



गणित

छठी कक्षा



निःशुल्क
वितरण
के लिए



टेली मानस हेल्पलाइन

Tele MANAS (Tele Mental Health Assistance and Networking Across States)

(१४४१६/१८००-८९-१४४१६)

राष्ट्रीय मानसिक स्वास्थ्य कार्यक्रम के अंतर्गत केंद्र द्वारा प्रायोजित योजना 'टेली मानस' महाराष्ट्र राज्य में अक्टूबर २०२२ से कार्यान्वित की गई है। 'टेली मानस' कार्यक्रम के अंतर्गत हेल्पलाइन नंबर १४४१६ द्वारा निःशुल्क एकात्मिक और सर्वसमावेशक मानसिक स्वास्थ्य सेवा २४x७ प्रदान की जाती है। इसमें विविध मानसिक समस्याओं के लिए विशेषज्ञों द्वारा उपचार और समुपदेशन किया जाता है। 'टेली मानस' हेल्पलाइन पर आपके द्वारा दी गई जानकारी को पूर्णतः गोपनीय रखा जाता है। इस कारण विद्यार्थी अपनी समस्याएँ हेल्प लाइन नंबर पर कॉल करके निःसंकोच बताएँ तथा मन में उत्पन्न किसी भी शंका के संबंध में पूछकर उसके निराकरण और अपनी समस्या से संबंधित मार्गदर्शन प्राप्त करें और अन्य लोगों को भी इस सुविधा का लाभ उठाने हेतु प्रोत्साहित करें।

मनोदर्पण

शिक्षा मंत्रालय द्वारा राष्ट्रीय शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद के अंतर्गत जुलाई २०२० से मनोदर्पण (८४४८४४०६३२) हेल्पलाइन की निःशुल्क दूरध्वनि सेवा आरंभ की गई है। यह सुविधा विद्यार्थियों, अभिभावकों एवं शिक्षकों के लिए मनोवैज्ञानिक मार्गदर्शन तथा सहायता प्रदान करने हेतु प्रतिदिन प्रातः ८ बजे से संध्या ८ बजे की कालावधि में उपलब्ध कराई गई है। विद्यार्थी, अभिभावक एवं शिक्षक हेल्पलाइन पर संपर्क करके मार्गदर्शन एवं समुपदेशन प्राप्त कर सकते हैं।

प्रस्तुत पाठ्यपुस्तक राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद, महाराष्ट्र, पुणे निर्मित पाठ्यचर्या एवं पाठ्यक्रम के अनुसार तैयार करके उनके द्वारा पाठ्यपुस्तक की जाँच की गई है। शासन निर्णय क्रमांक : अभ्यास-२११६/(प्र.क्र.४३/१६) एसडी-४ दिनांक २५.४.२०१६ के अनुसार समन्वय समिति का गठन किया गया। दि. १९.०५.२०२६ को हुई इस समिति की बैठक में यह पाठ्यपुस्तक निर्धारित करने हेतु मान्यता प्रदान की गई है।

समग्र शिक्षा

गणित

छठी कक्षा



महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ, पुणे - ४११ ००४



चौकट में दिए गए Q.R.Code को स्मार्ट फोन द्वारा स्कैन करने पर तुम्हें डिजिटल पाठ्यपुस्तक एवं पाठ्यपुस्तक में दिए घटकों से संबंधित दृक, श्राव्य एवं दृक-श्राव्य रूप में अध्ययन-अध्यापन सामग्री भी उपलब्ध होगी।

प्रथमावृत्ति : २०२६

© महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ, पुणे ४११००४.

इस पुस्तक का सर्वाधिकार महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ के अधीन सुरक्षित है। इस पुस्तक का कोई भी भाग महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ के संचालक की लिखित अनुमति के बिना प्रकाशित नहीं किया जा सकता।

*** गणित समिति सदस्य ***

डॉ. स्मिता नाईक	(अध्यक्ष)
श्रीमती पूजा जाधव	(सदस्य)
श्री उमेश रेळे	(सदस्य)
श्री प्रदिप पालवे	(सदस्य)
श्री अभय हट्टेकर	(सदस्य)
श्री लहू रोडे	(सदस्य)
डॉ. तुषार साळुंखे	(सदस्य)
श्री गजानन पवार	(सदस्य)
श्री विक्रम बोन्हाडे	(सदस्य)
डॉ. युवराज पवार	(सदस्य)
श्रीमती माधुरी मोने	(सदस्य)
श्री शिवाजी सुर्यवंशी	(सदस्य)
श्री अनिल काकडे	(सदस्य)
श्री अनिल पाटील	(सदस्य)
श्री अनिल सोनवणे	(सदस्य)
श्री कृष्णत कोळी	(सदस्य)
श्री लीलाराम बोपचे	(सदस्य)
श्री अन्सार शेख	(निमंत्रित)
श्रीमती सुवर्णा देशपांडे	(निमंत्रित)
डॉ. जयश्री अत्रे	(निमंत्रित)
श्रीमती तरुबेन पोपट	(निमंत्रित)
श्री प्रदिप गौतम	(निमंत्रित)
डॉ. मनिषा यादव	(अभ्यासक्रम समन्वयक)
श्रीमती वृषाली गायकवाड	(अभ्यासक्रम समन्वयक)
श्री बाळकृष्ण मापारी	(सदस्य, सचिव)

*** गाभा समिति सदस्य ***

श्री मिलिंद नाईक	श्री किरण बर्वे
श्रीमती मनिषा पाठक	श्रीमती आरती गणेश

*** संयोजक ***

श्री बाळकृष्ण मापारी
विशेषाधिकारी, गणित (वि.का.)

*** हिंदी भाषांतर संयोजन ***

डॉ. अलका पोतदार
विशेषाधिकारी हिंदी (वि.का.)

*** भाषांतर विषय तज्ञ ***

श्री धीरज शर्मा	श्री रामहित यादव
श्री रमेशचंद्र मौर्य	डॉ. निर्मला राजपूत
सौ. रंजना पिंगळे	

मुखपृष्ठ एवं चित्रकार : कस्तुरी दिवाकर

अक्षरांकन : समर्थ ग्रफिक्स, नारायण पेठ, पुणे-३०

कागज : ७० जीएसएम क्रिमवोव

मुद्रणादेश : N/PB/2026-27/17,000

मुद्रक : M/S. RUNA GRAPHICS, PUNE

*** निर्मिति ***

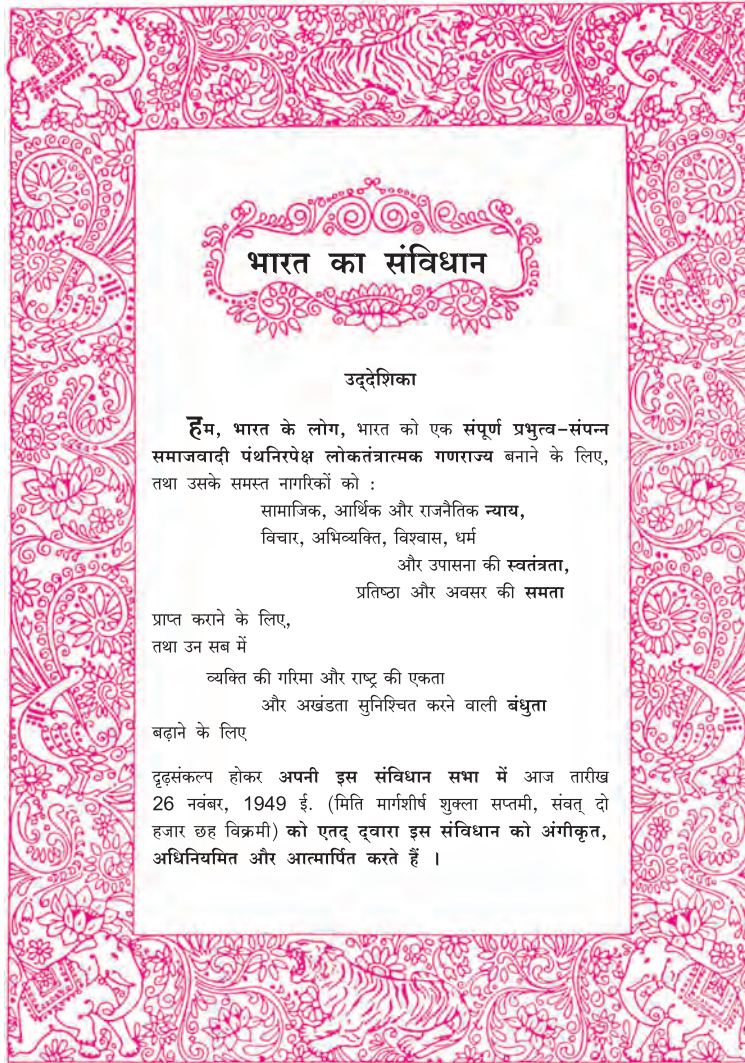
श्रीमती मिताली शितप
प्र. मुख्य निर्मिति अधिकारी
श्री नितीन वाणी
निर्मिति अधिकारी

*** गुणवत्ता समीक्षक ***

श्री अरविंद रायरीकर
एंड. नरेंद्र लडकत
डॉ. शर्मिष्ठा ओक

*** प्रकाशक ***

श्री हेमंत बाबर
नियंत्रक
पाठ्यपुस्तक निर्मिती मंडळ, प्रभादेवी, मुंबई-२५



भारत का संविधान

उद्देशिका

हम, भारत के लोग, भारत को एक संपूर्ण प्रभुत्व-संपन्न समाजवादी पंथनिरपेक्ष लोकतंत्रात्मक गणराज्य बनाने के लिए, तथा उसके समस्त नागरिकों को :

सामाजिक, आर्थिक और राजनैतिक न्याय,
विचार, अभिव्यक्ति, विश्वास, धर्म
और उपासना की स्वतंत्रता,
प्रतिष्ठा और अवसर की समता

प्राप्त कराने के लिए,
तथा उन सब में

व्यक्ति की गरिमा और राष्ट्र की एकता
और अखंडता सुनिश्चित करने वाली बंधुता
बढ़ाने के लिए

दृढ़संकल्प होकर अपनी इस संविधान सभा में आज तारीख
26 नवंबर, 1949 ई. (मिति मार्गशीर्ष शुक्ला सप्तमी, संवत् दो
हजार छह विक्रमी) को एतद् द्वारा इस संविधान को अंगीकृत,
अधिनियमित और आत्मार्पित करते हैं ।

भारत का संविधान

भाग ४ क

मूल कर्तव्य

अनुच्छेद ५१ क

मूल कर्तव्य- भारत के प्रत्येक नागरिक का यह कर्तव्य होगा कि वह -

- (क) संविधान का पालन करे और उसके आदर्शों, संस्थाओं, राष्ट्रध्वज और राष्ट्रगान का आदर करे;
- (ख) स्वतंत्रता के लिए हमारे राष्ट्रीय आंदोलन को प्रेरित करने वाले उच्च आदर्शों को हृदय में संजोए रखे और उनका पालन करे;
- (ग) भारत की संप्रभुता, एकता और अखंडता की रक्षा करे और उसे अक्षुण्ण रखे;
- (घ) देश की रक्षा करें और आह्वान किए जाने पर राष्ट्र की सेवा करे;
- (ङ) भारत के सभी लोगों में समरसता और समान भ्रातृत्व की भावना का निर्माण करे जो धर्म, भाषा और प्रदेश या वर्ग पर आधारित सभी भेदभावों से परे हो, ऐसी प्रथाओं का त्याग करे जो स्त्रियों के सम्मान के विरुद्ध हैं;
- (च) हमारी सामासिक संस्कृति की गौरवशाली परंपरा का महत्त्व समझे और उसका परिरक्षण करे;
- (छ) प्राकृतिक पर्यावरण की, जिसके अंतर्गत वन, झील, नदी और वन्य जीव हैं, रक्षा करे और उसका संवर्धन करे तथा प्राणिमात्र के प्रति दयाभाव रखे;
- (ज) वैज्ञानिक दृष्टिकोण, मानववाद और ज्ञानार्जन तथा सुधार की भावना का विकास करे;
- (झ) सार्वजनिक संपत्ति को सुरक्षित रखे और हिंसा से दूर रहे;
- (ञ) व्यक्तिगत और सामूहिक गतिविधियों के सभी क्षेत्रों में उत्कर्ष की ओर बढ़ने का सतत प्रयास करे जिससे राष्ट्र निरंतर बढ़ते हुए प्रयत्न और उपलब्धि की नई ऊँचाइयों को छू ले;
- (ट) यदि माता-पिता या संरक्षक हैं, छह वर्ष से चौदह वर्ष तक की आयुवाले अपने, यथास्थिति बालक या प्रतिपाल्य के लिए शिक्षा के अवसर प्रदान करें।

राष्ट्रगान

जनगणमन - अधिनायक जय हे
भारत - भाग्यविधाता ।
पंजाब, सिंधु, गुजरात, मराठा,
द्राविड, उत्कल, बंग,
विंध्य, हिमाचल, यमुना, गंगा,
उच्छल जलधितरंग,
तव शुभ नामे जागे, तव शुभ आशिस मागे,
गाहे तव जयगाथा,
जनगण मंगलदायक जय हे,
भारत - भाग्यविधाता ।
जय हे, जय हे, जय हे,
जय जय जय, जय हे ॥

प्रतिज्ञा

भारत मेरा देश है । सभी भारतीय मेरे भाई-
बहन हैं ।
मुझे अपने देश से प्यार है । अपने देश की
समृद्ध तथा विविधताओं से विभूषित परंपराओं
पर मुझे गर्व है ।
मैं हमेशा प्रयत्न करूंगा/करूंगी कि उन
परंपराओं का सफल अनुयायी बनने की क्षमता
मुझे प्राप्त हो ।
मैं अपने माता-पिता, गुरुजनों और बड़ों
का सम्मान करूंगा/करूंगी और हर एक से
सौजन्यपूर्ण व्यवहार करूंगा/करूंगी ।
मैं प्रतिज्ञा करता/करती हूँ कि मैं अपने
देश और अपने देशवासियों के प्रति निष्ठा
रखूंगा/रखूंगी । उनकी भलाई और समृद्धि में
ही मेरा सुख निहित है ।

राज्यगीत

जय जय महाराष्ट्र माझा, गर्जा महाराष्ट्र माझा
जय जय महाराष्ट्र माझा, गर्जा महाराष्ट्र माझा ॥१॥
भिती न आम्हा तुझी मुळी ही गडगडणाऱ्या नभा
अस्मानाच्या सुलतानीला जबाब देती जिभा
सह्याद्रीचा सिंह गर्जतो शिव शंभू राजा
दरी दरीतून नाद गुंजला महाराष्ट्र माझा
जय जय महाराष्ट्र माझा, गर्जा महाराष्ट्र माझा ॥१॥
काळ्या छातीवरी कोरली, अभिमानाची लेणी
पोलादी मनगटे खेळती, खेळ जीवघेणी
दारिद्र्याच्या उन्हात शिजला
निढळाच्या धामाने भिजला
देश गौरवासाठी झिजला
दिल्लीचे ही तख्त राखितो, महाराष्ट्र माझा
जय जय महाराष्ट्र माझा, गर्जा महाराष्ट्र माझा
जय जय महाराष्ट्र माझा ॥२॥

प्रस्तावना

मेरे प्यारे विद्यार्थी मित्रो, अध्यापको और अभिभावको को सस्नेह नमस्कार,

राष्ट्रीय शिक्षा नीति 2020 के अनुसार तैयार की गई छठी कक्षा की गणित की यह पाठ्यपुस्तक आपके हाथों में सौपते हुए मुझे अत्यंत प्रसन्नता हो रही है। राज्य पाठ्यक्रम रूपरेखा 2024 के अनुसार, पूर्व माध्यमिक स्तर (छठी कक्षा से आठवीं) पर गणित विषय के माध्यम से विद्यार्थियों में मूलभूत अंक गणितीय कौशलों के साथ-साथ तार्किक विचार, रचनात्मक समस्या और निवारण, मौखिक व लिखित सटीक संप्रेषण जैसी क्षमताओं का भी विकास होता है। इसी विचार को मन में रखकर यह पाठ्यपुस्तक तैयार की गई है। इसमें परिवेश के साथ-साथ दैनिक जीवन के अनुभव का गणित से तालमेल बिठाने का प्रयास किया गया है।

पूर्व माध्यमिक स्तर पर विद्यार्थियों को कौन-सी क्षमताएँ प्राप्त करनी चाहिए, यह अध्ययन-अध्यापन के दौरान स्पष्ट होना चाहिए। इसके लिए इस पाठ्यपुस्तक की शुरुआत में गणित विषय से संबंधित अपेक्षित क्षमताएँ और अध्ययन निष्पत्ति दी गई हैं। उन क्षमताओं के अनुरूप ही पाठ्यपुस्तक की विषयवस्तु को नये और अभिनव तरीके से प्रस्तुत किया गया है। हमारे परिवेश में कई जगहों पर गणित का उपयोग होता दिखाई देता है, इस बात पर ध्यान आकर्षित करने के दृष्टिकोण से कुछ स्थानों पर व्यावहारिक और दैनिक जीवन के उदाहरणों को शामिल किया गया है। विद्यार्थियों को अपने आस-पास और उससे परे की संसार के बारे में सोचने के लिए प्रेरित करने हेतु पाठों में पूर्वज्ञान पर आधारित दोहराव, स्व-अध्ययन गतिविधियों, अध्यापकों और विद्यार्थियों के बीच गणितीय चर्चा, मनोरंजन के लिए गणितीय खेल, जादुई गणित और पहेलियों को शामिल किया गया है। इस स्तर पर गणित विषय का मूर्त अनुभवों से अमूर्त अनुभवों की ओर ले जाने वाला, माध्यमिक स्तर के लिए एक सेतु है। अध्ययन-अध्यापन की प्रक्रिया विद्यार्थी केंद्रित होनी चाहिए। स्वयं अध्ययन की प्रक्रिया पर बल दिया जाना चाहिए और साथ-ही शिक्षा की प्रक्रिया मनोरंजक और आनंददायी होनी चाहिए। इसी दृष्टिकोण को सामने रखकर इस पाठ्यपुस्तक की रचना की गई है। पाठ्यपुस्तक में ज्यामिति, संख्या ज्ञान, संख्या प्रणाली, आकृतिबंध, भिन्न बीजगणित, व्यावहारिक गणित और जानकारी का व्यवस्थापन जैसे क्षेत्रों में शामिल अवधारणाओं को सरल भाषा में स्पष्ट किया गया है। प्रत्येक पाठ के अंत में पाठ का सारांश 'एक दृष्टिक्षेप में' शीर्षक के अंतर्गत दिया गया है। पाठ से संबंधित 'इतिहास के संदर्भ' भी उल्लेखित किए गए हैं। साथ ही अभ्यास के लिए अभ्यास संग्रह और स्वाध्याय दिए गए हैं। अध्ययन-अध्यापन को प्रभावित बनाने में सहायक हों, ऐसे आई-सी.टी.टूल्स भी सुझाए गए हैं। इसके अतिरिक्त पाठ के घटकों के अनुसार उपक्रम और प्रकल्प भी दिए गए हैं।

आशा है कि विद्यार्थी, अध्यापक और अभिभावक इस पुस्तक का स्वागत करेंगे।

पुणे

दिनांक : १ मई २०२६

भारतीय सौर दिनांक : वैशाख ११, शके १९४८, महाराष्ट्र दिन



(अनुराधा ओक)

संचालक

महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व

अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ, पुणे

पाठ्यक्रम के उद्देश्य, अध्ययन क्षमता और अध्ययन निष्पत्ति

पाठ्यक्रम उद्देश्य CG 1: संख्या और संख्याओं का संच समझता है। (पूर्ण संख्या, भिन्न/ अपूर्णाक, पूर्णांक, परिमेय संख्या और वास्तव संख्या) उसमें आकृतिबंध खोजता है एवं उनके परस्पर संबंध समझता है।		
अध्ययन क्षमता	अध्ययन निष्पत्ति (सीखने के प्रतिफल)	पृष्ठ संख्या
C 1.1 : 20 अंको तक की बड़ी पूर्ण संख्याओं को पढ़ता है, लिखता है, बनाता है, उनकी तुलना करता है, अनुमान लगाता है। उन संख्याओं पर सक्रियाएँ करने की समझ और क्षमता विकसित करता है। उन संख्याओं को अक्षरों में लिखता है और घातांक के रूप में लिखकर उन्हें वैज्ञानिक संकेत रूप में व्यक्त करता है।	▶ भारतीय संख्या प्रणाली के अनुसार बड़ी संख्या को पढ़ता और लिखता है।	18,20
	▶ गिनती की संख्या या प्राकृत संख्या की अवधारणा को स्पष्ट करता है।	18
	▶ पूर्णसंख्या की अवधारणा और आवश्यकता को स्पष्ट करता है।	18,19
	▶ दो संख्याओं के बीच के छोटे-बड़े को पहचानता है और उनकी तुलना करता है।	19,20
	▶ दो संख्याओं के बीच (छोटे-बड़े) की तुलना करता है।	19,20
	▶ दी गई पूर्ण संख्याओं का जोड़ और घटाव करता है।	20
	▶ शाब्दिक उदाहरण स्वयं तैयार करता है।	19
	▶ पूर्णांक संख्याओं की आवश्यकता क्यों पड़ी, इसे उदाहरणों के माध्यम से स्पष्ट करता है।	20,21
	▶ दैनिक जीवन में शून्य और ऋणात्मक संख्याओं का उपयोग कहाँ होता है, इसे उदाहरणों के माध्यम से स्पष्ट करता है।	20,21
	▶ घनात्मक और ऋणात्मक संख्याओं का वर्गीकरण करता है।	20
	▶ घनात्मक और ऋणात्मक संख्याओं का वर्गीकरण करता है।	21,22
	▶ दी गई संख्या की विपरीत संख्या लिखता है।	21,22
	▶ पूर्णांक संख्या के छोटे-बड़े को पहचानता है।	21
	▶ पूर्णांक संख्याओं का जोड़ तथा घटाव करता है।	23,24
	▶ अपूर्णाक यह पूर्णांक का ही एक हिस्सा है, इसे खोलता है।	42
	▶ दिए गए अपूर्णाको को पढ़ता और लिखता है।	43
	▶ दिए गए दो अपूर्णाकों के बीच तुलना करता है।	44,45
	▶ इकाई भिन्नों को पहचानता है।	44
	▶ मिश्रसंख्या में पूर्ण संख्या का भाग और भिन्न का भाग होता है, यह बताता है।	48
	▶ दिए गए भिन्नों के समतुल्य भिन्न तैयार करता है।	43,47
	▶ दिए गए भिन्नों का अति संक्षिप्त रूप देता है।	43
	▶ अंशाधिक भिन्न को मिश्र भिन्न में परिवर्तित करता है।	48
	▶ मिश्र भिन्नों का जोड़ और घटाव करता है।	48
	▶ जिन भिन्नों का हर 10, 100, 1000, ... होते हैं उन्हें दशमलव भिन्न कहते हैं, यह स्पष्ट करता है।	78
	▶ व्यावहारिक भिन्नों को दशमलव भिन्नों में परिवर्तित करता है।	81
	▶ दशमलव भिन्नों को व्यावहारिक भिन्नों में परिवर्तित करता है।	80
	▶ दशमलव भिन्नों का जोड़ और घटाव करता है।	81
C 1.2 : संख्याओं पर आधारित आकृतियों के विन्यास को खोजता है। पहचानता है और उसका विस्तार करता है। आकृतियों के विन्यास के नियमों का वर्णन करता है। (उदा.7 के गुणजवाली संख्या है, 3 के घातांक, अभाज्य संख्याएँ) और विभिन्न आकृतियों के विन्यास के बीच संबंध स्पष्ट करता है।	▶ सम, विषम, अभाज्य, सहभाज्य, जुड़वाँ अभाज्य, त्रिभुजाकार संख्या कार वर्ग संख्या को पहचानता है।	27,28
	▶ संख्या शृंखला में (सम, विषम, अभाज्य, सह अभाज्य, जुड़वाँ अभाज्य, त्रिभुजाकार संख्या, वर्ग संख्या) आकृतियों के विन्यास को खोजता है, उसका विस्तार करता है, नये पैटर्न बनाता है और उन्हें चित्रों के माध्यम से प्रस्तुत करता है।	27,28
	▶ संख्या के अभाज्य गुणनखंड निकालता है।	34
	▶ ल.सा.वि.और म.सा.वि. की अवधारणाओं की आवश्यकता को बताता है।	35,36,37
	▶ दी गई संख्याओं का अभाज्य गुणनखंड विधि से म.सा.वि. निकालता है।	36
	▶ दी गई संख्याओं का भाग विधि से म.सा.वि. निकालता है।	36
	▶ दी गई संख्याओं का अभाज्य गुणनखंड विधि से ल.सा.वि. निकालता है।	38
	▶ विशिष्ट परिस्थितियों में ल.सा.वि. और म.सा.वि. का अनुप्रयोग करता है।	37,39

C 1.3 : शून्य और ऋणात्मक राशियों की संख्याएँ ही है, समझता है, उनपर अंकगणितीय सक्रियाएँ करता है। ब्रह्मगुप्त द्वारा दी गई प्रस्तुति के अनुसार शून्य और ऋणात्मक राशियों का उपयोग करके अंकगणितीय श्रृंखला का अध्ययन करता है।	➤ शून्य और ऋणात्मक राशियों या संख्याओं पर अंक गणितीय सक्रियाएँ करता है।	21,22,23
	➤ ब्रह्मगुप्त द्वारा शून्य और ऋणात्मक राशियों के संदर्भ में की गई प्रस्तुति को समझकर उसका उपयोग करता है।	23,24
C 1.4 : पूर्ण संख्या, अपूर्णाक, पूर्णांक संख्या, परिमेय संख्या, वास्तविक संख्या और उनके गुणों पर आधारित संख्याओं के समूह विकसित करता है और गुणों को समझकर उन्हें संख्या रेखा पर दर्शाता है।	➤ संख्या रेखा पर पूर्ण संख्या दर्शाता है।	20,21
	➤ अपूर्णाक संख्याओं का विश्लेषण करता है।	43
	➤ संख्या रेखा पर अपूर्णाक संख्या दर्शाता है।	45
	➤ प्रात्यक्षिक द्वारा अपूर्णाक संख्या का अनुमान करता है। जैसे कोई बर्तन दिखाकर, उसमें पानी डालकर यह बताना कि वह कितना भरा है। इसे भिन्न के रूप में अनुमानित करता है।	43
C 1.5 : प्रतिशत की अवधारणाओं को समझकर उदाहरण हल करने के लिए उपयोग करता है।	➤ प्रतिशत की अवधारणा को व्यावहारिक व्यवहार से जोड़ता है।	90,91
	➤ प्रतिशत का अर्थ 100 में से होता है, यह जानता है।	90
	➤ प्रतिशत का भिन्न के रूप में व्यक्त करता है।	92
	➤ भिन्न के रूप में दी गई जानकारी के रूप में लिखता है।	91
C 1.6 : दैनिक जीवन की परिस्थितियों में अपूर्णाक (अनुपात व समानुपात तथा दशमलव इन दोनों रूपों में) खोजता है और इनका उपयोग करता है।	➤ व्यवहार में दशमलव भिन्न का उपयोग कहाँ-कहाँ होता है यह खोजता है।	78
	➤ व्यावहारिक भिन्न को दशमलव भिन्न में परिवर्तित करता है।	81
	➤ दशमलव भिन्न को व्यावहारिक भिन्न में परिवर्तित करता है।	80
	➤ अनुपात को भिन्न के रूप में व्यक्त करता है।	51
	➤ समानुपात के व्यावहारिक उदाहरण खोजता है।	51
	➤ दो संख्याओं के अनुपात को गुणांक के रूप में लिखता है।	52
	➤ सममूल्य भिन्नों का उपयोग करके अनुपात को संक्षिप्त रूप में लिखता है।	51,52
	➤ एक ही प्रकार की (राशियों) के मापन का अनुपात निकालते समय उन मापों की इकाईयों को समान करता है।	53
	➤ एकमान पद्धति का उपयोग करता है और उसे अनुपात के रूप में लिखता है।	54,55
पाठ्यक्रम उद्देश्य CG 2 : गुणांक, व्यंजक और एक चरांक वाले समीकरण की अवधारणाओं को समझना और इन अवधारणाओं का उपयोग दैनिक जीवन की समस्याओं को आसानी से हल करने के लिए करता है।		
C 2.1 : संख्यात्मक व्यंजकों में समानता पहचानता है और अंक गणितीय समीकरण सही है या नहीं, इसकी जाँच करता है।	➤ समानता की अवधारणा को स्पष्ट करता है।	67
	➤ समानता के गुणों की जाँच करके देखता है।	68
	➤ संख्या और मूलभूत सक्रियाओं की सहायता से व्यंजक तैयार करता है और उन्हें हल करता है।	65,66
C2.4 : अज्ञात जानकारी को खोजने के लिए पहेलियाँ और शाब्दिक उदाहरणों को हल करने हेतु रैखिक समीकरण बनाता और हल करता है।	➤ एक चरांक वाले रैखिक समीकरण को पहचानता है।	70,71
	➤ एक चरांकवाले रैखिक समीकरण की रचना करता है।	72
	➤ समीकरण के दोनों पक्षों में हर बार समान सक्रियाएँ करने पर मिलने वाला समीकरण संतुलित सक्रियाएँ करके चरांक का मान निकालता है।	71,72
	➤ समीकरण के दोनों पक्षों में गणितीय सक्रियाएँ करके चरांक का मान निकालता है।	71,72,73
C2.5 : बीज गणितीय विचारों के माध्यम से पहेलियाँ और समस्याएँ हल करने के लिए स्वयं के पद्धतियाँ विकसित करता है।	➤ विभिन्न समस्याओं को हल करने के लिए बीजगणितीय विचारों का अनुप्रयोग करता है।	72,73
	➤ पहेली/ गतिविधि / समस्या को हल करने के विभिन्न पद्धतियों, मार्गों की जोड़ी में/ समूह में/ चर्चा/ तर्क करके आनंद लेता है।	146,147
पाठ्यक्रम उद्देश्य CG -3 सरल ज्यामितीय आकृतियाँ (2D, 3D) बनाता है, उनके गुणधर्मों और प्रमेयों को समझता है तथा उनकी जाँच करता है।		
C 3.1 : विविध प्रकार के द्विविमीय और त्रिविमीय आकारों का वर्णन और वर्गीकरण करता है और उनके विशिष्ट गुणधर्म के अनुसार उनके पारस्परिक संबंधों को समझता है।	➤ आयाम, द्विविमीय और त्रिविमीय की अवधारणाओं को पहचानता है।	1,2,3
	➤ चिति (प्रिज्म) और सूची के बीच का अंतर समझता है।	7
	➤ चिति का वर्गीकरण करके उसके प्रकारों के आधार पर नाम पहचानता है और उसके घटकों को गिनकर लिखता है।	4,5
	➤ सूची का वर्गीकरण करके प्रकारों के आधार पर नाम पहचानता है और उसके घटकों को गिनकर लिखता है।	5,6
	➤ गोला को त्रिविमीय आकृति के रूप में पहचानता है और उसका वर्णन करता है।	6,7

