గణిత శాస్త్రవేత్త. ఈయన చాలా కాలం క్రితమే ముఖ్యంగా తన 'శుల్వ సూత్రాలు' గ్రంథంలో పైథాగరస్ సిద్ధాంతం భావనను ప్రతిపాదించారు. ఈ గ్రంథం లంబకోణ త్రిభుజాలకు సంబంధించిన సిద్ధాంతాన్ని వివరిస్తుంది. ఆయన కాలం క్రీ.పూ. 700 గా పరిగణించబడుతుంది. బౌధాయనుడు సుమారుగా క్రీ.పూ. 8 వ శతాబ్దంలో జన్మించారని చెబుతారు.

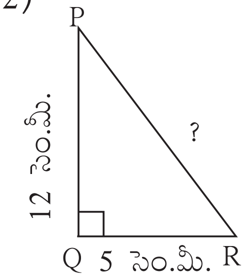
జ్యామితీయ సిద్ధాంతానికి 'శుల్వసూత్రాలు' అత్యంత ముఖ్యమైన సహకారం అనగా పైథాగరస్ సిద్ధాంతం అని భావించబడే నియమం. **పైథాగరస్ (కాలం క్రీ.పూ. 570-495):** ఒక గొప్ప ప్రాచీన గ్రీకు గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు మరియు తత్వవేత్త. గణిత శాస్త్ర రంగంలో ఆయనకు లభించిన అత్యంత ముఖ్యమైన గుర్తింపు పైథాగరస్ సిద్ధాంతం. ఆయన గణిత అధ్యయనాలలో ప్రధానంగా శుద్ధ సంఖ్యా శాస్త్రం, అంటే అంకగణితం, అనువర్తిత సంఖ్య శాస్త్రం, జ్యామితి మరియు జ్యోతిషం ఉన్నాయి.

మాదిరి సమస్యలు:

1) లంబకోణ ΔPQR లో, $m\angle Q=90^\circ$; $l(QR) = 5$ సెం.మీ., $l(PQ) = 12$ సెం.మీ. అయిన PR భుజం పొడవు ఎంత?

→ లంబకోణ Δ PQR లో, $m\angle Q=90^\circ$ కాబట్టి భుజం PR భుజం కర్ణం అవుతుంది.

బౌధాయన పైథాగరస్ సిద్ధాంతం ప్రకారం, $(\text{కర్ణం})^2 = (\text{భుజం } 1)^2 + (\text{భుజం } 2)^2$



$[l(PR)]^2 = [l(PQ)]^2 + [l(QR)]^2$

$\therefore [l(PR)]^2 = (12)^2 + (5)^2$

$\therefore [l(PR)]^2 = 144 + 25$

$\therefore [l(PR)]^2 = 169$

$\therefore l(PR) = 13 \ldots\ldots (13)^2 = 169$

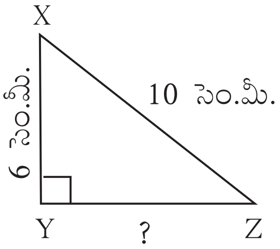
$\therefore$ భుజం PR పొడవు = 13 సెం.మీ.

2) లంబకోణ ΔXYZ లో, $m\angle Y=90^\circ$; $l(XY) = 6$ సెం.మీ., $l(XZ) = 10$ సెం.మీ., అయితే భుజం YZ పొడవు ఎంత?

→ లంబకోణ Δ XYZ లో, $m\angle Y=90^\circ$ కాబట్టి భుజం XZ కర్ణం అవుతుంది.

బౌధాయన పైథాగరస్ సిద్ధాంతం ప్రకారం, $(\text{కర్ణం})^2 = (\text{భుజం } 1)^2 + (\text{భుజం } 2)^2$

$[l(XZ)]^2 = [l(XY)]^2 + [l(YZ)]^2$



$\therefore (10)^2 = (6)^2 + [l(YZ)]^2$

$\therefore 100 = 36 + [l(YZ)]^2$

$\therefore 100 - 36 = [l(YZ)]^2$

$\therefore 64 = [l(YZ)]^2$

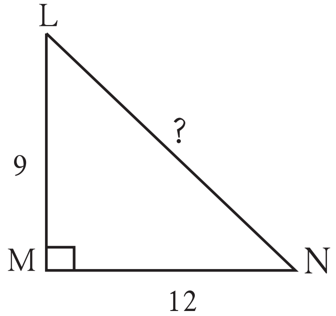
$\therefore 8 = l(YZ) = \ldots\ldots (8)^2 = 64$

$\therefore$ భుజం YZ పొడవు = 8 సెం.మీ.

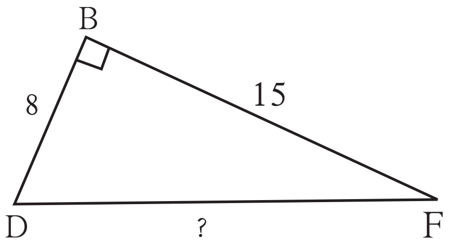
అభ్యాసము 16.1

(1) చిత్రాలను చూసి తెలియని భుజాల పొడవును కనుగొనండి.

(i)



(ii)



(2) ఒక వ్యక్తి తన ఇంటి నుండి తూర్పుదిశగా 12 మీ. నడిచాడు. అక్కడ అతను ఉత్తరం వైపు లంబకోణంలో తిరిగి 9 మీ. నడిచి ఆగిపోయాడు. ఆ వ్యక్తి తన ఇంటి నుండి ఎంత దూరంలో ఉన్నాడు?

(3) 35 అడుగులు పొడవు గల నిచ్చెన నేలనుండి 21 అడుగులు ఎత్తులో ఉన్న కిటికీని చేరుకుంటుంది. గోడ అడుగు భాగానికి మరియు నిచ్చెన యొక్క కింది చివరకు మధ్య దూరాన్ని కనుగొనండి.

బౌధాయన - పైథాగరస్ త్రికుటం

అర్థం చేసుకోండి.

మూడు సహజ సంఖ్యలలో అతి పెద్ద సంఖ్య వర్గం, మిగిలిన రెండు సంఖ్యల వర్గాల మొత్తానికి సమానంగా ఉంటే ఆ సంఖ్యలను బౌధాయన పైథాగరస్ త్రికూటం అంటారు. ఉదా:- సంఖ్యాసమితి (3,4,5)

ఒక త్రిభుజం యొక్క భుజాలు బౌధాయన-పైథాగరస్ త్రికూటం యొక్క నియమాలను పాటిస్తే అది ఒక లంబకోణ త్రిభుజం అవుతుంది. ఏ లంబకోణ త్రిభుజంలోనైనా కర్ణం ఆ త్రిభుజంలోని పొడవైన భుజం అవుతుంది.

మాదిరి సమస్యలు:

(1) సంఖ్యా సమూహం (7, 24, 25) పైథాగరస్ త్రికూటం అవుతుందా?

→ (7, 24, 25) సంఖ్యలలో ప్రతిదానిని వర్గం చేద్దాం,

7 వర్గం = $7\times7 = 49$; 24 వర్గం = $24\times24 = 576$; 25 వర్గం = $25\times25 = 625$

(i) పెద్ద సంఖ్య వర్గం = $25^2 = 25\times25 = 625$

(ii) చిన్న సంఖ్యల వర్గాల మొత్తం = $7^2 + 24^2 = 49+576 = 625$

$\therefore\ 7^2+24^2=25^2$ .... (i) మరియు (ii) లను బట్టి

సంఖ్యల సమూహం (7, 24, 25) బౌధాయన పైథాగరస్ త్రికుటం అవుతుంది

(2) ఒక త్రిభుజం యొక్క భుజాలు 11, 12, 15 అయితే అది లంబకోణ త్రిభుజమో కాదో నిర్ణయించండి.

→ (11, 12, 15) లో $11^2 = 11\times11 = 121$

$12^2 = 12\times12 = 144$

$15^2 = 15\times15 = 225$

(i) చిన్న సంఖ్యల వర్గాల మొత్తం = $11^2+12^2 = 121 + 144 = 265$

(ii) పెద్ద సంఖ్య వర్గం = $15^2 = 225$

∴ చిన్న సంఖ్యల వర్గాల మొత్తం ≠ పెద్ద సంఖ్య వర్గానికి

∴ (11, 12 మరియు 15) ఈ సంఖ్యల సమూహం బౌధాయన-పైథాగరస్ త్రికుటం కాదు.

11, 12, 15 భుజాలు గలది లంబకోణ త్రిభుజం కాదు.

అభ్యాసము 16.2

(1) కింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యల సమితిలో భౌధాయన-పైథాగరస్ త్రికుటం ఏదో నిర్ణయించండి.

i) 4, 5, 6   ii) 2, 6, 7   iii) 15, 20, 25

(2) కింద ఇవ్వబడిన త్రిభుజాల కొలతల నుండి అది లంబకోణ త్రిభుజమో కాదో నిర్ణయించండి.

i) 11, 60, 61   ii) 40, 20, 30.   iii) 9, 40, 41

ఒక చూపులో

- భౌధాయన - పైథాగరస్ సిద్ధాంతం:
  లంబకోణ త్రిభుజంలో కర్ణం యొక్క వర్గం మిగిలిన రెండు భుజాల వర్గాల మొత్తానికి సమానముగా ఉంటుంది.
- $(\text{కర్ణం})^2 = (\text{భుజం}1)^2 + (\text{భుజం } 2)^2$
- త్రిభుజం యొక్క భుజాలు భౌధాయన పైథాగరస్ సిద్ధాంతాన్ని పాటిస్తే ఆ త్రిభుజం లంబకోణ త్రిభుజం అవుతుంది. ఆ భుజాలతో ఏర్పడిన త్రిభుజం లంబకోణం త్రిభుజం అవుతుంది.

స్వీయ అధ్యయనం 16

(1) సరియైన పర్యాయమును ఎన్నుకోండి.

i) ఒక లంబకోణ త్రిభుజంలో కర్ణం 41 సెం.మీ. మరియు లంబకోణాన్ని ఏర్పరిచే ఒక భుజం 40 సెం.మీ. అయితే రెండవ భుజం పొడవు ఎంత?

అ) 81 సెం.మీ.   బ) 21 సెం.మీ.   క) 9 సెం.మీ.   డ) 1 సెం.మీ.

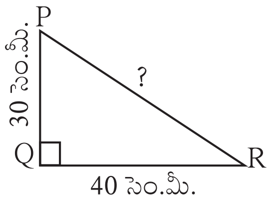
ii) 17 మీటర్ల పొడవుగల నిచ్చెనను గోడకు 8 మీటర్ల దూరంలో ఏటవాలుగా ఉంచారు.? ఆ నిచ్చెన పై భాగం నేల నుండి ఎన్ని మీటర్ల ఎత్తులో ఉంటుంది?

అ) 15   బ) 23   క) 32   డ) 25

iii) వరుసగా 20 మీ., 27 మీ. ఎత్తున్న స్థంభాలు ఒకదానికొకటి 24 మీ. దూరంలో నేలపై నిలబడి ఉన్నాయి. వాటి రెండు పై చివరల మధ్య దూరమెంత?

అ) 7 మీ.   బ) 24 మీ.   క) 25 మీ.   డ) 26 మీ.

(2) ప్రక్కనున్న పటాన్ని పరిశీలించి తెలియని భుజం పొడవును కనుగొనండి.

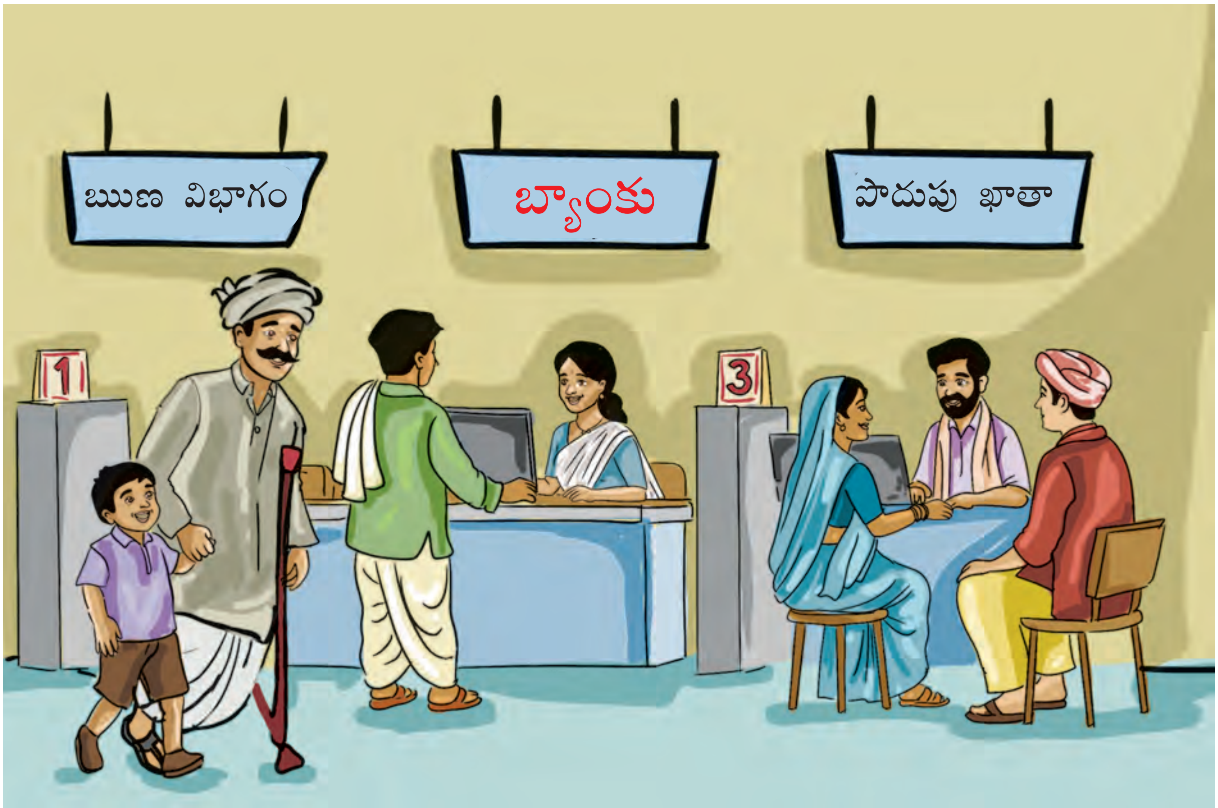


(3) సంఖ్యల సమితి (6, 8, 10) భౌధాయన-పైథాగరియస్ త్రికుటం అవునో కాదో నిర్ణయించండి.

(4) భౌధాయన్ - పైథాగరియస్ త్రికుటాలను కనుగొనండి.

17 బ్యాంకులు మరియు సరళవడ్డీ

గణిత చర్చ.



చిత్రాన్ని పరిశీలించి, కింద ఇవ్వబడిన అంశాల ఆధారంగా తరగతిలో చర్చించండి.

1) మీకు తెలిసిన బ్యాంకుల పేర్లు చెప్పండి.
2) బ్యాంకులో ఏ యే రకాల పనులు అవుతాయి?
3) దైనందిన జీవితంలో బ్యాంకుల ప్రాముఖ్యత ఏమిటి?
4) మీరు ఎప్పుడైనా బ్యాంకుకు వెళ్లారా?