C 3.2: रेखा, कोण, त्रिभुज, चतुर्भुज, वृत्त और बहुभुज जैसी आकृतियों के मुख्य गुणों को समझकर उनका उपयोग संबंधित उदाहरणों को हल करने के लिए करता है।	▷ बिंदु, रेखा, रेखाखंड, किरण समतल को पहचानता है।	9,11
	▷ एकरेखिय बिंदु और नैकरेखिय बिंदुओं की अवधारणा को स्पष्ट रूप से बताता है।	10
	▷ सरल कोण, शून्य कोण, पूर्ण कोण, न्यून कोण, अधिक कोण, सम कोण की अवधारणा को पहचानता है।	14,15
	▷ त्रिभुज के घटकों और त्रिभुज को पढ़ता है।	57
	▷ त्रिभुज और त्रिभुजाकार क्षेत्र के बीच का अंतर पहचानता है।	58
	▷ कोणों और भुजाओं के आधार पर त्रिभुज के प्रकार पहचानता है और उन्हें परिभाषित करता है।	59
	▷ चतुर्भुज के विभिन्न घटकों जैसे शीर्ष बिंदु, भुजा, कोण, आसन कोण, सम्मुख कोण, अंतर्भांग, बहिर्भांग, चतुर्भुजाकार क्षेत्र आदि को गतिविधियों के आधार पर खोजता है।	62,63
C 3.4 : विशिष्ट गुणधर्म के अनुसार रेखा समांतर रेखा, लंब रेखा, कोण त्रिभुज और वृत्त जैसी ज्यामितीय आकृतियों की रचना कंपास पेटी की सामग्रियों का उपयोग करके रचना करता है।	▷ कंपास बॉक्स के उपकरणों को पहचानता है। उनका उपयोग करना जानता है।	98
	▷ दिए गए रेखाखंडों की लंबाई स्कैल से मापता है और लिखता है।	98
	▷ स्कैल की सहायता से दिए गए लंबाई का रेखाखंड खींचता है।	98,99
	▷ कोण मापक का उपयोग करके दिए गए माप का कोण बनाता है।	102
	▷ कोणों के माप को मापता है और लिखता है।	107
	▷ कंपास का उपयोग करके वृत्त बनाता है।	98
	▷ दिए गए कोण के माप के बराबर माप वाले कोण की रचना कंपास और स्कैल की सहायता से करता है।	105
	▷ कंपास और स्कैल की सहायता से कोण का समद्विभाजक खींचता है।	105
	▷ गुनिया का उपयोग करके रेखा पर स्थित बिंदु से उस रेखा पर लंब खींचता है।	101
	▷ कोण मापक का उपयोग करके रेखा पर स्थित बिंदु से उस रेखा पर लंब खींचता है।	102
	▷ कंपास का उपयोग करके रेखा पर स्थित बिंदु से उस रेखा पर लेब खींचता है।	102
	▷ अगज को मोड़कर रेखा के बाहर स्थित बिंदु से उस रेखा पर कोण खींचता है।	103
	▷ गुनिया का उपयोग करके रेखा के बाहर स्थित बिंदु से उस रेखा पर लंब खींचता है।	103
	▷ कंपास और पट्टी का उपयोग करके रेखा के बाहर स्थित बिंदु से उस रेखा पर लंब खींचता है।	104
पाठ्यक्रम उद्देश्य CG 4 : द्विमितिय आकृतियों की परिमिति और क्षेत्रफल की समझ विकसित करना। दैनिक जीवन की समस्याओं का हल करने के लिए इसका उपयोग करना।		
C 4.1 : वर्ग, त्रिभुज, समांतर चतुर्भुज समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल निश्चित करने के लिए सूत्र खोजता है समझता है और उपयोग करता है। मिश्रित द्विविमीय (composite 2D shapes) आकृतियों का क्षेत्रफल खोजने के लिए कार्यप्रणाली विकसित करता है।	▷ परिवेश में आयत और वर्गाकार आकृति की वस्तुएँ खोजता है।	109
	▷ आयत और वर्ग का क्षेत्रफल निकालने का सूत्र खोजता है।	114,115
	▷ आयत की परिमिति और वर्ग की परिमिति का सूत्र खोजता है।	108,109
	▷ त्रिभुज की परिमिति निकालता है।	110
	▷ आयत और वर्ग के क्षेत्रफल और परिमिति के सूत्रों के आधार पर मिश्रित उदाहरण हल करता है।	119
	▷ आयत के क्षेत्रफल के आधार पर सम कोण त्रिभुज, न्यून कोण त्रिभुज, अधिक कोण त्रिभुज के क्षेत्रफल का सूत्र विकसित करता है।	115
	▷ क्षेत्रफल के सूत्रों का उपयोग करके मिश्रित उदाहरण हल करता है।	117,118
C 4.2 : सम कोण त्रिभुज की भुजाओं की लंबाई पर बौधायन – पाइथागोरस प्रमेय सीखता है। त्रिभुज की भुजाओं पर बनाए गए वर्गों के क्षेत्रफल की सहायता से प्रमेय की ज्यामितीय उपपत्ति का अध्ययन करता है, साथ ही लंबाई पर शुल्ब सूत्र का उपयोग करके इस संबंध में कुछ अन्य ज्यामितीय रचनाएँ सीखता है।	▷ सम कोण त्रिभुज को देखकर विकर्ण और सम कोण बनाने वाली भुजाएँ बताता है।	122
	▷ सम कोण त्रिभुज की भुजाओं की लंबाई के बौधायन-पाइथागोरस का प्रमेय स्पष्ट करता है।	123
	▷ प्राकृत संख्याओं पर आधारित पाइथागोरस के त्रिक की अवधारणा स्पष्ट करता है और त्रिक खोजता है।	125
	▷ त्रिभुज की भुजाएँ दिए जाने पर पाइथागोरस के त्रिक की अवधारणा के आधार पर निर्धारित करता है कि त्रिभुज सम कोण त्रिभुज है या नहीं।	125, 126

C4.3 : समतल सतह पर विभिन्न द्विवितीय आकारों का उपयोग करके टाइलिंग की सहायता से विभिन्न नक्काशी तैयार करता है और समझता है कि यह आकार भारत और दुनिया भर की विभिन्न कला विधाओं में दिखाई देती है।	▷ बिंदुओं का उपयोग करके रंगोली का नक्काशी तैयार करता है।	12,112
	▷ द्विवितीय आकारों का उपयोग करके डिज़ाइन/ नक्काशी तैयार करता है।	12, 29,30
C4.4 : गणित में फ्रैक्टल ज्यामिति/ Fractal Geometry (way to describe the texture of a surface) की अवधारणा से परिचित होता है। भारत और विश्व भर की कलाकृतियों और प्रकृति में फ्रैक्टल दिखाई देते हैं, इसे समझता है।	▷ फ्रैक्टल की अवधारणा स्पष्ट करता है। प्रकृति में पाए जाने वाले विभिन्न फ्रैक्टल्स को पहचानता है।	31
	▷ फ्रैक्टल्स या इस ज्यामितीय आकार के बारे में जानकारी बनाता है।	29,30
	▷ द्विवितीय आकारों में फ्रैक्टल को पहचानता है।	29,30
	▷ भारत और दुनिया भर की माला कृतियों के साथ-साथ प्रकृति फ्रैक्टल्स खोजता है।	29,30
	▷ विभिन्न फ्रैक्टल्स में अलग-अलग द्विवितीय आकार खोजता है।	29,30
	▷ द्विवितीय आकारों का उपयोग करके फ्रैक्टल्स तैयार करता है।	29,30
पाठ्यक्रम उद्देश्य CG 5 : दैनिक जीवन के अनुभव से जानकारी एकत्र करना उसे आलेखों और सारिणियों में प्रस्तुत करना और उसका अर्थ निकालना।		
C 5.1 : जानकारी (data) एकत्र करता है जानकारी व्यवस्थित करता है। माध्य, माध्यिका, बहुलक जैसे केंद्रीय प्रवृत्ति के मापों का उपयोग करके जानकारी का अर्थ निकालता है।	▷ सांख्यिकीय (data) जानकारी एकत्र करता है।	135
	▷ सांख्यिकीय जानकारी में प्राप्तांक, गणन चिह्नों और बारंबारता का उपयोग करता है।	135,136
	▷ सांख्यिकीय रूप में जानकारी का प्रबंधन करता है।	136,137
C 5.2 : जानकारी का अर्थ निकालने उसके उचित प्रस्तुतीकरण के लिए (उदा.चित्रालेख, आयतालेख, स्तंभालेख, रेखिय आलेख, वृत्तालेख) चुनता है। उन्हें स्वयं तैयार करके उनका उपयोग करता है।	▷ चित्रालेख का निरीक्षण करता है।	138
	▷ चित्रालेख का उपयोग करके जानकारी प्रस्तुत करता है।	138
	▷ स्तंभालेख का निरीक्षण करता है।	138,139
	▷ स्तंभालेख का उपयोग करके जानकारी प्रस्तुत करता है।	139,140
	▷ स्तंभालेख के आधार पर अर्थ निकालता है।	141
	▷ इन्फोग्राफिक्स की जानकारी लेता है।	142
	▷ इन्फोग्राफिक्स का उपयोग करके जानकारी प्रस्तुत करता है।	142,143
C 6.1 : बीज गणित, आरंभिक संख्या सिद्धांत (Elementary Number Theory) और ज्यामिति क्षेत्रों में परिभाषाएँ और अनुमान तैयार करके उनके प्रमेय या सटीक कथनों का रूपांतरण करता है और मूल्यांकन करने के लिए आगमनात्मक और विगमनात्मक पद्धतियों का उपयोग करके सार्थक तर्क देता है।	▷ दी गई जानकारी का विश्लेषण करता है।	37,116 117,133
	▷ दी गई जानकारी पर तार्किकता से विचार करता है।	39,120
	▷ घटकों/ जानकारी पर अपने विचारों को अपने शब्दों में सटीक रूप से व्यक्त करता है।	97
	▷ बीजगणित, आरंभिक संख्या सिद्धांत, ज्यामिति जैसे क्षेत्रों में परिभाषाओं का विश्लेषण करता है।	3
	▷ प्राप्त जानकारी और प्रमेय को अपने कथनों में सटीकता से प्रस्तुत करता है।	122-124
	▷ प्रमेयों/ गणितीय कथनों को सिद्ध करने के लिए आगमनात्मक/ निगमनात्मक पद्धतियों का उपयोग करता है।	108,114
	▷ गणितीय कथन विभिन्न उदाहरणों की सहायता से सिद्ध होते हैं; इस पर उदाहरण सहित तर्क देता है।	125,126
पाठ्यक्रम उद्देश्य CG 6 : गणितीय विचार प्रक्रिया विकसित करना, गणितीय अवधारणाओं के तार्किक और सटीक संप्रेषण की क्षमता विकसित करना।	▷ अन्य विद्यार्थियों के साथ चर्चा करके उनके विचारों को समझता है।	88
	पाठ्यक्रम उद्देश्य CG 7: गणितीय पहेलियाँ और समस्याओं को हल करने के लिए स्तंभ की रचनात्मक पद्धतियों और रणनीतियों को विकसित करना।	
	▷ गणितीय पहेली को समझता है।	75
	▷ गणितीय पहेली को हल करने के लिए दिए गए घटकों में संबंध खोजता है।	26,42
	▷ समस्या समाधान के लिए रचनात्मक विचार करता है।	148
	▷ गणितीय पहेलियाँ और समस्या निवारण के लिए कार्यनीति विकसित करता है।	148
	▷ गणितीय पहेली हल करते समय दूसरों द्वारा खोजे गए उपायों को प्रोत्साहित करता है।	146

C 7.2 : पहेलियाँ बनाने और उन्हें हल करने में रचनात्मक और सौंदर्य खोजता है। स्वयं को व्यस्त रखता है। सहभागी होता है।	▷ गणितीय पहेलियाँ स्वयं तैयार करता है।	77
	▷ छिपे हुए और डिजिटल माध्यमों में आई पहेलियों को स्वयं हल करता है।	146
पाठ्यक्रम उद्देश्य CG 8 : जानकारी का विश्लेषण, आकृतियों के विन्यास की पहचान, जानकारी का प्रस्तुतीकरण, सामान्यीकरण, अमूर्तता और अल्गोरिदम तैयार करना। इसके लिए संगणक संबंधी विचार प्रक्रिया में बुनियादी कौशल और क्षमताओं को विकसित करना। संगणक विचार प्रक्रिया जहाँ प्रभावी साबित होती है, वहाँ समस्या समाधान के लिए उसका उपयोग करना।		
C 8.1 : पुनरावृत्ति, चिह्नांकित प्रस्तुतीकरण और तार्किक क्रिया जैसी कोडिंग तकनीकों का उपयोग करके समस्या को एक नए दृष्टिकोण से देखता है और क्रमबद्ध चरणों की एक श्रृंखला का उपयोग करके समस्या को पुनर्गठित करता है।	▷ विद्यार्थी दी गई जानकारी में समस्याओं का पहचान कर उनका विश्लेषण करता है।	125,126
	▷ आकृतियों के विन्यास को पहचानता है।	28
	▷ दी गई जानकारी को विभिन्न प्रकारों जैसे आकृति, सारिणी आदि द्वारा दर्शाता है।	143
	▷ आकृतियों के विन्यास, नियम और तर्क को स्पष्ट करता है।	28,29
पाठ्यक्रम उद्देश्य CG 9 : भारत में और दुनियाभर में गणित के समय के साथ में हुए विकास को जानना और समझना। उसमें प्राचीन और आधुनिक गणितज्ञों के योगदान को जानना और उनके कार्यों पर गर्व महसूस करना।		
C 9.1 : विभिन्न संस्कृतियों में अलग-अलग कालखंडों की गणना पद्धतियों, पूर्ण संख्याओं, ऋणात्मक संख्याओं, परिमेय संख्याओं, शून्य आदि बीजगणित ज्यामिति की अवधारणाओं का विकास जैसे हुआ इसका अध्ययन करता है।	▷ विभिन्न संस्कृतियों में भिन्न-भिन्न कालखंडों की गणना पद्धतियों का अध्ययन करता है और उन्हें पहचानता है।	100
	▷ पूर्ण संख्या ऋणात्मक संख्या, परिमेय संख्या, शून्य जैसी अवधारणाएँ कैसे विकसित हुई इसका अध्ययन करता है और उन्हें समझता है।	18,21
	▷ बीजगणित और ज्यामिति की अवधारणाएँ कैसे विकसित हुई, इसका अध्ययन करता है।	10,14,15
C 9.2 : भारतीय गणितज्ञ जैसे बौधायन, पिंगल, आर्यभट्ट, ब्रह्मगुप्त, वीरहंक, भास्कर, रामानुजन के साथ-साथ राज्यों के गणितज्ञों के योगदान की जानकारी प्राप्त करता है और उनके प्रति गर्व महसूस करता है।	▷ भारतीय गणितज्ञ बौधायन का परिचय प्राप्त कर उनके योगदान के बारे में जानकारी लेता है और उनके प्रति गर्व महसूस करता है।	123,124
	▷ भारतीय गणितज्ञ पिंगल, आर्यभट्ट, ब्रह्मगुप्त, वीरहंक, भास्कराचार्य, रामानुजन का परिचय प्राप्त करता है और उनके प्रति गर्व महसूस करता है।	47,146
	▷ महाराष्ट्र के गणितज्ञ दत्तात्रय रामचंद्र कापरेकर का परिचय प्राप्त कर उनके योगदान के बारे में जानकारी लेता है और उनके प्रति गर्व महसूस करता है।	26
पाठ्यक्रम उद्देश्य CG 10: अन्य विद्यालयी विषयों के साथ गणित विषय के समन्वय को जानना।		
C 10.1 : विज्ञान, सामाजिक विज्ञान, दृश्य कला (visual arts), संगीत, व्यावसायिक शिक्षा और खेल जैसे विभिन्न विषयों के साथ गणित के समन्वय को पहचानता है।	▷ विज्ञान में गणित विषय के समन्वय को स्पष्ट करता है।	11,21, 67,71
	▷ सामाजिक विज्ञान में गणित विषय के समन्वय को स्पष्ट करता है।	9,12
	▷ दृश्य कला विषय में गणित विषय के समन्वय को स्पष्ट करता है।	12,15, 30,31
	▷ संगीत विषय में गणित विषय के समन्वय को स्पष्ट करता है।	1
	▷ व्यावसायिक शिक्षा में गणित विषय के समन्वय को स्पष्ट करता है।	84,91, 94
	▷ खेल विषय में गणित विषय के समन्वय को स्पष्ट करता है।	1,9, 35,58
पाठ्यक्रम उद्देश्य CG 11: दैनिक जीवन की समस्याओं को हल करने के लिए वित्तीय साक्षरता विकसित करना।		
C 11.1: भागीदारी, लाभ-हानि, इस संकल्पना को समझकर दैनिक जीवन की समस्याओं को हल करना।	▷ व्यवहार में होने वाले लाभ-हानि को पहचानता है।	85
	▷ लाभ, हानि पर प्रभाव डालने वाले कारणों को पहचानता है।	87
	▷ व्यवहार में हुए लाभ-हानि की गणना करता है।	86,87
C 11.3 : बैंक के व्यवहार, ब्याज की गणना (साधारण ब्याज, चक्रवृद्धि ब्याज) इस पर आधारित दैनिक जीवन की समस्याओं को हल करना।	▷ मूलधन, दर और समय दिए होने पर साधारण व्याज की गणना करता है।	133,134

पाठ्यपुस्तक का उपयोग करते समय ...

यह पाठ्यपुस्तक राष्ट्रीय शिक्षा नीति (NEP -2020) और राज्य पाठ्यक्रम प्रारूप के अनुसार तैयार की गई हैं, इसलिए पढ़ाते समय या पाठ्यपुस्तक को समझते समय निम्नलिखित बिंदुओं पर विचार किया जाना चाहिए।

- पाठ्यपुस्तक की सभी गणितीय अवधारणाओं को स्पष्ट करने के लिए पाठ्यपुस्तक के घटकों (पाठ्य घटक, गतिविधि, उपक्रम, प्रकल्प, प्रायोगिक, गणितीय पहेलियाँ) के साथ-साथ आस-पास के परिवेश की सामग्री और विद्यालय में उपलब्ध गणित पेटी की सामग्री का उपयोग करें।
- नई अवधारणाओं के लिए अतिरिक्त संदर्भ प्राप्त कर अपने स्तर पर उनका उपयोग करें।
- इमोजी के साथ आनेवाले शीर्षक - 'पुनरावर्तन', 'आओ, समझो', 'गणितीय चर्चा' और 'विचार करें', 'अभ्यास संग्रह', 'स्वाध्याय', 'एक दृष्टिक्षेप' 'इतिहास के संदर्भ में' जैसी अवधारणाओं की समझ, मुख्य घटक, मूल्यों और जीवन कौशल के विकास के लिए उपयुक्त हैं।
- विद्यार्थियों को उनके द्वारा प्राप्त ज्ञान का उपयोजन करने का अवसर दें।
- इसकी संरचना इस प्रकार की गई है कि प्रत्येक पाठ से 'अध्ययन निष्पत्ति' (सीखने के प्रतिफल) प्राप्त हो सके। पाठ्यपुस्तक में दिए गए निर्देश केवल मार्गदर्शक हैं, लेकिन पढ़ाते समय इनमें लचीलापन होना आवश्यक है।
- पाठों में दी गई विभिन्न गणितीय चर्चा, शिक्षण, खेल के माध्यम से विद्यार्थियों में तार्किक सोच कौशल, तार्किक क्षमता और अनुमान लगाने के कौशल्य का विकास होगा।
- विशेष आवश्यकता वाले विद्यार्थियों के लिए अध्ययन-अध्यापन प्रक्रिया के दौरान सांकेतिक चिह्नों की भाषा (Sign Language) के साथ-साथ पूरक अध्यापन पद्धतियों का उपयोग किया जाएँ। ऐसे विद्यार्थियों को जिस प्रकार से संभव हो, उस प्रकार खुद को व्यक्त करने का अवसर प्रदान करें।

विषय सूची

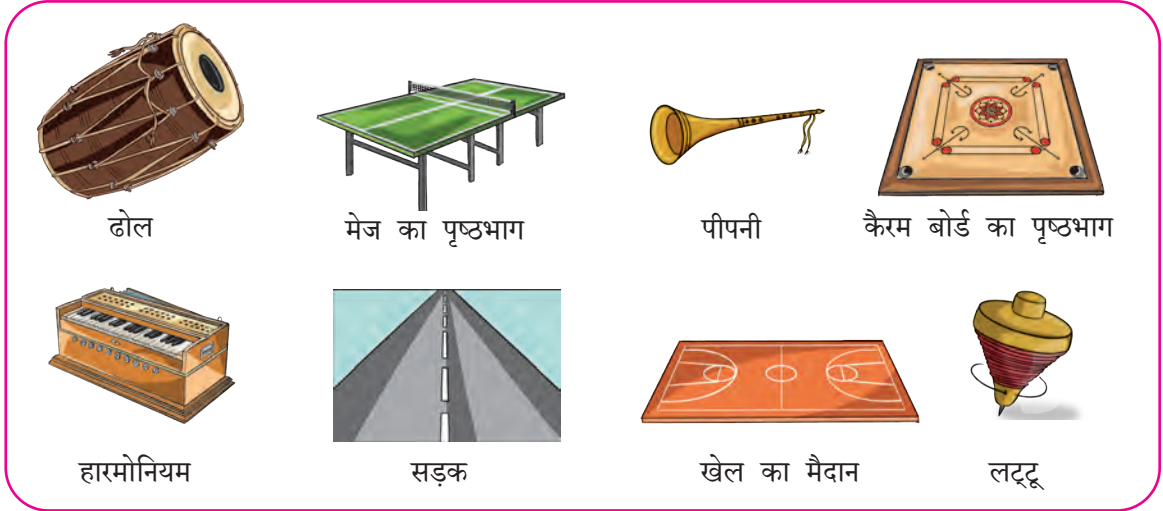
अ.क्र.	प्रकरण का नाम	पृष्ठ क्रमांक
1	त्रिविमीय आकार	1-8
2	रेखा और कोण	9-17
3	संख्याओं के विश्व में	18-26
4	आकृतिबंध	27-32
5	म.सा.वि. और ल.सा.वि.	33-42
6	अपूर्णांक (भिन्न)	43-49
7	अनुपात और समानुपात	50-56
8	त्रिभुज और चतुर्भुज	57-64
9	समीकरण	65-74
10	जादुई गणित - 1	75-77
11	दशमलव भिन्न	78-83
12	लाभ-हानि	84-89
13	प्रतिशतता	90-97
14	ज्यामितीय रचनाएँ	98-107
15	परिमिति और क्षेत्रफल	108-121
16	बौधायन-पाइथागोरस प्रमेय	122-126
17	बैंक और साधारण ब्याज	127-134
18	जानकारी का प्रस्तुतीकरण	135-145
19	जादुई गणित - 2	146-148
20	उत्तर सूची	149-156



पुनरावर्तन

निःशुल्क वितरण के लिए

* नीचे दी गई वस्तुओं के आकार पहचानो और उन्हें द्विविमीय तथा त्रिविमीय आकारों में वर्गीकृत करो :



क्र.	द्विविमीय आकार (2D)	त्रिविमीय आकार (3D)
1	मेज का ऊपरी भाग	
2		
3		
4		

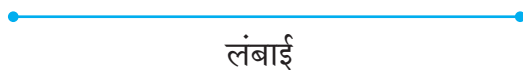
* आपको ज्ञात कुछ और आकारों के नाम लिखो और उनका वर्गीकरण करो :

मिति (Dimensions)



आओ, समझो

* एकविमीय आकार (One Dimensional shape-1D)



* द्विविमीय आकार (Two Dimensional shape-2D)



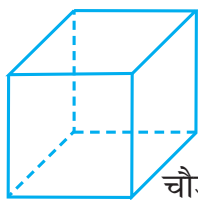
चौड़ाई

द्विविमीय आकार समतल पृष्ठभाग पर स्थान घेरते हैं।

लंबाई



* त्रिविमीय आकार (Three Dimensional shape-3D)



ऊँचाई त्रिविमीय आकार अंतरिक्ष में स्थान घेरते हैं।

लंबाई

चौड़ाई

इंटरनेट के माध्यम से द्विविमीय और त्रिविमीय आकारों का निरीक्षण करो।



गणितीय चर्चा

नीचे दिए गए बिंदुओं के आधार पर चित्र में दर्शाए गए द्विविमीय और त्रिविमीय आकारों के बारे में चर्चा करो:

- 1) पेड़ और उसकी छाया 2) अलमारी के पृष्ठ और अलमारी 3) संदूक के पृष्ठ और संदूक



कृति करो



मैं माचिस की डिब्बी में गीली मिट्टी भरूंगी और उससे ईंट (इष्टिका) तैयार करूंगी।



आप त्रिविमीय आकार कैसे बना सकते हैं?



बिल्कुल सही। जाँच कीजिए कि क्या तैयार किया गया आकार (घनाभ) त्रिविमीय है?



आओ, समझो

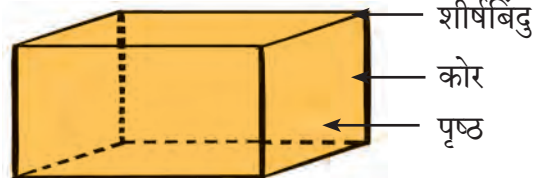
आकारों के घटक

द्विविमीय आकार



आयत

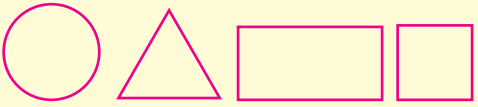
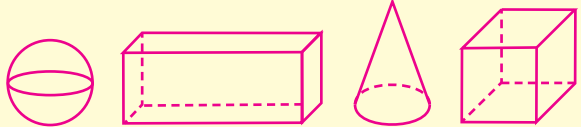
त्रिविमीय आकार



घनाभ

शिक्षकों के लिए सूचना : विद्यार्थियों को त्रिविमीय आकारों का अनुभव देने के लिए उन्हें प्रत्यक्ष वस्तुएँ हाथों में लेकर देखने और समझने का अवसर दें।



द्विविमीय आकार	त्रिविमीय आकार
* दो भुजाओं का उभयनिष्ठ बिंदु शीर्ष (vertex) होता है। * द्विविमीय आकार में दो संलग्न शीर्षों को जोड़ने वाला रेखाखंड आकृति की भुजा (side) होती है। * द्विविमीय आकार में केवल एक ही सतह (पृष्ठ) होती है।	* तीन या तीन से अधिक कोरों का उभयनिष्ठ बिंदु शीर्ष (vertex) होता है। * त्रिविमीय आकार में दो सतहों (पृष्ठों) की उभयनिष्ठ भुजा को कोर (Edge) कहते हैं। * त्रिविमीय आकार कई सतहों से मिलकर बना होता है।
	

द्विविमीय आकार

- * **बहुभुज** : तीन या तीन से अधिक भुजाओं वाली बंद आकृति 'बहुभुज' होती है।
- * नीचे दी गई सारणी पूर्ण करो:

नाम	आकृति	शीर्षों की संख्या	भुजाओं की संख्या
त्रिभुज		3	3
चतुर्भुज			
पंचभुज			
षट्भुज			
सप्तभुज			
.....			



विचार करो

यदि हम बहुभुज की भुजाओं की संख्या बढ़ाते जाएँ तो कौन-सी बंद आकृति तैयार होगी?



कृति करो

स्ट्रों की सहायता से विभिन्न बहुभुज तैयार करो।



3



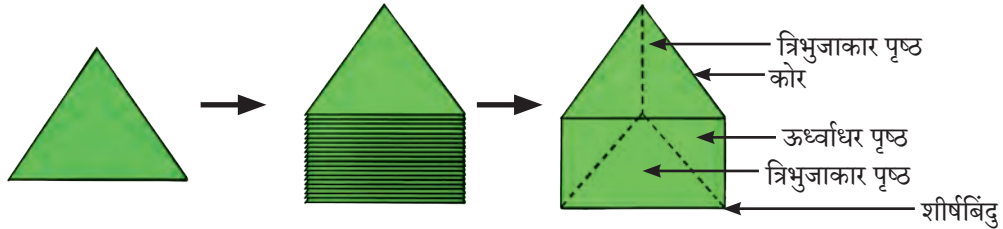
त्रिविमीय आकार चिति (Prism-प्रिज्म)



कृति करो

(1) त्रिभुजाकार चिति (प्रिज्म)

- कृति 1 :**
- (1) मोटे कार्डबोर्ड से समान आकार के 10 से 15 त्रिभुज काटो।
 - (2) काटे गए त्रिभुजों को एक-दूसरे के ऊपर रखो।
 - (3) तैयार हुए त्रिविमीय आकार के घटकों को लिखो।

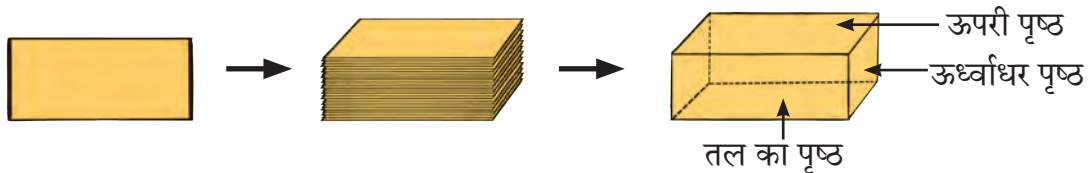


तैयार हुई त्रिविमीय आकृति त्रिभुजाकार चिति (प्रिज्म) है।

त्रिभुजाकार प्रिज्म में 6 शीर्षबिंदु, 2 त्रिभुजाकार पृष्ठ, 3 आयताकार पृष्ठ और 9 कोर होते हैं।

(2) घनाभ या आयताकार लंब बेलन

- कृति 2 :**
- (1) मोटे कार्डबोर्ड से समान आकार के 10 से 15 आयत काटो।
 - (2) काटे गए आयतों को एक-दूसरे के ऊपर रखो।
 - (3) तैयार हुए त्रिविमीय आकार के घटकों को लिखो।



तैयार हुई त्रिविमीय आकृति घनाभ/आयताकार लंब बेलन है।

घनाभ/आयताकार लंब बेलन में 8 शीर्षबिंदु, 6 आयताकार पृष्ठ और 12 कोर होते हैं।

प्रायोगिक

उपरोक्त कृति 1 और कृति 2 के अनुसार अलग-अलग आकार जैसे वर्ग, पंचभुज, षट्भुज लेकर और उन्हें एक-दूसरे के ऊपर रखकर 'प्रिज्म' तैयार करो। उनके नाम, शीर्षबिंदु, पृष्ठ और कोरों का विवरण लिखो।

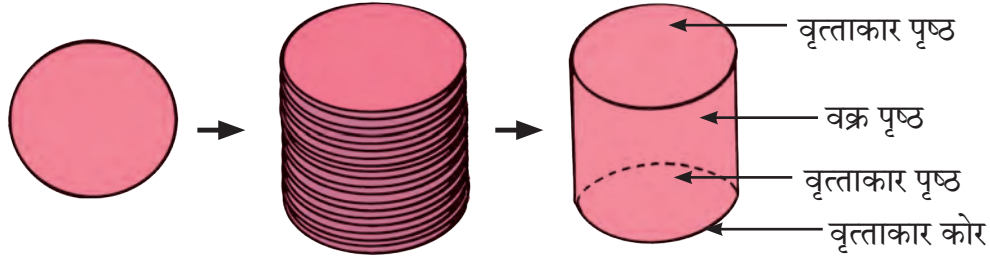
● लंब वृत्ताकार बेलन (वृत्तचिति)

- कृति 3:**
- (1) मोटे कार्डबोर्ड से समान त्रिज्या के 10 से 15 वृत्त काटो।
 - (2) काटे गए वृत्तों को एक-दूसरे के ऊपर रखो।

शिक्षकों के लिए सूचना : चिति (प्रिज्म) का नाम कैसे निर्धारित किया जाता है, इस बारे में विद्यार्थियों के साथ चर्चा करें।



(3) तैयार हुई त्रिविमीय आकृति के घटक लिखिए।



तैयार हुई त्रिविमीय आकृति बेलन है। बेलन में वृत्ताकार पृष्ठ, वक्र पृष्ठ और वृत्ताकार कोर होते हैं।



आओ, समझो

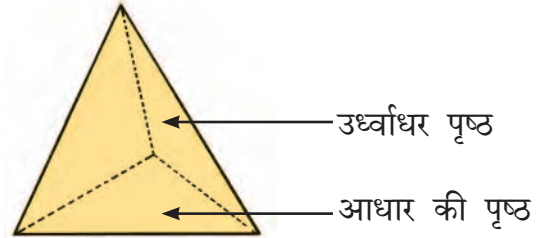
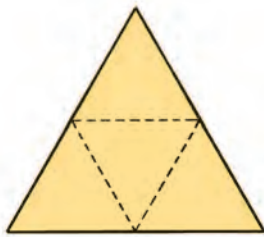
सूची स्तंभ (Pyramid)

नीचे दिए गए चित्र में दिखाए गए पिरामिड और तंबू का निरीक्षण करो। इस चित्र में ऐसी रचना है जिनकी ऊर्ध्वाधर पृष्ठ त्रिभुजाकार हैं और वे शीर्ष (ऊपर) पर एक साथ मिलती हैं। ऐसे आकार सूची स्तंभ कहलाते हैं।



(1) त्रिभुजाकार सूची स्तंभ (पिरामिड)

नीचे दी गई आकृति में समान भुजाओं वाला एक त्रिभुज है। उसकी प्रत्येक भुजा के मध्यबिंदुओं को जोड़ा गया है। बिंदु वाली रेखाओं (dotted lines) पर मोड़कर तीनों शीर्षों को एक साथ लाया गया है। तैयार हुई **त्रिविमीय आकार** त्रिभुजाकार सूची स्तंभ है।

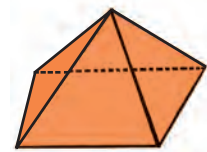
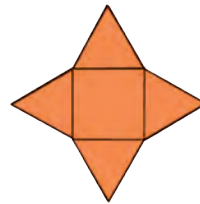


त्रिभुजाकार सूची में 4 शीर्षबिंदु, 4 त्रिभुजाकार सतहें और 6 कोर होते हैं।

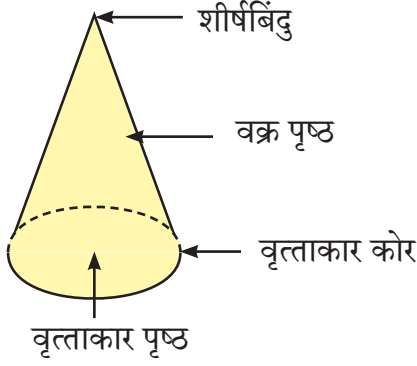
(2) चतुर्भुजाकार सूची स्तंभ (पिरामिड)

पास की त्रिविमीय आकृति एक चतुर्भुजाकार सूची स्तंभ है।

इसमें शीर्षबिंदु, त्रिभुजाकार पृष्ठ, कोरें और चौकोर पृष्ठ होती है।



● शंकु (वृत्तसूची स्तंभ)



कृति :

- (1) कागज़ पर 6 सेमी त्रिज्या वाला एक वृत्त बनाओ।
- (2) कैंची से वृत्त को काटो। उसके दो अर्धवृत्त काट लो।
- (3) एक अर्धवृत्त की दोनों त्रिज्याओं को एक-दूसरे से जोड़ो।
- (4) कागज़ पर एक दूसरा 3 सेमी त्रिज्या वाला वृत्त बनाओ। उसे काटकर बनाए गए आकार की परिधि पर चिपका दो।
- (5) तैयार हुआ त्रिविमीय आकार शंकु है।
- (6) शंकु के घटक लिखो :

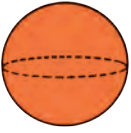
शीर्षबिंदु

वृत्ताकार कोर

वृत्ताकार पृष्ठ

वक्र पृष्ठ

● गोला



हम दैनिक जीवन में गेंद, लड्डू जैसे आकार देखते हैं। गेंद का आकार गोल होता है। इस त्रिविमीय आकृति में कोर और शीर्षबिंदु नहीं होते परंतु एक वक्रपृष्ठ होता है।



चर्चा करो

- (1) प्रिज्म, बेलन और शंकु की ऊँचाई कैसे दिखाई जा सकती है?
- (2) क्या गोले जैसे त्रिविमीय आकार की ऊँचाई दिखाई जा सकती है?

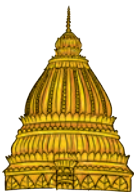
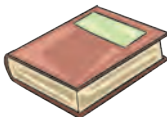


1) निम्नलिखित सारिणी पूर्ण करो।

सूची स्तंभ / चिति (प्रिज्म)	त्रिभुजाकार		चतुर्भुजाकार		पंचभुजाकार	
	प्रिज्म	सूची स्तंभ	प्रिज्म	सूची स्तंभ	प्रिज्म	सूची स्तंभ
चित्र						
आधार का पृष्ठ	त्रिभुजाकार	त्रिभुजाकार				
शीर्षबिंदु संख्या	6	4				
कोरों की संख्या	9	6				
ऊर्ध्वाधर पृष्ठ की संख्या	3	3				
तल/ऊपरी पृष्ठ	2	1				



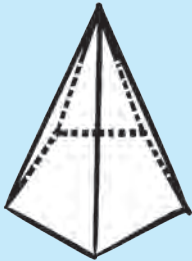
2) अपने आस-पास दिखने वाली आकृतियों के नाम लिखकर तालिका पूर्ण करो।

				
शंकु				

प्रिज्म (चिति) और पिरामिड (सूची स्तंभ) में अंतर



आओ, समझो

	प्रिज्म (चिति)	पिरामिड (सूची स्तंभ)
पृष्ठ	इसका आधार और ऊपरी भाग त्रिभुजाकार, चतुर्भुजाकार या बहुभुजाकार होता है। इसके पार्श्व (खड़े) पृष्ठ आयताकार होते हैं।	इसका आधार त्रिभुजाकार, चतुर्भुजाकार या बहुभुजाकार होता है। इसके पार्श्व (खड़े) पृष्ठ त्रिभुजाकार होते हैं।
शीर्षबिंदु	आधार पर शीर्षबिंदु होते हैं और ऊपर के सिरे पर केवल एक शीर्ष होता है।	शीर्षबिंदु आधार और ऊपरी भाग दोनों जगह होते हैं।
कोर	कोरों की संख्या आधार या ऊपरी भाग की भुजाओं की संख्या की तिगुनी होती है।	कोरों की संख्या आधार की भुजाओं की संख्या की दोगुनी होती है।
आकृति		



विचार करो

- 1) घन, एक घनाभ/आयताकार लंब बेलन है या सूची ?
- 2) किस आकृति में सभी पृष्ठ त्रिभुजाकार होते हैं?
- 3) आधार के पृष्ठभागों के कोरों की संख्या बढ़ाने पर कौन-सी चिति (प्रिज्म) / सूची स्तंभ तैयार होती है?





एक दृष्टिक्षेप

- अनेक भुजाओं वाली बंद आकृति को बहुभुज कहते हैं।
- मिति : एकविमीय, द्विविमीय और त्रिविमीय आकार।



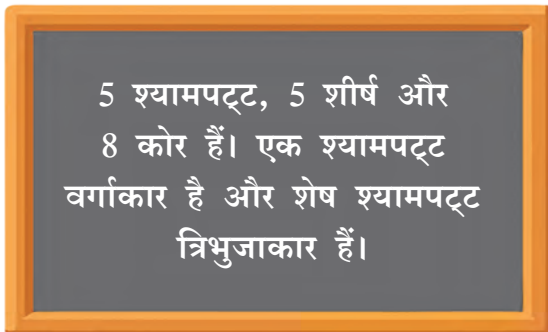
स्वाध्याय 1

1) सही विकल्प चुनो।

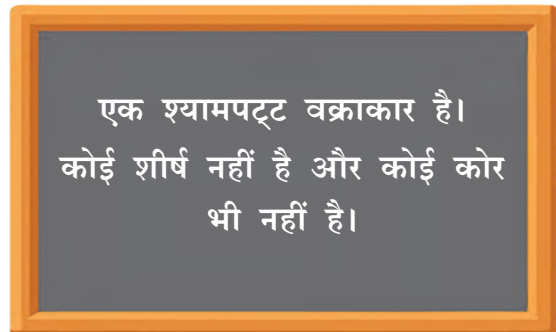
- (i) यदि कैरम की गोटियों को एक के ऊपर एक रखा जाए तो कौन-सा आकार बनेगा?
 अ) घनाभ ब) लंबवृत्ताकार बेलन क) शंकु ड) घन
- (ii) रेत की घड़ी  किन 2 समान आकारों से बनी होती है?
 अ) घन ब) त्रिभुजाकार पिरामिड क) गोला ड) शंकु
- (iii) निम्नलिखित में से कौन-सा आकार त्रिविमीय नहीं है?
 अ) वर्ग ब) गोला क) बेलन ड) शंकु

2) नीचे दी गई जानकारी के आधार पर त्रिविमीय आकृतियों के नाम लिखो।

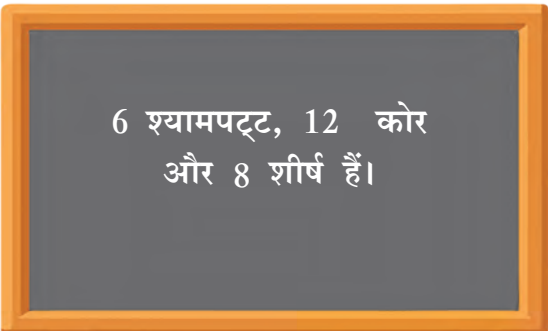
i)



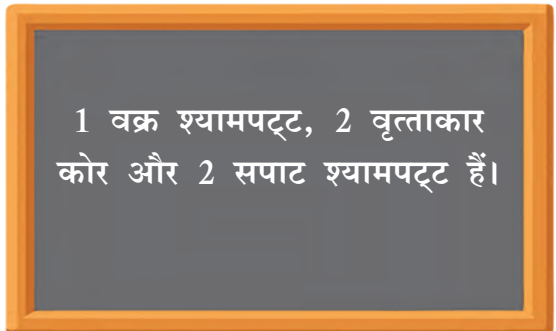
ii)



iii)



iv)







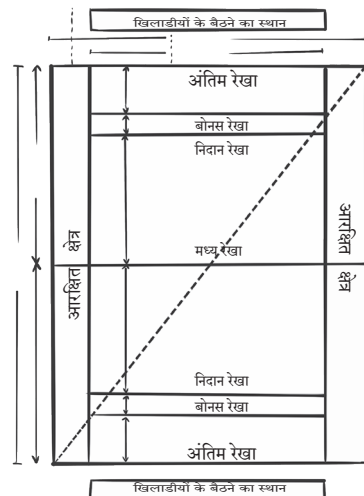
2 रेखा और कोण



पुनरावर्तन

किसी भी खेल का मैदान तैयार करते समय ज्यामितीय आकारों और मूलभूत अवधारणाओं का उपयोग होता है। बगल के चित्र में कबड्डी का मैदान दिखाया गया है। इसे बनाते समय कुछ मूलभूत ज्यामितीय अवधारणाओं का उपयोग किया गया है, जैसे: बिंदु, रेखा, प्रतल।

अब हम बिंदु, रेखा और प्रतल जैसी मूलभूत अवधारणाओं का अध्ययन करेंगे। इन घटकों की सहायता से हमें ज्यामिति के अधिक उन्नत विषयों, जैसे विभिन्न आकारों की रचना और उनके विश्लेषण को समझने में मदद मिलेगी।



बिंदु (Point)



आओ, समझो

कागज पर एक नुकीली पेन्सिल से एक निशान लगाओ। यही निशान 'बिंदु' है। बिंदु की कोई लंबाई, चौड़ाई या मोटाई नहीं होती। बिंदु को दर्शाने के लिए अंग्रेजी के बड़े अक्षरों का उपयोग किया जाता है। जैसे: बिंदु P, बिंदु Q, बिंदु R

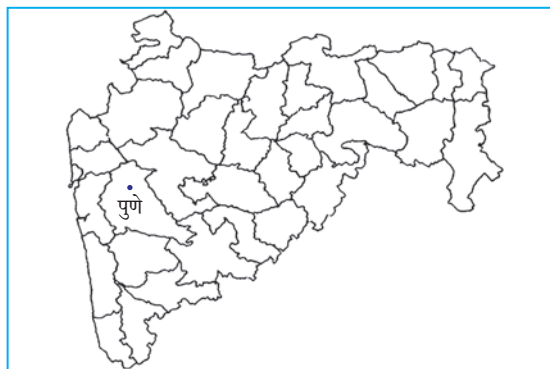
· P
· Q · R



कृति करो

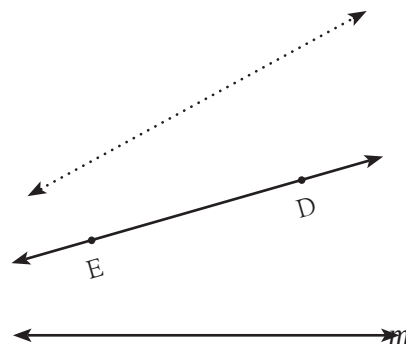
बगल में दिए गए महाराष्ट्र के मानचित्र में निम्नलिखित शहरों को बिंदुओं द्वारा दर्शाओ।

- 1) पुणे
- 2) मुंबई
- 3) नाशिक
- 4) नागपुर
- 5) कोल्हापुर
- 6) सातारा



रेखा (Line)

साथ में दी गई आकृति एक 'रेखा' है। रेखा दोनों दिशाओं में असीमित होती है। इसे दर्शाने के लिए दोनों सिरों पर तीर के निशान लगाए जाते हैं। रेखा एक-विमीय होती है और रेखा पर असंख्य बिंदु होते हैं। रेखा का नाम रेखा पर स्थित किन्हीं भी दो बिंदुओं द्वारा लिखा जाता है। जैसे चित्र में दी गई रेखा का नाम रेखा DE या रेखा ED है। कभी-कभी अंग्रेजी के छोटे अक्षर का उपयोग करके भी रेखा का नाम लिखा जाता है, जैसे रेखा m , रेखा n , रेखा a



एकरेखीय और नैकरेखीय बिंदु (Collinear and Non-collinear points)



गणितीय चर्चा

- (1) कागज़ पर एक बिंदु लो। उससे होकर जाने वाली रेखाएँ खींचो। ऐसी कितनी रेखाएँ खींची जा सकती हैं?
 - (2) अब कागज़ पर दो बिंदु लो। उन दोनों बिंदुओं से होकर जाने वाली रेखाएँ खींचो। ऐसी कितनी रेखाएँ खींची जा सकती हैं?
 - (3) कागज़ पर तीन बिंदु लो। उन तीनों बिंदुओं से होकर जाने वाली कितनी रेखाएँ खींची जा सकती हैं?
- सरिता और अफरोज ने वे तीन बिंदु नीचे दिए अनुसार बनाए :

सरिता

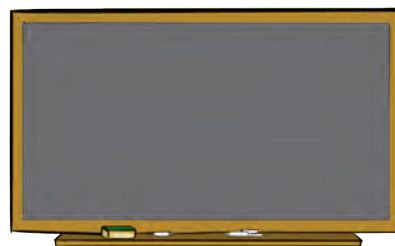
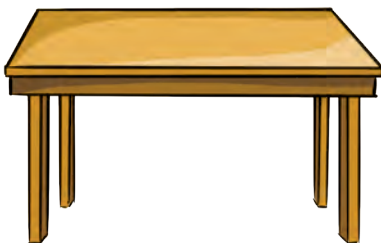
A B C

अफरोज

P · · Q
· R

- सरिता द्वारा बनाए गए तीनों बिंदुओं से होकर केवल एक ही रेखा खींची जा सकती है। - यदि तीन या तीन से अधिक बिंदुओं से होकर एक ही सीधी रेखा जाती हो तो उन्हें एकरेखीय बिंदु कहते हैं।	- अफरोज द्वारा बनाए गए तीनों बिंदुओं से होकर जाने वाली एक भी रेखा नहीं खींची जा सकती। - यदि तीन या तीन से अधिक बिंदुओं से होकर एक ही सीधी रेखा न जाती हो तो उन्हें नैकरेखीय (न+एकरेखीय) बिंदु कहते हैं।
तार पर बैठे पक्षी	

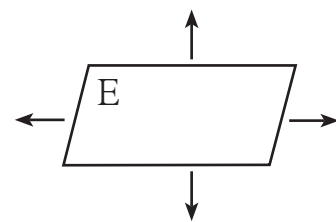
प्रतल (Plane)



चित्र में दिखाए गए टेबल और बोर्ड के पृष्ठभाग (सतह) सपाट हैं। ये सपाट पृष्ठभाग चारों दिशाओं में असीमित रहने वाले पृष्ठभाग के हिस्से हैं। चारों ओर से असीमित रहने वाले सपाट पृष्ठभाग को प्रतल कहते हैं। यह असीमितता तीनों द्वारा दिखाई गई है।

प्रतल का नाम अंग्रेजी के बड़े अक्षर से दर्शाते हैं,

जैसे प्रतल E



बिंदु, रेखा और प्रतल ज्यामिति की मूलभूत संकल्पनाएँ हैं।



रेखाखंड (Segment)



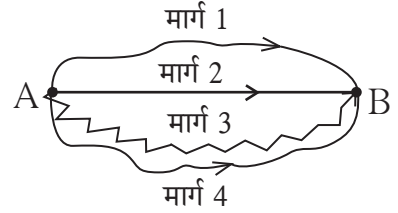
कृति करो

निःशुल्क वितरण के लिए

कागज पर एक रेखा X खींचो। रेखा X पर बिंदु P और Q लो। रेखा का बिंदु P से बिंदु Q तक का भाग रेखाखंड (रेखा का भाग या रेखा का खंड) कहलाता है। बिंदु P और बिंदु Q रेखाखंड के अंत्यबिंदु हैं। इस रेखाखंड का नाम रेखाखंड PQ या रेखाखंड QP लिखते हैं और इसे संक्षिप्त में रेख PQ या रेख QP पढ़ते एवं लिखते हैं।



कागज पर दो बिंदु A और बिंदु B लो। उन्हें अलग-अलग प्रकार से जोड़ो। A से B तक जाने के लिए कई मार्ग हैं, उनमें से सबसे छोटा मार्ग (मार्ग 2) रेखाखंड AB है।



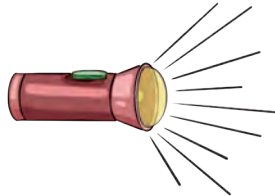
किरण (Ray)



आओ, समझो



सूर्य की किरणें



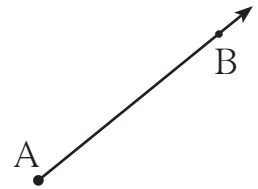
टॉर्च का प्रकाश



लेजर गन से निकलता प्रकाश

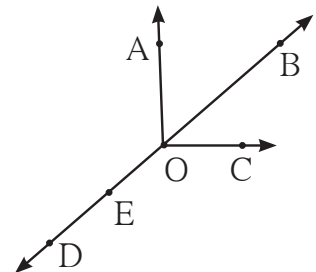
किरण, रेखा का एक भाग है जो एक बिंदु से शुरू होती है और एक ही दिशा में असीमित होती है। किरण जिस बिंदु से शुरू होती है, उस बिंदु को किरण का आरंभ बिंदु कहते हैं।

साथ वाली आकृति में बिंदु A किरण AB का आरंभ बिंदु है और B यह किरण पर स्थित दूसरा एक बिंदु A है। किरण का लिखना तथा पढ़ना उसके आरंभ बिंदु से होता है। जैसे **किरण AB** , किरण BA ऐसा नहीं कहते है।



अभ्यास संग्रह 2.1

- (1) संलग्न आकृति को देखो और नीचे दी गई अवधारणाओं के नाम लिखो।
 - (i) बिंदु
 - (ii) रेखाखंड
 - (iii) किरण
 - (iv) एकरेखीय बिंदु
 - (v) रेखा
 - (vi) नैकरेखीय बिंदु



(2) निम्नलिखित आकृतियाँ खींचो और उन्हें नाम दो।

(i) रेखा BT (ii) किरण DE (iii) रेखाखंड MP (iv) रेखा y (v) बिंदु M

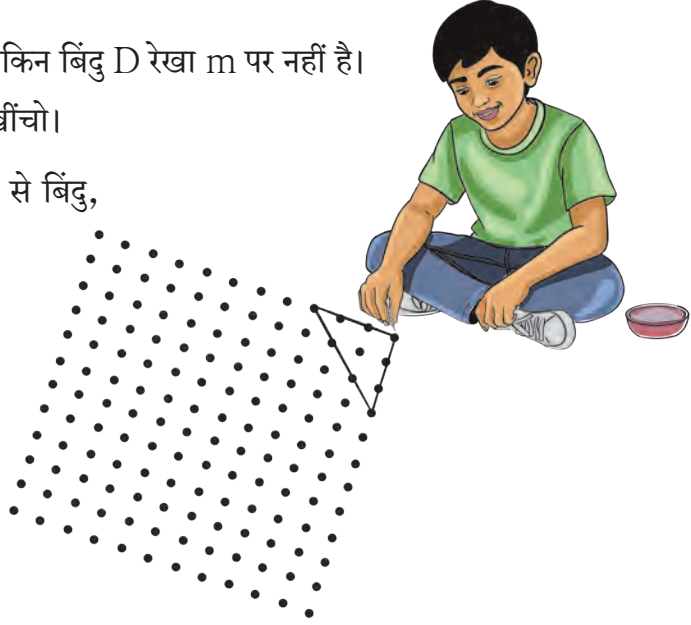
(3) ऐसी आकृतियाँ खींचो जिनसे निम्नलिखित बातें स्पष्ट हों और उन्हें नाम दो।

(i) बिंदु P रेखाखंड AB पर है।

(ii) रेखा m पर बिंदु E और F हैं लेकिन बिंदु D रेखा m पर नहीं है।

(iii) किरण OP और किरण OQ खींचो।

(4) साथ वाले चित्र में रंगोली के माध्यम से बिंदु, रेखाखंड और प्रतल दिखाओ।



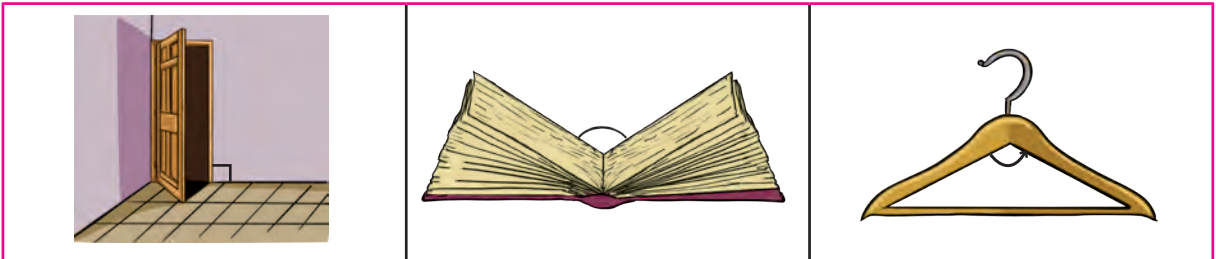
(5) भारत के मानचित्र पर चार महत्वपूर्ण स्थान बिंदुओं द्वारा दर्शाए गए हैं। इन बिंदुओं को जोड़कर जितने संभव हों, उतने रेखाखंड खींचो।



कोण (Angle)



पुनरावर्तन



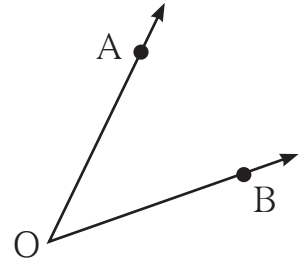
ऊपर दिए गए चित्रों में जहाँ कोना है, वहाँ कौन-सी आकृति बनी है?





आओ, समझो

जब दो रेखाखंडों या किरणों का आरंभ बिंदु एक ही उभयनिष्ठ बिंदु होता है तो एक कोण बनता है। कोण बनाने वाले इन रेखाखंडों या किरणों को 'कोण की भुजाएँ' या 'कोण की भुजा' कहते हैं। उस उभयनिष्ठ बिंदु को 'कोण का शीर्षबिंदु' कहा जाता है। आकृति में, किरण OA और किरण OB इस कोण की भुजाएँ हैं और बिंदु O इनका शीर्षबिंदु है।



साथ में दिए गए कोण का नाम कोण AOB या कोण BOA या कोण O पढ़ा जाता है। इसी को चिह्न ($\angle$) का उपयोग करके $\angle AOB$ या $\angle BOA$ या $\angle O$ लिखते हैं।

*** नीचे दी गई तालिका पूर्ण करो।**

	(i)	(ii)	(iii)	(iv)
आकृति				
कोण का नाम	$\angle KYZ$ या $\angle ZYK$			
कोण का शीर्षबिंदु	Y			
कोण की भुजा	किरण YK किरण YZ			

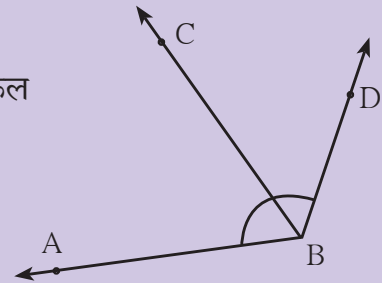
क्या आकृति में दिए गए कोण के नाम को केवल $\angle B$ लिखना सही होगा?

हमें यह कैसे पता चलेगा कि कोण $\angle B$ वास्तव में कौन-सा कोण है?

इसका कारण यह है कि बिंदु B को शीर्षबिंदु मानकर यहाँ तीन किरणें निकल रही हैं। यहाँ कितने कोण दिखाई दे रहे हैं? उन कोणों के नाम लिखो।

जैसे: $\angle ABC$, $\angle$ और $\angle$

किसी विशिष्ट कोण को दर्शाने के लिए तीन अक्षरों का उपयोग करके कोण लिखा जाता है। उनमें से शीर्षबिंदु का नाम हमेशा बीच में होता है।



$\angle ABC$ और $\angle ABD$ में से कौन-सा कोण बड़ा है?

$\angle CBD$ और $\angle ABD$ में से बड़ा कोण कौन-सा है?

कोणों का छोटा-बड़ा होना कैसे तय करेंगे?





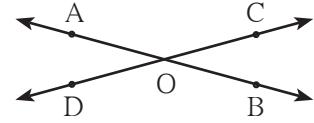
कृति करो

- (1) एक ही शीर्षबिंदु से कई किरणें खींचो। किरणों की संख्या और बनने वाले सभी कोणों की संख्या लिखो। 6 किरणों तक की एक सारिणी तैयार करो।
- (2) नीचे दिए गए कोणों को मापो। कोणों का निरीक्षण करो। कोण की भुजाओं और उनके माप पर विचार करते हुए अपना प्रेक्षण दर्ज करो।



क्या कोण की भुजाओं को छोटा या बड़ा करने से कोण का माप बदलता है?

- (3) साथ वाली आकृति में रेखा AB और रेखा DC एक-दूसरे को बिंदु O पर प्रतिच्छेदित करती हैं। आकृति में बनने वाले सभी कोणों के नाम लिखो। आकृति में किरण OA और किरण OB मिलकर कौन-सी आकृति बनाती है? उसका नाम लिखो।



कोण का अंतः भाग और बाह्य भाग
(Interior and Exterior of Angle)

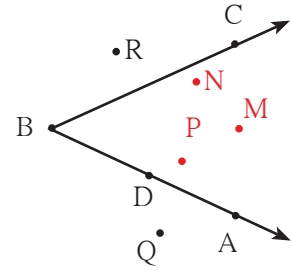


आओ, समझो

संलग्न आकृति में $\angle ABC$ के अंदर, बिंदु P, बिंदु M, और बिंदु N कोण के अंतर्भाग में हैं।

बिंदु Q और बिंदु R कोण के बाह्य भाग में हैं।

बिंदु A, बिंदु B, बिंदु C और बिंदु D कोण पर स्थित बिंदु हैं।



कोणों के प्रकार (Types of angles)



कृति करो

डिजिटल घड़ी में दिखाया गया समय, घंटे की सुई और मिनट की सुई का उपयोग करके दीवार घड़ी पर दर्शाओ और बनने वाले कोण का प्रकार लिखो।

04:00



1. -----

02:00



2. -----

03:00



3. -----

06:00

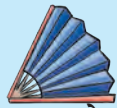
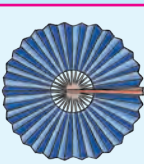


4. -----



- घड़ी की सुइयों के बीच 6 बजे किस प्रकार का कोण बनेगा?

अब इसे जानने के लिए कोणों के सभी प्रकार देखते हैं। इसके लिए हम कागजी पंखे का उपयोग करेंगे। पंखे के एक किनारे को स्थिर रखकर दूसरे किनारे की स्थिति के अनुसार अलग-अलग प्रकार के कोण बनते हैं।

चित्र	कोण के प्रकार
 शून्य कोण	कागजी पंखा बंद स्थिति में रखने पर पंखे के दो किनारों के बीच 'शून्य कोण' बनता है। शून्य कोण का माप 0° लिखते हैं।
 न्यून कोण	- पंखे के एक किनारे को स्थिर रखकर दूसरे किनारे को घुमाने पर वहाँ कोण बनता है। - इसका माप से अधिक और से कम होता है।
 सम कोण	- यहाँ बना है। - सम कोण का माप होता है।
 अधिक कोण	- यहाँ कोण बना है। - इसका माप से अधिक और से कम होता है।
 सरल कोण	- दो किनारों के कारण यहाँ एक सीधी रेखा बनी है, इसे 'सरल कोण' कहते हैं। - सरल कोण का माप 180° होता है।
 प्रतिवर्ती कोण	- इस चित्र में बना कोण 'प्रतिवर्ती कोण' है। - यह कोण सरल कोण से बड़ा होता है। - इसका माप 180° से अधिक और 360° से कम होता है।
 पूर्ण कोण	इस चित्र में पूरा गोल पंखा बना है और पंखे के दोनों किनारे एक-दूसरे से पूरी तरह मिल गए हैं। इस कोण को 'पूर्ण कोण' कहते हैं। पूर्ण कोण का माप 360° होता है।



गणितीय चर्चा

- घड़ी में जब घंटे की सुई और मिनट की सुई दो क्रमागत संख्याओं पर होती हैं तो उनके बीच कौन-सा कोण बनता है?



कृति करो

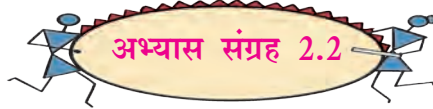
- चित्र में दिए गए कोणों के प्रकार पहचानो और कोणों के विभिन्न प्रकारों का उपयोग करके इसी तरह का कोई और चित्र बनाओ।
- व्यायाम करते समय अपने हाथों को ऊपर-नीचे करते समय कौन-कौन-से कोण बनते हैं, इसे स्वयं करके देखो और कोणों के नाम लिखो।



गणितीय पहेली

मैं एक न्यून कोण हूँ।

- यदि तुम मेरा माप दोगुना कर दो तो तुम्हें एक न्यून कोण मिलेगा।
- यदि तुम मेरा माप तिगुना कर दो तो तुम्हें फिर से एक न्यून कोण मिलेगा।
- यदि तुम मेरा माप चौगुना (चार गुना) कर दो तो तुम्हें फिर से एक न्यून कोण ही मिलेगा।
- लेकिन यदि तुम मेरे माप को 5 से गुना करते है तो तुम्हें एक अधिक कोण मिलेगा।
- पहचानो, मेरा माप क्या-क्या हो सकता है?



- (1) नीचे दिए गए अंग्रेजी अक्षरों की रेखाओं के बीच जहाँ सम कोण बनते हैं, ऐसे अक्षर खोजो।
A, E, N, K, L, H
- (2) नीचे कोणों के माप दिए गए हैं, उनके आधार पर प्रत्येक कोण के प्रकार लिखो।
(i) 40° (ii) 0° (iii) 90° (iv) 155° (v) 180° (vi) 245°
- (3) अलग-अलग मापों के प्रतिवर्ती कोण बनाओ।
- (4) निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर लिखो :
(i) एक सरल कोण में कितने सम कोण समाहित होते हैं?
(ii) हाथ की दो पास-पासवाली उँगलियों के बीच किस प्रकार का कोण बनता है?
(iii) घड़ी में 12 बजने पर घंटे की सुई और मिनट की सुई के बीच किस प्रकार का कोण बनता है?



एक दृष्टिक्षेप

- बिंदु, रेखा और प्रतल, ज्यामिति की मूलभूत अवधारणाएँ हैं।
- बिंदु, प्रतल में एक निश्चित स्थिति को दर्शाता है और इसे अंग्रेजी के बड़े अक्षर से दिखाया जाता है।
- रेखा दोनों दिशाओं में असीमित होती है। रेखा का नाम उस पर स्थित किन्हीं दो बिंदुओं द्वारा दिखाया जाता है, जैसे: रेखा AB या रेखा BA, अथवा एक छोटे अक्षर जैसे 'रेखा m' से भी दर्शाया जाता है।
- रेखाखंड, रेखा का एक भाग होता है।
- किरण एक प्रारंभिक बिंदु से शुरू होकर एक दिशा में असीमित होती है।
- समतल चारों दिशाओं में असीमित एक सपाट सतह होती है।
- एक ही आरंभ बिंदु वाली दो किरणों या रेखाखंडों से कोण बनता है। कोण बनाने वाली इन किरणों को कोण की भुजाएँ और उभयनिष्ठ प्रारंभिक बिंदु को कोण का शीर्ष कहते हैं।
- कोणों के प्रकार: शून्य कोण (0°), न्यून कोण (0° से बड़ा परंतु 90° से छोटा), सम कोण (90°), अधिक कोण (90° से बड़ा परंतु 180° से छोटा), सरल कोण (180°), प्रतिवर्ती कोण (180° से बड़ा और 360° से छोटा), पूर्ण कोण (360°)।



स्वाध्याय 2

- (1) सही विकल्प चुनिए।
i) एक पूर्ण कोण में सम कोण होते हैं।

(अ) 1

(ब) 2

(क) 3

(ड) 4



- ii) यदि एक सरल कोण को 3 समान भागों में विभाजित करें तो प्राप्त होने वाला प्रत्येक कोण होगा।
 (अ) शून्य कोण (ब) न्यून कोण (क) अधिक कोण (ड) सम कोण
- iii) किरण OP और किरण OQ का मूल बिंदु (आरंभ बिंदु) है।
 (अ) O (ब) P (क) Q (ड) P और Q
- iv) दोनों दिशाओं में असीमित होती है।
 (अ) रेखा (ब) रेखाखंड (क) किरण (ड) प्रतल

(2) जोड़ियाँ मिलाओ :

स्तंभ A

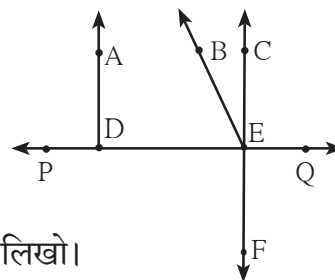
- i) 91°
 ii) 180°
 iii) 360°
 iv) 215°
 v) 90°

स्तंभ B

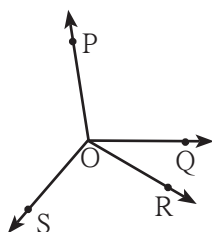
- a) सरल कोण
 b) पूर्ण कोण
 c) प्रतिवर्ती कोण
 d) सम कोण
 e) अधिक कोण

(3) दी गई आकृति देखकर उत्तर लिखो :

- i) आकृति में दिखाई देने वाली सभी किरणों के नाम लिखो।
 ii) बिंदु E किन रेखाओं पर स्थित है?
 iii) आकृति में दिखाई देने वाले रेखाखंडों के नाम लिखो।
 iv) बिंदु E को मूल बिंदु (आरंभ बिंदु) मानकर किरणों के नाम लिखो।
 v) $\angle BEQ$ कोण किस प्रकार का कोण है? उसकी भुजाओं के नाम लिखो।



(4)

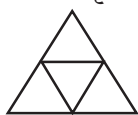


साथ में दी गई आकृति में कोणों के नाम लिखकर उनके प्रकार लिखो।

(5) नीचे दी गई प्रत्येक आकृति में न्यून कोणों की संख्या ज्ञात करो :



(a)



(b)



(c)

(d)

इसके आधार पर, इस श्रृंखला में (d) के स्थान पर आने वाली उपयुक्त आकृति बनाओ और उसमें कितने न्यून कोण हैं, वह लिखो। न्यून कोणों की संख्या में कौन-सा स्वरूप दिखाई देता है?

(6) न्यून कोण, सम कोण और अधिक कोण का उपयोग करके एक मुक्त चित्र बनाओ और उसमें रंग भरें।

प्रकल्प

- अपने परिवेश में पाई जाने वाली वस्तुओं के कोणों की सूची बनाओ। उनका प्रकार के अनुसार वर्गीकरण करो।

ICT का उपयोग: GEOGEBRA सॉफ्टवेयर का उपयोग करके बिंदु, रेखा, रेखाखंड, प्रतल, किरण और कोण की आकृतियाँ बनाने का अभ्यास करो। कभी न समाप्त होने वाली रेखा का अनुभव करो।



**3**

संख्याओं के विश्व में



पुनरावर्तन

3**0****5****9****7**

- ऊपर दिए गए प्रत्येक अंक का केवल एक बार उपयोग करके सबसे बड़ी और सबसे छोटी पाँच अंकोंवाली संख्या बनाओ।
- बनी हुई संख्याओं में सैकड़ा के स्थान पर स्थित अंकों का स्थानीय मान लिखो।

प्राकृतिक संख्याएँ और पूर्ण संख्याएँ (Natural Numbers and Whole Numbers)



आओ, समझो

- समूह की वस्तुओं को गिनने के लिए हम 1, 2, 3, ... इन संख्याओं का उपयोग करते हैं। इन संख्याओं को गणन संख्याएँ कहते हैं। गणन संख्याओं को ही प्राकृतिक संख्याएँ कहा जाता है।
- प्राकृतिक संख्याओं का समूह: 1, 2, 3, ..., 951, ..., 29761, ...
- प्राकृतिक संख्याएँ अनंत हैं। दैनिक जीवन में हम कई स्थानों पर बड़ी प्राकृतिक संख्याओं का उपयोग करते हैं।
उदाहरण: 1) 2011 की जनगणना के अनुसार एक उपनगर की जनसंख्या 1,24,42,373 थी।
2) एक पुस्तक प्रदर्शनी के सभी स्टॉलों में पुस्तकों की कुल संख्या 23,74,333 थी।



विचार करो

1, 2, 3, ये प्राकृतिक संख्याएँ हैं।
 $7 + 5 = 12$ यह प्राकृतिक संख्या है।
 $7 - 5 = 2$ यह भी प्राकृतिक संख्या है।
 $5 - 5 = 0$ क्या यह प्राकृतिक संख्या है?