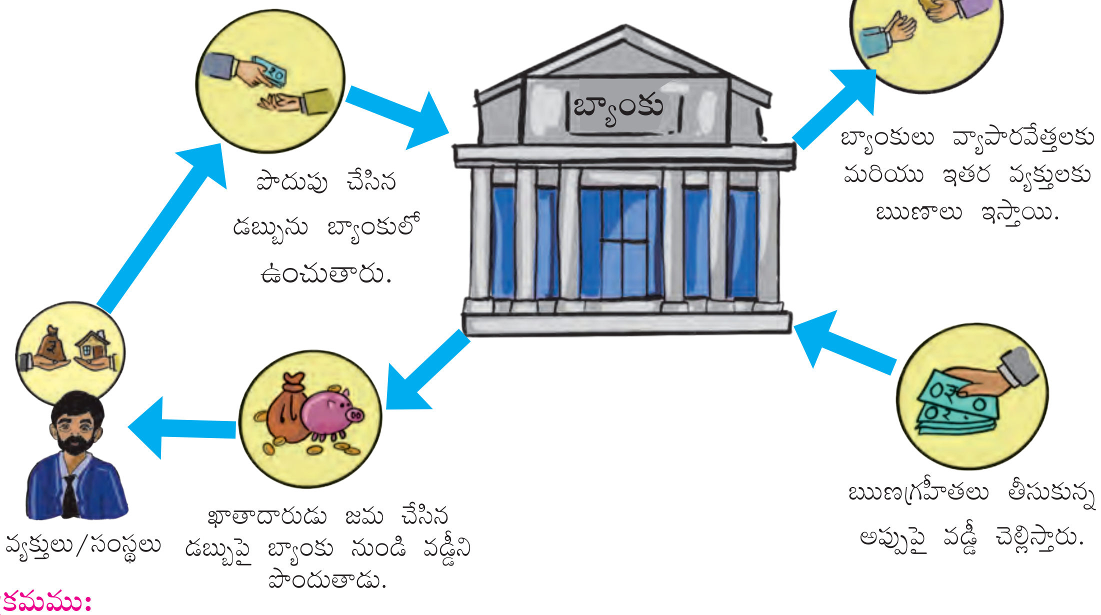
అర్థం చేసుకోండి.

బ్యాంకు (Bank)

- బ్యాంకుల్లో డబ్బు లావాదేవీలు జరుగుతాయి. ఆర్థిక లావాదేవీలు నిర్వహించడానికి బ్యాంకులకు ప్రభుత్వం అధికారిక అనుమతి పత్రం ఇస్తుంది.
- బ్యాంకు ఒక అధికారిక మరియు అనుమతి పొందిన ఒక ఆర్థిక సంస్థ. బ్యాంకు వినియోగదారులకు ఆర్థిక లావాదేవీల సేవలను అందిస్తుంది. బ్యాంకులో జమ చేసిన డబ్బు సురక్షితంగా ఉంటుంది.
- భారతదేశంలో బ్యాంకింగ్ వ్యవస్థను రిజర్వ్ బ్యాంక్ ఆఫ్ ఇండియా (RBI) నియంత్రిస్తుంది.

గణిత చర్చ.

కింది పటాన్ని ఉపయోగించి బ్యాంకు ఎలా పని చేస్తుంది. తరగతిలో చర్చించండి.



ఉపక్రమము:

1) ఉపాధ్యాయులతో కలిసి మీ ప్రాంతంలోని బ్యాంకును సందర్శించి బ్యాంకు గురించి సమాచారం పొందండి.
2) పాఠశాలలోని ఉపాధ్యాయుల సహాయంతో ఒక నమూనా బ్యాంకును సృష్టించి, బ్యాంకులో కొన్ని పనులను నిర్వహించండి, ప్రదర్శనలను చేయండి.
3) వివిధ దేశాల మరియు వాటి కరెన్సీ ఆధారంగా పట్టికను తయారు చేయండి.
4) మీ ఇంట్లో బ్యాంక్ సంబంధిత పనులు ఎలా జరుగుతాయో నమోదు చేయండి.

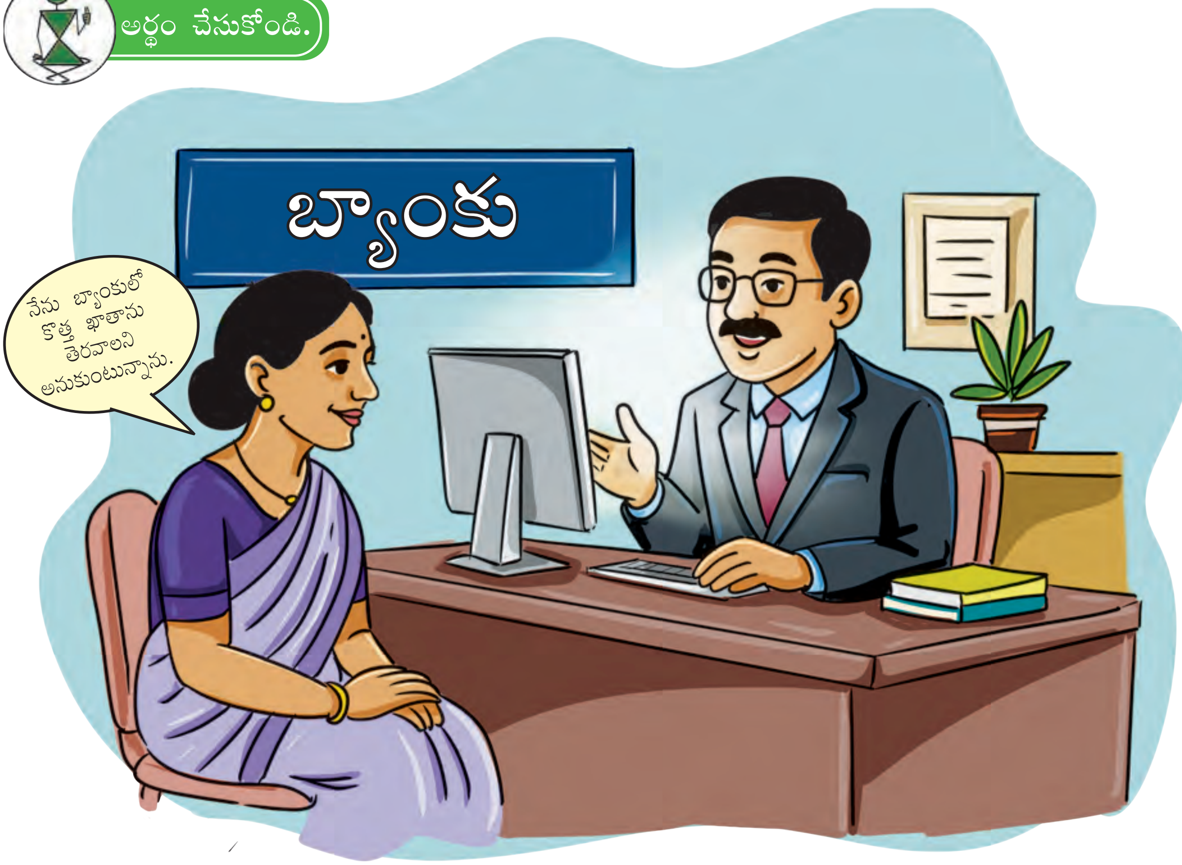
బ్యాంకుల రకాలు : కేంద్ర బ్యాంకు, వాణిజ్య బ్యాంకు, సహకార బ్యాంకు, పారిశ్రామిక అభివృద్ధి బ్యాంకు, జాతీయ బ్యాంకు అనేవి బ్యాంకుల రకాలు.

బ్యాంకుల యొక్క సాధారణ కార్యకలాపాలు

అర్థం చేసుకోండి.

1) **డిపాజిట్ స్వీకరించడం:** బ్యాంకు వ్యక్తుల లేదా సంస్థల నుండి డిపాజిట్లను స్వీకరిస్తుంది. ఫిక్స్‌డ్ డిపాజిట్ (Fixed Deposit), రికరింగ్ డిపాజిట్ (Recurring Deposit) మొదలైన డిపాజిట్లపై బ్యాంకు స్థిర వడ్డీ రేటును చెల్లిస్తుంది.
2) **ఋణాలు ఇవ్వడం:** బ్యాంకు ఖాతాదారులకు ఈ క్రింది ఋణాలను అందిస్తుంది. ఉదా.: స్వల్పకాలిక ఋణాలు (1 సంవత్సరం కాలపరిమితి), మధ్యకాలిక ఋణాలు (5 సంవత్సరాల కాలపరిమితి), దీర్ఘకాలిక ఋణాలు (5 సంవత్సరాల కంటే ఎక్కువ కాలపరిమితి) ఇచ్చిన ఋణాలపై బ్యాంకు వడ్డీని వసూలు చేస్తుంది.
3) **లాకర్ సౌకర్యం:** విలువైన వస్తువులు, ముఖ్యమైన పత్రాలను భద్రంగా ఉంచుకోవడానికి బ్యాంకు లాకర్ సౌకర్యాన్ని కల్పిస్తుంది.
4) **ఈ-బ్యాంకింగ్ సౌకర్యాలు:** ఎటిఎం (ATM) సౌకర్యం, డెబిట్ కార్డులు, క్రెడిట్ కార్డులు, నెట్ బ్యాంకింగ్, మొబైల్ బ్యాంకింగ్, యుపిఐ – స్కానర్ కోడ్ వంటి (UPI-QR) అనేక సౌకర్యాలను అందిస్తుంది.

అర్థం చేసుకోండి.



బ్యాంకు ఉద్యోగి : దరఖాస్తుతో పాటు పాస్‌పోర్ట్ సైజు ఫోటో అవసరం.

మహిళ : అవును, దరఖాస్తుపై పాస్‌పోర్ట్ సైజు ఫోటో అతికించాను.

బ్యాంకు ఉద్యోగి : మీ గుర్తింపు కోసం (ID proof) కింది పత్రాలలో ఏదైనా ఒకదానిని స్వయంగా ధృవీకరించిన జిరాక్స్ కాపీని జతచేయండి. ఆధార్ కార్డు, పాన్ కార్డు లేదా ఓటర్ ఐడి కార్డు.

మహిళ : అవును, దరఖాస్తుతో పాటు జతచేయబడింది.

బ్యాంకు ఉద్యోగి : నివాస చిరునామా రుజువు కోసం (Address proof)కిందివాటిలో ఏదైనా ఒకదానిని జిరాక్స్ కాపీని జతచేయండి. విద్యుత్ బిల్లు, రేషన్ కార్డు, డ్రైవింగ్ లైసెన్స్, పాస్‌పోర్ట్, నివాస ధృవీకరణ పత్రం.

మహిళ : అవును, దరఖాస్తుతో పాటు జత చేయబడింది.

బ్యాంకు ఉద్యోగి : మీ మొబైల్ నంబర్ (చరవాణి నంబర్).

మహిళ : దరఖాస్తులో వ్రాశాను.

బ్యాంకు ఉద్యోగి : మీరు మీ పరిచయ ప్రక్రియ (Know Your Customer)పూర్తిగా చేయాల్సి ఉంటుంది. మీ ఇంటి నుండిe-kyc (ఈ-కేవైసి) కూడా చేసుకోవచ్చును.

మహిళ : అవును, మొబైల్ (చరవాణి) నుండి ఆన్‌లైన్‌లో చేయవచ్చును.

బ్యాంకు ఉద్యోగి : పత్రాలన్నీ ధృవీకరించబడి, పూర్తి చేయబడ్డాయి. మీ కొత్త ఖాతా తయారైంది. మీ ఖాతా సంఖ్య 4150089xxx

మహిళ : ధన్యవాదాలు.

అంతర్జాలం ఉపయోగం (ఇంటర్ నెట్ ఉపయోగం)

ఈ-కేవైసి **Electronic Know Your Customer**. e- KYC ప్రక్రియ కాగిత రహితమైనది. ఈ ప్రక్రియ డిజిటల్ **(Digital)** గా పూర్తి చేయబడుతుంది. దీనికి భౌతిక పత్రాలు అవసరం లేదు. **మనీ లాండరింగ్ (Money Laundering) లేదా మోసాల (Fraud) వంటివి వాటిని నివారించడానికి ఈ ప్రక్రియను ఉపయోగిస్తారు.**

Visit : https://www.npci.org.in/what-we-do/e-kyc-services/e-kyc-setu-system

అర్థం చేసుకోండి.

ఖాతా రకాలు	
1) పొదుపు ఖాతా (Savings Account)	**2) వ్యాపార ఖాతా (Current Account)**
• ఎవరైనా పొదుపు ఖాతాను తెరవవచ్చు. • ప్రజలలో పొదుపు చేసే అలవాటును పెంపొందించడమే ఈ ఖాతా యొక్క ముఖ్య ఉద్దేశ్యం. • ఈ ఖాతానుండి డబ్బు విత్‌డ్రా చేసుకోవడానికి కొన్ని పరిమితులు ఉన్నాయి. • బ్యాంకు ఖాతాలోని నిల్వపై నిర్దిష్ట రేటు ప్రకారం వడ్డీని చెల్లిస్తుంది.	• వ్యాపార సంస్థలు, వ్యాపారులు లేదా పెద్ద ఎత్తున రోజువారీ ఆర్థిక లావాదేవీలు నిర్వహించాల్సిన ఏదైనా సంస్థ లేదా వ్యక్తి కరెంట్ ఖాతాను తెరవవచ్చును. • ఈ ఖాతాలో డబ్బు జమ చేయడానికి లేదా తీసుకోవడానికి ఎటువంటి ఆంక్షలు లేవు. • ఈ ఖాతాలోని మొత్తంపై బ్యాంకు ఎలాంటి వడ్డీ చెల్లించదు.

- ఇవి కాకుండా, బ్యాంకులోని ఇతర ఖాతాల గురించి సమాచారం పొందండి.

బ్యాంకులలో డబ్బు డిపాజిట్ లేదా చెల్లింపు (Deposit Slip/Challan)

అర్థం చేసుకోండి.

చలాన్ (Challan) రశీదు :-బ్యాంకుకు డబ్బులు జమ చేసేటప్పుడు, ఒక నిర్దిష్ట ఫార్మాట్‌లో: (1) ఖాతాదారుని పేరు (2) ఖాతా నంబరు (3) తేదీ (4) డబ్బు వివరాలు, మొత్తం డబ్బు (5) డబ్బులు అక్షరాలలో (6) డబ్బులు నింపే వ్యక్తి సంతకం సమాచారంను నింపిన పత్రమునే రశీదు – చలాన్ అంటారు. బ్యాంకులలో జమ చేసిన డబ్బుల వివరాలను మన ఖాతా పాస్‌బుక్‌లో నమోదు చేస్తారు. మీ పాస్‌బుక్‌ను క్రమం తప్పకుండా అప్‌డేట్ చేస్తూ ఉండండి. అలాగే, దానిని సురక్షితంగా ఉంచుకోండి.

కృత్యాన్ని చేయండి.

జయేశ్ కుమార్ తన పొదుపు ఖాతాలో ₹8,325 జమ చేయడానికి బ్యాంక్ కు వచ్చారు. అతని వద్ద పన్నెండు ₹500 నోట్లు, పది ₹200 నోట్లు, రెండు ₹100 నోట్లు, రెండు ₹50 నోట్లు, ఒకటి ₹20 నోటు మరియు ₹5 నాణెం ఒకటి. నమూనా చలాన్ను పూరించడంలో అతనికి సహాయం చేయండి.