- सबसे छोटी प्राकृतिक संख्या 1 है।
- क्या सबसे बड़ी प्राकृतिक संख्या बताई जा सकती है?

मैं शून्य बोल रहा हूँ...

विद्यार्थी मित्रो, क्या तुमने मुझे पहचाना? मैं तुम्हारे रोज के परिचय का 'शून्य' हूँ। 'कुछ भी नहीं' यह दिखाने के लिए मेरा उपयोग किया जाता है। '0' यह मेरा चिह्न है। मेरा जन्म भारत देश में हुआ। यदि मेरी खोज न हुई होती तो दुनिया में बहुत उलझन होती। 1 से 9 तक केवल नौ ही अंक होने पर, 'दशमलव पद्धति' के नाम में 'दश' शब्द कहाँ से आता? यह दसवाँ अंक कौन-सा है? यह दसवाँ अंक मैं ही हूँ।

भारत के बाहर मुझे 'वॉइड', 'सायफॉस', 'जेफिरो', 'जिप्रा' जैसे नामों से जाना जाता है। 'जेफिरो' का अंग्रेजी रूपांतरण 'ज़ीरो' हुआ। गणित में मेरा महत्त्व असाधारण है। किसी संख्या के आगे यदि मैं एक बार लग जाऊँ तो उस संख्या का मान दस गुना बढ़ जाता है।



प्राकृतिक संख्याओं के समूह में शून्य (0) को शामिल करने पर जो संख्या समूह तैयार होता है, उसे पूर्ण संख्या समूह कहते हैं। पूर्ण संख्या समूह : 0, 1, 2, 3, 4,, 951, 952, ...



आओ, समझो

- नीचे दी गई तालिका में दुनिया की पाँच चोटियों की समुद्र तल से ऊँचाई मीटर में दी गई है। तालिका का निरीक्षण करके दिए गए प्रश्नों के उत्तर लिखो।

दुनिया की चोटियों के नाम	समुद्र तल से ऊँचाई (मीटर में)
के - 2	8611
लाओत्से	8516
माउंट एवरेस्ट (सागरमाथा)	8849
मकालू	8485
कंचनजंगा	8586

- अ) माउंट एवरेस्ट की ऊँचाई मकालू चोटी से कितने मीटर अधिक है?
- ब) चोटियों के नाम ऊँचाई के बढ़ते क्रम में लिखो।
- क) चोटियों के नाम ऊँचाई के घटते क्रम में लिखो।



विचार करो

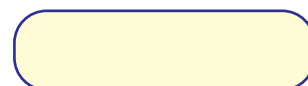
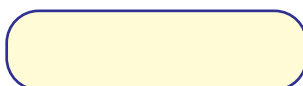
- सबसे छोटी पूर्ण संख्या 0 है।
- क्या सबसे बड़ी पूर्ण संख्या बताई जा सकती है?



गणितीय चर्चा

- आसावरी को लैपटॉप और मोबाइल खरीदना है। उसे वे वस्तुएँ खरीदने के लिए अंदाजन कितने रुपये लगेंगे, लिखो और बोर्ड पर लिखे शब्दों का उपयोग करके जोड़ और घटाव के शाब्दिक उदाहरण तैयार करो और उन्हें हल करो।

कितना कम,
कितना ज्यादा,
कुल खर्च





- (1) निम्नलिखित संख्याओं को अक्षरों में लिखो।
 (i) 49,38,67,521 (ii) 28,41,57,649 (iii) 2,37,50,145 (iv) 6,79,81,049
- (2) कोष्ठक में $<$, $=$, $>$ में से उचित चिह्नों का प्रयोग कीजिए।
 (i) 59,21,492 64,79,426 (ii) 7,579 0
 (iii) 48,579 48,579 (iv) 0 700
- (3) हल कीजिए।
 (i) $95,754 - 38,254 = ?$ (ii) $85,39,652 + 53,27,541 = ?$
- (4) विद्यालयीन पोषण आहार के लिए जून महीने का खर्च ₹ 87,000 था। जुलाई महीने में यह ₹ 1,69,000 हो गया तो जून और जुलाई महीनों का कुल खर्च कितने रुपये हुआ? जुलाई महीने में जून की तुलना में कितना अधिक खर्च हुआ?
- (5) आयकर विभाग के पास एक संस्था द्वारा वित्तीय वर्ष के फरवरी महीने में ₹9,25,498 आयकर और मार्च महीने में ₹11,49,505 आयकर जमा किया गया। तो इन दो महीनों में कुल कितना आयकर जमा हुआ?



आओ, समझो

पूर्णांक संख्याएँ (Integers)



‘सियाचिन क्षेत्र में बर्फबारी के कारण तापमान ऋण -40 अंश सेल्सियस हो गया, ऐसा मैंने समाचार पत्र में पढ़ा। इसका अर्थ क्या यह तापमान शून्य से कम है?’

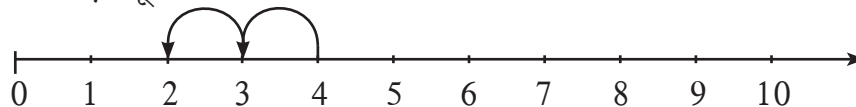
‘कल हम मामा के घर गए थे, तब मामा की गाड़ी की पार्किंग भूतल से दो मंजिल नीचे थी। वहाँ जाने के लिए लिफ्ट में -2 लिखा हुआ बटन दबाना पड़ा। ऊपर के उदाहरणों में -40 और -2 का क्या अर्थ है? आओ इसे समझते हैं।’



i) $4 - 2 = ?$ ii) $2 - 4 = ?$

घटाते समय संख्या रेखा पर दी गई संख्या से जितनी संख्या घटानी है, उतने स्थान बाईं ओर जाते हैं, यह तुम जानते हैं।

i) $4 - 2 = 2$ यह एक पूर्ण संख्या है।



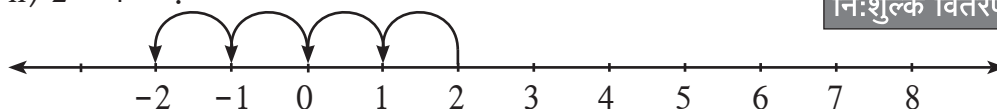
संख्या रेखा पर संख्या के दाईं ओर समान दूरी पर 1, 2, 3, 4 ... ये संख्याएँ होती हैं। यही अंतर समान रखकर शून्य के बाईं ओर क्रमानुसार संख्याएँ लिखते हैं। $-1, -2, -3$... ये ऋणात्मक संख्याएँ होती हैं।

धनात्मक संख्याएँ लिखते समय $(+)$ चिह्न लगाने की आवश्यकता नहीं होती परंतु ऋणात्मक संख्याएँ लिखते समय $(-)$ चिह्न लगाना अनिवार्य होता है।



ii) $2 - 4 = ?$

निःशुल्क वितरण के लिए

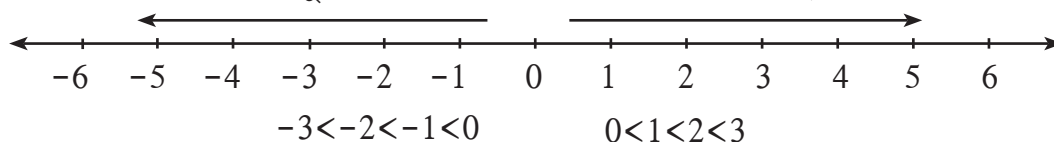


$$2 - 4 = -2$$

शून्य, सभी धनात्मक संख्याएँ और सभी ऋणात्मक संख्याएँ मिलकर जो संख्याओं का समूह बनते हैं, उसे पूर्णांक संख्या समूह कहते हैं।

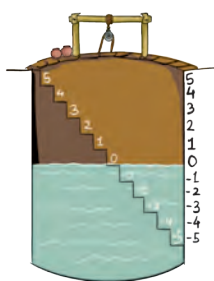
ऋणात्मक संख्याएँ: शून्य के बाईं ओर

धनात्मक संख्याएँ: शून्य के दाईं ओर

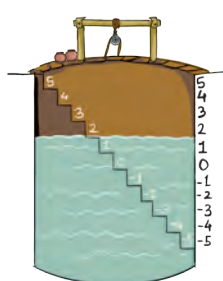


दाईं ओर की संख्या, बाईं ओर की संख्या से हमेशा बड़ी होती है।

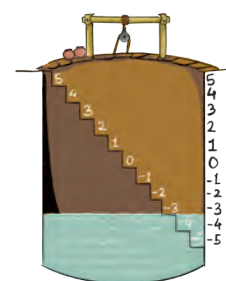
पूर्णांक संख्याओं की तुलना (Comparison of Integers)



सामान्य स्थिति
पानी का स्तर (0)



वर्षा ऋतु की स्थिति
पानी का स्तर (+2)



ग्रीष्म ऋतु (गर्मी) की स्थिति
पानी का स्तर (-3)

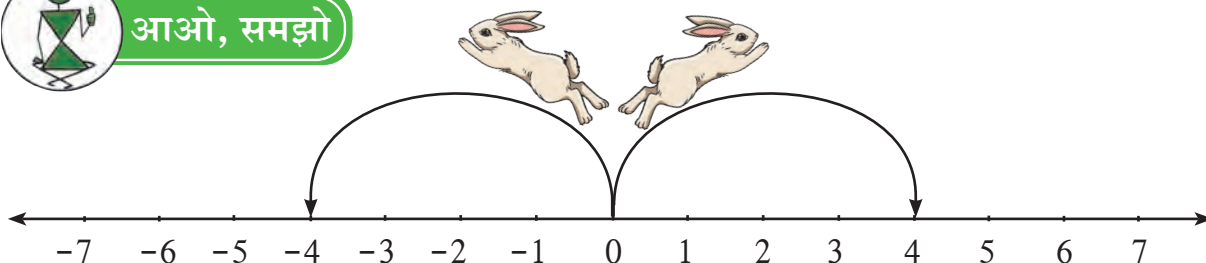
उपरोक्त चित्र में सीढ़ियों वाला एक कुआँ दिखाया गया है, जिसकी छह सीढ़ियाँ सामान्यतः हमेशा पानी में डूबी रहती हैं। इस स्तर को हम शून्य (0) मानते हैं। वर्षा ऋतु में पानी का स्तर बढ़ने के कारण पानी दो सीढ़ी ऊपर आ जाता है। पानी का ऊपर आना यानी (+2) है। गर्मी के दिनों में पानी का स्तर कम होकर पानी तीन सीढ़ी नीचे चला जाता है, जिसका अर्थ है (-3)।

इस उदाहरण से तुम्हें यह समझ में आएगा कि : $(+2) > (-3)$, $0 > (-1)$, $(-1) > (-2)$

विपरीत संख्याएँ (Opposite Numbers)

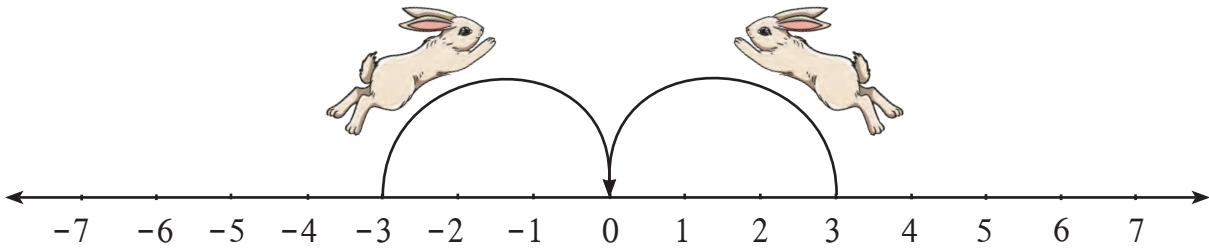


આઓ, સમજો



जब खरगोश 0 से दाईं ओर 4 इकाई की छलाँग लगाता है, तब वह +4 संख्या पर पहुँचता है और जब वह 0 से बाईं ओर 4 इकाई की छलाँग लगाता है, तब वह -4 संख्या पर पहुँचता है। 0 से दोनों दूरियाँ समान हैं परंतु छलाँग लगाने की दिशाएँ एक-दूसरे के विपरीत हैं। यहाँ +4 और -4 एक-दूसरे की विपरीत संख्याएँ हैं।





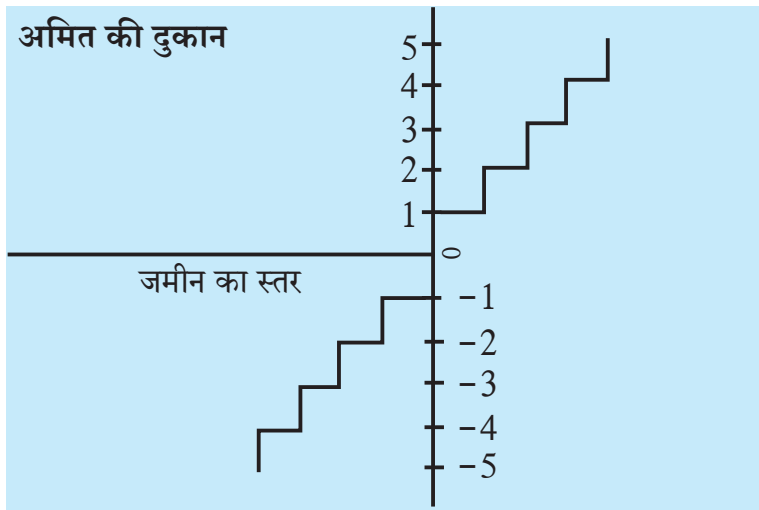
संख्या रेखा पर दो खरगोशों ने इकाई छलाँग लगाई। उनमें से -3 पर खड़े खरगोश ने दाईं ओर तो +3 पर खड़े खरगोश ने बाईं ओर छलाँग लगाई। वे कहाँ पहुँचेंगे?

$$(-3) + (+3) = 0 \text{ अथवा } (+3) + (-3) = 0$$

संख्या रेखा पर विपरीत संख्याएँ 0 से समान दूरी पर, परंतु विपरीत दिशाओं में होती हैं।
विपरीत संख्याओं का योग शून्य होता है। शून्य की विपरीत संख्या शून्य ही होती है।



आओ, समझो



उपरोक्त चित्र में अमित की दुकान में जमीन के स्तर से ऊपरी मंजिल और तहखाने में जाने के लिए सीढ़ियाँ हैं। ऊपर की मंजिल पर जाने वाली सीढ़ियों को क्रमशः 1, 2, 3 जैसे धनात्मक पूर्णांकों से और तहखाने में उतरने वाली सीढ़ियों को क्रमशः -1, -2 जैसे ऋणात्मक पूर्णांकों से दर्शाया गया है। जमीन के स्तर को शून्य से दिखाया गया है। प्रत्येक कृति के बाद अमित कौन-सी सीढ़ी पर पहुँचेगा, इसे पूर्णांक संख्या में लिखो।

- 1) अमित जमीन के स्तर से तीन सीढ़ी ऊपर गया।
- 2) अमित जमीन के स्तर से दो सीढ़ी नीचे आया।
- 3) अमित जमीन के स्तर से तीन सीढ़ी ऊपर जाकर फिर दो सीढ़ी और ऊपर गया।
- 4) अमित जमीन के स्तर से दो सीढ़ी नीचे जाकर फिर दो सीढ़ी और नीचे आया।
- 5) अमित जमीन के स्तर से दो सीढ़ी ऊपर जाकर फिर दो सीढ़ी नीचे आया।



पूर्णांक संख्याओं का योग (जोड़)



आओ, समझो

⊕ यह चक्र (डिस्क) मतलब (+1) है और ⊖ यह चक्र मतलब (-1) है।
दो विपरीत संख्याओं का योग शून्य होता है अर्थात् यदि ⊕ और ⊖ की एक जोड़ी हो तो उनका मान शून्य होता है। $\oplus + \ominus = 0$ यह एक शून्य जोड़ी है।

⊕ ⊕ ⊕	+3
⊖ ⊖ ⊖	-3

$(+1) + (-1) = 0$	$\cancel{\oplus} + \cancel{\ominus} = 0$	शून्य की जोड़ी
-------------------	--	----------------

समान चिह्न वाली पूर्णांक संख्याओं का योग

1) $(+4) + (+3) =$

⊕ ⊕ ⊕ ⊕ + ⊕ ⊕ ⊕ = ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕	$(+4) + (+3) = +7$
---------------------------------	--------------------

2) $(-3) + (-2) = ?$

⊖ ⊖ ⊖ + ⊖ ⊖ = ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ ⊖	$(-3) + (-2) = -5$
-------------------------	--------------------

नियम: समान चिह्न वाली पूर्णांक संख्याओं को जोड़ते समय, चिह्नों पर ध्यान दिए बिना संख्याओं को जोड़ें और प्राप्त योगफल को वही समान चिह्न लगाओ।

भिन्न (विपरीत) चिह्न वाली पूर्णांक संख्याओं का योग

1) $(+4) + (-2) = ?$

⊕ ⊕ ⊕ ⊕ + ⊖ ⊖ = ⊕ ⊕	$(+4) + (-2) = +2$
--------------------------------	--------------------

2) $(+3) + (-5) = ?$

⊕ ⊕ ⊕ + ⊖ ⊖ ⊖ ⊖ = ⊖ ⊖	$(+3) + (-5) = -2$
---	--------------------

नियम: भिन्न चिह्न वाली पूर्णांक संख्याओं को जोड़ते समय, चिह्नों पर ध्यान दिए बिना बड़ी संख्या में से छोटी संख्या घटाएँ और प्राप्त शेषफल (उत्तर) को बड़ी संख्या का चिह्न लगाओ।

पूर्णांक संख्याओं का घटाव

समान चिह्न वाली पूर्णांक संख्याओं का घटाव

1) $(+5) - (+3) = ?$

यहाँ घटाने के लिए पाँच ⊕ चक्रों में से तीन ⊕ चक्र कम करते हैं।	
⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ = ⊕ ⊕	$(+5) - (+3) = +2$



2) $(-5) - (-3) = ?$

यहाँ घटाने के लिए पाँच  चकतियों में से तीन  चकतियाँ कम करते हैं।

 = 

$(-5) - (-3) = -2$

नियम: इससे यह स्पष्ट होता है कि एक संख्या में से दूसरी संख्या घटाने का अर्थ है दूसरी संख्या की 'विपरीत संख्या' पहली संख्या में जोड़ना।

भिन्न चिह्न वाली पूर्णांक संख्याओं का घटाव

1) $(+4) - (-2)$

अर्थात् 4 में से (-2) घटाने का अर्थ है (-2) की विपरीत संख्या $(+2)$ को 4 में जोड़ना।

$(+4) + (+2)$

 +  = 

$(+4) - (-2) = 6$

2) $(-4) - (+2)$ अर्थात् $(-4) + (-2)$

 +  = 

$(-4) - (+2) = -6$



(1) निम्नलिखित कोष्ठकों में $>$, $<$ में से उचित चिह्न लिखो।

(i) (-10) 5

(ii) (-19) (-5)

(iii) (-3) 0

(iv) 8 12

(v) 5 0

(vi) (-3) (-9)

(2) हल करो।

(i) $4 + 7$

(ii) $(-4) + (-5)$

(iii) $(-7) + 2$

(iv) $10 + (-2)$

(v) $(-63) + (-32)$

(vi) $(-71) + (+71)$

(3) हल करो।

(i) $78 - (-45)$

(ii) $(-19) - (-27)$

(iii) $148 - (-37)$

(iv) $(-120) - 200$

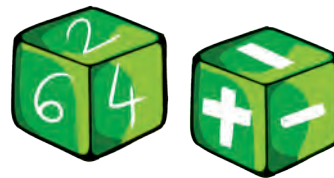
(v) $(-57) - (-48)$

(vi) $(-15) - (-24)$

इतिहास के संदर्भ

प्राचीन भारत में कौटिल्य द्वारा लिखित 'अर्थशास्त्र' ग्रंथ में लेखा-जोखा का विवरण देते समय खातों में ऋणात्मक संख्याओं का उल्लेख मिलता है। बख्शाली पांडुलिपि (Handwritten) में भी ऋणात्मक संख्याओं को विशिष्ट चिह्नों द्वारा दर्शाया गया था। ब्रह्मगुप्त द्वारा लिखित 'ब्रह्मस्फुट सिद्धांत' ग्रंथ में सर्वप्रथम धनात्मक संख्या, ऋणात्मक संख्या और शून्य से संबंधित मूलभूत गणितीय संक्रियाओं के स्पष्टीकरण और उनके नियम दिए गए हैं।



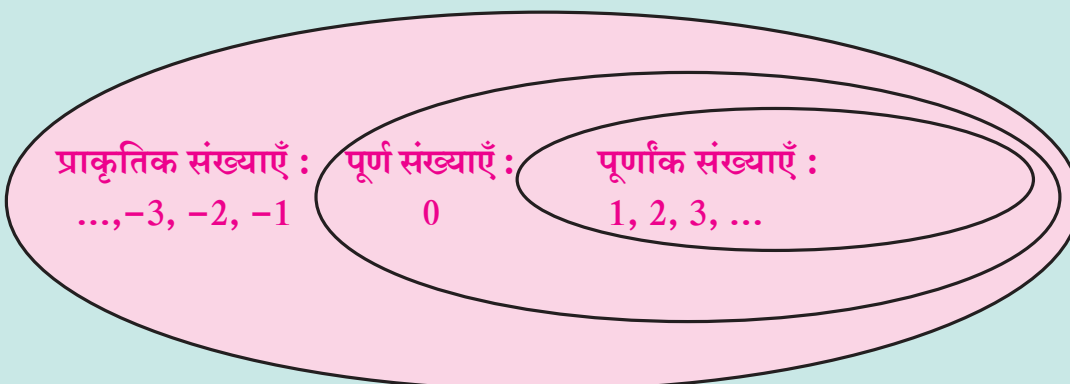


- -25 ते $+25$ संख्याएँ अंकित हों ऐसी एक संख्या पट्टी लो (जैसा कि चित्र में दिखाया गया है)।
- एक पासे के पृष्ठ भागों पर क्रमशः 1 से 6 तक अंक लिखो और दूसरे पासे के 3 पृष्ठ भागों पर (+) चिह्न एवं 3 पृष्ठ भागों पर (-) चिह्न अंकित करो।
- खिलाड़ी संख्या पट्टी के शून्य (0) स्थान पर अलग-अलग रंगों की गोटियाँ रखें। दोनों पासे एक साथ फेंकें और देखें कि उनके ऊपरी पृष्ठ भागों पर कौन-सा चिह्न और कौन-सी संख्या प्राप्त हुई है।
- मान लीजिए पहले पासे पर (-) चिह्न और दूसरे पासे पर संख्या 3 प्राप्त हुई है तो इसे (-3) माना जाए और गोटी को शून्य के बाईं ओर 3 इकाई (स्थान) खिसकाओ।
- यदि पहले पासे पर (+) चिह्न और दूसरे पासे पर संख्या 5 प्राप्त हुई है तो इसे $(+5)$ माना जाए और गोटी को शून्य के दाईं ओर 5 इकाई खिसकाओ।
- जिस खिलाड़ी की गोटी (-25) पर पहुँच जाएगी वह खिलाड़ी खेल से बाहर हो जाएगा और जिसकी गोटी सबसे पहले $(+25)$ पर पहुँचेगी, वह विजेता होगा।



एक दृष्टिक्षेप

- प्राकृतिक संख्याओं के समूह में शून्य को सम्मिलित करने पर जो समूह बनता है, उसे पूर्ण संख्या समूह कहते हैं। जैसे: 0, 1, 2, 3, ...
- शून्य, सभी धनात्मक संख्याएँ और सभी ऋणात्मक संख्याएँ मिलकर जो समूह बनाती हैं, उसे पूर्णांक संख्या समूह कहते हैं।
- समान चिह्नवाली पूर्णांक संख्याओं को जोड़ते समय, चिह्नों पर ध्यान दिए बिना संख्याओं को जोड़ देना चाहिए और प्राप्त योगफल को वही समान चिह्न देना चाहिए।
- विपरीत चिह्नवाली पूर्णांक संख्याओं को जोड़ते समय, चिह्नों पर ध्यान दिए बिना बड़ी संख्या में से छोटी संख्या घटानी चाहिए और प्राप्त शेषफल को बड़ी संख्या वाला चिह्न देना चाहिए।
- विपरीत संख्याओं का योगफल हमेशा शून्य होता है।
- किसी संख्या में से दूसरी संख्या को घटाने का अर्थ है, पहली संख्या में दूसरी संख्या की विपरीत संख्या को जोड़ना।





स्वाध्याय 3

(1) सही विकल्प चुनो।

(i) -5 , एक संख्या है।

अ) पूर्ण

ब) प्राकृतिक

क) पूर्णांक

ड) भिन्न

(ii) -5 0

अ) $>$

ब) $<$

क) $=$

ड) इसमें से एक भी नहीं।

(2) निम्नलिखित कथन सही हैं या गलत, लिखो।

(i) शून्य सबसे छोटी प्राकृतिक संख्या है।

(ii) सभी प्राकृतिक संख्याएँ पूर्ण संख्याएँ होती हैं।

(iii) सभी पूर्ण संख्याएँ प्राकृतिक संख्याएँ होती हैं।

(iv) विपरीत संख्याओं का घटाव शून्य होता है।

(3) निम्नलिखित संख्याओं को आरोही क्रम (बढ़ते क्रम) में लिखो।

87,29,35,104

87,39,27,401

85,93,21,793

89,51,23,307

(4) 1 से 9 तक के अंकों का उपयोग करके पाँच अंकोंवाली संख्याएँ बनाओ। उन्हें पढ़ो, शब्दों में लिखो और बताओ कि उनमें सबसे बड़ी और सबसे छोटी संख्या कौन-सी है।

(5) (i) कॉपी में संख्या रेखा खींचकर उसपर -5 , 3 , -3 और 7 संख्याएँ दर्शाओ।

(ii) शून्य के दाईं ओर की संख्याओं को क्या कहते हैं?

(iii) शून्य के बाईं ओर की संख्याओं को क्या कहते हैं?

(6) पर्यावरण संरक्षण के लिए एक जिले ने आर्थिक वर्ष 2023-24 में ₹ 69,27,762 खर्च किए और आर्थिक वर्ष 2024-25 में ₹ 88,36,584 खर्च किए। तो दोनों आर्थिक वर्षों में कुल कितना खर्च हुआ? वर्ष 2023-24 की तुलना में 2024-25 में कितना अधिक खर्च हुआ?

(7) दिए गए चौकट में 1 से 9 तक की संख्याएँ इस प्रकार लिखो कि प्रत्येक संख्या केवल एक बार आए और उनका खड़ा, आड़ा तथा तिरछा योग समान हो।

8	1	6
3	5	
		2

प्रकल्प

कापरेकर स्थिरांक: श्री दत्तात्रेय रामचंद्र कापरेकर (17/01/1905-04/07/1986) महाराष्ट्र के एक प्रसिद्ध गणितज्ञ थे। उन्होंने 'अंक और संख्या' के क्षेत्र में बहुमूल्य कार्य किया। उन्होंने 'कापरेकर स्थिरांक' जैसी महत्वपूर्ण अवधारणाएँ प्रस्तुत कीं। चार अंकों की संख्याओं के लिए 'कापरेकर स्थिरांक' '6174' है। क्या आप इसकी विशेषता जानते हैं? कापरेकर द्वारा खोजी गई 'डेमलो संख्या' और 'हर्षद संख्या' के बारे में जानकारी प्राप्त करो और कक्षा में बताओ।

- ब्रह्मगुप्त द्वारा 'शून्य' और 'ऋण संख्या' के संदर्भ में किए गए कार्यों को अंतरजाल या पुस्तकालय के माध्यम से खोजो। प्राप्त जानकारी को कक्षा में प्रस्तुत करो।





पुनरावर्तन

* निम्नलिखित सारिणी पूर्ण करो :

सम संख्या	2, 4, , , ,
विषम संख्या	1, 3, 5, , , ,
अभाज्य संख्या	2, 3, 5, 7, , , ,
संयुक्त संख्या	4, 6, 8, 9, , , ,

- जिन अभाज्य संख्याओं के बीच 2 का अंतर होता है, उन्हें जुड़वाँ **अभाज्य** संख्याएँ कहते हैं।
- 1 से 100 के बीच जुड़वाँ अभाज्य संख्याओं की कुल 8 जोड़ियाँ हैं।
- जिन संख्याओं का सामान्य विभाजक केवल 1 होता है, उन्हें **सह-अभाज्य** संख्याएँ कहते हैं।



(1) रिक्त स्थान भरो।

- यह संख्या न तो अभाज्य है और न ही संयुक्त।
- यह सबसे छोटी अभाज्य संख्या है।
- यह एकमात्र सम अभाज्य संख्या है।
- यह सबसे छोटी विषम अभाज्य संख्या है।

(2) 1 से 50 तक की संख्याओं के बीच सह-अभाज्य संख्याओं की कोई भी पाँच जोड़ियाँ लिखो।

(3) अभाज्य संख्याओं का क्रम पूर्ण करने के लिए कोष्ठक में उचित संख्या लिखो।

2, , 5, 7, , 13, 17, , 23, 29, , 37, , , 47.

(4) निम्नलिखित में से 'जुड़वाँ अभाज्य' संख्याएँ पहचानो और वे जुड़वाँ अभाज्य क्यों हैं, इसका कारण लिखो।

- i) 3 और 5 ii) 7 और 9 iii) 11 और 13 vi) 23 और 29 v) 29 और 31 vi) 41 और 47

संख्याओं का आकृतिबंध (Patterns of Numbers)



आओ, समझो

- सम संख्या : 2, 4, 6, 8, 10, ...
- विषम संख्या : 1, 3, 5, 7, 9, ...
- विरहंक संख्या : 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...



4) त्रिकोणीय संख्या

आकृति					
संख्या	1	3	6	10	15
योग रूप	1	1 + 2	1+2+3	1+2+3+4	1+2+3+4+5

किन्हीं दो क्रमागत (लगातार आने वाली) त्रिकोणीय संख्याओं का योग करने पर एक वर्ग संख्या प्राप्त होती है।

5) वर्ग संख्या

आकृति					
संख्या	1	4	9	16	25
गुणन रूप	1×1	2×2	3×3	4×4	5×5

6) घन संख्या

आकृति				
संख्या	1	8	27	64
गुणन रूप	$1 \times 1 \times 1$	$2 \times 2 \times 2$	$3 \times 3 \times 3$	$4 \times 4 \times 4$



कृति करो

- 36 यह संख्या त्रिकोणीय और वर्ग संख्या दोनों है, इसे बिंदुओं की सहायता से दर्शाओ।

गणित का जादू

1	1×1	1 का वर्ग $(1)^2$	1
1 + 2 + 1	2×2	2 का वर्ग $(2)^2$	4
1 + 2 + 3 + 2 + 1	3×3	3 का वर्ग $(3)^2$	9
1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1	4×4	4 का वर्ग $(4)^2$	16
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1	5×5	5 का वर्ग $(5)^2$	25
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1	6×6	6 का वर्ग $(6)^2$	36
1+2+3+....+99+100+99+....+3+2+1	100×100	100 का वर्ग $(100)^2$	10000





नीचे दी गई संख्या श्रृंखलाओं में आकृतिबंध (पैटर्न) पहचानो और अगली तीन संख्याएँ लिखो।

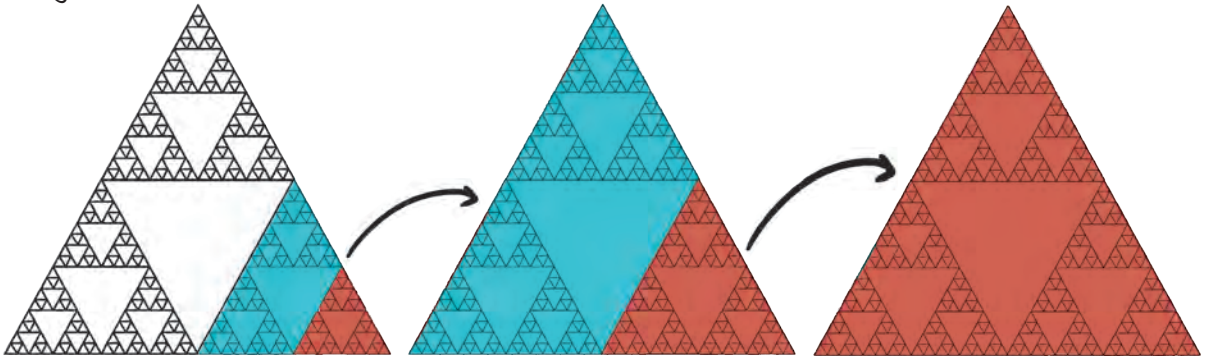
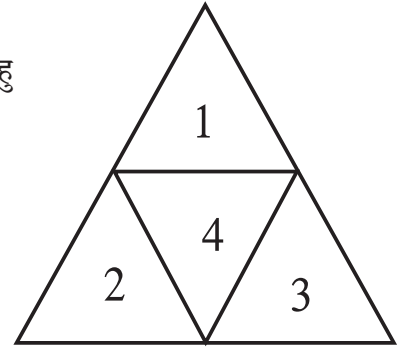
1)	1, 1, 1, 1, 1, 1, ..., ..., ...
2)	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ..., ..., ...
3)	1, 3, 5, 7, 9, ..., ..., ...
4)	2, 4, 6, 8, 10, 12, ..., ..., ...
5)	1, 3, 6, 10, 15, 21, ..., ..., ...
6)	1, 4, 9, 16, 25, 36, ..., ..., ...
7)	1, 8, 27, 64, 125, ..., ..., ...
8)	0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ..., ..., ...
9)	1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, ..., ..., ...
10)	1, 3, 9, 27, 81, ..., ..., ...



कृति करो

फ्रैक्टल्स (Fractals)

- 1) तीनों भुजाओं की समान लंबाई वाला एक त्रिभुज (समबाहु त्रिभुज) बनाओ।
- 2) प्रत्येक भुजा के मध्यबिंदु को जोड़ो।
- 3) चार समबाहु त्रिभुज तैयार होंगे।
- 4) चौथे क्रमांक के त्रिभुज को छोड़कर, शेष त्रिभुजों के लिए चरण 2 से सभी चरणों को बार-बार दोहराते रहो।
तुम्हें क्या दिखाई देगा?

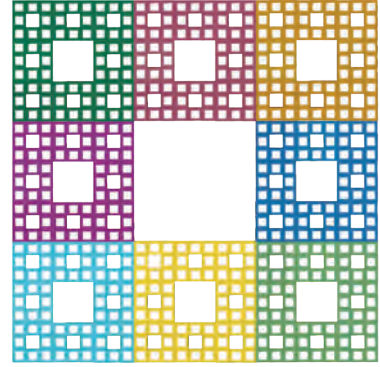


- संपूर्ण आकृति का एक छोटा हिस्सा, चाहे वह किसी भी आकार का हो, पूरी आकृति जैसा ही (स्व-समरूप) होता है।
- कितना भी जूम करके देखने से या समीप से देखने पर वह आकार पूरी आकृति जैसा ही दिखाई देता है।



प्रकल्प

- संलग्न आकृति में दिखाए अनुसार वर्ग के लिए क्या प्रक्रिया होनी चाहिए? जिससे कि यदि वर्ग के एक छोटे से हिस्से को 'ज़ूम' किया जाए तो वह पूर्ण वर्ग के समान ही दिखाई दे।



आओ, समझो

फ्रैक्टल्स का वास्तव में क्या अर्थ है?



कल मैंने रास्ते में एक बहुत ही अलग आकार की वनस्पति देखी।

गूगल लेंस पर फोटो डालकर देखो। अन्यथा हम शिक्षकों से पूछेंगे।

बच्चों, यह सर्पाकार रचना ही 'फ्रैक्टल' है।



विचार करो

नियमित या सम (समान लंबाई वाली भुजाएँ और समान माप वाले कोण) आकृतियों को हम आसानी से रेखांकित कर सकते हैं और उनका अध्ययन कर सकते हैं; परंतु प्रकृति में अनियमित (जो सम नहीं हैं) आकृतियों जैसे: ग्रहों की ऊबड़-खाबड़ सतह, आकाश के बादल, दंतरी समुद्र तट, टेढ़ी-मेढ़ी बहने वाली नदियाँ, पर्वत, जंगल, पेड़ों की निकली हुई टहनियाँ, ब्रोकोली और अनानास को रेखांकित करने के लिए एक नई ज्यामिति के अध्ययन की आवश्यकता महसूस होती है। इस ज्यामिति का नाम 'फ्रैक्टल्स' है। यह प्राकृतिक ज्यामिति है।



फ्रैक्टल्स LATIN शब्द का अर्थ लैटिन भाषा में 'टूटना' या 'टुकड़े होना' होता है। इसी अर्थ के आधार पर गणितज्ञ बेनोइट मेंडलब्रोत ने 1975 में इस नई ज्यामिति के लिए 'फ्रैक्टल्स' शब्द का प्रयोग किया।



सामान्यतः फ्रैक्टल्स शाखीय (Branching), ज्यामितीय (Geometric), सर्पाकार (Spiral) और बीज गणितीय (Algebraic) स्वरूप में अस्तित्व में होते हैं।



एक दृष्टिक्षेप

- गणना संख्याएँ, सम संख्याएँ, विषम संख्याएँ और वर्ग संख्याएँ जैसी विभिन्न संख्या श्रृंखलाओं को आकृतियों के प्रतिमानों में दर्शाया जा सकता है।
- कभी-कभी संख्या श्रृंखला की संख्याओं को एक-दूसरे से विशिष्ट पद्धतियों द्वारा जोड़ा जा सकता है।
- प्रकृति में पाए जाने वाले विभिन्न आकारों को फ्रैक्टल्स ज्यामिति के माध्यम से समझा जा सकता है।

निःशुल्क वितरण के लिए



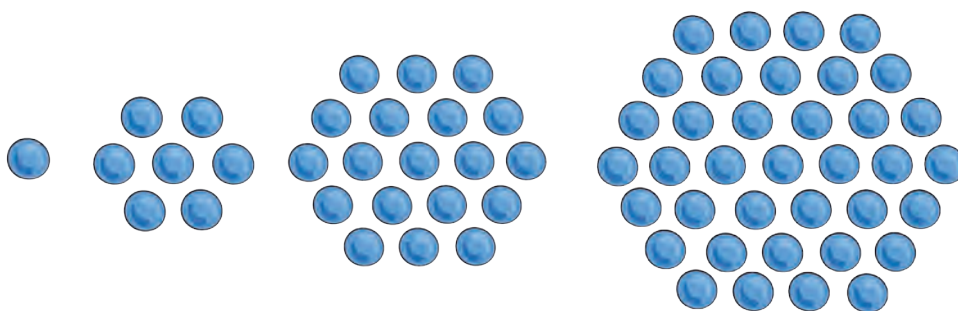


स्वाध्याय 4

(1) निम्नलिखित सारिणी पूर्ण करो।

2	5	10	17		

(2) षट्कोणीय संख्या दर्शाने वाली आकृतियाँ नीचे बनाई गई हैं। उन्हें अपनी कॉपी में बनाओ। इस आकृति-बंध की अगली संख्या कौन-सी है? उसे आकृति की सहायता से दर्शाओ।



(3) आकृतिबंध का निरीक्षण करो और अगली तीन संख्याएँ लिखो।

2, 9, 28, 65, ..., ..., ...

(4) पहली पाँच त्रिकोणीय संख्याएँ लिखो। दसवीं त्रिकोणीय संख्या कौन-सी है?

(5) गिनती की संख्याओं को बढ़ते क्रम में जोड़ने पर कौन-सी संख्या श्रृंखला तैयार होती है?

(6) 1 से शुरू होने वाली विषम संख्याओं को क्रम से जोड़ने पर तैयार होने वाली संख्या श्रृंखला लिखो।

(उदा. वर्ग संख्या : 1, 1+3, 1+3+5,)

(7) $1 + 2 + 3 + \dots + 50 + 49 + \dots + 3 + 2 + 1$ का योगफल कितना होगा?

प्रकल्प

(1) प्रकृति में पाए जाने वाले विभिन्न 'फ्रैक्टल्स' के नमूने एकत्र कर कक्षा में दिखाओ और उनपर चर्चा करो।

(2) मोबाइल की सहायता से विभिन्न 'फ्रैक्टल्स' खोजो। अलग-अलग आकारों का उपयोग करके फ्रैक्टल्स तैयार करो, उन्हें कक्षा में दिखाओ और अपने मित्रों से उनका निरीक्षण करने के लिए कहो।





5

म.सा.वि. और ल.सा.वि.



कृति करो

विभाजक और विभाज्य (Divisor and Dividend)

- समान आकार की 12 पेन्सिलें लो। उनका समान समूहों में विभाजन करो।

12 का एक समूह		12×1
12 का दो समान समूहों में विभाजन		6×2
12 का तीन समान समूहों में विभाजन		4×3
12 का चार समान समूहों में विभाजन		3×4
12 के पाँच समान समूहों में विभाजन	समान समूह नहीं बन सकते।	-
12 का छह समान समूहों में विभाजन		2×6
12 के 7 समान समूहों में विभाजन	समान समूह नहीं बन सकते।	-
12 के 8 समान समूहों में विभाजन	समान समूह नहीं बन सकते।	-
12 के 9 समान समूहों में विभाजन	समान समूह नहीं बन सकते।	-
12 के 10 समान समूहों में विभाजन	समान समूह नहीं बन सकते।	-
12 के 11 समान समूहों में विभाजन	समान समूह नहीं बन सकते।	-
12 के 12 समान समूहों में विभाजन (1-1 पेन्सिल के 12 समूह)		1×12

उपरोक्त सारिणी का निरीक्षण करने पर हमें पता चला कि हम 12 पेन्सिलों का समान विभाजन 1, 2, 3, 4, 6 और 12 के समूहों में कर सके। इसलिए संख्या 12 के विभाजक 1, 2, 3, 4, 6 और 12 हैं। संख्या 12 इन संख्याओं (1, 2, 3, 4, 6 और 12) से विभाज्य है। जिस संख्या से पूर्णतः भाग जाता है, उसे विभाजक कहते हैं। जिस संख्या में भाग दिया जाता है, वह विभाज्य कहलाती है।

हम 12 पेन्सिलों का समान विभाजन 5, 7, 8, 9, 10 और 11 के समूहों में नहीं कर सके इसलिए 5, 7, 8, 9, 10 और 11 संख्या 12 के विभाजक नहीं हैं।





आओ, समझो

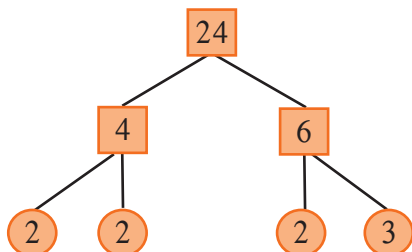
किसी संख्या के पहाड़े या गुणज में आनेवाली संख्याएँ उस संख्या से विभाज्य होती हैं।

उदा., 2 के गुणज में संख्या 12 आती है।

∴ संख्या 12, संख्या 2 से विभाज्य है जबकि संख्या 2, संख्या 12 का भाजक/गुणनखंड है।

अभाज्य गुणनखंड ज्ञात करने की विधियाँ:

(1) संख्या 24 के अभाज्य गुणनखंड ज्ञात करो।



क्षैतिज विधि

$$\begin{aligned}
 24 &= 2 \times 12 \\
 &= 2 \times 2 \times 6 \\
 &= 2 \times 2 \times 2 \times 3
 \end{aligned}$$

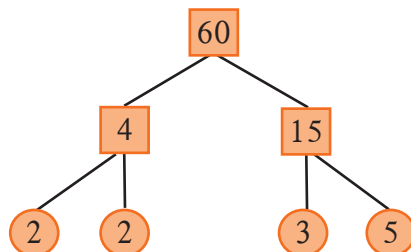
- यह विधि 24 संख्या के अभाज्य गुणनखंड गुणनफल के रूप में हैं।

ऊर्ध्वाधर विधि

2	24
2	12
2	6
3	3
	1

- 24 के अभाज्य गुणनखंड: 2 और 3।

(2) संख्या 60 के अभाज्य गुणनखंड ज्ञात करो।



क्षैतिज विधि

$$\begin{aligned}
 60 &= 2 \times 30 \\
 &= 2 \times 2 \times 15 \\
 &= 2 \times 2 \times \square \times \square
 \end{aligned}$$

- यह विधि 60 संख्या के अभाज्य गुणनखंड गुणनफल के रूप में हैं।

ऊर्ध्वाधर विधि

2	60
	30
3	15
5	
	1

- 60 के अभाज्य गुणनखंड: , ,



(1) निम्नलिखित संख्याओं को अभाज्य गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में लिखो।

- i) 69 ii) 27 iii) 78 iv) 126

(2) निम्नलिखित संख्याओं के सभी विभाजक लिखो।

- i) 18 ii) 56 iii) 120 iv) 256 v) 67

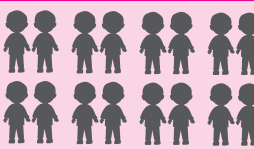
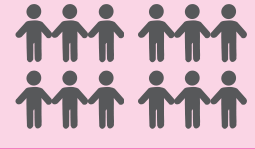
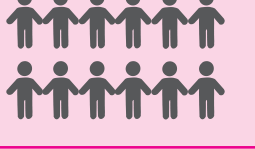
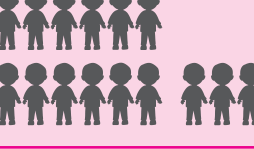


म.सा.वि. : महत्तम सामान्य विभाज्य (Highest Common Factor)

समूह 'अ' में 12 और समूह 'ब' में 16 विद्यार्थी हैं। ड्रिल (कवायद) के लिए दोनों समूहों की समान विद्यार्थियों वाली स्वतंत्र पंक्तियाँ बनानी हैं। एक भी विद्यार्थी शेष न रहे, इस प्रकार प्रत्येक पंक्ति में अधिक-से-अधिक कितने विद्यार्थी खड़े किए जा सकते हैं?

गट 'अ' 

गट 'ब' 

क्र.	समूह 'अ' के (विद्यार्थियों की संख्या - 12)	समूह 'ब' के (विद्यार्थियों की संख्या - 16)	दोनों समूहों की प्रत्येक पंक्ति में समान विद्यार्थी
1	 2×6	 2×8	✓
2	 3×4	 $3 \times 5 + 1$	×
3	 4×3	 4×4	✓
4	 $5 \times 2 + 2$	 $5 \times 3 + 1$	×
5	 6×2	 $6 \times 2 + 4$	×

उपरोक्त तालिका का निरीक्षण करने पर हमें पता चलता है कि विद्यार्थियों के दो-दो और चार-चार के समूह बनाए जा सकते हैं। उनमें सबसे बड़ा समूह चार-चार का बना अर्थात 4 यह 12 और 16 का म.सा.वि. है।

विभाजक पद्धति

नमूना उदाहरण : 12 और 16 इन दो संख्याओं का म.सा.वि. निकालो।

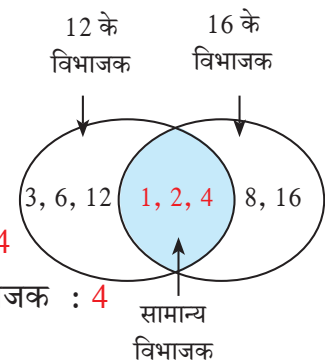
→ 12 संख्या के विभाजक : 1, 2, 3, 4, 6, 12

16 संख्या के विभाजक : 1, 2, 4, 8, 16

12 और 16 इन संख्याओं के सामान्य विभाजक : 1, 2, 4

12 और 16 इन दो संख्याओं का सबसे बड़ा सामान्य विभाजक : 4

∴ 12 और 16 इन दो संख्याओं का **म.सा.वि. 4** है।

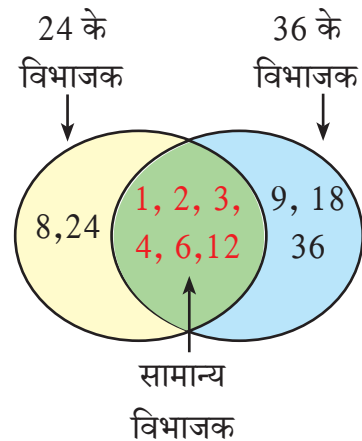


म.सा.वि. ज्ञात करने की पद्धतियाँ

नमूना उदाहरण : 24 और 36 का म.सा.वि. ज्ञात करो।

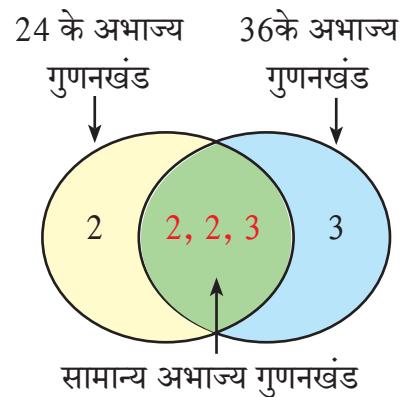
(1) विभाजक पद्धति :

24 के विभाजक : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
 36 के विभाजक : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36
 24 और 36 के सामान्य विभाजक : 1, 2, 3, 4, 6, 12
 सबसे बड़ा सामान्य विभाजक 12 है।
 $\therefore$ 24 और 36 इन दो संख्याओं का म.सा.वि. 12 है।



(2) अभाज्य गुणनखंड पद्धति :

24 = 2×12
 $= 2 \times 2 \times 6$
 $= 2 \times 2 \times 2 \times 3$
 36 = 2×18
 $= 2 \times 2 \times 9$
 $= 2 \times 2 \times 3 \times 3$
 24 और 36 के सामान्य अभाज्य गुणनखंड = 2, 2, 3
 24 और 36 संख्याओं का म.सा.वि. = उनके सामान्य गुणनखंडों का गुणनफल
 $= 2 \times 2 \times 3 = 12$
 $\therefore$ 24 और 36 इन दो संख्याओं का म.सा.वि. 12 है।



(3) ऊर्ध्वाधर/भाग पद्धति :

- दो संख्याओं का म.सा.वि. निकालते समय बड़ी संख्या छोटी संख्या से भाग दो।
 - यदि भाग देने पर शेषफल बचता है तो उस शेषफल से पिछले भाजक को भाग दो।
 - यह प्रक्रिया तब तक जारी रखो जब तक शेषफल शून्य (0) न आ जाए।
- जिस समय शेषफल शून्य आता है, उस समय का अंतिम भाजक ही म.सा.वि. होता है।

$$\begin{array}{r} 1 \\ 24 \overline{) 36} \\ - 24 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 12 \overline{) 24} \\ - 24 \\ \hline 00 \end{array}$$

- यहाँ शेषफल 0 आया है और अंतिम भाजक 12 है इसलिए 24 और 36 का म.सा.वि. 12 है।





- (1) निम्नलिखित संख्याओं का म.सा.वि. ज्ञात करो।
i) 36, 48 ii) 31, 2 iii) 65, 13 iv) 108, 132 v) 30, 24, 48
- (2) एक कमरे की लंबाई और चौड़ाई क्रमशः 15 मीटर और 9 मीटर है। इस कमरे में वर्गाकार टाइल्स लगाने के लिए प्रत्येक टाइल्स की अधिकतम लंबाई कितने मीटर होनी चाहिए?
- (3) एक दुकानदार के पास 90 मीटर और 120 मीटर लंबाई के कपड़े के दो थान हैं। उसे दोनों थानों में से समान लंबाई के बड़े से बड़े टुकड़े काटने हैं। प्रत्येक टुकड़े की अधिकतम लंबाई कितनी हो सकती है?
- (4) एक हार विक्रेता के पास लाल और सफेद गुलाब के फूलों की संख्या क्रमशः 48 और 60 है। उसे दोनों प्रकार के फूलों की अलग-अलग मालाएँ बनानी हैं। यदि प्रत्येक माला में फूलों की संख्या समान रखनी हो, तो प्रत्येक माला में अधिकतम कितने फूल होंगे?

ल.सा.वि. : लघुत्तम सामान्य विभाज्य (Least Common Multiple)



गणितीय चर्चा



दादा जी : अरे शौर्य, मुझे आँखों और घुटनों के दर्द के लिए तहसील के केंद्र में डॉक्टर के पास जाना है।

शौर्य : दादा जी, आपको कब जाना है?

दादा जी : आँखों के विशेषज्ञ डॉक्टर तहसील में प्रत्येक महीने की 6 तारीख को आते हैं और उसके बाद प्रत्येक छह-छह दिनों में आते हैं।

शौर्य : फिर घुटनों के दर्द के विशेषज्ञ डॉक्टर कब आते हैं?

दादा जी : घुटनों के दर्द के विशेषज्ञ डॉक्टर प्रत्येक महीने की 8 तारीख को आते हैं और उसके बाद प्रत्येक आठ-आठ दिनों में आते हैं।

शौर्य : तो क्या हमें दो बार तहसील जाना पड़ेगा?

दादा जी : नहीं, दोनों जाँच एक ही दिन करवाते हैं।

शौर्य : ठीक है दादा जी! फिर इस महीने की ऐसी कौन-सी सबसे पहली (न्यूनतम) तारीख होगी जब दोनों डॉक्टर उपलब्ध होंगे? अब हम यह देखते हैं।

साथ में दी गई दिनदर्शिका देखकर उत्तर लिखो:

- 1) आँखों के डॉक्टर महीने की कौन-कौन-सी तारीखों को आते हैं?
- 2) घुटनों के दर्द के डॉक्टर महीने की कौन-कौन-सी तारीखों को आते हैं?
- 3) यदि दोनों जाँच एक ही दिन करवानी हों तो महीने की सबसे पहली किस तारीख को दोनों डॉक्टर उपलब्ध होंगे?

दिनदर्शिका					
र		7	14	21	28
सो	1	8	15	22	29
मं	2	9	16	23	30
बु	3	10	17	24	31
गु	4	11	18	25	
शु	5	12	19	26	
श	6	13	20	27	



आओ हम यहाँ 6 और 8 के विभाज्य खोजें।

6 के विभाज्य : 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 96...

8 के विभाज्य : 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96...

6 और 8 के सामान्य विभाज्य : 24, 48, 72, 96

6 और 8 का सबसे छोटा सामान्य विभाज्य : 24

∴ 6 और 8 का लघुत्तम सामान्य विभाज्य(ल.सा.वि.) ही 24 है।

ल.सा.वि. ज्ञात करने की पद्धतियाँ

नमूना उदाहरण : 8, 12 और 16 का ल.सा.वि. ज्ञात करो।

(1) विभाजक पद्धति :

8 संख्या के विभाज्य : 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96,...

12 संख्या के विभाज्य : 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, ...

16 संख्या के विभाज्य : 16, 32, 48, 64, 80, 96, ...

8, 12 और 16 के सामान्य विभाज्य : 48, 96,

इनमें से सबसे छोटा विभाज्य 48 है।

∴ 8, 12 और 16 का ल.सा.वि. 48 है।

(2) अभाज्य गुणनखंड पद्धति :

संख्याओं के अभाज्य गुणनखंड निकालो:

$$8 = 2 \times 4$$

$$= 2 \times 2 \times 2$$

$$12 = 2 \times 6$$

$$= 2 \times 2 \times 3$$

$$16 = 2 \times 8$$

$$= 2 \times 2 \times 4$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

8, 12 और 16 के सामान्य अभाज्य गुणनखंड = 2, 2

8 और 16 के शेष सामान्य अभाज्य गुणनखंड = 2

असामान्य (शेष) अभाज्य गुणनखंड = 2, 3

ल.सा.वि. सामान्य और असामान्य अभाज्य गुणनखंडों का गुणनफल = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$

∴ 8, 12 और 16 इन संख्याओं का ल.सा.वि. = 48

(3) ऊर्ध्वाधर (खड़ी) पद्धति :

2	8	12	16
2	4	6	8
2	2	3	4
2	1	3	2
3	1	3	1
	1	1	1

$$\text{म.सा.वि. : } 2 \times 2 = 4$$

$$\text{ल.सा.वि. : } 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$$

3	15	25	45
3	5	25	15
5	5	25	5
5	1	5	1
	1	1	1

$$\text{म.सा.वि. : } 5$$

$$\text{ल.सा.वि. : } 5 \times 3 \times 3 \times 5 = 225$$

दो या दो से अधिक संख्याओं का ल.सा.वि. उनके सामान्य और असामान्य अभाज्य विभाजकों का गुणनफल होता है।
ल.सा.वि. वह सबसे छोटी संख्या होती है जिसे दी गई सभी संख्याओं से पूरी तरह विभाजित किया जा सकता है।



दी गई दो संख्याओं का गुणनफल उनके म.सा.वि. और ल.सा.वि. के गुणनफल के बराबर होता है।

18 और 30 संख्याओं का म.सा.वि. निकालो।	18 और 30 संख्याओं का ल.सा.वि. निकालो।
18 के गुणनखंड : 1, 2, 3, 6, 9, 18 30 के गुणनखंड : 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 सामान्य विभाजक : 1, 2, 3, 6 सबसे बड़ा सामान्य विभाजक : 6 इसलिए म.सा.वि. 6 है। 18 और 30 इन संख्याओं का म.सा.वि. 6 है।	18 से विभाज्य संख्याएँ : 18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, 162, 180 30 से विभाज्य संख्याएँ : 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210 सामान्य विभाजक : 90, 180, ... सबसे छोटी सामान्य विभाज्य संख्या : 90 18 और 30 इन संख्याओं का ल.सा.वि. 90 है।

$$18 \times 30 = 540 \text{ (दी गई दोनों संख्याओं का गुणनफल)}$$

$$6 \times 90 = 540 \text{ (म.सा.वि. और ल.सा.वि. का गुणनफल)}$$

$$18 \times 30 = 6 \times 90$$

दी गई दोनों संख्याओं का गुणनफल = म.सा.वि. और ल.सा.वि. का गुणनफल



(1) निम्नलिखित संख्याओं का ल.सा.वि. ज्ञात करो।

i) 16, 24 ii) 30, 40 iii) 72, 96 iv) 9, 15, 20 v) 30, 45, 60

(2) निम्नलिखित उदाहरण हल करो।

- 5, 10 और 15 संख्याओं से विभाजित होने वाली सबसे छोटी तीन अंकीय संख्या ज्ञात करो।
- दो संख्याओं का गुणनफल 360 है; उनका म.सा.वि. 6 है, तो उनका ल.सा.वि. कितना होगा?
- दो संख्याओं का ल.सा.वि. 200 और म.सा.वि. 10 है, यदि दी गई संख्याओं में से एक संख्या 40 है तो दूसरी संख्या कौन-सी है?
- एक किसान के पास 250 किग्रा गेहूँ और 150 किग्रा ज्वार है। दोनों अनाजों को समान वजन वाली बोरियों में भरना है तो प्रत्येक बोरी में अधिकतम कितने किग्रा अनाज भरा जा सकता है?
- तीन मित्र एक वृत्ताकार धावन पथ पर दौड़ने का अभ्यास कर रहे थे। उन्हें एक चक्कर पूरा करने में क्रमशः 2, 3 और 4 मिनट लगे। यदि उन्होंने एक ही समय पर एक ही स्थान से दौड़ना शुरू किया तो वे पुनः उसी स्थान पर पहली बार कब मिलेंगे?
- कक्षा के विद्यार्थियों को यदि प्रत्येक पंक्ति में 6 या प्रत्येक पंक्ति में 8 के अनुसार खड़ा किया जाए तो एक भी विद्यार्थी शेष नहीं बचता है। तो कक्षा में विद्यार्थियों की न्यूनतम संख्या कितनी है?
- तीन अलग-अलग स्थानों पर जाने वाली बसें एक ही स्टैंड से हर 10, 15 और 20 मिनट में छूटती हैं। यदि वे तीनों बसें पहली बार सुबह 8 बजे एक साथ छूटी हों तो वे पुनः एक साथ जल्दी से जल्दी कब छूटेंगी?



गणितीय खेल

पास में 1 से 100 तक की संख्याओं वाली एक तालिका दी गई है।

- (1) नेहा और शर्वरी के पास क्रमशः नीले और हरे रंग की त्रिकोणीय गोटियाँ हैं।

नेहा ने अपनी नीली गोटियाँ 16 संख्या के विभाजकों वाले खानों में चित्रानुसार रखी हैं।

शर्वरी ने अपनी हरी गोटियाँ 24 संख्या के विभाजकों वाले खानों में रखी हैं।

* दोनों की गोटियाँ किन-किन खानों में एक साथ आई हैं?

* उनमें सबसे बड़ी संख्या कौन-सी है?

16 के विभाजक : 1, 2, 4, 8, 16 और 24 के विभाजक : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

दोनों संख्याओं के सामान्य विभाजक : 1, 2, 4, 8 हैं। इनमें सबसे बड़ा विभाजक 8 है।

इसका अर्थ है कि दोनों की गोटियाँ सबसे बड़े सामान्य विभाजक (म.सा.वि.) 8 के खाने में एक साथ आई हैं।

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- (2) आदित्य और शुभंकर के पास लाल और पीली गोटियाँ हैं।

आदित्य ने अपनी लाल गोटियाँ 16 से विभाज्य संख्याओं वाले खानों में रखी हैं।

शुभंकर ने अपनी पीली गोटियाँ 24 से विभाज्य संख्याओं वाले खानों में रखी हैं।

(16 और 24 से विभाज्य संख्याएँ अनंत हैं परंतु यहाँ केवल 100 तक की संख्याओं पर विचार किया गया है।)

* दोनों की गोटियाँ किस सबसे छोटी संख्या के खाने में पहली बार एक साथ आई हैं?

48 इस सबसे छोटी संख्या वाले खाने में दोनों की गोटियाँ एक साथ आई हैं।

16 से विभाज्य संख्याएँ : 16, 32, 48, 64, 80, 96

24 से विभाज्य संख्याएँ : 24, 48, 72, 96

दोनों संख्याओं की समान विभाज्य संख्याएँ : 48, 96

∴ 16 और 24 का ल.सा.वि. = 48 है।

शिक्षकों के लिए सूचना : इसी प्रकार अलग-अलग दो संख्याओं के विभाजक और विभाज्य संख्याओं के खानों में गोटियाँ रखकर म.सा.वि. और ल.सा.वि. निकालने का खेल खेलाएँ।





- **विभाजक** : दी गई संख्या में जिन संख्याओं से पूरी तरह भाग जाता है, वे संख्याएँ दी गई संख्या की 'विभाजक' होती हैं।
- **अभाज्य विभाजक** : किसी संख्या के विभाजकों में से जो विभाजक अभाज्य संख्याएँ होते हैं, उन्हें 'अभाज्य विभाजक' कहते हैं।
- **विभाज्य** : किसी संख्या के पहाड़े में आने वाली संख्याएँ उस संख्या की 'विभाज्य' होती हैं।
- **म.सा.वि.** : दी गई संख्याओं के सभी सामान्य अभाज्य विभाजकों का गुणनफल 'म.सा.वि.' (महत्तम सामान्य विभाजक) कहलाता है।
- **ल.सा.वि.** : दी गई संख्याओं का ल.सा.वि. यानी उनके सामान्य और असामान्य अभाज्य विभाजकों का गुणनफल होता है। ल.सा.वि. वह सबसे छोटी संख्या होती है, जिसमें दी गई सभी संख्याओं से पूरी तरह भाग जाता है।
- दो संख्याओं का गुणनफल उनके म.सा.वि. और ल.सा.वि. के गुणनफल के बराबर होता है।



स्वाध्याय 5

- (1) सही विकल्प चुनो।
 - 75 संख्या का सबसे छोटा अभाज्य विभाजक कौन-सा है?
 अ) 1 ब) 3 क) 5 ड) 7
 - 17 और 18 संख्याओं का सबसे छोटा विभाजक कौन-सा है?
 अ) 1 ब) 2 क) 3 ड) 4
- (2) निम्नलिखित कथनों के सामने 'सत्य' या 'असत्य' लिखो।
 - प्रत्येक अभाज्य संख्या के केवल दो ही विभाजक होते हैं।
 - दो अभाज्य संख्याओं का गुणनफल हमेशा एक अभाज्य संख्या ही होती है।
 - म.सा.वि. हमेशा ल.सा.वि. का एक विभाजक होता है।
 - ल.सा.वि. दी गई संख्याओं से बड़ा या उन संख्याओं में से सबसे बड़ी संख्या के बराबर होता है।
- (3) अभाज्य विभाजक ज्ञात करो और उस संख्या को अभाज्य विभाजकों के गुणनफल के रूप में लिखो।
 - 91 ii) 160 iii) 89
- (4) निम्नलिखित संख्याओं का म.सा.वि. ज्ञात करो।
 - 21, 42 ii) 17, 9 iii) 120, 180, 240
- (5) निम्नलिखित संख्याओं का ल.सा.वि. ज्ञात करो।
 - 11, 16 ii) 7, 49 iii) 16, 48, 6
- (6) हल करो।
 - दो संख्याओं का गुणनफल 120 है, यदि उनका ल.सा.वि. 60 हो, तो उनका म.सा.वि. कितना होगा?



- ii) एक संख्या और 16 का म.सा.वि. 4 है और ल.सा.वि. 48 है तो वह संख्या कौन-सी है?
- iii) एक बढ़ई के पास लकड़ी की दो पट्टियाँ हैं। एक पट्टी की लंबाई 54 इंच है और दूसरी पट्टी की लंबाई 72 इंच है। उसे इन दोनों पट्टियों के समान लंबाई के टुकड़े करने हैं ताकि लकड़ी की पट्टी शेष न बचे तो उसे पट्टियों के अधिकतम कितनी लंबाई के टुकड़े करने चाहिए?
- iv) समीर के पास 84 आम और 105 सेब हैं। उसे इन फलों को बक्सों में इस तरह रखना है कि प्रत्येक बक्से में फलों की संख्या समान हो और एक बक्से में केवल एक ही प्रकार के फल हों।
- 1) उसे एक बक्से में अधिकतम कितने फल रखने चाहिए?
 - 2) फल रखने के लिए उसे कम-से-कम कितने बक्सों की आवश्यकता होगी?

गणितीय पहेली

पहेली

			30
			105
			70
12	75	245	*



पहेली का उत्तर

2	3	5	30
3	5	7	105
2	5	7	70
12	75	245	*

पहेली को सुलझाने के लिए क्या नियम हो सकते हैं? विचार करो।

- इस प्रकार नीचे दी गई पहेलियाँ सुलझाओ:

i)

			8
			18
			30
8	18	30	*

ii)

			42
			45
			66
12	27	385	*



विचार करो

- क्या म.सा.वि. बढ़ने पर ल.सा.वि. भी बढ़ता है?
- शाब्दिक उदाहरण हल करते समय म.सा.वि. निकालना है या ल.सा.वि., यह तुम कैसे तय करोगे?