GRAMIN BANK
At/po. Arodi, Jalna

గ్రామీణ బ్యాంకు

శాఖ	XXX
తేదీ	DD/MM/YY

(1) (2) (3)

ఖాతాదారుని పేరు

ఖాతా నంబరు

చరవాణి నం.

చెక్కు / నగదు వివరాలు

బ్యాంక్ మరియు శాఖ	చెక్కు నం.	చెక్కును ఇచ్చిన వ్యక్తి	నగదు వివరాలు		రూపాయలు	పైసలు
			500 x			
		(4)	200 x			
			100 x			
అవసరం లేదు			50 x			
			20 x			
			10 x			
			5 x			
			మొత్తం నగదు			

మొత్తం అక్షరాలలో– (5)

(6) డబ్బులు నింపేవారి సంతకం

XXXX
బ్యాంకు ఉద్యోగి

చెక్కు (Cheque)

అర్థం చేసుకోండి.

చెక్కు అనగా ఖాతాదారుడు తన బ్యాంకుకు ఇచ్చే లిఖితపూర్వక ఆదేశం, దాని ద్వారా బ్యాంకు ఖాతాలోని నిర్దిష్ట మొత్తమును ప్రత్యేక వ్యక్తికి లేదా ఆదేశానుసారం చెల్లిస్తుంది. చెక్కులు ఖాతాదారులకు మాత్రమే అందుబాటులో ఉంటాయి. బ్యాంకులు చెక్‌బుక్ కోసం అదనపు రుసుములను (Bank Charges) వసూలు చేస్తాయి.

కృత్యములు – నమూనా చెక్కు ఇవ్వబడింది.దానిలోని వివరాలను పూర్తి చేయండి.

(1) తేదీ (2) ఎవరికి చెల్లింపు చేయాలో ఆ వ్యక్తి పేరు (3) నగదు అక్షరాలలో (4) డబ్బును అంకెలాలో (5) సంతకము.

GRAMIN BANK
At/po. Arodi, Jalna

గ్రామీణ బ్యాంకు

(1)

D	D	M	M	Y	Y	Y	Y

(2)

Pay ______________________________

(3)

Rupees ______________________________

______________________________ Rs.

(4)

Saving A/C XXXXXXX

(5)

XXXXXXX
Signature

⑈ XXXXXXX ⑈ XXXX XXXX ⑈

వడ్డీ విధింపు

అర్థం చేసుకోండి.

డిపాజిటర్లు తమ డబ్బును బ్యాంకులలో ఉంచినందుకు ప్రతిఫలంగా బ్యాంకు వారికి కొంత మొత్తాన్ని చెల్లిస్తుంది. అలాగే, ఋణగ్రహీతలు తమ డబ్బును వాడుకోవడానికి అనుమతించినందుకు ప్రతిఫలంగా బ్యాంకు వారి నుండి కూడా కొంత మొత్తాన్ని వసూలు చేస్తుంది. అటువంటి మొత్తాన్ని **వడ్డీ** అంటారు. బ్యాంకులో జమ చేయబడిన లేదా బ్యాంకు ద్వారా ఋణగ్రహీతకు ఇవ్వబడిన మొత్తాన్ని **అసలు** అంటారు.

మొత్తం : గడువు ముగిసిన తర్వాత బ్యాంకు డిపాజిటర్ కు వడ్డీతో పాటు తిరిగి ఇచ్చే మొత్తం లేదా ఋణగ్రహీత ఋణం తిరిగి చెల్లించేటప్పుడు వడ్డీతో పాటు బ్యాంకుకు తిరిగి ఇవ్వవలసిన మొత్తం.

మొత్తం = అసలు + వడ్డీ

డిపాజిట్ లేదా ఋణంపై వడ్డీని వసూలు చేసేటప్పుడు, 100 రూపాయలకు వడ్డీ రేటు ఇవ్వబడుతుంది. ఆ వడ్డీ రేటు ఎంత కాలానికి సంబంధించినదో కూడా పేర్కొనబడింది. వడ్డీ సం.నూ.కి అంటే దీనర్థం సంవత్సరానికి ప్రతి వంద రూపాయలకు చెల్లించే వడ్డీ అని అర్థం.

అసలును ఎంత కాలం ఉపయోగించుకొంటారో ఆ కాల వ్యవధిని **కాలం** అంటారు.

సాధారణ వడ్డీ (Simple Interest)

ఈ తరగతిలో, మనం ఒక సంవత్సర కాలానికి విధించిన వడ్డీని మాత్రమే పరిగణనలోకి తీసుకుంటాము. దీనినే సాధారణ లేదా **సరళ వడ్డీ** అంటారు.

కృత్యాన్ని చేయండి.

రాధిక కూరగాయల వ్యాపారం ప్రారంభించడానికి బ్యాంకు నుండి ₹ 25,000 ఋణం తీసుకుంది. బ్యాంకు 8% వడ్డీ రేటుతో వడ్డీని విధించి ఒక సంవత్సరం తర్వాత రాధిక బ్యాంకుకు ₹27,000 తిరిగి చెల్లించింది.

రాధిక బ్యాంకుకు తిరిగి ఇచ్చేటప్పుడు ఎంత అదనంగా డబ్బులు చెల్లించింది?

అసలు	వడ్డీ రేటు	కాలం	మొత్తం	చెల్లించిన వడ్డీ
₹25,000			₹27,000	☐ – ☐ = ₹2,000

మొత్తం = అసలు + వడ్డీ

అసలు = ☐ – ☐

వడ్డీ = ☐ – ☐

వడ్డీ రేటు: సం.నూ.కి. 8 (సంవత్సరానికి నూటికి 8)

అంటే ప్రతి 100 రూపాయలకు సంవత్సరానికి ₹8 వడ్డీ వస్తుంది.

అభ్యాసం 17.1

(1) కృత్యాన్ని పూర్తి చేయండి.

క్ర.సం.	అసలు	వడ్డీ	మొత్తం
1	₹5,800	₹380	
2		₹1,050	₹13,550
3	₹35,500		₹39,760

(2) అసలు రూ. 8,000 మరియు వడ్డీ రూ. 640 అయితే మొత్తం ఎంత?

మాదిరి సమస్యలు:

కిరణ్ ఒక బ్యాంకులో సంవత్సరానికి 5% వడ్డీ రేటుతో 18,000 జమ చేస్తే, అతనికి ఒక సంవత్సరంలో వడ్డీ ఎంత వస్తుంది?

→ అసలు = ₹18000, కాల పరిమితి = 1 సంవత్సరం, వార్షిక వడ్డీ రేటు = 5

సరళ వడ్డీ (x) = ?

ఉదా: 18,000 అసలుపై x రూపాయలు వడ్డీ లభిస్తుందని అనుకొందాం.

100 అసలుపై వడ్డీ ఇచ్చారు.

వడ్డీకి, అసలుకు గల నిష్పత్తిని రాసి సమీకరణాన్ని పొందుదాం.

$$\frac{x}{18,000} = \frac{5}{100}$$

$$\therefore \frac{x}{18,000} \times 18,000 = \frac{5}{100} \times 18,000$$ (ఇరువైపులా 18,000 తో గుణించగా)

$$\therefore x = 5 \times 180$$

$$\therefore x = 900$$

∴ కిరణ్‌కు రూ. 18,000 పై సంవత్సరానికి రూ. వడ్డీ లభిస్తుంది.

ఒక చూపులో

- అసలు : బ్యాంకులలో జమ చేసిన లేదా బ్యాంకు నుండి అప్పుగా తీసుకున్న మొత్తాన్ని అసలు అంటారు.
- కాలం: బ్యాంకులో జమ చేసిన లేదా అప్పుగా తీసుకునే కాల పరిమితిని. కాల వ్యవధి అంటారు.
- వడ్డీ రేటు: 100 రూపాయలపై ఒక సంవత్సరానికి అనగా వడ్డీరేటు.
- వడ్డీ : బ్యాంకులలో జమ చేసిన డబ్బుపై అదనంగా పొందే మొత్తం లేదా బ్యాంకు నుండి డబ్బును అప్పుగా తీసుకున్నప్పుడు ఋణగ్రహీతలు బ్యాంకుకు చెల్లించే అదనపు మొత్తం వడ్డీ.

అభ్యాసం 17

(1) సరైన పర్యాయాన్ని ఎన్నుకోండి.

i) అసలు రూ. 24,500 మరియు ఒక సంవత్సరానికి వడ్డీ రూ. 1,830 అయితే మొత్తం ఎంత అవుతుంది ?

అ) ₹22,670 ఆ) ₹26,530 ఇ) ₹26,330 ఈ) ₹27,230

ii) రూబెన్ బ్యాంకులో రూ. 42,000 ఒక సంవత్సరానికి 6% వడ్డీ రేటుతో జమ చేస్తే, అతనికి ఎంత వడ్డీ వస్తుంది?

అ) ₹2,500 ఆ) ₹2,550 ఇ) ₹2,820 ఈ) ₹2,520

(2) సృష్టి ఒక బ్యాంకులో సంవత్సరానికి 8% వడ్డీ రేటుతో ₹ 35,000 జమ చేస్తే ఆమెకు ఒక సంవత్సరంలో ఎంత వడ్డీ వస్తుంది?

(3) ప్రదీప్ ఒక బ్యాంకులో సంవత్సరానికి 6% వడ్డీ రేటుతో ₹ 48,380 లు జమ చేస్తే, ప్రదీప్‌కు బ్యాంకు నుండి ఎంత వడ్డీ లభిస్తుంది?

(4) నాన్సీ ఒక కుట్టు మిషన్ కొనడానికి బ్యాంకు నుండి సంవత్సరానికి 10% వడ్డీ రేటుకు ₹18,650 అప్పు తీసుకుంది.ఒక సంవత్సరం తరువాత నాన్సీ బ్యాంకుకు ఎంత చెల్లించాలి?

(5) మోహన్రావు పొలంలో నీటి ట్యాంకును నిర్మించడానికి బ్యాంకు నుండి 12% వడ్డీ రేటుకు ₹ 55,750 అప్పుగా తీసుకున్నాడు. ఒక సంవత్సరం తరువాత ఋణ రహితం కావడానికి మోహన్రావు బ్యాంకులో ఎంత మొత్తం జమ చేయాలి?

(6) సహవిహార్ హౌసింగ్ సొసైటీలోని కుటుంబాల కోసం ఒక జిమ్‌ఖానా నిర్మించడానికి ఒక బ్యాంకు నుండి ₹ 1,30,000 ఋణం 11% శాతం వడ్డీ రేటుతో తీసుకుంటే, అప్పుడు ఆ సొసైటీ ఒక సంవత్సరానికి బ్యాంకుకు ఎంత వడ్డీ చెల్లించాల్సి ఉంటుంది? అలాగే, వారు బ్యాంకుకు మొత్తం ఎంత చెల్లించాల్సి ఉంటుంది?

18 సమాచార ప్రదర్శన

గణిత చర్చ

ఒక తరగతిలోని 15 విద్యార్థులకు చరిత్ర విషయంలో 10 మార్కులకు లభించిన మార్కులు కింది విధంగా వచ్చాయి: 8, 2, 4, 5, 2, 3, 6, 2, 6, 1, 9, 10, 7, 6, 6

15 మందిలో, 4 గురు విద్యార్థులు 6 మార్కులు మరియు 3 గురు విద్యార్థులు 2 మార్కులు పొందారు. మిగిలినవారికి 1, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10 మార్కులు ఒక్క విద్యార్థికి వచ్చాయి. ఇక్కడ పరీక్షలో విద్యార్థులు సాధించిన మార్కులను 'దత్తాంశం' అంటారు. ఈ సంఖ్యలలో పొందిన మార్కులు 'ప్రాప్తాంకాలు' అవుతుంది.

ఈ సమాచారాన్ని ప్రదర్శించడానికి ఒక పట్టికను ఉపయోగించవచ్చు.

పరీక్షలో పొందిన మార్కులు (ప్రాప్తాంకం)	గణన చిహ్నాలు	మొత్తం విద్యార్థులుపౌనఃపున్యం
1	|	1
2	|||	3
3	|	1
4	|	1
5	|	1
6	||||	4
7	|	1
8	|	1
9	|	1
10	|	1
	మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్య :–	N =15

పౌనఃపున్య విభజన పట్టిక (Frequency Table)

అర్థం చేసుకోండి.

ఇచ్చిన సమాచారాన్ని సరళంగా మరియు సులభంగా అర్థమయ్యే రీతిలో ప్రదర్శించడానికి పౌనఃపున్యం పట్టికను ఉపయోగిస్తారు. ఇందులో,

- ప్రాప్తాంకాలు, గణన చిహ్నాలు మరియు పౌనఃపున్యం అను మూడు స్తంభాలు ఉంటాయి.
- మొదటి స్తంభంలో ప్రాప్తాంకాలు ఆరోహణ క్రమంలో వ్రాయబడతాయి.
- రెండవ స్తంభంలో గణన చిహ్నాలను చూపిస్తుంది.
- మూడవ స్తంభంలో గణన చిహ్నాలను లెక్కించి ప్రతి సంఖ్య ఎన్నిసార్లు వచ్చిందో (పౌనఃపున్యం) రాస్తారు.

కృత్యము చేయండి.

1) ఒక పాచికను 30 సార్లు విసిరినప్పుడు ప్రతిసారి ఉపరితలంపై వచ్చే సంఖ్యలు ప్రక్కన ఇవ్వబడ్డాయి.

1, 5, 3, 6, 2, 1, 4, 3, 5, 6,
2, 1, 4, 3, 5, 6, 2, 1, 4, 3,
5, 6, 2, 1, 4, 3, 5, 6, 2, 1.

ఇచ్చిన దత్తాంశాలను బట్టిపౌనఃపున్య పట్టికను పూర్తి చేయండి.

ప్రాప్తాంకం	గణన చిహ్నాలు	పౌనఃపున్యం
1	卌 |	6
2		
3		
4		
5		
6		
		N = 30

పట్టికలోని పౌనఃపున్యాల మొత్తాన్ని 'N' అనే అక్షరంతో సూచిస్తారు. ఈ మొత్తం ఇవ్వబడిన దత్తాంశములోని పౌనఃపున్య సంపూర్ణ సంఖ్యకు సమానము.

2) మీ తరగతిలోని విద్యార్థుల రక్త సమూహ (Blood Group) సమాచారాన్ని సేకరించి, కింది పట్టికను పూర్తిచేయండి.

రక్త గ్రూపు	గణన చిహ్నాలు	పౌనఃపున్యం
A+		
A-		
B+		
B-		
AB+		
AB-		
O+		
O-		
		N =

అభ్యాసం 18.1

(1) ఒక పాఠశాలలో హరితసేనకు చెందిన 30 మంది విద్యార్థులు నాటిన మొక్కల సంఖ్య కింది పట్టికలో ఇవ్వబడింది. ఆ పట్టికను పూర్తి చేయండి.

మొక్కల సంఖ్య	గణన చిహ్నాలు	పౌనఃపున్యం
1	IIII	
2		6
3		12
4	卌 III	
		N =

(2) వణి గ్రామములో 40 కుటుంబాలలో గేదెల సంఖ్య ఈ క్రింది విధంగా ఉంది.
1, 6, 5, 4, 3, 2, 7, 2, 3, 4, 6, 5, 3, 2, 6, 4, 5, 5, 3, 2, 3, 4, 2, 5, 4, 3, 7, 6, 5, 4, 1, 2, 3, 2, 6, 4, 6, 5, 4, 2. ఈ దత్తాంశాలను బట్టి ఒక పౌనఃపున్య పట్టికను తయారు చేయండి.