6 अपूर्णांक (भिन्न)



पुनरावर्तन

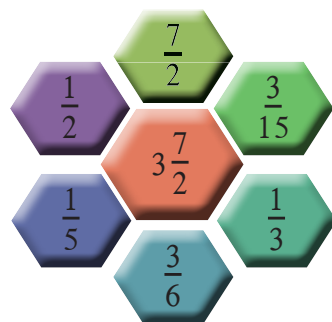
वृत्ताकार चिक्की के चार समान भाग किए गए। दो लोगों में वितरण नीचे दिए अनुसार किया गया।

	रमेश	सुरेश
	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{4}$

इस प्रकार के वितरण को भिन्न (व्यावहारिक अपूर्णांक) के रूप में दिखाया जा सकता है। जैसे $\frac{1}{4}$ में 1 अंश है और 4 हर है। इसे ही व्यावहारिक भिन्न कहते हैं।

- साथ में दिए गए चित्र में दिए गए भिन्नों का तालिका में वर्गीकरण करो।

समहर भिन्न	समतुल्य भिन्न	विषम भिन्न	संक्षिप्त रूप वाले भिन्न	मिश्र भिन्न



प्रायोगिक कार्य



नीचे दिया गया प्रयोग करके देखो।

साहित्य: बाल्टी, मग और पानी।

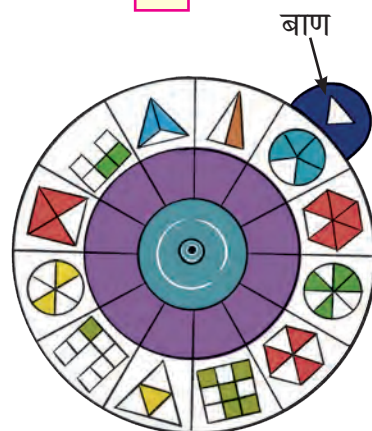
- बाल्टी को पानी से पूरा भरने के लिए मग पानी लगता है।
- पानी से भरी हुई बाल्टी में से मग पानी बगीचे के पौधों में डाला।
बाल्टी में बचे हुए पानी को भिन्न के रूप में लिखो।



कृति करो

गणितीय खेल: भिन्न चक्र

- भिन्न चक्र को एक प्रतल सतह पर रखो।
- एक-एक विद्यार्थी को बुलाएँ और चक्र घुमाने को कहें, वह चक्र किसी भी एक आकृति पर रुकेगा।
- चक्र रुकने पर बाण के सामने वाली आकृति के रंगीन भाग को दर्शाने वाले भिन्न को पहचानो।
- सही उत्तर देने पर विद्यार्थी को 1 अंक दो।



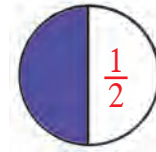
5. प्रत्येक विद्यार्थी को अवसर देकर इस खेल को आगे जारी रखो।
6. अंत में सर्वाधिक अंक प्राप्त करने वाला विद्यार्थी 'अंश विजेता' कहलाएगा।



आओ, समझो

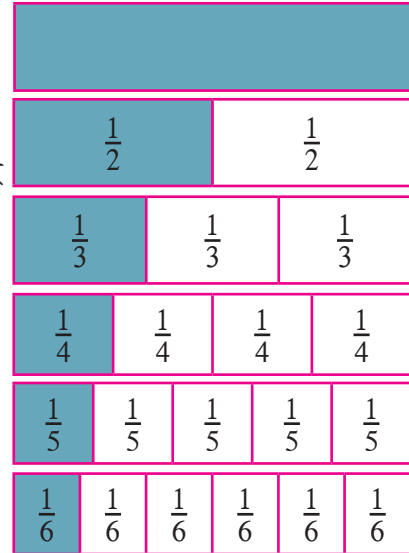
इकाई अंश भिन्न (Unit Fraction)

- एक आयताकार कागज की पट्टी के चार समान भाग करने पर प्रत्येक भाग $\frac{1}{4}$ अंश दर्शाता है। चित्र में रंगा हुआ भाग = $\frac{1}{4}$,
तो बिना रंगा हुआ भाग = $\frac{3}{4}$
- आयताकार कागज के तीन समान भाग करने पर प्रत्येक भाग $\frac{1}{3}$ होता है।
चित्र में रंगा हुआ भाग = $\frac{1}{3}$, तो बिना रंगा हुआ भाग =
- वृत्त के दो समान भागों में से एक भाग = है।
रंगा हुआ भाग = , बिना रंगा हुआ भाग =



कृति करो

- साथ में दी गई आकृति में दर्शाए अनुसार कागज की समान आकार की 6 पट्टियाँ तैयार करो।
- 5 पट्टियों के क्रमशः 1, 2, 3, 4, 5, 6 समान भाग करो।
- प्रत्येक पट्टी के 1 भाग को रंगें। रंगे हुए भाग का अंश लिखो।
- आकृति में दर्शाए गए अंश भागों का निरीक्षण करो।
- रंगे हुए भागों की तुलना करो।



उपरोक्त कृति से यह ध्यान में आता है कि

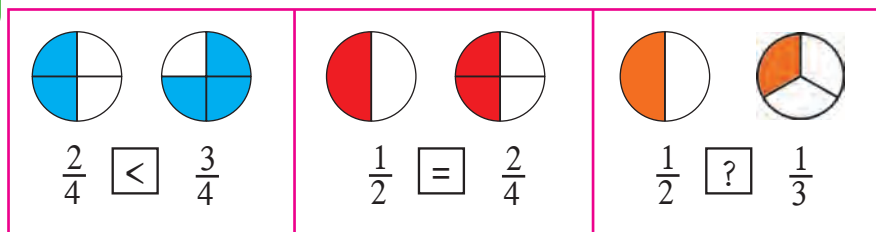
जब एक पूर्ण वस्तु को अनेक समान भागों में विभाजित किया जाता है तब प्रत्येक भाग 'इकाई अंश' होता है।

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$ ये सभी इकाई अंश हैं और $\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5} > \frac{1}{6}$



आओ, समझो

अंशों की तुलना

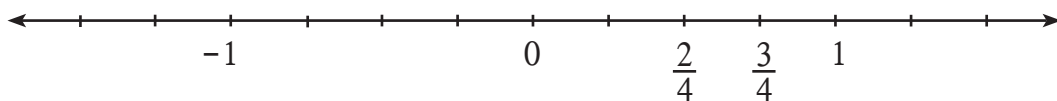


आकृति के माध्यम से तुलना करना सरल हो जाता है। यदि आकृति न हो तो तुलना कैसे करें, यह देखते हैं।



भिन्नों की तुलना संख्या रेखा पर की जा सकती है।

जैसे, $\frac{2}{4}$ और $\frac{3}{4}$



संख्या रेखा पर दाईं ओर की संख्या बड़ी होती है, इसलिए $\frac{2}{4} < \frac{3}{4}$

संख्या रेखा पर अलग-अलग हर वाले भिन्नों की तुलना करने के लिए, सबसे पहले उनके हर समान करने पड़ते हैं।

नमूना उदाहरण :

1) $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{3}$ में से कौन-सा भिन्न बड़ा है?

→ दोनों भिन्नों के हर समान करने के लिए हरों का ल.सा.वि. निकालेंगे।

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6} \text{ और } \frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6} \text{ किंतु } \frac{3}{6} > \frac{2}{6} \therefore \frac{1}{2} > \frac{1}{3}$$

$\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{3}$ के हर समान करके उन्हें संख्या रेखा पर दिखाया जा सकता है और उनकी तुलना भी हो सकती है।

2) $\frac{4}{5}$ और $\frac{7}{9}$ में से कौन-सा भिन्न बड़ा है?

→ 5 और 9 का ल.सा.वि. 45 है। दिए गए भिन्नों का हर 45 करेंगे।

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 9}{5 \times 9} = \frac{36}{45} \text{ और } \frac{7}{9} = \frac{7 \times 5}{9 \times 5} = \frac{35}{45} \text{ अब } \frac{36}{45} > \frac{35}{45} \therefore \frac{4}{5} > \frac{7}{9}$$

3) $\frac{7}{9}$ और $\frac{17}{21}$ इन भिन्नों की तुलना करो।

$$\rightarrow \frac{7}{9} = \frac{7 \times \square}{9 \times \square} = \frac{49}{\square} \text{ और } \frac{17}{21} = \frac{17 \times \square}{21 \times \square} = \frac{51}{\square} \text{ अब } \frac{49}{63} < \frac{51}{63} \therefore \frac{7}{9} < \frac{17}{21}$$

नमूना उदाहरण :

भिन्नों का बढ़ता और घटता क्रम

1) $\frac{5}{7}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{8}{7}$ इन भिन्नों को बढ़ते और घटते क्रम में व्यवस्थित करो।

→ उपरोक्त सभी भिन्नों के हर समान हैं।

इसलिए इनका क्रम तय करते समय अंश की संख्याओं की तुलना करो।

बढ़ता क्रम: $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{8}{7}$ घटता क्रम: $\frac{8}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{2}{7}$

2) $\frac{5}{2}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{5}{4}$ इन भिन्नों को बढ़ते और घटते क्रम में व्यवस्थित करो।

→ उपरोक्त सभी भिन्नों के हर अलग-अलग हैं। 2, 3, 4 का ल.सा.वि. निकालेंगे। इनका ल.सा.वि. 12 है।

इसलिए सभी भिन्नों का हर 12 करेंगे।

$$\frac{5}{2} = \frac{5 \times 6}{2 \times 6} = \frac{30}{12}, \quad \frac{5}{3} = \frac{5 \times 4}{3 \times 4} = \frac{20}{12}, \quad \frac{5}{4} = \frac{5 \times 3}{4 \times 3} = \frac{15}{12}$$



बढ़ता क्रम : $\frac{15}{12}, \frac{20}{12}, \frac{30}{12}$ घटता क्रम : $\frac{30}{12}, \frac{20}{12}, \frac{15}{12}$

∴ बढ़ता क्रम : $\frac{5}{4}, \frac{5}{3}, \frac{5}{2}$ घटता क्रम : $\frac{5}{2}, \frac{5}{3}, \frac{5}{4}$

3) $\frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{5}{9}$ इन भिन्नों को चढ़ते और उतरते क्रम में व्यवस्थित करो।

→ उपरोक्त सभी भिन्न 'असमहर' (असमान हर वाले) हैं। 3, 6, 9 का ल.सा.वि. ज्ञात करते हैं। इन हरो का ल.सा.वि. 18 है। अतः, सभी भिन्नों का हर 18 करते हैं।

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 6}{3 \times 6} = \frac{12}{18}, \quad \frac{1}{6} = \frac{1 \times 3}{6 \times 3} = \frac{3}{18}, \quad \frac{5}{9} = \frac{5 \times 2}{9 \times 2} = \frac{10}{18}$$

बढ़ता क्रम: $\frac{3}{18}, \frac{10}{18}, \frac{12}{18}$ घटता क्रम: $\frac{12}{18}, \frac{10}{18}, \frac{3}{18}$

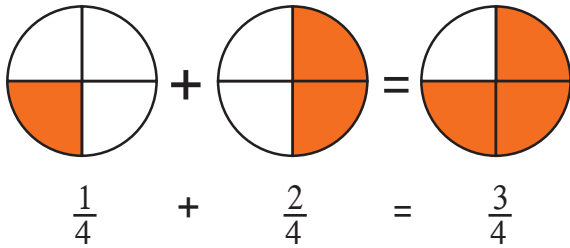
∴ बढ़ता क्रम: $\frac{1}{6}, \frac{5}{9}, \frac{2}{3}$ घटता क्रम: $\frac{2}{3}, \frac{5}{9}, \frac{1}{6}$

भिन्नों का जोड़ और घटाव

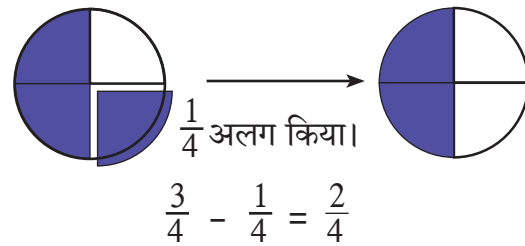


आओ, समझो

समान हर वाले भिन्नों का जोड़

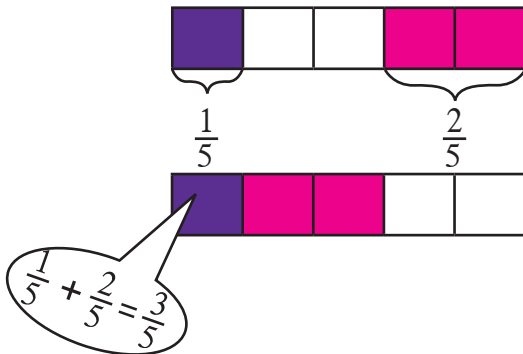


समान हर वाले भिन्नों का घटाव



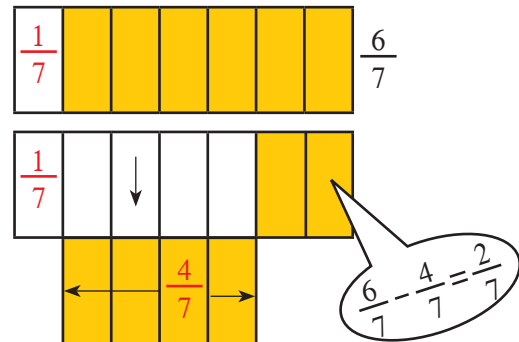
नमूना उदाहरण :

(1) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{1+2}{5} = \frac{3}{5}$



नमूना उदाहरण :

(1) $\frac{6}{7} - \frac{4}{7} = \frac{6-4}{7} = \frac{2}{7}$



(2) $\frac{4}{7} + \frac{6}{7} = \frac{4+6}{7} = \frac{10}{7}$

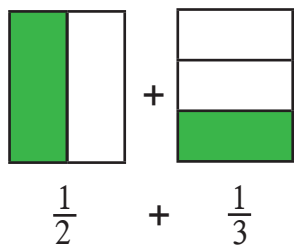
(2) $\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3-1}{5} = \frac{2}{5}$



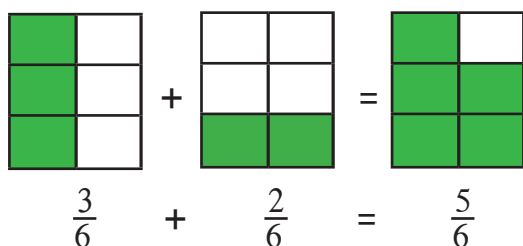
असमान हर वाले भिन्नों का जोड़

नमूना उदाहरण :

$$1) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = ?$$



2 और 3 का ल.सा.वि. 6 है। दोनों भिन्नों के हर को 6 बनाने के लिए दोनों भिन्नों के 6 समान भाग किए गए हैं।



$$\therefore \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

$$2) \frac{1}{4} + \frac{2}{3}$$

4 और 3 का ल.सा.वि. 12 है।

दोनों के हर को 12 करते हैं।

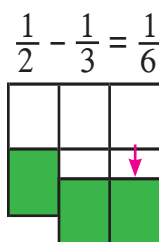
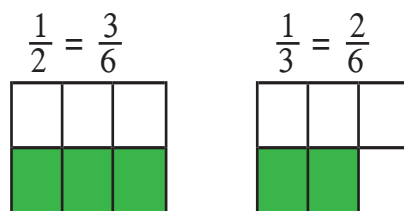
$$\frac{1 \times 3}{4 \times 3} + \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{3}{12} + \frac{8}{12} = \frac{3+8}{12} = \frac{11}{12}$$

असमान हर वाले भिन्नों का घटाव

नमूना उदाहरण :

$$1) \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = ?$$

2 और 3 का ल.सा.वि. 6 है। अतः दोनों भिन्नों के हर को 6 करते हैं।



$$\therefore \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$2) \frac{3}{4} - \frac{2}{3}$$

4 और 3 का ल.सा.वि. 12 है।

दोनों के हर को 12 करते हैं।

$$\frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{9-8}{12} = \frac{1}{12}$$

ऐतिहासिक संदर्भ

भिन्नों के जोड़-घटाव की ब्रह्मगुप्त पद्धति:

भिन्नों का जोड़ या घटाव करते समय -

- * भिन्नों के हरों का ल.सा.वि. (LCM) निकालो।
- * भिन्नों के हर को ल.सा.वि. के बराबर करके उन भिन्नों के समतुल्य भिन्न लिखो।
- * प्राप्त समतुल्य भिन्नों का जोड़ या घटाव करो। इसके लिए हर को वही रहने दो और अंशों का जोड़ या घटाव करो।

पूर्णांकयुक्त भिन्नों का जोड़

नमूना उदाहरण :

$$\begin{aligned}
 1) \quad & 3\frac{3}{4} + 2\frac{3}{5} \\
 &= \frac{3 \times 4 + 3}{4} + \frac{2 \times 5 + 3}{5} \\
 &= \frac{12 + 3}{4} + \frac{10 + 3}{5} = \frac{15}{4} + \frac{13}{5} \\
 & \text{(4 और 5 का ल.सा.वि. 20 है।)} \\
 &= \frac{15 \times 5}{4 \times 5} + \frac{13 \times 4}{5 \times 4} = \frac{75}{20} + \frac{52}{20} \\
 &= \frac{75 + 52}{20} = \frac{127}{20} = 6\frac{7}{20}
 \end{aligned}$$

पूर्णांकयुक्त भिन्नों का घटाव

नमूना उदाहरण :

$$\begin{aligned}
 1) \quad & 3\frac{3}{4} - 2\frac{3}{5} \\
 &= \frac{3 \times 4 + 3}{4} - \frac{2 \times 5 + 3}{5} \\
 &= \frac{12 + 3}{4} - \frac{10 + 3}{5} = \frac{15}{4} - \frac{13}{5} \\
 & \text{(4 और 5 का ल.सा.वि. 20 है।)} \\
 &= \frac{15 \times 5}{4 \times 5} - \frac{13 \times 4}{5 \times 4} = \frac{75}{20} - \frac{52}{20} \\
 &= \frac{75 - 52}{20} = \frac{23}{20} = 1\frac{3}{20}
 \end{aligned}$$



1) निम्नलिखित भिन्नों की तुलना करो।

i) $\frac{8}{3}$, $\frac{5}{2}$ ii) $\frac{4}{9}$, $\frac{3}{7}$ iii) $\frac{7}{10}$, $\frac{9}{14}$

2) निम्नलिखित भिन्नों को आरोही (बढ़ते) और अवरोही (घटते) क्रम में लिखो:

i) $\frac{11}{8}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{7}{2}$ ii) $\frac{19}{6}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{4}$

3) हल करो।

i) $\frac{7}{10} + \frac{3}{10}$ ii) $\frac{3}{4} + \frac{2}{6}$ iii) $\frac{1}{3} + \frac{7}{5}$

iv) $\frac{3}{10} + \frac{4}{5}$ v) $\frac{5}{3} - \frac{2}{3}$ vi) $\frac{3}{5} - \frac{3}{7}$

4) एक भूखंड (जमीन के टुकड़े) के $\frac{2}{5}$ भाग पर घर बना है और शेष भाग में बगीचा बनाया गया है

तो कितने भाग में बगीचा बनाया गया है?



एक दृष्टिक्षेप

- भिन्नों की तुलना करते समय, हर समान करके अंशों की तुलना की जाती है।
- भिन्नों का जोड़ या घटाव करते समय:
 - सभी भिन्नों के हरों का ल.सा.वि. निकालते हैं।
 - भिन्नों के हर को ल.सा.वि. के बराबर बनाकर उनके तुल्य भिन्न ज्ञात करते हैं।
 - प्राप्त तुल्य भिन्नों का जोड़ या घटाव करते हैं।





स्वाध्याय 6

(1) खाली चौखटों में उचित संख्या लिखो।

i) $\frac{5}{7} + \frac{2}{7} = \square$

ii) $\frac{9}{8} - \square = 1$

iii) $\square + \frac{6}{7} = \frac{12}{7}$

iv) $\frac{11}{7} - \square = \frac{17}{14}$

v) $\frac{16}{5} - \square = \frac{16}{5}$

vi) $\frac{10}{5} - 1 = \square$

(2) हल करो।

i) $\frac{1}{9} + \frac{2}{9}$

ii) $\frac{6}{10} + \frac{3}{5}$

iii) $2\frac{2}{3} + 3\frac{5}{7}$

iv) $\frac{13}{4} - \frac{9}{4}$

v) $\frac{5}{4} - \frac{7}{8}$

vi) $4\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2}$

(3) एक कनिष्ठ महाविद्यालय के 12 वीं कक्षा के उत्तीर्ण विद्यार्थियों में से $\frac{1}{5}$ विद्यार्थी भारतीय सेना में गए, $\frac{2}{5}$ विद्यार्थियों ने व्यावसायिक शिक्षा के लिए प्रवेश लिया और शेष विद्यार्थियों ने उच्च शिक्षा के लिए अन्य स्थानों पर प्रवेश लिया तो उच्च शिक्षा के लिए कितने विद्यार्थियों ने प्रवेश लिया?

(4) विद्यालय के सामने की खाली जगह में से $\frac{3}{4}$ जगह फुटबॉल के मैदान के लिए और $\frac{1}{5}$ जगह अंतर्गृही खेले जाने वाले खेलों के मैदान के लिए निश्चित की गई। शेष जगह विद्यालय के बगीचे के लिए रखी गई तो विद्यालय के बगीचे के लिए कितनी जगह रखी गई?

(5) माँ ने रमेश, सीमा और उनके तीन मित्रों को एक-एक अमरूद दिया। उन्होंने प्रत्येक अमरूद के चार समान टुकड़े किए। प्रत्येक ने अपने अमरूद में से एक टुकड़ा माँ को दिया तो माँ को कुल कितने अमरूद मिले?

(6) $\frac{6}{7}$ यह $\frac{9}{11}$ से छोटा है क्योंकि 6 यह 9 से छोटा है क्या यह सही है?

(7) जिन दो भिन्नों का योग 1 है, ऐसे दो भिन्न लिखो।





गणितीय चर्चा

आज के संगणक युग में हम सभी डिजिटल छायाचित्रों से भली-भाँति परिचित हैं। कई बार हम अपनी आवश्यकतानुसार इन छायाचित्रों का आकार बदलते रहते हैं। नीचे हिरण के चार छायाचित्र दिखाए गए हैं।



A



B



C



D

दीदी : ऊपर के सभी चित्रों का निरीक्षण करो। उनमें सभी चित्र अलग-अलग आकार के हैं। इनमें से कौन-से चित्र एक जैसे दिखते हैं? कौन-से चित्र अलग दिखते हैं?

सोहम : दीदी, चित्र A और C का आकार अलग है फिर भी वे एक जैसे दिख रहे हैं।

सारिका : चित्र B और D अलग दिख रहे हैं। चित्र B का हिरण लंबा है और चित्र D में वह संकुचित और मोटा है।

दीदी : बहुत अच्छा निरीक्षण किया। अब हम प्रत्यक्ष रूप से इन चित्रों के चौकट की लंबाई और चौड़ाई नापते हैं।

सारिका : चित्र A और C एक जैसे दिखते हैं। उनकी लंबाई और चौड़ाई क्रमशः 60 एवं 40 मिमी और 30 एवं 20 मिमी है। इसका अर्थ है कि चित्रों की लंबाई और चौड़ाई एक ही समान अनुपात में बदली गई है।

सोहम : दीदी, चित्र B और D एक जैसे नहीं दिखते क्योंकि उनकी लंबाई और चौड़ाई एक समान अनुपात में नहीं बदली गई है।

दीदी : गणित में ऐसे अनुपातिक संबंध को दिखाने के लिए हम 'अनुपात' की संकल्पना को समझते हैं। अतः चित्र के संदर्भ में हम कह सकते हैं कि 60 मिमी लंबाई के लिए 40 मिमी चौड़ाई है।

चित्र	लंबाई (मिमी)	चौड़ाई (मिमी)
A	60	40
B	60	20
C	30	20
D	30	40

A इस चित्र में लंबाई का चौड़ाई से अनुपात = 60:40 है।

निःशुल्क वितरण के लिए

C चित्र में लंबाई का चौड़ाई से अनुपात = 30:20 है।

सोहम : दीदी, चित्र A और C समान रूप से बदले गए हैं तो क्या उनके अनुपात समान होंगे? उन्हें कैसे जाँचें?

दीदी : बिल्कुल सही। अब हम देखेंगे कि क्या उनका अनुपात समान है?

दोनों पदों को $\frac{1}{2}$ से गुणा करने पर, $60 \times \frac{1}{2} : 40 \times \frac{1}{2} = 30 : 20$

अर्थात् 30 : 20 यह चित्र A और चित्र C दोनों के लंबाई और चौड़ाई का अनुपात है। इस अनुपात को संक्षिप्त रूप में 3:2 ऐसे लिखा जा सकता है।

सारिका : इसका अर्थ है दीदी, अनुपात समान हैं या नहीं, इसकी तुलना करने के लिए उन्हें संक्षिप्त रूप देकर जाँचना होगा!



आओ, समझो

अनुपात और समानुपात (Ratio and Proportion)

- 1) निर्माण कार्य के लिए कंक्रीट तैयार करते समय, एक तसला सीमेंट में 3 तसले रेत मिलते हैं। कंक्रीट में सीमेंट का रेत से अनुपात 1 : 3 है। 1 : 3 को 'एक अनुपात तीन' ऐसे पढ़ते हैं। साथ ही कंक्रीट में सीमेंट का रेत से अनुपात $\frac{1}{3}$ भी लिखते हैं।
- 2) संजीव ने 5 कटोरी मूँगफली के कूट में 2 कटोरी गुड़ मिलाकर लड्डू बनाए अर्थात् मूँगफली के कूट और गुड़ का अनुपात 5:2 (पाँच अनुपात दो) है। 5:2 इस अनुपात को भिन्न रूप में $\frac{5}{2}$ भी लिखते हैं।

एक राशि, दूसरी राशि की कितनी गुनी है, यह दर्शाना ही 'अनुपात' कहलाता है।

नमूना उदाहरण :

- 1) कुंदन की वर्तमान आयु 12 वर्ष और उसके पिता की आयु 48 वर्ष है। कुंदन ने स्वयं की आयु का अपने पिता की आयु से अनुपात इस प्रकार निकाला।

→ $\frac{\text{कुंदन की आयु}}{\text{पिता की आयु}} = \frac{12}{48} = \frac{12 \div 12}{48 \div 12} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}$ यह $\frac{12}{48}$ का संक्षिप्त रूप है।

अनुपात को संक्षिप्त रूप में लिखते हैं।



2) गेंदे के फूलों का हार बनाने के लिए एक फूलवाले ने 20 पीले फूल और 12 नारंगी फूलों का उपयोग किया, तो

i) पीले फूलों का नारंगी फूलों से अनुपात ज्ञात करो।

$$\rightarrow \frac{(\text{पीले फूल})}{(\text{नारंगी फूल})} = \frac{20}{12} = \frac{(20 \div 4)}{(12 \div 4)} = \frac{5}{3}$$

∴ अतः पीले फूलों का नारंगी फूलों से अनुपात $\frac{5}{3}$ है।

ii) नारंगी फूलों का पीले फूलों से अनुपात ज्ञात करो।

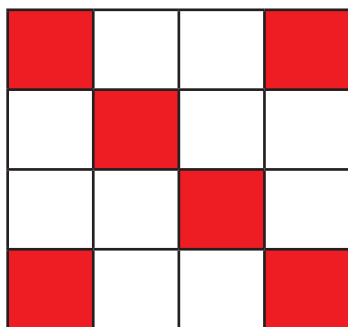
$$\rightarrow \frac{(\text{नारंगी फूल})}{(\text{पीले फूल})} = \frac{12}{20} = \frac{(12 \div 4)}{(20 \div 4)} = \frac{3}{5}$$

∴ अतः नारंगी फूलों का पीले फूलों से अनुपात $\frac{3}{5}$ है।



कृति करो

नीचे दी गई आकृति का निरीक्षण करो और उत्तर ढूँढ़ो।



- आकृति में सभी खानों को गिनो और लिखो।
- छायांकित किए गए खानों को गिनो और लिखो।
- रिक्त खानों को गिनो और लिखो।
- छायांकित खानों का रिक्त खानों से अनुपात ज्ञात करो।
- छायांकित खानों का कुल खानों से अनुपात ज्ञात करो।
- रिक्त खानों का कुल खानों से अनुपात ज्ञात करो।

- यदि a और b दो संख्याएँ या राशियाँ हों तो a का b से अनुपात $a:b$ होता है और इस अनुपात को भिन्न के रूप में $\frac{a}{b}$ लिखते हैं। यहाँ ' a ' को **प्रथम पद** और ' b ' को **द्वितीय पद** कहते हैं।



आओ, समझो

अनिल और संदीप ने अपने घर के चारों ओर एक सुरक्षा दीवार बनाई। अनिल ने 50 फीट लंबी और संदीप ने 25 फीट लंबी दीवार बनाई। इसके लिए अनिल ने 10 और संदीप ने 5 बोरी सीमेंट का उपयोग किया। अनिल को लगा कि संदीप द्वारा बनाई गई दीवार की तुलना में उसकी दीवार अधिक मजबूत होगी क्योंकि उसने संदीप से ज्यादा सीमेंट का उपयोग किया है। इस बारे में आपकी क्या राय है?



इसके लिए दोनों द्वारा बनाई गई दीवारों की लंबाई (फीट) और सीमेंट की बोरियों का अनुपात ज्ञात करते हैं।

अनिल की दीवार की लंबाई का संदीप की दीवार की लंबाई से अनुपात = $50:25 = 2:1$

अनिल द्वारा उपयोग किए गए सीमेंट का संदीप द्वारा उपयोग किए गए सीमेंट से अनुपात = $10:5 = 2:1$

चूँकि दोनों अनुपात समान हैं इसलिए दीवार की लंबाई और उपयोग किया गया सीमेंट समानुपात में हैं।



गणितीय चर्चा

सुरेश हर सुबह 1700 मीटर की दूरी पैदल तय करता है, जबकि उसका मित्र रमेश प्रतिदिन 2 किलोमीटर की दूरी तय करता है। सुरेश द्वारा तय की गई दूरी का रमेश द्वारा तय की गई दूरी से अनुपात ज्ञात करो।

विद्यार्थी 'अ' इस प्रकार हल करता है:

$$\begin{aligned}\text{अनुपात} &= \frac{\text{सुरेश द्वारा तय की गई दूरी}}{\text{रमेश द्वारा तय की गई दूरी}} \\ &= \frac{1700 \text{ मी.}}{2 \text{ कि.मी.}}\end{aligned}$$

विद्यार्थी 'ब' इस प्रकार हल करता है:

$$\begin{aligned}\text{अनुपात} &= \frac{\text{सुरेश द्वारा तय की गई दूरी (मीटर में)}}{\text{रमेश द्वारा तय की गई दूरी (मीटर में)}} \\ &= \frac{1700}{2000} = \frac{17}{20}\end{aligned}$$

उपरोक्त में से किसका उत्तर सही है? चर्चा करो।

- दो राशियों का अनुपात ज्ञात करते समय उनकी इकाईयाँ समान कर लेनी चाहिए।
- अनुपात की कोई इकाई नहीं होती।

नमूना उदाहरण :

1) 5 रुपये का 80 पैसे से अनुपात ज्ञात करो।

→ 1 रुपये = 100 पैसे

$$\therefore 5 \text{ रुपये} = 5 \times 100 \text{ पैसे} = 500 \text{ पैसे}$$

5 रुपये का 80 पैसे से अनुपात का अर्थ है 500 पैसे का 80 पैसे से अनुपात।

$$\therefore \frac{500 \text{ पैसे}}{80 \text{ पैसे}} = \frac{500}{80} = \frac{500 \div 20}{80 \div 20} = \frac{25}{4}$$





- (1) पहली संख्या का दूसरी संख्या से अनुपात संक्षिप्त रूप में ज्ञात करो।
 i) 36 , 88 ii) 72 , 18 iii) 91, 65 iv) 85 , 102
- (2) दूसरी संख्या का पहली संख्या से अनुपात संक्षिप्त रूप में ज्ञात करो।
 i) 28 , 84 ii) 120 , 32 iii) 75 , 135 iv) 220 , 100
- (3) पहली राशि का दूसरी राशि से अनुपात संक्षिप्त रूप में ज्ञात करो।
 i) 5 वर्ष, 10 महीने ii) 750 ग्राम, 1.5 किग्रा iii) 5 लीटर, 500 मिली
 iv) 135 मिनट, 2 घंटे v) 2.1 मीटर, 70 सेमी
- (4) एक कारखाने में महिला और पुरुष मिलाकर कुल 320 श्रमिक (कामगार) कार्य करते हैं। उनमें से 200 पुरुष श्रमिक हैं। इस आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों को हल करो:
 अ) पुरुष श्रमिकों की संख्या का महिला श्रमिकों की संख्या से अनुपात ज्ञात करो।
 ब) पुरुष श्रमिकों की संख्या का कुल श्रमिकों की संख्या से अनुपात ज्ञात करो।
 क) महिला श्रमिकों की संख्या का कुल श्रमिकों की संख्या से अनुपात ज्ञात करो।



आओ, समझो

एकमान पद्धति (Unitary Method)

नमूना उदाहरण :



- 1) सुयश को गुरुपूर्णिमा के अवसर पर विद्यालय के 10 शिक्षकों को तुलसी के पौधे देकर सम्मानित करना है। पौधशाला के मालिक ने एक दर्जन तुलसी के पौधों की कीमत 144 रुपये बताई तो सुयश को 10 पौधों के लिए कितने रुपये देने होंगे?

12 पौधों की कीमत = 144 रुपये। इससे पहले एक पौधे की कीमत ज्ञात करते हैं।

$$1 \text{ पौधे की कीमत} = 144 \div 12 = 12 \text{ रुपये।}$$

$$10 \text{ पौधों की कीमत} = 10 \times 12 = 120 \text{ रुपये।}$$

सुयश को 10 पौधों के लिए 120 रुपये देने होंगे।

- 2) जन्मदिन के उपलक्ष्य में संचिता को अपने 75 मित्रों में से प्रत्येक को 1 पेन्सिल बाँटनी है। उसके लिए 10 पेन्सिलों के एक बॉक्स की कीमत 70 रुपये है, तो उसे कुल कितना खर्च आएगा? यहाँ 10 पेन्सिलों की कीमत = 70 रुपये। इससे पहले एक पेन्सिल की कीमत ज्ञात करते हैं। एक पेन्सिल की कीमत = $70 \div 10 = 7$ रुपये।



अतः 75 पेन्सिलों की कीमत = $75 \times 7 = 525$ रुपये।

संचिता को कुल 525 रुपये खर्च करने होंगे।

- उदाहरण हल करते समय अनेक वस्तुओं की कीमत से एक वस्तु की कीमत भाग द्वारा निकालना और फिर एक वस्तु की कीमत से अनेक वस्तुओं की कीमत गुणा करके निकालना, इस पद्धति को 'एकमान पद्धति' (एकिक नियम) कहते हैं।



- एक स्वयंसेवी संस्था को एक पाठशाला के 67 जरूरतमंद विद्यार्थियों में से प्रत्येक को एक के अनुसार कंपास पेटी बाँटनी है। 10 कंपास पेटी वाले एक बॉक्स की कीमत ₹ 850 है तो उस संस्था को कंपास पेटी खरीदने के लिए कुल कितने रुपये खर्च करने होंगे?
- एक मालगाड़ी 240 किमी की दूरी समान गति से 4 घंटे में तय करती है तो वही मालगाड़ी 7 घंटे में कितनी दूरी तय करेगी?



एक दृष्टिक्षेप

- यदि 'a' और 'b' दो संख्याएँ या राशियाँ हो तो a का b से अनुपात a:b और $\frac{a}{b}$ भिन्न के रूप में लिखते हैं। यहाँ a को प्रथम पद और b को द्वितीय पद कहते हैं।
- दो राशियों का अनुपात निकालते समय उनकी इकाइयाँ समान होनी चाहिए।
- अनुपात की कोई इकाई नहीं होती।
- अनेक वस्तुओं की कीमत से एक वस्तु की कीमत भाग देकर निकालना और एक वस्तु की कीमत से अनेक वस्तुओं की कीमत गुणा करके निकालना, उदाहरण हल करने की इस पद्धति को 'एकमान पद्धति' कहते हैं।



स्वाध्याय 7

(1) सही विकल्प चुनो।

i) 5 : 7 अनुपात का भिन्न रूप कौन-सा है?

अ) $\frac{5}{7}$

ब) $\frac{12}{24}$

क) $\frac{7}{5}$

ड) $\frac{10}{21}$

ii) $\frac{60}{36}$ का संक्षिप्त रूप क्या है?

अ) $\frac{10}{6}$

ब) $\frac{20}{12}$

क) $\frac{30}{18}$

ड) $\frac{5}{3}$



iii) 2 किग्रा का 800 ग्राम के साथ अनुपात कितना है?

अ) $\frac{2}{800}$

ब) $\frac{200}{8}$

क) $\frac{5}{2}$

ड) $\frac{2}{5}$

(2) 45 विद्यार्थियों की संख्यावाली एक कक्षा में 15 विद्यार्थी हॉकी, 20 विद्यार्थी कबड्डी और शेष विद्यार्थी खो-खो खेलते हैं। यदि प्रत्येक विद्यार्थी केवल एक ही खेल खेलता हो तो निम्नलिखित प्रश्न हल करो।

i) हॉकी खेलने वाले विद्यार्थियों का खो-खो खेलने वाले विद्यार्थियों से अनुपात ज्ञात करो।

ii) कबड्डी खेलने वाले विद्यार्थियों का कुल विद्यार्थी संख्या से अनुपात ज्ञात करो।

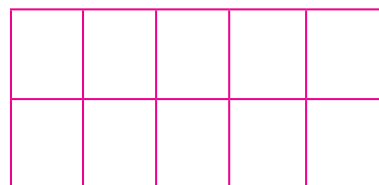
iii) हॉकी खेलने वाले विद्यार्थियों का कुल विद्यार्थी संख्या से अनुपात ज्ञात करो।

(3) संलग्न आकृति में अपनी पसंद के किन्हीं तीन खानों को रंगों और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर लिखो:

i) रंगे हुए खानों का कुल खानों से अनुपात =

ii) बिना रंगे हुए खानों का कुल खानों से अनुपात =

iii) रंगे हुए खानों का बिना रंगे हुए खानों से अनुपात =



(4) एक आयताकार कार्डबोर्ड (पुट्टे) की लंबाई 1.20 मीटर और चौड़ाई 48 सेमी है तो उस कार्डबोर्ड की चौड़ाई का उसकी लंबाई से अनुपात ज्ञात करो।

(5) माइकल की मासिक आय ₹ 52000 है, जिसमें से वह प्रति माह ₹ 13000 की बचत करता है तो उसकी मासिक आय का उसके खर्च से अनुपात ज्ञात करो।

(6) पर्यावरण दिवस के अवसर पर वृक्षारोपण के लिए एक पाठशाला को 50 पौधे खरीदने थे। उस पाठशाला ने 'यशोदा' नर्सरी से 35 पौधे ₹ 455 में खरीदे और शेष पौधे 'अमोल' नर्सरी से ₹ 240 में खरीदे। तो उस पाठशाला को किस नर्सरी से पौधे सस्ते मिले?

(7) मध्याह्न भोजन के अंतर्गत पाठशाला के 100 विद्यार्थियों के लिए रसोईया प्रतिदिन 10 किलोग्राम चावल पकाता है परंतु एक दिन बहुत अधिक बारिश होने के कारण पाठशाला में केवल 80 विद्यार्थी ही उपस्थित थे तो उस दिन रसोईया कितने किलोग्राम चावल पकाएगा?



कृति करो

- अपने पूरे हाथ की लंबाई को अपने बित्ते (vith) से मापो और हाथ की लंबाई का बित्ते की लंबाई से अनुपात ज्ञात करो।





8

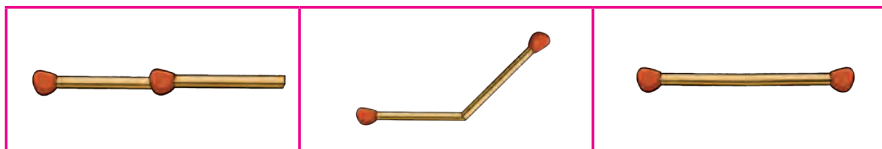
त्रिभुज और चतुर्भुज



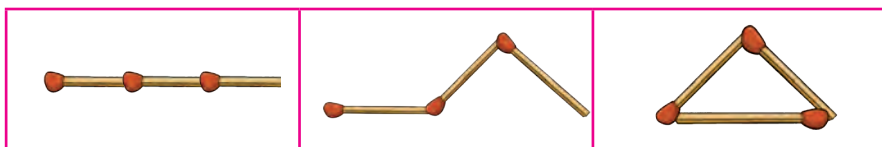
पुनरावर्तन

माचिस की जितनी तीलियाँ जोड़कर संभव हो सके उतनी आकृतियाँ तैयार करो।

2 माचिस तीलियाँ



3 माचिस तीलियाँ



- 1) माचिस की दो तीलियों का उपयोग करके बंद आकृति तैयार कर सकते हैं क्या?
- 2) कम-से-कम कितनी माचिस की तीलियों से बंद आकृति तैयार होती है?

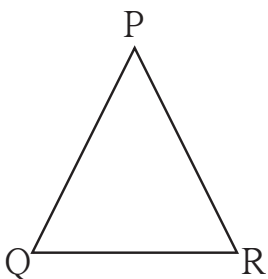


आओ, समझो

त्रिभुज (Triangle)

कृति : (1) कागज पर तीन अरेखीय बिंदु P, Q और R लो।

(2) तीनों बिंदुओं को परस्पर रेखाखंडों से जोड़ो।



तैयार हुई आकृति त्रिभुज PQR है। उसका लेखन $\triangle PQR$ ऐसा करते हैं।

त्रिभुज को दर्शाने के लिए $\triangle$ इस चिह्न का उपयोग करते हैं।

$\triangle PQR$ में,

शीर्षबिंदु : बिंदु P, बिंदु Q, बिंदु R

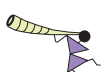
भुजा : भुजा PQ, भुजा QR, भुजा PR

कोण : $\angle R$ यानी $\angle QRP$ अथवा $\angle PRQ$

$\angle P$ यानी $\angle QPR$ अथवा $\angle RPQ$

$\angle Q$ यानी $\angle PQR$ अथवा $\angle RQP$

त्रिभुज : तीन अरेखीय बिंदुओं को रेखाखंडों से जोड़ने पर तैयार होने वाली बंद आकृति त्रिभुज होती है। त्रिभुज में तीन शीर्षबिंदु, तीन भुजा और तीन कोण होते हैं।

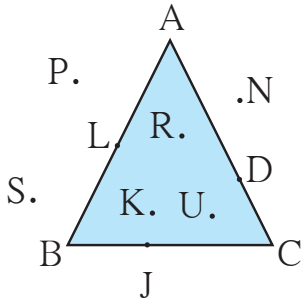


त्रिभुज का अंतर्भाग, बहिर्भाग और त्रिभुजाकार क्षेत्र

(Interior, Exterior and Triangular Region)



आओ, समझो



$\triangle ABC$ में त्रिभुज पर A, B, C, L, J, D यह बिंदु हैं।
त्रिभुज में छायांकित (रंगीन) भाग, यह उस त्रिभुज का अंतर्भाग है।
बिंदु K, बिंदु R, बिंदु U यह त्रिभुज के अंतर्भाग के बिंदु हैं।
त्रिभुज के बाहरी भाग को त्रिभुज का बहिर्भाग कहते हैं।
बिंदु P, बिंदु S, बिंदु N यह त्रिभुज के बहिर्भाग में हैं।
त्रिभुज और अंतर्भाग को मिलकर त्रिभुजाकार क्षेत्र तैयार होता है।

खेल:

- (1) मैदान पर एक बड़ा त्रिभुज खींचकर बनाओ। उसके शीर्षबिंदुओं को N, P, G नाम दो।
- (2) शीर्षबिंदु पर और भुजाओं पर विद्यार्थियों को खड़ा करो।
- (3) 'तालाब में' कहें तो त्रिभुज के अंदर और 'खेत में' कहें तो त्रिभुज के बाहर कूदो! ऐसा खेल खेलो।

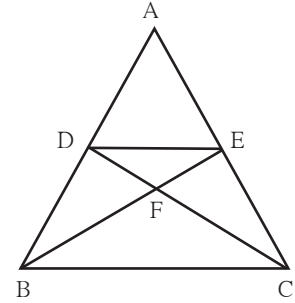


- (1) आकृति का निरीक्षण करके निम्न सारिणी पूर्ण करो।

अ.क्र.	त्रिभुज आकृति	शीर्षबिंदु	भुजा	कोण
1				
2				
3				

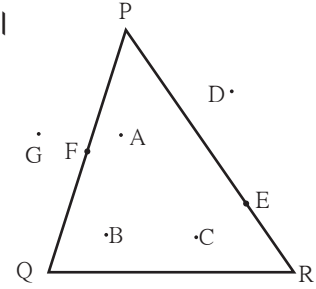


(2) संलग्न आकृति का निरीक्षण करके सभी त्रिभुजों के नाम लिखो।



(3) संलग्न आकृति का निरीक्षण करके निम्न प्रश्नों के उत्तर लिखो।

- त्रिभुज का नाम लिखो।
- त्रिभुज पर स्थित बिंदुओं के नाम लिखो।
- त्रिभुज के अंतर्भाग में कौन-से बिंदु हैं?
- त्रिभुज के बहिर्भाग में कौन-से बिंदु हैं?
- त्रिभुजाकार क्षेत्र में स्थित बिंदुओं के नाम लिखो।



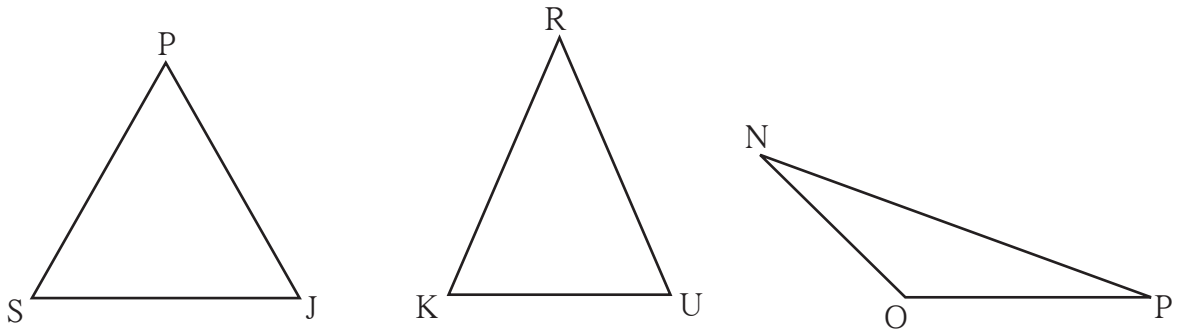
त्रिभुजों के प्रकार (Types of Triangles)



आओ, समझो

त्रिभुज की भुजाओं के आधार पर तीन प्रकार और कोणों के आधार पर तीन प्रकार, ऐसे त्रिभुज के कुल छह प्रकार होते हैं।

1) भुजाओं के आधार पर त्रिभुजों के प्रकार:

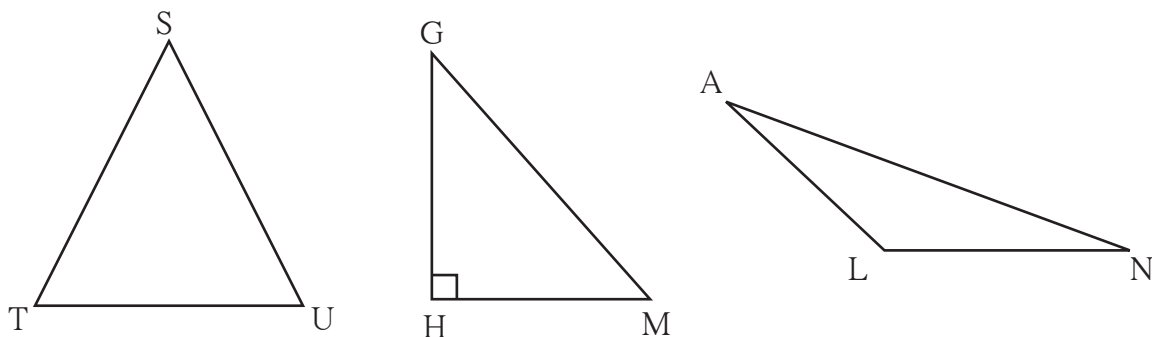


त्रिभुज के भुजाओं को मापो और सारिणी पूर्ण करो।

$\triangle PSJ$	$\triangle RKU$	$\triangle NOP$
$l(PS) = \text{----- सेंमी}$	$l(RK) = \text{----- सेंमी}$	$l(NO) = \text{----- सेंमी}$
$l(SJ) = \text{----- सेंमी}$	$l(KU) = \text{----- सेंमी}$	$l(NP) = \text{----- सेंमी}$
$l(PJ) = \text{----- सेंमी}$	$l(UR) = \text{----- सेंमी}$	$l(OP) = \text{----- सेंमी}$
तीनों भुजाओं की लंबाई समान है।	दो भुजाओं की लंबाई समान है।	तीनों ही भुजाओं की लंबाई भिन्न है।
यह समबाहु त्रिभुज है।	यह समद्विबाहु त्रिभुज है।	यह विषमबाहु त्रिभुज है।



2) कोणों के आधार पर त्रिभुजों के प्रकार:



त्रिभुज के तीनों कोणों के मापों को नापें और उसके आधार पर निम्न सारिणी पूर्ण करो।

$\triangle STU$	$\triangle GHM$	$\triangle ALN$
$\angle S$ का माप = $m\angle S = \dots^\circ$ $\angle T$ का माप = $m\angle T = \dots^\circ$ $\angle U$ का माप = $m\angle U = \dots^\circ$ तीनों ही कोण न्यून कोण हैं।	$\angle G$ का माप = $m\angle G = \dots^\circ$ $\angle H$ का माप = $m\angle H = \dots^\circ$ $\angle M$ का माप = $m\angle M = \dots^\circ$ एक कोण सम कोण है और दो कोण न्यून कोण हैं।	$\angle A$ का माप = $m\angle A = \dots^\circ$ $\angle L$ का माप = $m\angle L = \dots^\circ$ $\angle N$ का माप = $m\angle N = \dots^\circ$ एक कोण अधिक कोण और दो कोण न्यून कोण हैं।
यह न्यून कोण त्रिभुज है।	यह सम कोण त्रिभुज है।	यह अधिक कोण त्रिभुज है।



विचार करो

- विषमबाहु त्रिभुज यह न्यून कोण त्रिभुज हो सकता है क्या?
- तीनों भुजाओं की लंबाई समान हों तो वह त्रिभुज न्यून कोण त्रिभुज हो सकता है क्या?
- समद्विबाहु त्रिभुज यह सम कोण त्रिभुज हो सकता है क्या?

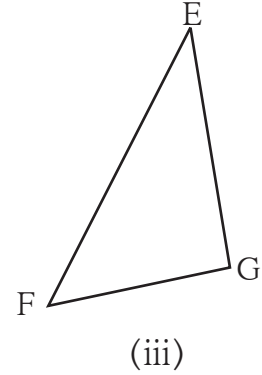
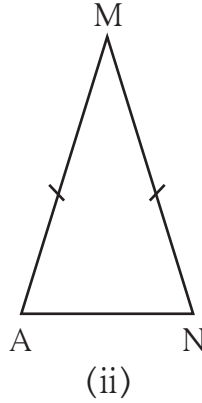
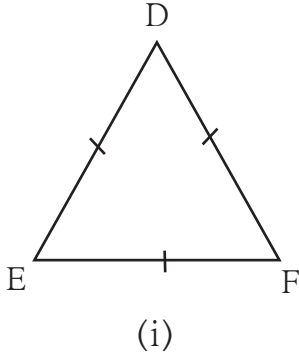
गणितीय खेल

- सर्वप्रथम 12 विद्यार्थियों का एक समूह तैयार करें।
- 12 मीटर लंबाई की रस्सी लो। प्रत्येक मीटर पर एक गाँठ इस प्रकार 11 गाँठें बाँधें।
- प्रत्येक गाँठ पर एक इस प्रकार 11 गाँठें पकड़कर 11 विद्यार्थी खड़ा करें।
- रस्सी के दोनों सिरे को पकड़कर कुल 12 विद्यार्थी खड़े रहेंगे।
- भुजाओं द्वारा बनने वाले त्रिभुज के तीनों प्रकार विद्यार्थियों को तैयार करने को कहें।
- कोणों द्वारा बनने वाले त्रिभुज के तीनों प्रकार विद्यार्थियों को तैयार करने को कहें।





- (1) निम्न आकृति में समान चिह्नों से, समान लंबाई की भुजा दर्शाई गई है। इस आधार पर त्रिभुजों के प्रकार लिखो।



- 2) नीचे दी गई जानकारी के आधार पर त्रिभुजों के प्रकार लिखो।

- (i) $\triangle ABC$ में, $m\angle A = 63^\circ$, $m\angle B = 52^\circ$, $m\angle C = 65^\circ$
- (ii) $\triangle RST$ में, रेखा RS और रेखा ST समान लंबाई की हैं।
- (iii) $\triangle LMN$ में, $\angle LMN$ यह सम कोण है।
- (iv) $\triangle SDO$ में $m\angle OSD = 135^\circ$ हैं।
- (v) $\triangle RTM$ की सभी भुजाएँ समान हैं।
- (vi) $\triangle DEF$ की भुजाएँ क्रमशः 5.3 सेंमी, 4.2 सेंमी और 6.6 सेंमी हैं।

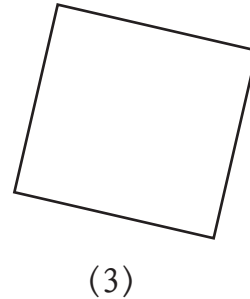
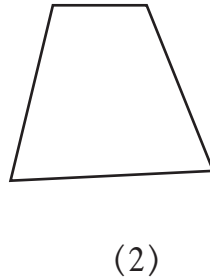
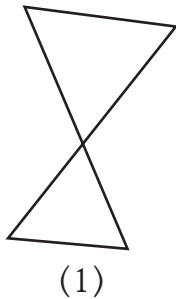
चतुर्भुज (Quadrilateral)



कृति करो

कागज पर A, B, C, D चार अरेखीय बिंदु लो। यह सभी बिंदु इस प्रकार जोड़ो कि कोई भी दो बिंदु जोड़ो तो शेष दो बिंदु उन जोड़े हुए बिंदुओं को समाविष्ट करने वाली रेखा के एक ही ओर होंगे। यह बंद आकृति अर्थात् चतुर्भुज है।

निम्न में से कौन-सी आकृतियाँ चतुर्भुज की हैं, सकारण बताओ।

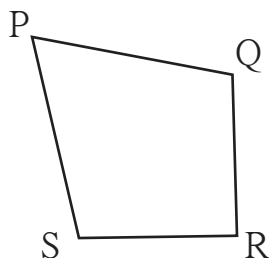


चतुर्भुजों का वाचन और लेखन



आओ, समझो

चतुर्भुजों का वाचन और लेखन चतुर्भुज के किसी भी शीर्षबिंदु से शुरुआत करके, कर सकते हैं। केवल उसका वाचन और लेखन घड़ी के काँटे की दिशा में अथवा घड़ी के काँटे की विपरीत दिशा में करते हैं।



• निम्न सारिणी पूर्ण करो:

वाचन	लेखन	वाचन	लेखन
घड़ी के काँटे की दिशा में		घड़ी के काँटे की विपरीत दिशा में	
चतुर्भुज PQRS	$\square PQRS$	चतुर्भुज PSRQ	$\square PSRQ$
		चतुर्भुज SRQP	$\square SRQP$
चतुर्भुज RSPQ	$\square RSPQ$		



विचार करो।

एक चतुर्भुज का नाम अधिक से अधिक कितने प्रकार से लिख सकते हैं?

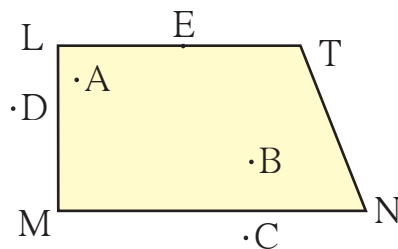
चतुर्भुज का अंतर्भाग, बहिर्भाग और चतुर्भुज का क्षेत्र (Interior, Exterior and Region of Quadrilateral)

चतुर्भुज के अंतर्भाग के बिंदु : बिंदु A, बिंदु B

चतुर्भुज के बहिर्भाग के बिंदु : बिंदु D, बिंदु C

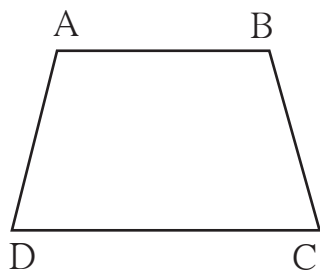
चतुर्भुज के बिंदु : बिंदु L, बिंदु E, बिंदु M, बिंदु N, बिंदु T

चतुर्भुज और अंतर्भाग मिलकर चतुर्भुज का क्षेत्र तैयार होता है।



चतुर्भुज के घटक (Elements of Quadrilateral)

$\square ABCD$ का निरीक्षण करो।



1) **सम्मुख भुजा** : चतुर्भुज की जिन दो भुजाओं में एक भी शीर्षबिंदु सामान्य नहीं होता है, उसे सम्मुख भुजा या आमने-सामने की भुजा कहते हैं।

$\square ABCD$ में भुजा AB और भुजा DC में कोई भी सामान्य शीर्षबिंदु नहीं है। इसलिए वह चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ हैं।

चतुर्भुज में सम्मुख भुजाओं की दो जोड़ियाँ होती हैं। भुजा AD तथा भुजा BC भुजा सम्मुख भुजाएँ हैं।



2) **संलग्न भुजा:** चतुर्भुज की दो भुजाओं में एक सामान्य शीर्षबिंदु हो तो वे दोनों भुजाएँ संलग्न भुजाएँ होती हैं।

□ ABCD में बिंदु B यह भुजा AB और भुजा BC का सामान्य शीर्षबिंदु है इसलिए भुजा AB और भुजा BC यह चतुर्भुज की संलग्न भुजाओं की एक जोड़ी है। संलग्न भुजाओं की चार जोड़ियाँ होती हैं। शेष जोड़ियों को खोजो।

3) **संलग्न कोण:** चतुर्भुज के दो कोणों की एक भुजा सामान्य हो तो वे कोण चतुर्भुज के संलग्न कोण होते हैं।

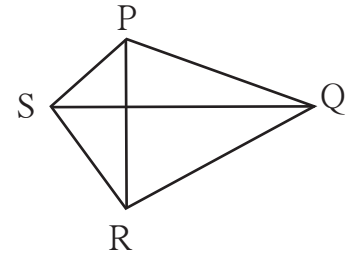
□ ABCD में $\angle ABC$ और $\angle BCD$ की भुजा BC यह सामान्य भुजा है इसलिए $\angle ABC$ और $\angle BCD$ यह संलग्न कोण हैं। □ ABCD में संलग्न कोणों की चार जोड़ियाँ होती हैं।

4) **सम्मुख कोण:** चतुर्भुज के दो कोणों की एक भुजा भी सामान्य न हो तो वे कोण एक-दूसरे के सम्मुख कोण होते हैं।

□ ABCD में कोई भी भुजा यह $\angle ABC$ और $\angle ADC$ की सामान्य भुजा नहीं है इसलिए $\angle ABC$ और $\angle ADC$ यह सम्मुख कोण हैं। □ ABCD में सम्मुख कोणों की दो जोड़ियाँ होती हैं।

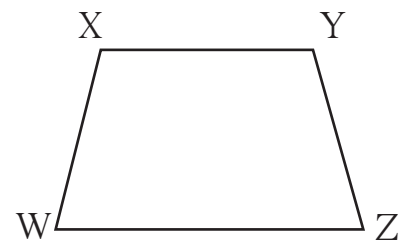
5) **चतुर्भुज के विकर्ण:** चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के शीर्षबिंदुओं को मिलाने वाला रेखाखंड अर्थात् चतुर्भुज का विकर्ण होता है।

□ PQRS में रेखा PR और रेखा SQ चतुर्भुज के दो विकर्ण हैं।



(1) □ XYZW का निरीक्षण करके नीचे पूछे गए प्रश्नों के उत्तर लिखो।

- भुजा XY की सम्मुख भुजा कौन-सी?
- भुजा XW की संलग्न भुजा कौन-सी?
- $\angle W$ का सम्मुख कोण कौन-सा?
- $\angle Z$ का संलग्न कोण कौन-सा?
- XYZW का विकर्ण कौन-सा?



(2) □ PQRS के सम्मुख कोण लिखो।



एक दृष्टिक्षेप

- त्रिभुज की तीन भुजा, तीन शीर्षबिंदु और तीन कोण होते हैं।
- भुजाओं के आधार पर त्रिभुज के प्रकार : समबाहु त्रिभुज, समद्विबाहु त्रिभुज, विषमबाहु त्रिभुज।
- कोणों के आधार पर त्रिभुज के प्रकार : न्यून कोण त्रिभुज, सम कोण त्रिभुज, अधिक कोण त्रिभुज।
- चतुर्भुज में चार शीर्षबिंदु, चार भुजाएँ, चार कोण और दो विकर्ण होते हैं।
- चतुर्भुज में सम्मुख भुजाओं की दो, संलग्न भुजाओं की चार, संलग्न कोणों की चार और सम्मुख कोणों की चार जोड़ियाँ होती हैं।





(1) रिक्त स्थानों की पूर्ति करो।

- जिस त्रिभुज की तीनों भुजाओं की लंबाई समान हों, उस त्रिभुज को त्रिभुज कहते हैं।
- जिस त्रिभुज की केवल दो भुजाओं की लंबाई समान हों, उसे त्रिभुज कहते हैं।
- जिस त्रिभुज का एक कोण अंश का हों, उस त्रिभुज को सम कोण त्रिभुज कहते हैं।
- चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के शीर्षबिंदुओं को मिलाने वाले रेखाखंड को चतुर्भुज का कहते हैं।
- $\square$ LMNO में भुजा LM और भुजा यह संलग्न भुजा है।

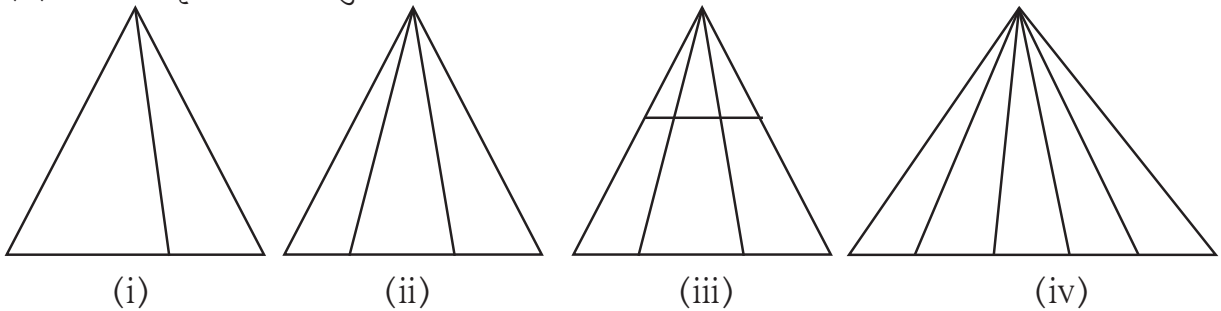
(2) सत्य या असत्य लिखो।

- एक त्रिभुज में दो सम कोण हो सकते हैं।
- सम कोण त्रिभुज यह समद्विबाहु त्रिभुज हो सकता है।
- न्यून कोण त्रिभुज यह समबाहु त्रिभुज नहीं हो सकता।

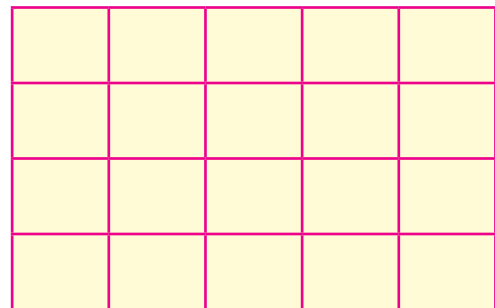
(3) $\square$ UVWX खींचो और उस आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर लिखो।

- चतुर्भुज के नाम विभिन्न प्रकार से लिखो।
- सम्मुख भुजाओं की जोड़ियाँ लिखो।
- संलग्न भुजाओं की जोड़ियाँ लिखो।
- चतुर्भुज के विकर्ण के नाम लिखो।
- सम्मुख कोणों की जोड़ियाँ लिखो।
- संलग्न कोणों की जोड़ियाँ लिखो।

(4) निम्न आकृतियों में त्रिभुजों की संख्या कितनी हैं?



(5) संलग्न आकृति में चतुर्भुजों की कुल संख्या गिनो और लिखो।





9 समीकरण



पुनरावर्तन

प्रकाश ने 23 शहद की बरनियों में से 8 बरनियाँ सुनीता को दी। अर्थात् $23 - 8 = \square$ । शेष बरनियों में से और 6 बरनियाँ दीपाली को दी अर्थात् $\square - 6 = \square$ यह प्रस्तुति कैसे कर सकते हैं, हम देखेंगे!



आओ, समझो

व्यंजक (Expression)

हमने संख्याओं पर जोड़, घटाव, गुणा और भाग की मूल क्रियाएँ कैसे करते हैं, इसका अध्ययन किया है। इन संक्रियाओं का उपयोग करके सलीम, आर्या और रजत ने संख्या और संख्या चिह्नों का उपयोग करके कुछ गणितीय संक्रियाएँ की हैं।

$$14 + 5 - 3$$



$$23 - 8 + 2$$



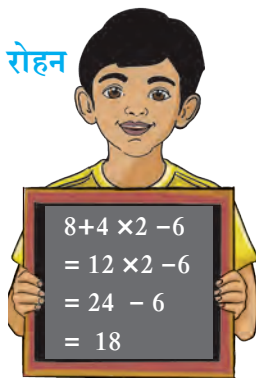
$$18 \div 3 + 4 \times 2$$



ऐसे दो या दो से अधिक संख्याओं पर गणितीय संक्रियाओं की प्रस्तुति यानी 'व्यंजक' होती है।

* शुरुआत में अमन के पास 8 पेन्सिलें थीं। रजत ने 4 पेन्सिलों वाले और 2 पैकेट दिए। उसमें से अमन ने 6 पेन्सिलें दोस्तों को बाँटी तो आखिरी में अमन के पास कितनी पेन्सिलें शेष रह गईं? यह उदाहरण रोहन और ग्रेसी ने निम्न प्रकार से व्यंजक को प्रस्तुत करके हल किया।

रोहन



ग्रेसी



रोहन का उत्तर 18 आया।

ग्रेसी का उत्तर 10 आया।



विचार करो

रोहन और ग्रेसी इन दोनों के निकाले गए उत्तर अलग-अलग हैं। ऐसा क्यों हुआ होगा?