(3) కింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యను బట్టి, దశాంశ బిందువు తరువాత వచ్చు అంకెల పౌనఃపున్య పట్టికను తయారు చేయండి.

3.14159265358979323846264338327950288419716939937517

(4) శైలజ తన సర్వే కోసం అడవిలోని పక్షులకు ఈ క్రింది పేర్లను ఇచ్చింది. M–నెమలి, S–కొంగ, K–కోకిల, W–వడ్రంగి పిట్ట, G–గ్రద్ద. ఆమె నిర్వహించిన సర్వే ఈ క్రింది విధంగా ఉంది.

M, M, S, K, S, G, G, G, G, W, M, G, G, S, S, S, K, S, S, S, S, K, M, S, S,
S, M, W, S, S, S, W, S, S, S, S, S, M, M, S, S, S, K, M, S, S, W, G, G, G.

పై సమాచారం ఆధారంగా అడవిలోని పక్షుల పౌనఃపున్య పట్టికను తయారు చేయండి.

చిత్ర సంకేతం (Pictograph)

అర్థం చేసుకోండి.

నేటి ఆధునిక యుగంలో, సమాచారం సులభంగా అందుబాటులో ఉన్నప్పటికీ, దానిని ఒక క్రమపద్ధతిలో ప్రదర్శిస్తే అర్థం చేసుకోవడం మరింత సులభం. సమాచారాన్ని నిర్వహించేటప్పుడు రేఖాచిత్రాలు, బార్ చార్ట్‌లు, మరియు ఇన్ఫోగ్రాఫిక్స్ లను ఉపయోగించడం వల్ల సమాచారాన్ని త్వరగా అర్థం చేసుకోవడం సులభతరం అవుతుంది.

కృత్యము చేయండి.

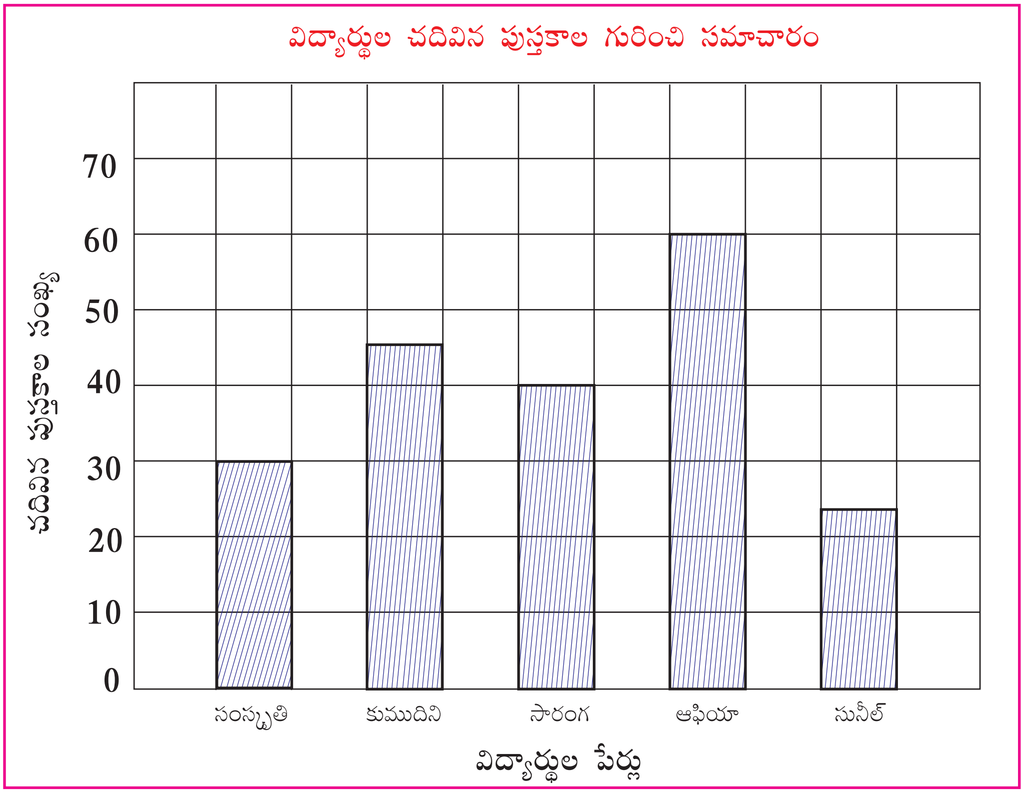
కింది కృతిని పూర్తిచేసి, ప్రశ్నలకు జవాబులు ఇవ్వండి.

విద్యార్థుల పేర్లు	చదివిన పుస్తకాల సంఖ్య	రేఖాచిత్రాలు ప్రమాణం: = 5 పుస్తకాలు
సంస్కృతి		
కుముదిని	45	
సారంగ్		
ఆఫియా	60	
సుశీల్	24	

1. ఎవరు ఎక్కువ పుస్తకాలు చదివారు?
2. కుముదిని కంటే ఆఫియా ఎన్ని పుస్తకాలు ఎక్కువ చదివింది?
3. సుశీల్ తాను చదివిన పుస్తకాలను చూపించడానికి చిత్రాలను గీయగలడా?

పై సమాచారం మనకు సులభంగా అర్థమవుతుంది. కానీ సుశీల్ చదివిన పుస్తకాల సంఖ్యను మనం ఖచ్చితంగా చూపించలేకపోయాము. ఇందుకోసం, మేము పై రేఖాచిత్రం యొక్క కమ్మీరేఖాచిత్రం గీసాము. ఆ తర్వాత సుశీల్ చదివిన పుస్తకాల సంఖ్యను మనం చూపించగలం.

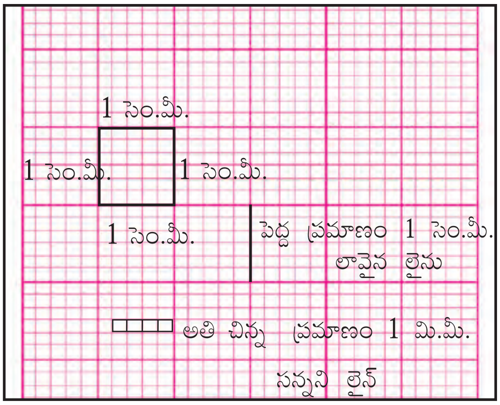
ప్రమాణము : 1 యూనిట్ = 10 పుస్తకాలు



దీనిని కచ్చితంగా చూపించడానికి మనం గ్రాఫ్‌పేపర్‌ను ఉపయోగిస్తాము.

గ్రాఫ్‌పేపర్ పరిచయము

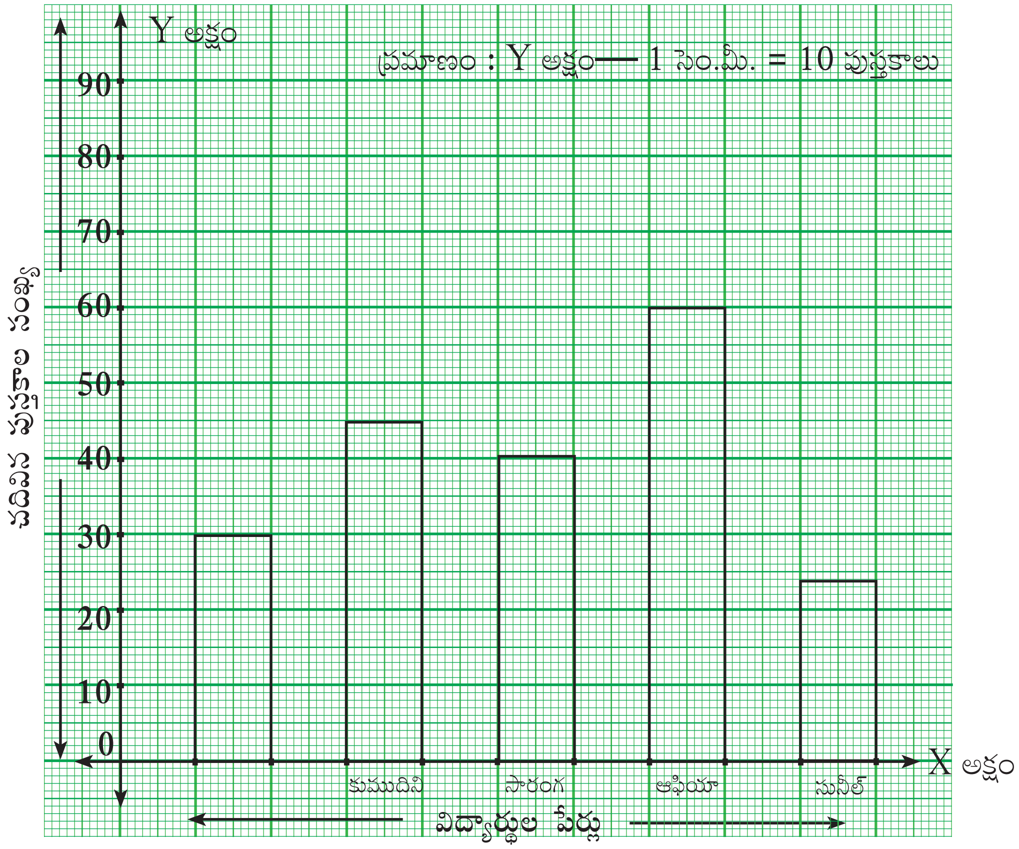
అర్థం చేసుకోండి.



ఇక్కడ చూపిన గ్రాఫ్ పేపర్ ను చూడండి. దీనిలో కొన్ని మందపాటి (లావైన) గీతలు, కొన్ని పలుచని గీతలు ఉన్నాయి. మందపాటి గీతలు పెద్ద ప్రమాణాలను సూచిస్తాయి. సమాన భాగాలుగా విభజంచబడిన చిన్న భాగాలను పలుచని గీతలు సూచిస్తాయి. ఈ చిత్రం స్తంభల యొక్క ఎత్తును సరైన నిష్పత్తిలో చూపిస్తుంది.

కమ్మీ రేఖా చిత్రం (Bargraph)

ఇప్పుడు సుశీల్ చదివిన పుస్తకాల సంఖ్యను చూపించడానికి కమ్మీ రేఖా చిత్రం ఉపయోగిద్దాం.



పైన గ్రాఫ్‌పేపర్‌లో చూపిన విధంగా, గ్రాఫ్‌పేపర్‌లోని దిగువ భాగాన్ని ‘అడుగు‘ భాగాన్ని అడ్డు రేఖను తీసుకుంటారు. దీనిని X- అక్షం అంటారు. ఈ రేఖకు లంబంగా కాగితం యొక్క ఎడమ వైపున గీసిన రేఖను Y- అక్షం అంటారు.

ఏ అంశాల కమ్మీరేఖాచిత్రాన్ని గీయాలో ఆ అంశాలు X-అక్షంపై సమాన దూరంలో సూచించబడతాయి. ప్రతి అంశానికి సంబంధించిన సంఖ్యలు దాని పేరు పక్కన నిలువు వరుసలో సూచించబడతాయి. కమ్మీ చిత్రం లో ప్రమాణం ప్రకారం సరైన ఎత్తులో ఉండి. Y-అక్షానికి సమాంతరంగా ఉంటుంది.

సంఖ్యా సమాచారాన్ని నిలువు లేదా అడ్డం వరుసలలో ప్రదర్శించినప్పుడు, దానిని కమ్మీరేఖా చిత్రం (బార్‌చార్ట్) అంటారు.

కమ్మీ రేఖా చిత్రం యొక్క విశిష్టతలు:

- ఇచ్చిన సమాచారము నిలువు లేదా అడ్డం దీర్ఘచతురస్రాకార కమ్మీలుగా సూచించబడతాయి. అన్ని కమ్మీల వెడల్పు సమానంగా ఉంటుంది.
- కమ్మీ రేఖా చిత్రంలో కమ్మీల ఎత్తు సమాచారం యొక్క పౌనఃపున్యంపై ఆధారపడి ఉంటుంది.
- కమ్మీరేఖా చిత్రం ఇచ్చిన అంశాలను పోల్చడాన్ని సులభతరం చేస్తుంది.

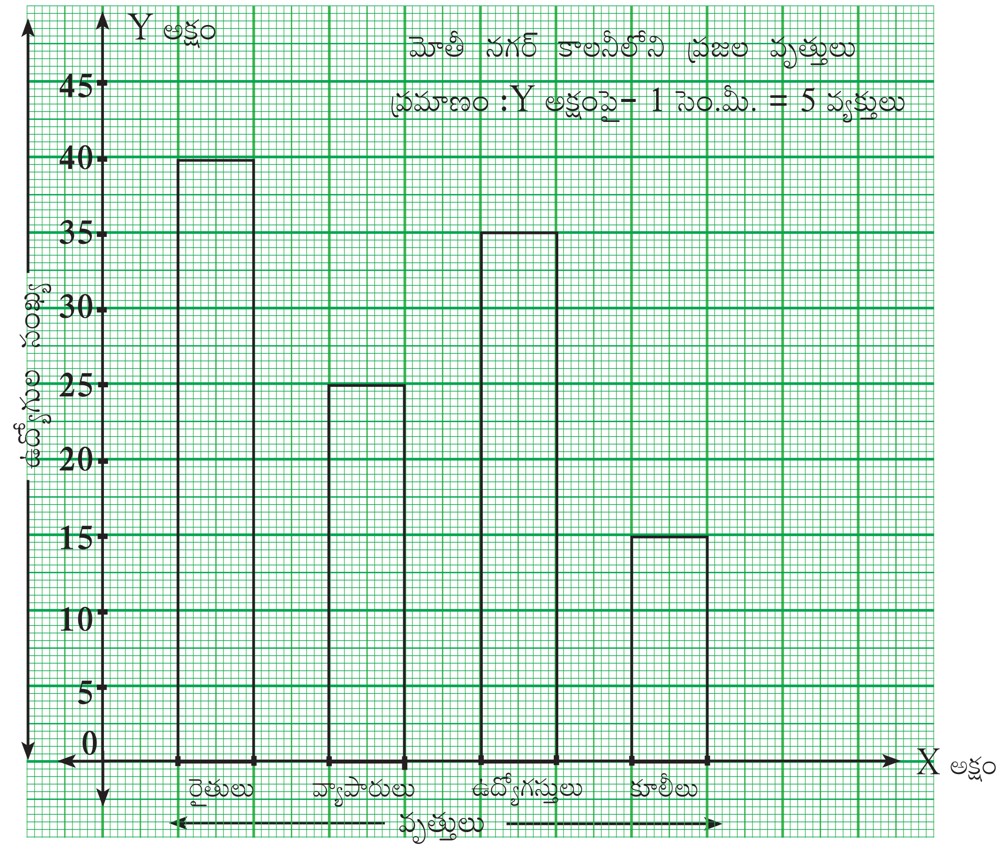
మాదిరి సమస్యలు:

మోతీ నగర్ కాలనీలో నివసించే ప్రజల వృత్తులు కింది పట్టికలో ఇవ్వబడ్డాయి.

వృత్తులు	రైతులు	వ్యాపారులు	ఉద్యోగస్థులు	రోజువారీ కూలీలు
వ్యక్తుల సంఖ్య	40	25	35	15

పై సమాచారం ఆధారంగా కమ్మీరేఖా చిత్రాన్ని గీయడానికి కింది అంశాలను అనుసరించండి.

1. మొదట X అక్షం మరియు Y అక్షం గీయండి.
2. ప్రమాణం నిర్ధారించడానికి వ్యక్తుల సంఖ్యను పరిగణించండి.
3. ఇవ్వబడిన సమాచారంలో వ్యక్తుల సంఖ్య 5 యొక్క గుణిజాలుగా ఉన్నందున Y-అక్షంపై 1 సెం.మీ. = 5 వ్యక్తులను ప్రమాణంగా తీసుకోండి.
4. కుడి మూలలో పరిమాణాన్ని రాయండి.
5. X అక్షంపై ఉన్న వ్యక్తుల సంఖ్య ప్రకారం ప్రతి వృత్తి యొక్క ఎత్తు కమ్మీలను గీయండి.

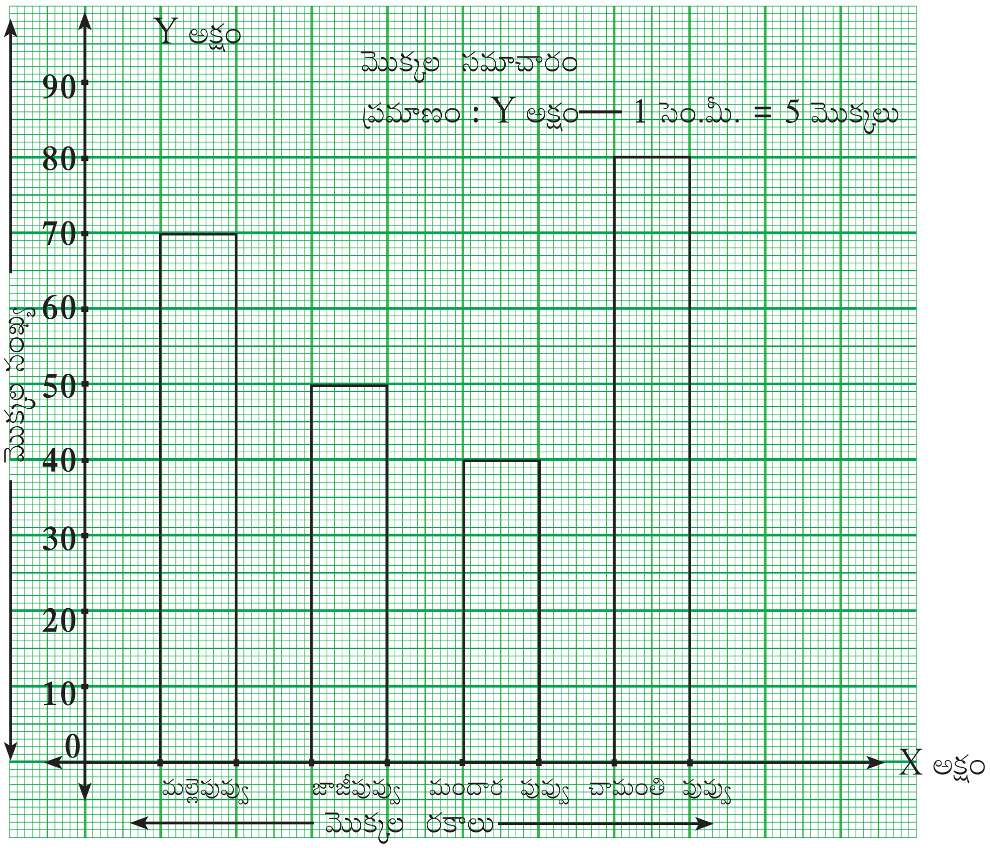


గణిత చర్చ

1. సంఖ్యలు పెద్దవిగా ఉంటే, మనం ప్రమాణం ఎలా తీసుకోగలం?
2. గ్రాఫ్ కాగితం ఆకారానికి అనుగుణంగా గ్రాఫ్ ప్రమాణంలో గీయబడిందా?
3. ప్రజల వృత్తులు Y అక్షంపై తీసుకొని మరియు వారి సంఖ్యను X-అక్షంపై తీసుకుంటే ఏమి జరుగుతుంది?
4. పై గ్రాఫ్ ఆధారంగా ప్రశ్నలను తయారు చేయండి. (ఉదా:- మోతీనగర్లో ఎంత మంది ప్రజలు వ్యవసాయం చేసేవారు ఉన్నారు?)

అభ్యాసము 18.2

(1) కింది కమ్మీరేఖా చిత్రంలో నర్సరీలోని మొక్కల గురించిన సమాచారాన్ని చూపుతుంది. గ్రాఫ్‌ను పరిశీలించి ప్రశ్నలకు సమాధానాలు ఇవ్వండి.



i) X మరియు Y అక్షాలపై ఏ సమాచారం చూపబడింది?

ii) నర్సరీలో ఏ రకమైన పూలమొక్కలు ఉన్నాయి?

iii) ఏ మొక్కలు ఎక్కువ సంఖ్యలో ఉన్నాయి?

iv) మందార పూల మొక్కల కంటే చామంతి పువ్వుల మొక్కలు ఎన్ని ఎక్కువ ఉన్నాయి?

v) కమ్మీరేఖా చిత్రంలోని మొత్తం మొక్కల సంఖ్య ఎంత?

(2) కొన్ని జంతువుల జీవితకాలం సరాసరిగా క్రింద ఇవ్వబడింది. ఈ సమాచారాన్ని తగినప్రమాణంలో కమ్మీరేఖాచిత్రంలో సరియైన విధంగా గీయండి.

ఎద్దు- 28 సం., గుర్రం- 30 సం., కుక్క- 22 సం., పిల్లి- 25 సం., మేక- 15 సం., ఆవు- 22 సం.

(3) కింది పట్టికలో జాన్ కుటుంబం వివిధ అంశాలపై చేసే నెలవారీ ఖర్చు చూపబడింది.

(ప్రమాణం: Y అక్షంపై 1 సెం.మీ. = ₹500 తీసుకోండి)

విషయాలు	ఇంటి అద్దె	కిరాణా దుకాణం	విద్య	విద్యుత్ బిల్లు	ప్రయాణం	పొదుపు
ఖర్చు (రూపాయలు)	4000	4500	2500	800	1000	2200

ఇచ్చిన సమాచారం ప్రకారం కమ్మీ రేఖాచిత్రాన్ని గీయండి.

(4) ఒక పాఠశాలలోని స్నేహ సమ్మేళనంలో వివిధ ప్రతిభావంతమైన కార్యక్రమాలలో పాల్గొనే విద్యార్థుల సంఖ్య కింది పట్టికలో చూపబడింది. ఈ సమాచారం ఆధారంగా కమ్మీ రేఖాచిత్రాన్ని గీయండి.

కార్యక్రమాలు	నాటకం	నృత్యం	గాయకులు	వాద్యం	ఏకపాత్రాభినయం
విద్యార్థుల సంఖ్య	24	40	16	8	4

(5) ఒక గ్రామంలోని విద్యార్థులపై సర్వే చేయబడింది. ఆ విద్యార్థులు ఖాళీ సమయంలో ఏమి చేయాలనుకుంటున్నారో వారు తెలిపారు. ఈ సమాచారం ఆధారంగా కమ్మీ రేఖాచిత్రాన్ని గీయండి.

ఉపక్రమము	ఆడటం	పుస్తక పఠనం	సంగీతం వినడం	చిత్రాలు గీయడం
విద్యార్థుల సంఖ్య	10	25	10	20

సమాచార చిత్రం (Infographics)

అర్థం చేసుకోండి.

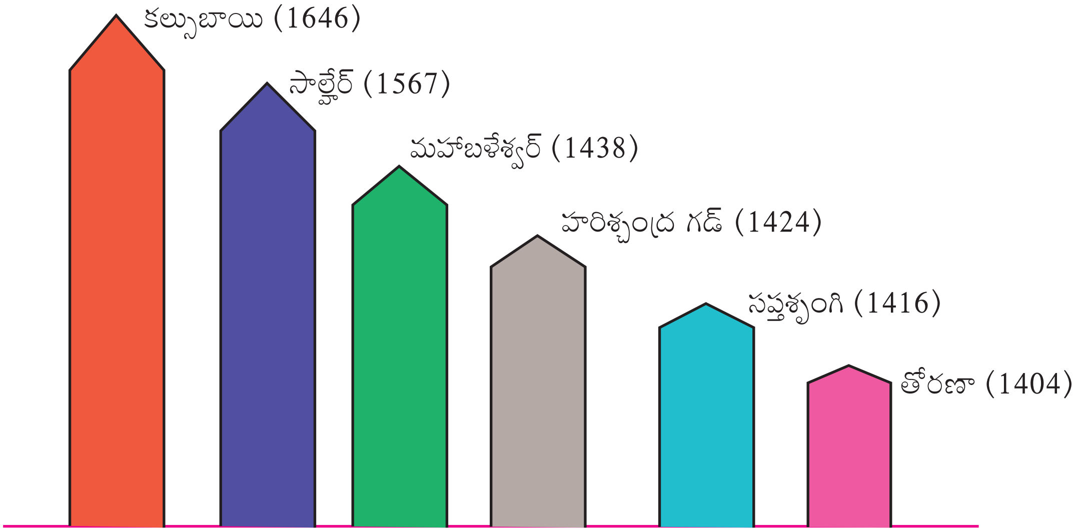
ఇచ్చిన సమాచారమును కళాత్మకంగా, ఆకర్షణీయంగా మరియు ఆసక్తికరంగా ప్రదర్శించడమే సమాచార చిత్రం (ఇన్ఫోగ్రాఫిక్స్) అంటారు. ఇవి సంక్లిష్టమైన సమాచారాన్ని సరళంగా మరియు సులభంగా అర్థమయ్యే రీతిలో అందించడానికి సమాచారాలు, చిత్రాలు, రేఖాచిత్రాలు, గ్రాఫ్లు, చిహ్నాలు మరియు రంగులను ఉపయోగిస్తారు.

ఉదా: మహారాష్ట్రలోని సహ్యాద్రి పర్వతాలలోని కొన్ని శిఖరాలు సముద్రమట్టం నుండి ఎత్తు క్రింది పట్టికలో ఇవ్వబడింది:

పర్వతం	ఎత్తు (మీటర్లలో)
కల్సుబాయి	1646
సాల్హేర్	1567
మహాబళేశ్వర్	1438
హరిశ్చంద్ర గడ్	1424
సప్తశృంగి	1416
తోరణా	1404

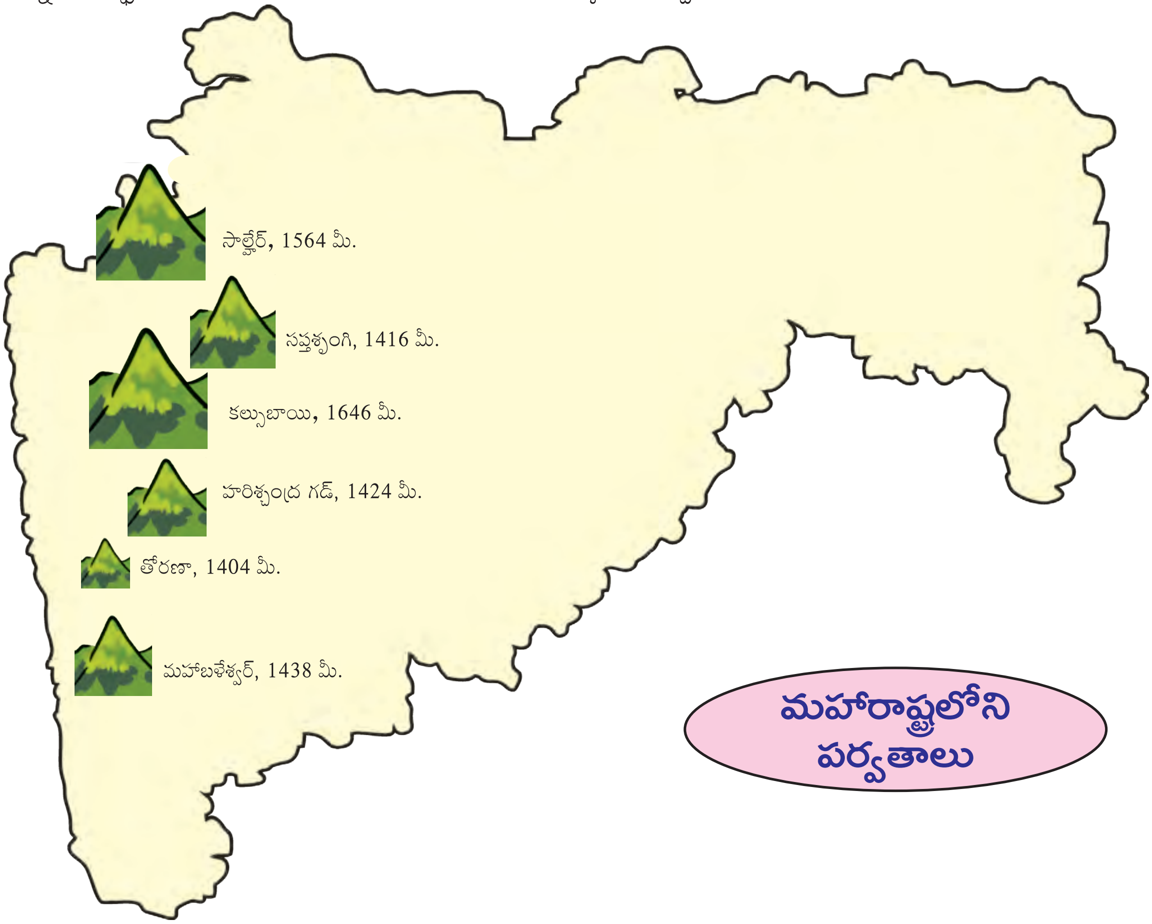
పట్టికలోని శిఖరాలు మహారాష్ట్రలోని ఏ జిల్లా మరియు ఏ తాలూకాలో ఉన్నాయి? ఆ ప్రదేశాలలోని ఉష్ణోగ్రత ఎంత?

సమాచార చిత్రాన్ని ఉపయోగించి సమాచారాన్ని మరింత ప్రభావవంతంగా, ప్రదర్శించడానికి, పట్టికలో ఇవ్వబడిన సమాచారంతో ఈ క్రింది విధంగా కమ్మీరేఖా చిత్రం కింది విధంగా గీయబడింది.



ఇందులో పర్వతాలను చూపించడానికి నిలువు స్తంభాలు చూపించబడ్డాయి. పై నిలువు స్తంభాల ఉద్దేశ్యం కేవలం ఎత్తును చూపించడం మాత్రమే. అందువల్ల అన్ని నిలువు స్తంభాలు ఒకే వెడల్పులో ఉంచబడ్డాయి. దీనిద్వారా ఎత్తును మాత్రమే పోల్చవచ్చును. కానీ వెడల్పును అంచనా వేయలేము.

ఇలాంటి పరిమితులను తగ్గించడానికి సమాచార చిత్రాన్ని ఉపయోగించవచ్చు. ఉదా: మహారాష్ట్ర పర్వతాలను చూపించడం. ఇంకా ముందుకు వెళ్లి మనం పర్వతాల ఆకారాన్ని కూడా చూపించవచ్చు. దానిని మరింత వాస్తవికంగా చేయడానికి, ఎత్తును పరిగణనలోకి తీసుకొని వివరాలను చూపించడం ద్వారా సమాచార చిత్రాన్ని (ఇన్ఫోగ్రాఫిక్) మరింత ప్రభావవంతంగా ప్రదర్శించవచ్చు.



ఇన్ఫోగ్రాఫిక్స్ తయారుచేసేటప్పుడు లేదా చదివేటప్పుడు సరైన జాగ్రత్తలు తీసుకోవడం చాలా ముఖ్యం.

ఇన్ఫోగ్రాఫిక్స్ యొక్క ప్రత్యేకతలు:

- అర్థం చేసుకోవడం సులభం.
- ఆకర్షణీయమైనది.
- జ్ఞాపక శక్తి పెరుగుతుంది.
- తక్కువ సమయంలోనే అర్థమవుతుంది.
- చిత్రాలు, చిహ్నాలు, గ్రాఫ్‌ల రూపంలో ఉండుట.

ఒక్క చూపులో

- ప్రాప్తాంకాలు ఎన్నిసార్లు వస్తాయో, వాటిని లెక్కించడమే పౌనఃపున్యం.
- సంఖ్యాత్మక సమాచారాన్ని నిలువు వరుసలుగా ప్రదర్శించినప్పుడు, దానిని కమ్మీరేఖా చిత్రం అంటారు.
- ఇన్ఫోగ్రాఫిక్స్‌అంటే సమాచారాన్ని కళాత్మకంగా, సౌందర్యాత్మకంగా మరియు ఆకర్షణీయంగా ప్రదర్శించడం.

చరిత్రలోని సందర్భం

శాస్త్రవేత్తలు అంతరిక్షంలోని గ్రహాలు మరియు నక్షత్రాల గురించి సమాచారాన్ని అందించేటప్పుడు తరచుగా సమాచార చిత్రంను (ఇన్ఫోగ్రాఫిక్స్‌ను) ఉపయోగిస్తారు. ప్రాచీనకాలంలో ప్రజలు సమాచారాన్ని తెలియజేయడానికి గోడలపైనా, గుహలలోను చిత్రాలు గీసేవారు. చిత్రాల ద్వారా వారు ఒకరికొకరు సమాచారాన్ని ఇచ్చి పుచ్చుకొనేవారు ఇది తరువాతి పిక్టోగ్రాఫ్ లకు ఆధారమైంది. ప్రపంచంలో మొట్టమొదటి సమాచార చక్రాన్ని (ఇన్ఫోగ్రాఫిక్స్) 1786 లో స్కాట్లాండ్ లో విలియం ప్లేఫెయిర్ సృష్టించారు. మొట్టమొదటిసారిగా, ఆర్థిక సమాచారాన్ని కమ్మీ రేఖా చిత్ర రూపంలో చూపించారు.

ఉపక్రమము

- వార్తాపత్రికలు లేదా మాస పత్రికల నుండి సేకరించిన వివిధ సమాచారాన్ని చూపే శీర్షికలు మరియు గ్రాఫ్‌లను సేకరించి చదివి, ఆ గ్రాఫ్‌ల ఆధారంగా ప్రశ్నలను తయారు చేసుకోండి.

అభ్యాసము 18

(1) పూణే నుండి ముంబైకి వివిధ రవాణా మార్గాల ద్వారా ప్రయాణ సమయం ఈ క్రింది విధంగా ఉంది:

రవాణా సాధనాలు	కారు	బస్సు	రైలు	విమానం
సమయం పట్టే (గంటలలో)	4	5	3	1

పై సమాచారం ఆధారంగా కమ్మీ రేఖాచిత్రాన్ని గీయండి.

(2) ఒక ఆశ్రమంలోని 20 మంది ప్రతిరోజు వ్యాయామం కోసం కేటాయించిన సమయం (నిమిషాలలో) ఇవ్వబడింది. 25, 30, 40, 20, 15, 35, 45, 50, 25, 30, 60, 55, 20, 15, 40, 35, 50, 45, 30, 25 గా ఇవ్వబడింది. పై సమాచారం ఆధారంగా పౌనఃపున్య పట్టికను తయారు చేయండి.

(3) ఒక తరగతిలోని 30 మంది విద్యార్థులను 'మీకు సామాన్య శాస్త్రంను ఏ విధంగా నేర్చుకోవడానికి ఇష్టపడతారు?' అని ఒక ప్రశ్న అడగబడింది. కింది సమాచారాన్ని బట్టి కమ్మీ రేఖాచిత్రాన్ని గీయండి.

నేర్చుకొనే పద్ధతి	ప్రయోగాల ద్వారా	చిత్రాలు/చార్ట్‌లు చూడటం	ఉదాహరణల ద్వారా	ప్రశ్నోత్తరాల ద్వారా	సమూహ చర్చ
విద్యార్థుల సంఖ్య	10	7	5	4	4

(4) 1 నుండి 50 మధ్య వచ్చే ప్రధాన సంఖ్యల పౌనఃపున్య పట్టిక క్రింద ఇవ్వబడింది. పట్టికను పూర్తి చేయండి.

ప్రధాన సంఖ్యలు	పౌనఃపున్యం	గణన చిహ్నాలు
1 నుండి 10 వరకు	llll	4
11 నుండి 20 వరకు		
21 నుండి 30 వరకు		
31 నుండి 40 వరకు		
41 నుండి 50 వరకు		
		N = 15

(5) ఒక సొసైటీలోని 25 మంది సీనియర్ సిటిజన్ల నుండి ప్రతి ఒకరి అభిరుచికి సంబంధించిన సమాచారాన్ని సేకరించబడింది. ఆ సమాచారం కింది విధంగా ఉన్నాయి.

పాటలు, ఆటలు, చిత్రకళ, చదవడం, ఆటలు, ఆటలు, పాటలు, మెటలు, చిత్రకళ, ఆటలు, పాటలు, చదవడం, ఆటలు, ఆటలు, చిత్రకళ, ఆటలు, ఆటలు, చదవడం, ఆటలు, ఆటలు, చిత్రకళ, పాటలు, చదవడం, ఆటలు, ఆటలు.

పై సమాచారం ఆధారంగా పౌనఃపున్య పట్టికను తయారుచేసి ఆ సమాచారంతో కమ్మీ రేఖాచిత్రాన్ని గీయండి.

(6) పూజా, ఉమేష్, ప్రదీప్, మాధురి వద్ద వరుసగా 3, 1, 4, 5 పోస్ట్ స్టాంపులు ఉన్నాయి. ఈ సమాచారం ఆధారంగా సమాచార చక్రాన్ని గీయండి.

ఉపక్రమము

- మీ పాఠశాల లోని తోటలోని మొక్కల గురించి తెలుసుకోండి. ఆ సమాచారం ఆధారంగా కమ్మీ రేఖాచిత్రాన్ని గీయడానికి ప్రయత్నించండి.

19 మాయా గణితం – 2

(22/12/1887 – 26/04/1920)

1. సర్ శ్రీనివాస రామానుజన్

ప్రపంచ ప్రఖ్యాత గణితశాస్త్రవేత్త శ్రీనివాస్ రామానుజన్ అప్పటి మద్రాసు రాష్ట్రంలోని ఎరోడాలో జన్మించారు. ఆయన సంఖ్యాశాస్త్రం, గణిత విశ్లేషణ, మరియు అనంత శ్రేణులపై కృషి చేశారు. ఆయన సుమారు 4000 సిద్ధాంతాలను నిరూపించి ప్రపంచ ఖ్యాతిని పొందారు.

రామానుజన్ పుట్టిన రోజున 22-12-1887. అందుకే డిసెంబర్ 22వ తేదీని 'జాతీయ గణిత దినోత్సవం' గా జరుపుకుంటారు.

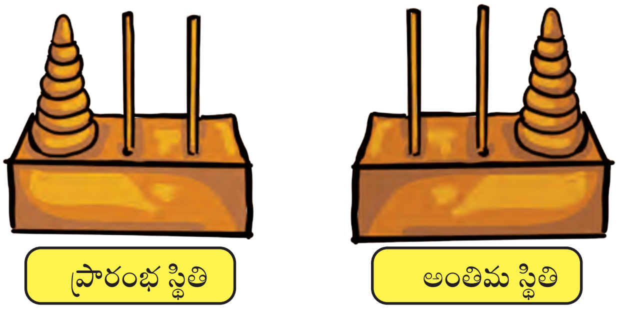
రామానుజన్ చదరపు

22	12	18	87
88	17	9	25
10	24	89	16
19	86	23	11

- ఆయన పుట్టిన తేదీని బట్టి తయారు చేసిన పక్కనున్న చతురస్రంలో నాలుగు-నాలుగు సంఖ్యలను కూడండి.
- సమాంతర, నిలువు మరియు మూలాల సంఖ్యలను కూడినచో ఒకే మొత్తానికి సమానమవుతుందా?
- మీరు మీ పుట్టిన తేదీలలో ఇలాంటి చతురస్రాన్ని తయారు చేయగలరా?
- అంతర్జాలమును (Internet) ను ఉపయోగించి శోధించి తయారు చేయండి.

2. బ్రహ్మ టవర్ (Tower Of Hanoi)

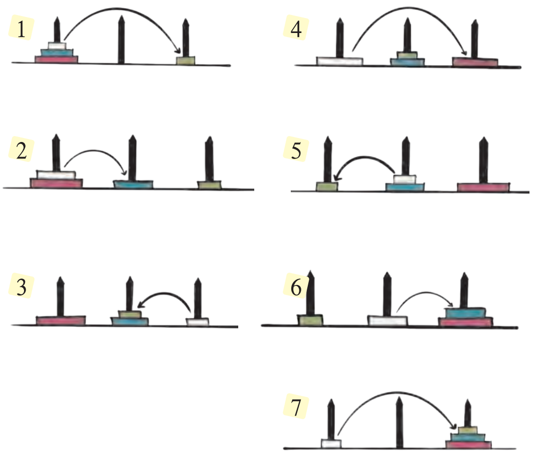
- చిత్రంలో చూపిన విధంగా మీరు ఈ ఆటను ఇంట్లోనే తయారుచేసుకోవచ్చు. ఒక కలప లేక కార్డ్ బోర్డుపై మూడు కర్ర పుల్లలు లేదా (వెదురు పుల్లలు లేదా స్కెచ్ పెన్నులు) మరియు వివిధ పరిమాణాలలో ఉన్న రంగుల పుల్లలు, లేదా కార్డ్ బోర్డు చక్రాలను తయారు చేసి ఆరోహణ క్రమంలో అమర్చండి.



ఆట నియమాలు:

1) ఒకేసారి ఒక రింగు మాత్రమే తీసి మిగిలిన స్థంభం పై ఉంచవచ్చు.
2) పెద్ద చక్రాలను చిన్న చక్రాలపై పెట్టరాదు.
3) నిలువు వరుస పైన ఉన్న చక్రాలను అన్ని వాటి అసలు క్రమంలోని నిలువు వరుస 3 పైభాగానికి చేర్చబడినప్పుడు ఆట ముగుస్తుంది.

- మొదట కేవలం మూడు చక్రాలను ఉపయోగించి ఈ ఆట ఆడండి. మూడు చక్రాలను మూడవ నిలువు వరస పైకి తరలించడానికి మీరు చక్రాలను కదిపిన మొత్తం ఎన్నిసార్లు లెక్కించండి. ఇలా చేయటానికి ప్రక్కనున్న పటాలను నిరీక్షించండి.



ఈ విధంగా చక్రాలను ఒకొక్కటి పెరిగే విధంగా పెంచి, ఆ కదలికల సంఖ్యను కింది పట్టికలో నమోదు చేయండి.

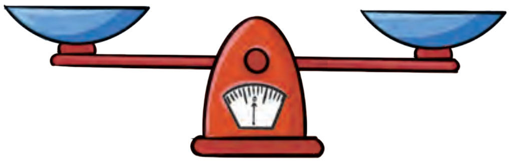
నేను		నా స్నేహితుడు	
చక్రాల సంఖ్య (n)	కదలికల సంఖ్య (t)	చక్రాల సంఖ్య (n)	కదలికల సంఖ్య (t)
3 చక్రాలు		3 చక్రాలు	
4 చక్రాలు		4 చక్రాలు	
5 చక్రాలు		5 చక్రాలు	
6 చక్రాలు		6 చక్రాలు	
7 చక్రాలు		7 చక్రాలు	

నిరీక్షణ మరియు నమోదు:

1. చక్రాల సంఖ్యను పెంచిన ప్రతీసారి అవసరమయ్యే కనీస కదలికల సంఖ్యను కనుగొనండి.
2. చక్రాల సంఖ్య 'n' మరియు కదలికల సంఖ్య 't' మధ్య సంబంధాన్ని చూపించడానికి ఒక సూత్రాన్ని తయారు చేయవచ్చా?
3. ఈ ఆట గురించి మరింత తెలుసుకోండి మరియు తరగతిలో చర్చించండి.
4. మీకు ఈ ఆట నచ్చిందా?

3. త్రాసును ఉపయోగించి తక్కువ బరువును గుర్తించండి.

- మీకు ఒకేలా కనిపించే తొమ్మిది బరువు తుకాలు ఉన్నాయి.
- అందులో ఒకదాని బరువు తక్కువగా ఉంది.
- ఈ తక్కువ బరువు గల తుకాన్ని గుర్తించడానికి ఎన్ని సార్లు త్రాసును ఉపయోగించాలి?



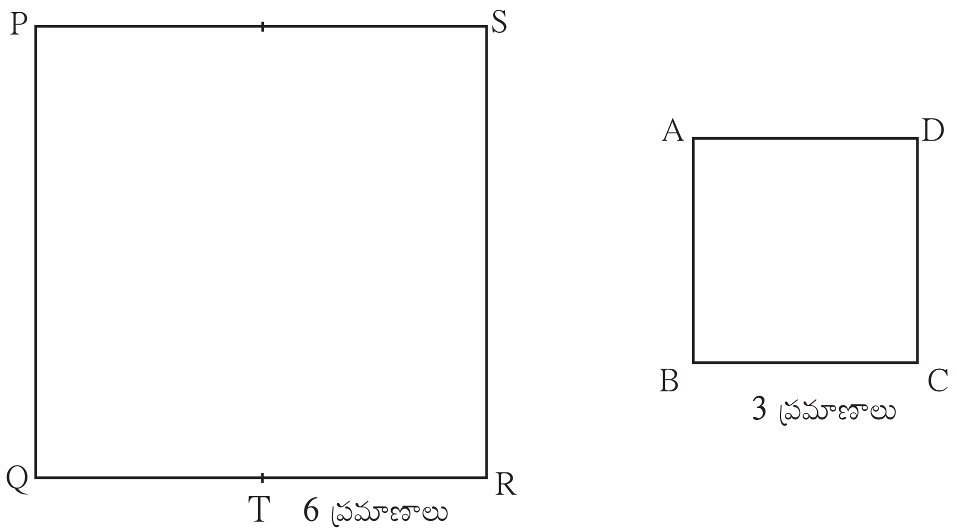
సాధన :

1. రెండు పళ్ళాలలో ఒక్కొక్కదానిలో నాలుగు కొలతలు ఉంచబడ్డాయి.
2. ఒకవేళ ఒక పళ్లెం పైకి లేచిన, ఆ కొలమానంలోని నాలుగు తూకాలలో ఒకటి బరువులో తేలికగా ఉంటుంది.
3. ఇప్పుడు ఈ నాలుగు కొలతలలో ప్రతి దాని నుండి రెండు కొలతలను రెండు పళ్ళాలలో ఉంచి, ఆ తూకం ఒకదాని పైకి తీస్తే ఆ తూకంలోని రెండు కొలతలలో ఒకటి ఇరువైపులా తేలికగా ఉంటుంది.
4. చివరగా, ఈ రెండు బరువులను రెండు పక్కల త్రాసులో ఉంచినప్పుడు తక్కువ బరువు ఉన్న త్రాసు పళ్ళెం పైకి వస్తుంది. ఇక్కడ త్రాసును మూడు సార్లు ఉపయోగించారు.

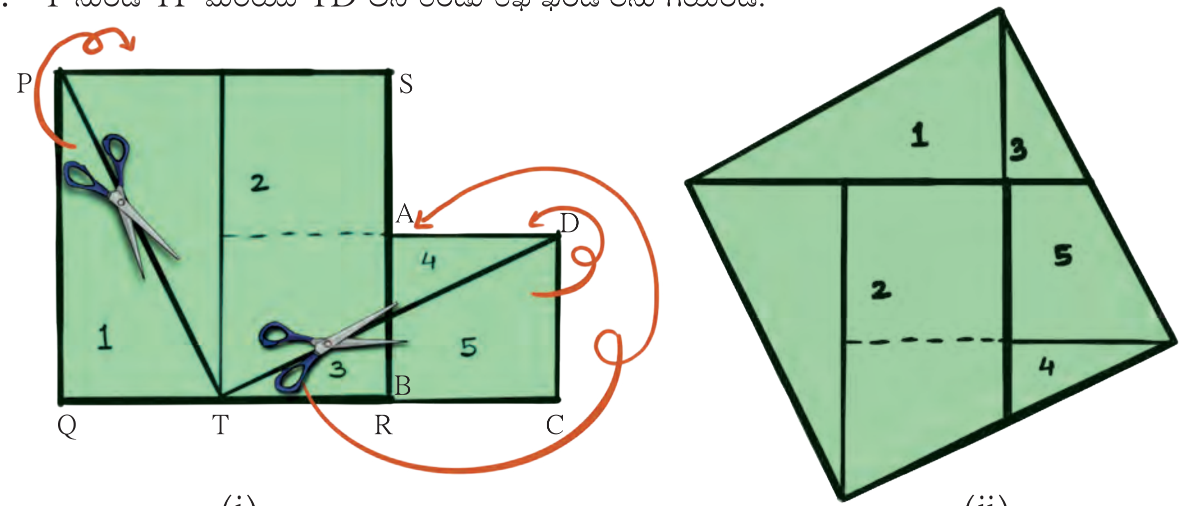
- త్రాసును రెండుసార్లు ఉపయోగించాల్సి వస్తే, తేలికైన బరువును ఎలా కనుగొంటారు? పరిష్కారాన్ని కనుగొని తరగతిలో చర్చించండి.
- త్రాసును ఒకేసారి ఉపయోగించి తేలికైన బరువును ఎప్పుడు కనుగొనవచ్చు?

(మాయాగణితం 1 లోని 75వ పేజీలో ఉన్నఉపాయం మీ మిత్రుడు ఏ కార్డుపైన ఆ సంఖ్య ఉందో చెబుతాడు. ప్రతికార్డు పైనున్న మొదటి అంకెలను కూడినచో ఆ మొత్తమే మనసులో అనుకున్న సంఖ్య అని గుర్తించవచ్చు.)

4. చతురస్రాల వైశాల్యాల మొత్తం



1. 6 ప్రమాణాల భుజం గల PQRS చతురస్రాన్ని మరియు 3 ప్రమాణాలు (6 లో సగం) భుజం గల ABCD చతురస్రాన్ని కత్తిరించండి. T అనేది QR యొక్క మధ్య బిందువు
2. రెండు చతురస్రాలను ఒకదానికొకటి అంటించండి.
3. T నుండి TP మరియు TD అనే రెండు రేఖాఖండాలను గీయండి.



(i) (ii)

4. పటంలో చూపిన విధంగా TP మరియు TD లను కత్తిరించండి.
5. కత్తిరించిన ముక్కలను పటం (ii) లో చూపిన విధంగా కలపండి.
6. రెండు చతురస్రాలను కలపడం ద్వారా ఒక కొత్త చతురస్రం ఏర్పడింది. అనగా, ఆ రెండు చతురస్రాల వైశాల్యాల మొత్తం కొత్తగా ఏర్పడిన చతురస్రం యొక్క వైశాల్యానికి సమానం.

   ఈ విధంగానే మన ప్రాచీన గణిత శాస్త్రవేత్తలు అంకెలతో ఆడుకుంటూ కొత్త సిద్ధాంతాలను కనుగొన్నారు.

ప్రశ్న :

1. రెండు చతురస్రాలు మరియు చుట్టుకొలత మరియు కొత్తగా ఏర్పడిన చతురస్రం వీటి వైశాల్యం మరియు చుట్టు కొలతల మధ్య సంబంధం ఏమిటి?
2. భుజం BC, భుజం QR లో సగం, అది సగం కాకపోతే, కొత్త చతురస్రం ఏర్పడుతుందా?

జవాబుల సూచిక

1. త్రిమితీయ ఆకారాలు

అభ్యాసం 1.1

1)

సూచి/పట్టకం	చతుర్భుజి		పంచభుజి	
భూతలం	చతుర్భుజి	చతుర్భుజి	పంచభుజి	పంచభుజి
శీర్షబిందువుల సంఖ్య	8	5	10	6
అంచుల సంఖ్య	12	8	15	10
నిలువుతలముల సంఖ్య	4	4	5	5
తలం/ ఉపరితలం	2	1	2	1

2) స్థూపం, గోళం, శంకువు, దీర్ఘఘనం

స్వీయ అధ్యయనం 1

1) i. బ–స్థూపం ii. డ–శంకువు
iii. అ–చతురస్రం

2) i. చతుర్భుజ సూచి ii. గోళం
ii. చతుర్భుజ పట్టకం iv. స్థూపం

2. రేఖలు మరియు కోణాలు

అభ్యాసం 2.1

1) i. ఉదా. బిందువులు D, E, O
ii. ఉదా. రేఖ OE
iii. కిరణం EB, కిరణం OA
iv. సరేఖీయ బిందువులు – D, E, O, B
v. సరళరేఖ DE
vi. భిన్న రేఖీయ బిందువులు–A , O , E

అభ్యాసం 2.2

1) E, L, H

2) i. అల్పకోణం ii. శూన్యకోణం
iii.లంబకోణం iv. అధికకోణం
v. సరళ కోణం vi. పరావర్తన కోణం

4) i. 2
ii. అల్పకోణం, లంబకోణం, అధిక కోణం
iii. శూన్యకోణం

స్వీయ అధ్యయనం 2

1) i. డ –4 ii. బ–అల్పకోణం
iii.అ – O iv. అ–రేఖ

2) i. e ii. a
iii. b iv. c v. d

3) i. ఉదా. కిరణం DA, కిరణం EB
ii. సరళ రేఖ PQ, సరళ రేఖ CF
iii. ఉదా. రేఖ DE, రేఖ CE
iv. కిరణం EB, కిరణం EQ, కిరణం EF, కిరణం EP
v. అధిక కోణం, కిరణం EB మరియు కిరణం EQ

3. సంఖ్యల ప్రపంచంలో

అభ్యాసం 3.1

1) i. నలభై తొమ్మిది కోట్ల ముప్పై ఎనిమిది లక్షల అరవై ఏడు వేల ఐదు వందల ఇరవై ఒకటి.
ii. ఇరవై ఎనిమిది కోట్ల నలభై ఒక లక్షల యాభై ఏడు వేల ఆరువందల నలభై తొమ్మిది.
iii. రెండు కోట్ల ముప్పై ఏడు లక్షల యాభై వేల నూట నలభై అయిదు.
iv. ఆరు కోట్ల డెబ్బై తొమ్మిది లక్షల ఎనభై ఒకవేల నలభై తొమ్మిది.

2) i. <   ii. >

iii. =   iv. <

3) i. 57,500   ii. 1,38,67,193

4) ₹ 2,56,000, ₹82000

5) ₹ 20,75,003

అభ్యాసం 3.2

1) i. <   ii. <

iii. <   iv. <

v. >   vi. >

2) i. 11   ii. – 9

iii. –5   iv. 8

v. –95   vi. 0

3) i. 133   ii. 8

iii. 185   iv. –320

v. –9   vi. 9

స్వీయ అధ్యయనం 3

1) i. క–పూర్ణ సంఖ్య   ii. బ –<

2) i. తప్పు   ii. ఒప్పు

iii. తప్పు   iv. తప్పు

3) 85,93,21,793   87,29,35,104

87,39,27,401   89,51,23,307

6) ₹1,57,64,346, ₹19,08,822

4 అమరికలు

అభ్యాసం 4.1

1) i.1   ii. 2

iii. 2   iv. 3

2) (2,3) (4,5) (6,7) (10,11) (19,20)

3) 3, 11, 19, 31, 41, 43

4) i. 3 ,5 కవల ప్రధాన సంఖ్యలు. భేదం 2

ii. 7, 9 కవల ప్రధాన సంఖ్యలు కాదు, 9 ప్రధాన సంఖ్య కాదు

iii. 11, 13 కవల ప్రధాన సంఖ్యలు భేదం 2

iv. 23,29 కవల ప్రధాన సంఖ్యలు కాదు. భేదం 2 కాదు

v.29,31 కవల ప్రధాన సంఖ్యలు, భేదం 2

vi. 41, 47 కవల ప్రధాన సంఖ్యలు కాదు, భేదం 2 కాదు

అభ్యాసం 4.2

1) 1, 1, 1   2)8, 9, 10

3) 11, 13, 15   4)14, 16, 18

5) 28, 36, 45   6) 49, 64, 81

7) 216, 343, 512   8) 34, 55, 89

9) 128, 256, 512   10) 243, 729, 2187

స్వీయ అధ్యయనం 4

1) 26, 37

3) 126, 217, 344

4) 1, 3, 6, 10, 15 పదవ సంఖ్య 55

5) త్రిభుజ సంఖ్యల వరస

6) 1, 4, 9,16, వర్గ సంఖ్యల వరస

7) 2500

5. గ.సా.భా మరియు క.సా.భ.

అభ్యాసం 5.1

1) i. 69 = 2 × 23

ii. 27 = 3 × 3 × 3,

iii. 78 = 2 × 3 × 13

iv. 126 = 2 × 3 × 3 × 7

2) i. 1, 2, 3, 6, 9, 18

ii. 1, 2, 4,7, 8, 14, 28, 56

iii. 1,2, 3, 4, 5, 6, 8,10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120

iv. 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256,

v. 1, 67

అభ్యాసం 5.2

1) i. 12   ii. 1   iii. 13

iv. 12   v. 6

2) 3 మీటర్లు 3) 30 మీటర్లు

4) 12 పువ్వులు

అభ్యాసం 5.3

1) i. 48 ii. 120
iii. 288 iv. 180
v. 180

2) i. 120 ii. 60
iii. 50 iv. 50
v. 12 నిమిషాలు vi. 24
vii. 60 నిమిషాలు (ఉదయం 9.00 గంటలకు)

స్వీయ అధ్యయనం 5

1) i. బ − 3 ii. అ − 1

2) i. సత్యం ii. అసత్యం
iii. సత్యం iv. అసత్యం

3) i. $91 = 7 \times 13$
ii. $160 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$
iii. 89

4) i. 21 ii. 1 iii. 60

5) i.176 ii. 49 iii. 48

6) i. 2 ii.12 iii. 18 అంగుళాలు
iv. 1) 21 పండ్లు 2) 9 పెట్టెలు

6. భిన్నాలు

అభ్యాసం 6.1

3) i. $\frac{10}{10}$ ii. $\frac{13}{12}$
iii. $\frac{26}{15}$ iv. $\frac{11}{10}$
v. $\frac{3}{3}$ vi. $\frac{6}{35}$

4) $\frac{3}{5}$

స్వీయ అధ్యయనం 6

1) i. $\frac{7}{7}$ ii. $\frac{1}{8}$ iii. $\frac{6}{7}$
iv. $\frac{5}{14}$ v. 0 vi. $\frac{5}{5}$

2) i. $\frac{1}{3}$ ii. $\frac{12}{10}$ iii. $\frac{134}{21}$
iv. $\frac{4}{4}$ v. $\frac{3}{8}$ vi. 2

3) $\frac{2}{5}$ 4) $\frac{1}{20}$

5) $\frac{5}{4}$ 6) లేదు

7. నిష్పత్తి మరియు ప్రమాణం

అభ్యాసం 7.1

1) i. $\frac{9}{22}$ ii. $\frac{4}{1}$
iii. $\frac{7}{5}$ iv. $\frac{5}{6}$

2) i. $\frac{3}{1}$ ii. $\frac{4}{15}$
iii. $\frac{9}{5}$ iv. $\frac{5}{11}$

3) i. $\frac{6}{1}$ ii. $\frac{1}{2}$ iii. $\frac{10}{1}$
iv. $\frac{9}{8}$ v. $\frac{3}{1}$

4) అ) $\frac{5}{3}$ బ) $\frac{5}{8}$ క) $\frac{3}{8}$

అభ్యాసం 7.2

1) ₹5695 2) 420 కి.మీ.

స్వీయ అధ్యయనం 7

1) i. అ ii. డ iii. క

2) i. $\frac{3}{2}$ ii. $\frac{4}{9}$ iii. $\frac{1}{3}$

4) $\frac{2}{5}$ 5) $\frac{4}{3}$

6) యశోద మొక్కల కేంద్రం 7) 8 కిలోగ్రాములు

8. త్రిభుజం మరియు చతుర్భుజం

అభ్యాసం 8.1

త్రిభుజం పేరు	శీర్ష బిందువులు	భుజాలు	కోణాలు
ΔABC	బిందువులు– A,B ,C	భుజంAB, భుజంBC, భుజం AC	∠ABC, ∠BAC, ∠ACB
ΔLMN	బిందువులు– L,M,N	భుజం LM, భుజం MN, భుజం LN	∠LMN, ∠MNL, ∠NLM
ΔXYZ	బిందువులు– X,Y,Z	భుజంXY, భుజంYZ, భుజం XZ	∠XYZ, ∠YZX, ∠YXZ

2) △ADE, △DEF, △DFB, △DEB, △ABE, △FBC, △CDE, △EFC, △CDA

3) i. △PQR

ii. బిందువులు – P, Q, R, F, E

iii. బిందువులు – A, B, C

iv. బిందువులు – G, D

v. బిందువులు –P, Q, R, E, A, B, C, F

అభ్యాసం 8.2

1) i. సమబాహు త్రిభుజం

ii. సమద్విబాహు త్రిభుజం

iii. విషమబాహు త్రిభుజం

2) i. అల్పకోణ త్రిభుజం

ii. సమద్విబాహు త్రిభుజం

iii. లంబకోణ త్రిభుజం

iv. అధికకోణ త్రిభుజం

v. సమబాహు త్రిభుజం

vi. విషమబాహు త్రిభుజం

అభ్యాసం 8.3

1) i. భుజం WZ

ii. భుజం XY మరియు భుజంWZ

iii. ∠Y

iv. ∠ Y మరియు ∠ W

v. కర్ణం XZ మరియు కర్ణం YW

2) ∠P మరియు ∠R; ∠Q మరియు ∠S

స్వీయ అధ్యయనం 8

1) i. సమబాహు ii. సమద్విబాహు iii. 90

iv. కర్ణం v. MN/ LO

2) i. అసత్యం ii. సత్యం iii. అసత్యం

3) i. □XWVU, □XUVW, □WVUX, □WXUV, □VUXW, □VWXU, □UXWV, □UVWX

ii. (UV, XW) (XU,WV)

iii. UV మరియు UX, VU మరియు VW, WV మరియు WX, XU మరియు XW

iv. కర్ణం WU, కర్ణం VX

v. ∠U మరియు ∠W, ∠V మరియు ∠X

vi. ∠U మరియు ∠X, ∠W మరియు ∠X, ∠W మరియు ∠V, ∠U మరియు ∠V

4) 3, 6, 10, 10 5) 150

9. సమీకరణాలు

అభ్యాసం 9.1

2) i. 15 ii. 14 iii. 110

iv. 6 v. 10

అభ్యాసం 9.2

1) i. = ii. ≠ iii. =

2) i. 12 ii. 2 iii. 31

అభ్యాసం 9.3

1) i. $x + 9$ ii. $p \div 8$

iii. $n \times 0$ iv. $a - 12$

v. $y \times 4$ vi. $k \times 1$

2) i. P = S – C iii. L = C – S

అభ్యాసం 9.4

1) i. $4a = 24$ ii. $37 - b = 12$

iii. $y - 8 = 15$ iv. $\frac{p}{7} = 4$

2) i. $x = 2$ ii. $p = 3$

iii. $y = 32$ iv. $m = 3$

3) i. $x = 4$ ii. $x = 17$

iii. $p = 9$ iv. $k = 72$

5) i. 114 ii. 82

స్వీయ అధ్యయనం 9

1) i. బ ii. అ iii. బ

iv. డ v. క vi. బ

2) i. 5 ii. 11 iii. 16

3) i. 15 ii. 8 iii. 4

4) i. 13 ii. 8 iii.49

iv. 13

5) 6

6) ఆస్మా వయసు 16 సంవత్సరాలు, దీపాలి వయసు 11 సంవత్సరాలు

7) 910 8) 111

11. దంశాంశ భిన్నాలు

అభ్యాసం 11.1

1) i.0.16 ii. 0.275

iii. 0.06 iv. 2.69

v. 0.015 vi. 23.5

vii. 0.007 viii. 6.3

2) i. 0.2 ii. 0.08

iii. 0.01 iv. 0.4

v. 6

3) i. 0.2 < 0.4 ii. 70.08 < 70.4

iii. 6.6 > 6.58

iv. 7.4 >7.35

v. 0.76 < 0.8

4)

ఆరోహణ క్రమం	అవరోహణ క్రమం
i. 8.09, 8.59, 8.6, 8.8	i. 8.8, 8.6, 8.59, 8.09
ii. 7.66, 7.8, 8.06, 8.68	ii. 8.68, 8.06,7.8,7.66

అభ్యాసం 11.2

1) i. 27.91 ii. 17.09

iii. 9.36 iv. 21.14

2) i. 0.52 ii. 1.34

iii. 3.12 iv. 0.8

v. 2.3 vi. 3.63

3) i. $\frac{9}{10}$ ii. $\frac{7}{100}$

iii. $\frac{191}{1000}$ iv. $\frac{49}{1000}$

v. $\frac{436}{100}$ vi. $\frac{15}{1000}$

vii. $\frac{456}{100}$ viii. $\frac{584}{100}$

స్వీయ అధ్యయనం 11

1) i. $\frac{8}{10}$ ii.15 iii. 7

iv. 0.8 v.0.5

2) i. $\frac{1}{5}$ ii. $\frac{31}{50}$

iii. $\frac{121}{200}$ iv. $\frac{17}{1000}$

v. $\frac{293}{50}$

3) i. 36.21 ii. 10.211
iii. 23.03 iv. 16.5
v. 2.65 vi. 2.11

4) 200, 40, 6, 0.1, 0.03, 0.005

5) 6.07 కి.మీ.

12 లాభం-నష్టం

అభ్యాసం 12.1

1) i) లాభం ₹70 ii) నష్టం ₹175
iii) నష్టం ₹190 iv) లాభం ₹71

2) ₹750

3) లాభం ₹96

4) i. ₹ 20,000 ii. ₹26,500
iii. ₹ 6500 iv. ₹1500
v. ₹ 5000 vi. ₹500

అభ్యాసం 12.2

1) లాభం ₹49,000

2) ₹4300

3) ₹910

4) లాభం ₹520

స్వీయ అధ్యయనం 12

1) i. బ ii. డ

2) i. 61 ii. 3917
iii. 15

3) i. నష్టం ₹630 ii. ₹1610
iii. లాభం ₹826

4) లాభం ₹596

5) i. ₹88,808 ii. ₹1,03,173
iii. ₹14,365

13. శాతములు

అభ్యాసం 13.1

1) i. 71% ii. 45%
iii. 186% iv. 19%

3) i. $\frac{16}{25}$ ii. $\frac{91}{100}$
iii. $\frac{7}{4}$ iv. $\frac{1}{6}$
v. 1

4) i. 40% ii. 37.5%
iii. 125% iv. 6.25%
v. 92%

అభ్యాసం 13.2

1) i. 100 ii. 24.79
iii. 375 iv. 1044

2) i. 40% ii. 50%
iii. 25% iv. 20%
v. 86%

3) i. 96% ii. 4 %

4) ₹2,47,500

5) 14,625 చ.మీ.

6) ₹300

స్వీయ అధ్యయనం 13

1) i. బ ii. డ

2) i. > ii. =
iii. = iv. <

3) 25%

4) i. 13300 ii. 95%
iii. 5%

5) 32%

6) 7830

15. చుట్టుకొలత మరియు వైశాల్యం

అభ్యాసం 15.1

(1) 60 మీటర్లు (2) 15 సెం.మీ.
(3) 21 సెం.మీ. (4) 4 సెం.మీ.
(5) 8 మీటర్లు
(6) అ) 9 సెం.మీ.
బ) దీర్ఘచతురస్రం పొడవు, వెడల్పుల మొత్తం 18 సెం.మీ. ఉంటుంది.
(7) 28 సెం.మీ.

అభ్యాసం 15.2

1) i) 20 చ.సెం.మీ. ii)14 చ.మీ.
2) i) 22 సెం.మీ.; 24 చ.సెం.మీ.
ii) 11 మీ.; 7 చ.మీ.
iii) 19 మీ.; 21 చ.మీ.
iv) 29.6 సెం.మీ.; 50.35 చ.సెం.మీ.
3) i) 40 సెం.మీ.; 100 చ.సెం.మీ.
ii) 56 మీ.; 196 చ.మీ.
iii) 22 మీ.; 30.25 చ.మీ.
4) 200 చెట్లు

స్వీయ అధ్యయనం 15

1) i) డ ii) బ
iii) క
2) i) 24 మీ.
ii) 18.5 సెం.మీ.
3) i) 54 చ.మీ.
ii)51 చ.మీ.
iii) అన్నింటికంటె తక్కువ వైశాల్యం : 17 మీ.3 మీ.
అన్నింటి కంటె ఎక్కువ వైశాల్యం: 14 మీ. 4 మీ.
4) 9 చ.సెం.మీ.
6) i) బాల్కని వైశాల్యం =75 చ.అడుగులు
బెడ్‌రూం వైశాల్యం =225 చ.అడుగులు
పార్కింగ్ వైశాల్యం =180 చ.అడుగులు
కిచెన్ వైశాల్యం =240 చ.అడుగులు
తోట వైశాల్యం =105 చ.అడుగులు
ii) 1225 చ.అడుగులు
7) i) 840 మీ.
ii) 800 మీ.
iii) అంజు

16. బౌధాయన – పైథాగరస్ సిద్ధాంతం

అభ్యాసం 16.1

1) i) l(LN)=15 ప్రమాణాలు
ii) l(DF)=17 ప్రమాణాలు
2) 15 మీటర్లు
3) 28 అడుగుల్లు

అభ్యాసం 16.2

1) iii) 15, 20, 25
2) i) అవును
ii) కాదు
iii) అవును

స్వీయ అధ్యయనం 16

1) i) క ii) అ
iii) క
2) భుజం PR యొక్క పొడవు = 50 ప్రమాణాలు
3) (6, 8, 10) ఈ సంఖ్యా సమూహం బౌధాయన – పైథాగరస్ త్రికూటం
4) త్రికుటాలు ఉదా. (3, 4, 5); (5, 12, 13); (8, 15, 17); (7, 24, 25) మొ.

17. బ్యాంకు మరియు సరళ వడ్డీ

అభ్యాసం 17.1

1) 1) ₹6180 2) ₹12500
   3) ₹4260
2) ₹8640

స్వీయ అధ్యయనం 17

1) i) క ii) డ
2) వడ్డీ = ₹2800
3) వడ్డీ = ₹2902.80
4) ₹20515
5) ₹62440
6) ₹14,300

18. సమాచార ప్రదర్శన

అభ్యాసం 18.2

1) X అక్షం – మొక్కల రకాలు
   Y అక్షం – మొక్కల రకాలు
ii) మల్లె, సన్నజాజి, మందారం, చామంతి
iii) చామంతి
iv) 40
v) 240

అవసరమైన నమోదు

హాలో పిల్లలూ!

ఎవరైనా మిమ్మల్ని అనుచితంగా అనగా మీ శరీరంలో తాకరానిచోట్లను తాకడం వలన మీకు అసౌకర్యంగా అనిపిస్తే మీరు మౌనంగా ఉండకూడదు.

1) మిమ్మల్ని మీరు నిందించుకోవద్దు. తప్పుగా అనుకోవద్దు.

2) మీకు ఎవరి మీద నమ్మకముందో, మాట్లాడుకోడానికి సౌకర్యంగా అనిపిస్తుందో వారికి చెప్పండి.

3) మీరు POCSO e-box ద్వారా జాతీయ బాలల హక్కుల పరిరక్షణ కమీషన్‌కు కూడా తెలియజేయవచ్చు.

మీకు ఎవరిదైనా సురక్షితంకాని చెడుస్పర్శ తగిలినప్పుడు మీకు తప్పుగా గందరగోళంగా, నిస్సహాయంగా అనిపించవచ్చు. మీరు 'చెడు' గా అనుకోవాల్సిన అవసరం లేదు. ఎందుకంటే అది మీ తప్పు కాదు.

ఈ బటన్ నొక్కండి.

POCSO e-box ncpcr@gov.in వెబ్‌సైట్‌లో లభిస్తుంది.

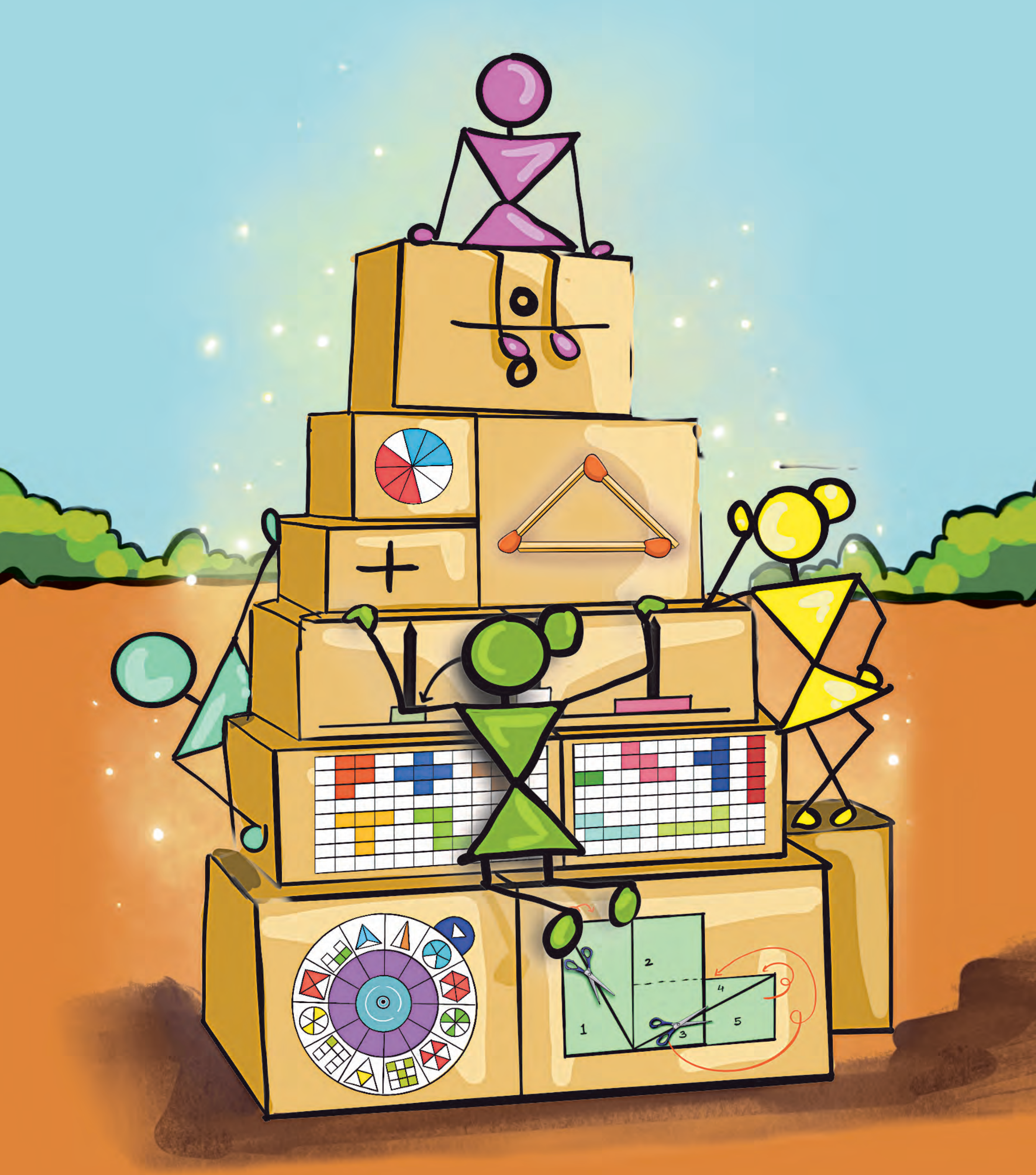
మీరు 18 సంవత్సరాల కంటే తక్కువ వయస్సు గలవారైతే, ఇబ్బంది పడుతుంటే, గందరగోళంగా అనిపిస్తే, వేదింపులకు గురైతే మీ కొరకు లేదా అదే స్థితిలో ఉన్న ఇతర పిల్లల సహాయం కొరకు.....

CHILD LINE 1098 NIGHT & DAY

CHILDLINE (చైల్డ్‌లైన్) 1098–అనునది జాతీయ 24 గంటల ఉచిత/టోల్‌ఫ్రీ అత్యవసర ఫోన్‌సేవ. ఇది ఆపదలో ఉన్న పిల్లలకోసం మహిళ మరియు శిశు అభివృద్ధి మంత్రిత్వశాఖ మద్దతుతో చైల్డ్‌లైన్ ఫౌండేషన్ ముందంజ వేసి ఏర్పరచిన సేవ.

కొత్త వెలుగువైపు
Towards a new dawn

• మంచి స్పర్శ, చెడు స్పర్శను గుర్తించడానికి విద్యార్థులకు వారి వయస్సుల ప్రకారం శారీరకంగా మరియు మానసికంగా మార్గదర్శనం చేయాలి.



మహారాష్ట్ర రాష్ట్ర పాఠ్య పుస్తక నిర్మితి మరియు పాఠ్య ప్రణాళిక పరిశోధన సంస్థ, పుణె

गणित इयत्ता सहावी (तेलुगू माध्यम)

₹ 105.00