• व्यंजक हल करते समय गणितीय संक्रियाओं के नियम निश्चित किए गए हैं:

- 1) कोष्ठक में दी गई संक्रियाएँ पहले करना चाहिए।
- 2) राशि में एक से अधिक संक्रियाएँ हों तो गुणा और भाग यह संक्रिया बाईं ओर से दाईं ओर जिस क्रम से आती हो, उसी क्रम से करना चाहिए।
- 3) तत्पश्चात जोड़ और घटाव में से जो संक्रियाएँ बाईं ओर से दाईं ओर जिस क्रम से आती हैं उसी क्रम से करना चाहिए।



- 4) कोष्ठक में एक से अधिक संक्रियाएँ हों तो उपर्युक्त दोनों नियमों का पालन करके पहले दो वाली संक्रियाएँ करनी चाहिए।
- 5) कभी-कभी संक्रियाओं का क्रम स्पष्ट होने के लिए एक से अधिक समय कोष्ठक का उपयोग करना पड़ता है। ऐसे समय ‘()’ इस गोल कोष्ठक के साथ ही ‘[]’ ऐसे चौकट कोष्ठक का उसी प्रकार ‘{ }’ ऐसे सर्पाकार कोष्ठक का उपयोग करते हैं। एक से अधिक कोष्ठकों का उपयोग किया गया तो सर्वप्रथम आंतरिक कोष्ठक में दी गई क्रिया पहले करते हैं।

व्यंजक हल करते समय चिह्नों का क्रम					
को () कोष्ठक की संक्रिया पहले	के × का, की, के गुणा संक्रिया	भा ÷ भाग	गु × गुणा	जो + जोड़	घ - घटाव

* इस नियम का उपयोग करके व्यंजक का सही हल कौन-सा वह निश्चित करो :

$$\begin{aligned}
 &8 + 4 \times 2 - 6 \\
 &= 8 + 8 - 6 \quad \dots \text{सर्वप्रथम गुणा करने पर} \\
 &= 16 - 6 \quad \dots \text{जोड़ करने पर} \\
 &= 10 \quad \dots \text{घटाव करने पर}
 \end{aligned}$$

∴ अतः रोहन और ग्रेसी में से का हल सही है।

नमूना उदाहरण :

1) $81 \div (5 + 4) - 2$ $= 81 \div 9 - 2 \quad \dots \text{कोष्ठक हल करने पर}$ $= 9 - 2 \quad \dots \text{भाग करने पर}$ $= 7$	2) $[18 + 5(7 - 3)] + 64$ $= [18 + 5 \times 4] + 64 \quad \dots \text{सादा कोष्ठक हल करके}$ $= [18 + 20] + 64 \quad \dots \text{गुणा करने पर}$ $= 38 + 64 \quad \dots \text{चौकट कोष्ठक हल करने पर}$ $= 102$
--	--

- 3) एक टोकरी में गेंदे के 24 पुष्प हैं। उस टोकरी में शेफाली और प्रीतम इन दोनों में प्रत्येक ने 5 पुष्प और डाले तो अब टोकरी में कुल कितने पुष्प हो गए?

$$\begin{aligned}
 &24 + 2 \times 5 \\
 &= 24 + 10 \quad \dots \text{गुणा करने पर} \\
 &= 34 \quad \dots \text{जोड़ करने पर}
 \end{aligned}$$



(1) निम्न कृति पूर्ण करो।

(i) $32 \times 4 \div 8 - 6$

$$\begin{aligned}
 &= \boxed{} \div 8 - \boxed{} \\
 &= \boxed{} - 6 = \boxed{}
 \end{aligned}$$

(ii) $65 \div 5 \times 2 - 20$

$$\begin{aligned}
 &= \boxed{} \times 2 - 20 \\
 &= \boxed{} - 20 = \boxed{}
 \end{aligned}$$



$$(iii) 80 \times (15+8-3)+5$$

$$= 80 \times (\square - 3) + 5$$

$$= 80 \times \square + 5$$

$$= \square + 5$$

$$= \square$$

$$(iv) 100 \div (18+5-3)+7$$

$$= 100 \div (\square - 3) + 7$$

$$= 100 \div \square + 7$$

$$= \square + 7$$

$$= \square$$

$$(v) 4 + \{100 \div [3(7-5) + 4]\}$$

$$= 4 + \{100 \div [3 \times \square + 4]\}$$

$$= 4 + \{100 \div [\square + 4]\}$$

$$= 4 + \{100 \div \square\}$$

$$= 4 + \square$$

$$= \square$$

$$(vi) 210 \div \{125 - [5 + 3(14-9)]\}$$

$$= 210 \div \{125 - [5 + 3 \times \square]\}$$

$$= 210 \div \{125 - [5 + \square]\}$$

$$= 210 \div \{125 - \square\}$$

$$= 210 \div \square$$

$$= \square$$

(2) निम्न व्यंजकों का मान ज्ञात करो।

$$(i) 28 + 12 - 25$$

$$(ii) 8 \times 4 - 3 \times 6$$

$$(iii) 112 - 18 \times 2 \div 9 + 2$$

$$(iv) 13 - [4 + (32 \div 4 - 5)]$$

$$(v) \{100 \div [3(18 - 12) + 7]\} + 6$$

(3) शर्वरी ने 1 से 4 संख्या लेकर कुछ व्यंजक तैयार किया जिसका मूल्य 21 आता है। उसे और व्यंजक तैयार करने के लिए सहायता करो।

$$(i) 3 \times 4 + 2 \times 4 + 1$$

$$(ii) 4(3 + 2) + 1$$

(4) नीचे दिए गए व्यंजकों से शाब्दिक उदाहरण तैयार करो।

$$(i) (5 + 4) - 8$$

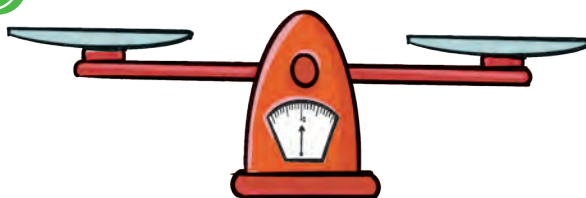
$$(ii) (6 \times 12) \div 4$$

$$(iii) 2 \times 6 + 3 \times 4 + 1$$



आओ, समझो

समानता (Equality)



$$2 \times 7 = \square$$

$$3 + 4 = \square$$

$$20 - 6 = \square$$

$$14 \div 2 = \square$$

उपयुक्त उदाहरणों में संक्रियाएँ पूर्ण करने पर हमें क्या दिखाई देता है, देखो।

उपर्युक्त उदाहरण में 2×7 और $20 - 6$ इन दोनों व्यंजकों का मान समान आता है। उसी प्रकार $3 + 4$ और $14 \div 2$ इन व्यंजकों का मान समान आता है। $2 \times 7 = 20 - 6$ और $3 + 4 = 14 \div 2$ ऐसी प्रस्तुति यानी समानता है। इस आधार पर '=' इस चिह्न के बाएँ पक्ष और दाएँ पक्ष का मान समान होता है।



नमूना उदाहरण :

दी गई राशियों में समानता है या नहीं, यह निश्चित करो :

(i) 6×5 ; $14 + 16$

पहली राशि $6 \times 5 = 30$

दूसरी राशि $14 + 16 = 30$

$\therefore 6 \times 5 = 14 + 16$ इन राशियों में समानता है।

(ii) $30 \div 15$; $18 - 8$

पहली राशि $30 \div 15 = 2$

दूसरी राशि $18 - 8 = 10$

$\therefore 30 \div 15 \neq 18 - 8$ इन राशियों में समानता नहीं है।

($\neq$ यह चिह्न राशियों में समानता नहीं है, दर्शाता है।)



(1) निम्न प्रत्येक उदाहरण में चौकट के बाएँ पक्ष तथा दाएँ पक्षों में दी गई राशियों का मान ज्ञात करो। इस से चौकट में '=' अथवा ' $\neq$ ' इनमें से उचित चिह्न लिखो।

(i) $5 + 9$ 2×7

(ii) $18 \div 3$ 9×3

(iii) $6 \div 2 + 4$ $13 - 6$

(2) निम्न उदाहरणों में बाएँ पक्ष तथा दाएँ पक्ष का मान समान होने के लिए रिक्त स्थानों में उचित संख्या लिखो।

(i) $16 + 4 =$ $+ 8$ (ii) $26 \div$ $= 5 + 8$ (iii) $38 -$ $= 21 \div 3$

(3) नीचे दी गई संख्या और संक्रियाओं के चिह्न का उपयोग करके समानता के उदाहरण तैयार करो।

संख्या

संक्रियाओं के चिह्न

समानता के उदाहरण

13	8	3
	12	
10		5
4	7	6

+
-
$\times$
$\div$

1) $13 + 7 = 4 \times 5$

2)

3)

4)

समानता के गुणधर्म :

उदा. $(6 + 4) = (5 \times 2)$ इस उदाहरण के लिए समानता के गुणधर्म की जाँच करेंगे।

समानता के गुणधर्म	बायाँ पक्ष	दायाँ पक्ष	गुणधर्म
जोड़	$(6 + 4) + 5$ $= 10 + 5$ $= 15$	$(5 \times 2) + 5$ $= 10 + 5$ $= 15$	दोनों पक्षों में एक ही संख्या जोड़ने पर समानता ही प्राप्त होती है।
घटाव	$(6 + 4) - 2$ $= 10 - 2$ $= 8$	$(5 \times 2) - 2$ $= 10 -$ $=$	दोनों पक्षों में एक ही संख्या घटाने पर समानता ही प्राप्त होती है।



समानता के गुणधर्म	बायाँ पक्ष	दायाँ पक्ष	गुणधर्म
गुणा	$(6+4) \times 3$ $= \square \times 3$ $= \square$	$(5 \times 2) \times 3$ $= \square \times 3$ $= \square$	दोनों पक्षों में एक ही संख्या से गुणा करने पर समानता ही प्राप्त होती है।
भाग	$(6+4) \div 2$ $= \square \div 2$ $= \square$	$(5 \times 2) \div 2$ $= \square \div 2$ $= \square$	दोनों पक्षों में एक ही संख्या से भाग देने पर समानता ही प्राप्त होती है।

अंकगणितीय प्रस्तुति

‘पाँच और आठ इन संख्याओं का योगफल’ इस कथन को चिह्न का उपयोग करके ‘ $5+8$ ’ ऐसा लिखते हैं। चिह्न का उपयोग करने से लिखना संक्षिप्त और समझने के लिए सुलभ होता है। इसी प्रकार जानकारी न होने से संख्याओं के लिए अक्षरों का उपयोग करने से उदाहरण हल करने सरल होते हैं।

- संख्याओं के लिए अक्षरों का उपयोग दो प्रकार से होता है:
(1) जानकारी न होने पर संख्याओं के लिए (2) सूत्र या नियम तैयार करने के लिए।

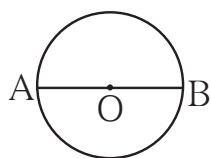
प्रकार 1) जानकारी न होने पर संख्याओं के लिए अक्षरों का उपयोग :

‘छह से सात बड़ी रहने वाली संख्या कौन-सी?’ इसका उत्तर 13 है। यह हमें ज्ञात करना आता है। गणितीय प्रस्तुति ‘ $6+7=13$ ’ ऐसा लिखते हैं किंतु ‘एक संख्या से सात बड़ी रहने वाली संख्या’ यह अक्षर का उपयोग करके कैसा लिखेंगे? ‘एक संख्या’ से अर्थात् कौन-सी संख्या? यह हमें पता नहीं। इसलिए जानकारी न होने पर संख्याओं के लिए यहाँ हम ‘a’ अक्षर का उपयोग करेंगे।

- एक संख्या से सात बड़ी रहने वाली संख्या = $a + 7$
- एक संख्या से चार छोटी रहने वाली संख्या = $a - 4$
- एक संख्या और 3 का योगफल = $a + 3$
- 15 में से एक संख्या घटाई तो आने वाला घटाव = $15 - a$
- एक संख्या की 5 गुना = $a \times 5 = 5a$

- अक्षर और संख्या का गुणा होने पर, अक्षर के पहले संख्या लिखी जाती है और गुणा का चिह्न नहीं लगाया जाता।
- जानकारी न होने पर संख्याओं के लिए a, b, c, ... z इनमें से कौन-सा भी अक्षर ले सकते हैं। यह अक्षर अर्थात् चरांक (variable) है।

प्रकार 2) सूत्र या नियम तैयार करने के लिए अक्षरों का उपयोग :



संलग्न आकृति में ‘O’ केंद्र वाला एक वृत्त है। वृत्त की त्रिज्या और व्यास को क्रमशः r और d अक्षर से दर्शाया जाता है। रेखाखंड OA तथा रेखाखंड OB यह वृत्त की त्रिज्या (r) है। रेखाखंड AB यह वृत्त का व्यास (d) है।

$$\text{रेख AB} = \text{रेख OA} + \text{रेख OB}$$



$$\text{व्यास} = \text{त्रिज्या} + \text{त्रिज्या}$$

$$\text{व्यास} = 2 \text{ त्रिज्या}$$

$$d = 2 \times r$$

(2) दो संख्याओं के योग और गुणन के नियम सीखने के लिए निम्नलिखित सारिणी पूर्ण करो।

उदाहरण	नियम
$6 + 3 = 9$; $3 + 6 = 9$	योग संक्रिया में संख्याओं के योग के क्रम को बदलने पर भी योगफल नहीं बदलता है। $a + b = b + a$
$3 + 0 = \square$ $5 + 0 = \square$	 $a + 0 = a$
.....	किसी भी संख्या और 0 का गुणनफल शून्य ही आता है। $a \times 0 = 0$
$8 \times 1 = 8$	 $a \times 1 = a$



(1) अक्षरों का उपयोग करके गणितीय रूप में लिखो।

(i) एक संख्या और 9 का योग।

(ii) एक संख्या में 8 से भाग दिया।

(iii) एक संख्या और 0 का गुणनफल।

(iv) एक संख्या में से 12 घटाओ।

(v) एक संख्या का 4 गुना।

(vi) एक संख्या को 1 से गुणा किया।

(2) कोष्ठक में दिए गए अक्षरों का उपयोग करके नियम और सूत्र फिर से लिखो।

(i) लाभ = विक्रय मूल्य - क्रय मूल्य (लाभ = P, विक्रय मूल्य = S, क्रय मूल्य = C)

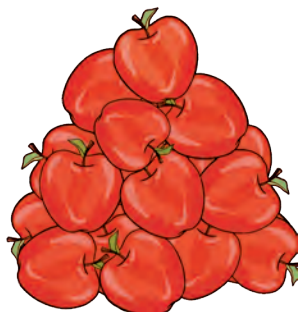
(ii) हानि = क्रय मूल्य (C) - विक्रय मूल्य (S) (हानि = L)

एक चरांक वाले समीकरण (Equations in One Variable)



आओ, समझो

प्रदीप के पास कुछ सेब हैं, सचिन ने उसे 5 सेब और दिए, तब उसके पास कुल 12 सेब हो गए तो प्रदीप के पास शुरुआत में कितने सेब थे?



माना प्रदीप के पास 'कुछ सेब' यानी 'x' सेब हैं। यहाँ 'x' एक चरांक (One Variable) है।

सचिन द्वारा दिए गए सेबों की संख्या = $\square$ सेब।

प्रदीप के पास कुल सेबों की संख्या = $\square$ सेब।

उपरोक्त जानकारी को हम गणितीय रूप में इस प्रकार लिख सकते हैं:

$\therefore x + 5 = 12$, इस प्रकार की गई गणितीय प्रस्तुति को ही 'समीकरण' कहते हैं।



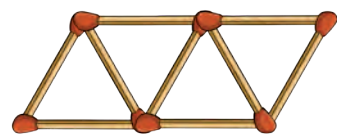
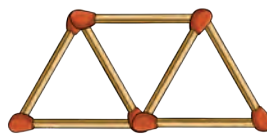
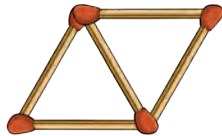
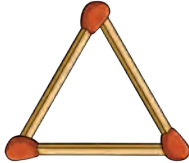
जिस गणितीय प्रस्तुति में समानता का बाएँ या दाएँ अथवा दोनों पक्षों की राशि में एक ही चरांक का उपयोग किया जाता है, ऐसी प्रस्तुति अर्थात् एक चरांक वाला समीकरण होता है।

उदा. $a-6=8$; $9=3p$; $\frac{m}{5}=7$; $2x+5=x+7$



कृति करो

चित्र में दर्शाई गई तीलियों की सहायता से त्रिभुज की रचना करो और सारिणी पूर्ण करो।



त्रिभुजों की संख्या	तीलियों की संख्या ($2 \times$ त्रिभुजों की संख्या) + 1
1	$(2 \times 1) + 1 = 3$
2	$(2 \times 2) + 1 = 5$
3	

त्रिभुजों की संख्या	तीलियों की संख्या ($2 \times$ त्रिभुजों की संख्या) + 1
4	
5	
n	



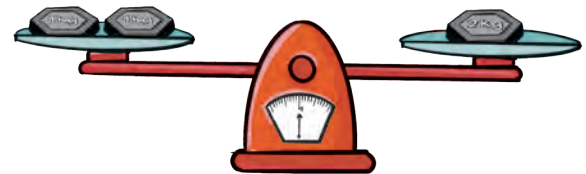
आओ, समझो

समीकरणों के हल

निःशुल्क वितरण के लिए

तराजू के बाएँ पक्ष और दाएँ पक्ष पर समान वजन हो तो ही तराजू संतुलित रहता है।

उसी प्रकार समीकरण के दोनों पक्षों के मान समान हों तो ही वह समीकरण संतुलित होता है।



$y+6=7$ इस समीकरण में 'y' इस चरांक के कौन-से मान से '=' चिह्न के बाएँ और दाएँ पक्ष का मान समान होता है यह देखेंगे।

$y+6=7$ इस समीकरण में y का मान 0,1,2,3,... यह रखकर देखेंगे।

दायाँ पक्ष = 7 है।

i) $y = 0$ लेने पर

बायाँ पक्ष = $y + 6 = 0 + 6 = 6$

$\therefore$ बायाँ पक्ष $\neq$ दायाँ पक्ष

यह समीकरण $y=0$ इस मान के लिए संतुलित नहीं होता है।

$\therefore y = 0$ यह दिए गए समीकरण का हल नहीं है।

ii) $y = 1$ लेने पर

बायाँ पक्ष = $y + 6 = 1 + 6 = 7$

$\therefore$ बायाँ पक्ष = दायाँ पक्ष

यह समीकरण $y=1$ इस मान के लिए संतुलित होता है।

$\therefore y = 1$ यह दिए गए समीकरण का हल है।

चरांक के जिस मान के लिए दिया गया समीकरण संतुलित होता है अथवा समीकरण का समाधान होता है, चरांक का वह मान अर्थात् 'समीकरण का हल' होता है।



नमूना उदाहरण :

1) $a + 7 = 12$

हल : $a + 7 = 12$

$\therefore a + 7 - 7 = 12 - 7$...दोनों पक्षों से
7 घटाने पर

$\therefore a + 0 = 5$

$\therefore a = 5$

इस समीकरण का हल 5 है।

2) ईश्वरी ने मन में एक संख्या सोची और उस संख्या का तिगुना करने पर 75 संख्या प्राप्त हुई तो ईश्वरी ने मन में कौन-सी संख्या सोची थी?

हल : माना कि ईश्वरी द्वारा सोची गई संख्या x है।

$\therefore$ उस संख्या का तिगुना $= 3x$

$\therefore 3x = 75$

$\therefore \frac{3x}{3} = \frac{75}{3}$...दोनों पक्षों में 3 से भाग देने पर

$\therefore x = 25$

$\therefore$ ईश्वरी द्वारा मन में सोची गई संख्या 25 है।



(1) दी गई जानकारी के आधार पर समीकरण बनाओ।

i) एक संख्या का 4 गुना 24 है।

ii) 37 में से एक संख्या घटाने पर 12 शेष बचते हैं।

iii) श्रीमयी के पास कुछ बेर हैं, उनमें से उन्होंने 8 बेर सई को दिए। तब उनके पास 15 बेर शेष बचे।

iv) समर्थ ने एक संख्या में 7 से भाग दिया, तो भागफल 4 आया।

(2) नीचे दिए गए समीकरणों में चर के किन मानों के लिए समीकरण का हल प्राप्त होता है, निश्चित करो।

i) $7x = 14$ ($x = 1, 2, 3, \dots$)

ii) $p + 6 = 9$ ($p = 1, 2, 3, 4, \dots$)

iii) $4 = \frac{y}{8}$ ($y = 31, 32, 33, \dots$)

iv) $8 - m = 5$ ($m = 1, 2, 3, 4, \dots$)

(3) समानता के गुणधर्मों का उपयोग करके निम्नलिखित समीकरणों को हल करो।

i) $3x = 12$

ii) $x + 4 = 21$

iii) $17 - p = 8$

iv) $\frac{k}{8} = 9$

(4) निम्नलिखित कृति पूर्ण करो।

i) दो क्रमिक प्राकृतिक संख्याओं का योग 131 है तो वे संख्याएँ ज्ञात करो।

कृति : माना दो क्रमिक संख्याएँ m और $m+1$ हैं।

परंतु उन दो संख्याओं का योग 131 है।

$\therefore \square + (m+1) = 131$

$\therefore \square + 1 = 131$

$\therefore 2m + 1 - 1 = 131 - 1$

(दोनों पक्षों से 1 घटाने पर)

$\therefore \square = 130$

$\therefore \frac{2m}{2} = \frac{130}{2}$

(दोनों पक्षों में 2 से भाग देने पर)

$\therefore m = \square$

$\therefore m + 1 = 65 + 1 = \square$

$\therefore$ वह दो संख्याएँ $\square$ और $\square$ हैं।



- ii) एक पैंट की कीमत, शर्ट की कीमत से 250 रुपये अधिक है। एक पैंट तथा एक शर्ट की कुल कीमत 1250 रुपये है तो दोनों की कीमत ज्ञात करो।

कृति : माना शर्ट की कीमत x रुपये है।

$$\therefore \text{पैंट की कीमत } x + \square$$

कुल कीमत को समीकरण के रूप में लिखने पर:

$$\therefore x + \square = 1250$$

$$\therefore \square + 250 = 1250$$

$$\therefore 2x = \square$$

(दोनों पक्षों से 250 घटाने पर)

$$\therefore x = \square$$

(दोनों पक्षों को 2 में भाग देने पर)

$$\therefore \text{शर्ट का मूल्य} = \square \text{ रुपये}$$

$$\therefore \text{पैंट का मूल्य} = \square + 250 \text{ रुपये}$$

$$= \square \text{ रुपये}$$

- (5) निम्नलिखित शाब्दिक उदाहरणों से समीकरण तैयार करो और हल करो।

- i) एक बगीचे में आँवले के 36 वृक्ष हैं। शेष नीलगिरी के वृक्ष हैं। यदि उस बगीचे में कुल 150 वृक्ष हों तो नीलगिरी के वृक्ष कितने होंगे?
- ii) पाटण तहसील के भूकंप से प्रभावित परिवार को वितरित करने के लिए शासन की ओर से कुछ क्विंटल अनाज उपलब्ध किया गया। उसमें से आड़ल गाँव के परिवार को 34 क्विंटल अनाज वितरित करने के पश्चात 48 क्विंटल अनाज शेष रह गया तो शासन की ओर से कुल कितने क्विंटल अनाज उपलब्ध किया गया था?



एक दृष्टिक्षेप

- व्यंजक हल करते समय सर्वप्रथम कोष्ठक हल करते हैं और बाद में भाग, गुणा, जोड़ और घटाव के क्रम में व्यंजक को हल करते हैं।
- '=' चिह्न के बाईं और दाईं ओर की राशियों का मान समान होता है, ऐसी संरचना को ही समीकरण कहते हैं।
- समीकरण के दोनों पक्षों में से कोई भी एक संख्या जोड़ने पर, घटाने पर, गुणा करने पर अथवा शून्येतर संख्या से भाग देने पर समानता नहीं बदलती है।
- एक चरांक वाले समीकरण के चरांक के जिस मान के लिए समीकरण का समाधान होता है, वह मान अर्थात् समीकरण का हल होता है।



स्वाध्याय 9

- (1) अचूक पर्याय चुनकर लिखो।

- i) यदि $x + 12 = 27$ हो, तो $x = ?$

(अ) 39

(ब) 15

(क) 25

(ड) 29

- ii) यदि $23 - n = 12$ हो, तो $n = ?$

(अ) 11

(ब) 25

(क) 35

(ड) 21



iii) यदि $12a = 96$ हो, तो $a =$ कितना?

(अ) 108

(ब) 8

(क) 84

(ड) 1152

iv) $24 \div (3+5) - 2 =$

(अ) 20

(ब) 11

(क) 4

(ड) 1

v) निम्नलिखित कौन-सी राशि की जोड़ी में समानता है?

(अ) $14 \times 1; 5-3$

(ब) $6 \times 7; 14 \times 4$

(क) $5 \times 3; 14+1$

(ड) $5 \times 3; 14-1$

vi) एक संख्या और उसके तिगुने का योगफल 24 आता है तो निम्न में से वह संख्या कौन-सी है?

(अ) 12

(ब) 6

(क) 3

(ड) 108

(2) निम्न चौकट में उचित मान रखकर समानता पूर्ण करो।

(i) $12 \div 3 = 9 -$

(ii) $15 + 7 =$ $\times 2$

(iii) $48 \div$ $= 15 - 12$

(3) निम्नलिखित व्यंजक हल करो।

(i) $8 \times 4 - 17$

(ii) $9 \div (13 - 10) + 5$

(iii) $100 \div \{6 + [12 - 4 + (5 \times 3 - 4)]\}$

(4) समानता के गुणधर्म का उपयोग करके निम्न समीकरण हल करो।

(i) $x + 12 = 25$

(ii) $6p = 48$

(iii) $\frac{m}{7} = 7$

(iv) $27 - t = 14$

(5) सोनल ने एक संख्या मन में सोची और उस संख्या का उसने पाँच गुना किया। तब उसका उत्तर 30 आया तो वह संख्या कौन-सी है?

(6) दीपाली की आयु, आशा की आयु से 5 वर्ष कम है। उन दोनों की आयु का योगफल 27 वर्ष हो तो प्रत्येक की आयु कितनी होगी?

(7) एक विद्यालय के विद्यार्थियों ने बाढ़ पीड़ितों की सहायता करने के लिए कुछ निधि जमा की। यह जमा की गई निधि की राशि विद्यार्थियों की संख्या की चार गुना है। अध्यापकों ने उसमें 1500 रुपए और जोड़े, तब कुल राशि 5140 रुपए हो गई तो उस विद्यालय में विद्यार्थियों की कुल संख्या कितनी होगी?

(8) एक दूध संकलन केंद्र के चारों ओर पीपल के जितने वृक्ष लगाए उससे 52 वृक्ष अधिक नीम के लगाए गए। यदि दोनों प्रकार के कुल वृक्ष 170 हैं तो नीम के कितने वृक्ष लगाए गए?





10

जादुई गणित - 1



संख्याओं का खेल

1) स्मार्ट कार्ड्स

- निम्न खेल अपने दोस्तों के साथ खेलो।

1	3	5	7
9	11	13	15
17	19	21	23
25	27	29	31

2	3	6	7
10	11	14	15
18	19	22	23
26	27	30	31

4	5	6	7
12	13	14	15
20	21	22	23
28	29	30	31

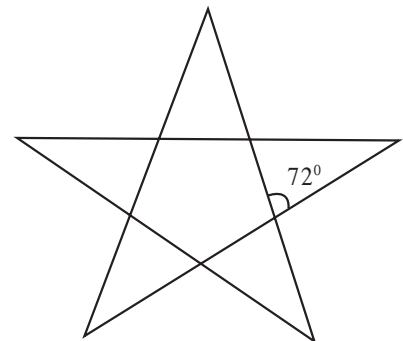
8	9	10	11
12	13	14	15
24	25	26	27
28	29	30	31

16	17	18	19
20	21	22	23
24	25	26	27
28	29	30	31

- प्रत्येक कार्ड पर 1 से 31 में से 16 संख्याएँ लिखी गई हैं।
- अपने दोस्तों को जन्म तारीख (या 1 से 31 इनमें से कोई भी संख्या) मन में सोचने को कहो।
- तुम्हारे दोस्त ने जो संख्या मन में सोची, उसका ठीक से निरीक्षण करके कौन-कौन-से कार्ड पर है, पूछो।
- तुम्हारे मित्र के मन की संख्या पहचानने का उपाय पुस्तक में ही अन्यत्र दिया गया है, उसे ढूँढो और उसके मन की संख्या पहचानो।

2) चाँदनी

पाँच सिरों का तारा दिखाया गया है। उसके मध्य भाग में एक समान पंचकोण तैयार होता है। तारे के एक कोण का माप दिया गया है। उसके आधार पर तारे के सभी कोणों के माप खोजो और बताओ।



75



सूचना 1 : सरल रेखा बनाने वाले दो कोणों का योग 180° होता है।

सूचना 2 : नियमित पंचभुज की सभी भुजाएँ और कोण समान माप के होते हैं।

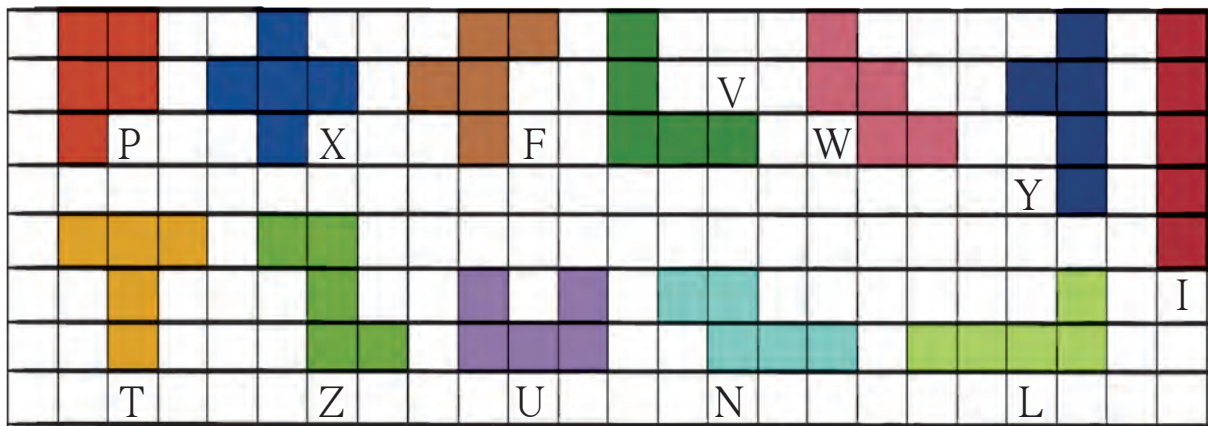
सूचना 3 : त्रिभुज के तीनों कोणों के मापों का योगफल 180° होता है।

- पंचभुज के सभी कोणों के मापों का योगफल कितना होगा?
- तारा छह सिरों का हो तो कोणों के मापों में क्या अंतर होगा?
- तारा के सिरे छह से अधिक हों तो मध्य भाग में तैयार होने वाली आकृति के (बहुभुजाकृति के) प्रत्येक कोण का माप कितना होगा? उसके सभी कोणों के मापों का योगफल का सूत्र ज्ञात कर सकते हो क्या? ज्ञात करके देखो।

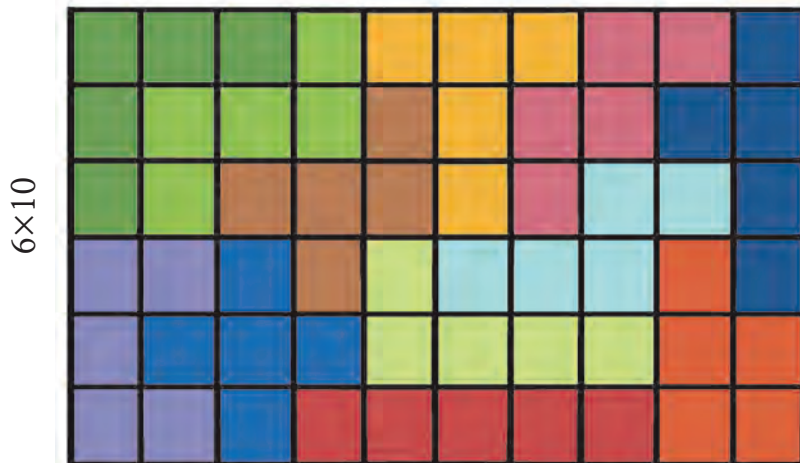
3. पेन्टोमिनोज़ : 5 समान माप के वर्गों को अगल-बगल जोड़कर तैयार की गई आकृति एक वर्गाकार या चौकट वाली कॉपी का कागज (Square Grid Paper) लो।

उसमें से नीचे दिए गए अनुसार विभिन्न आकारों के पेन्टोमिनोज़ काट लो। पेन्टोमिनोज़ की संरचना कितने प्रकार से संभव है, वह नीचे दी गई है।

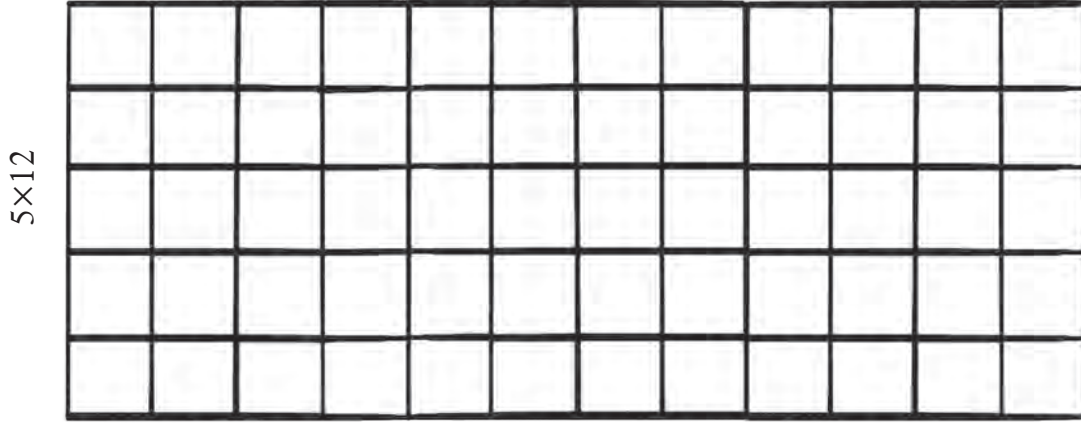
रचना को ध्यान में रखने के लिए उनके आकार के अनुसार अंग्रेजी अक्षर दिए गए हैं।



6×10 उपर्युक्त पेन्टोमिनोज़ रचना का उपयोग करके निम्न प्रकार का आयत पूर्ण किया है।



उपर्युक्त पेन्टोमिनोज़ रचना के अनुसार निम्न प्रकार का 5×12 आयत पूर्ण करो।



इस प्रकार 4×15 और 3×20 ग्रिड पेपर लेकर पेन्टोमिनोज़ रचना में बिठाओ और खेल का आनंद लो।

प्रत्येक आयत का क्षेत्रफल और उसमें रखे गए पेन्टोमिनोज़ (Tessalation- No Overlap No Gaps) इनका आकृतिबंध ध्यान में रखो। इन दोनों में क्या सहसंबंध है, वह समझ लो। प्रत्येक आयत का माप देखो। इसमें क्या एक जैसा दिखता है, इस पर विचार करो और चर्चा करो।

4. जोड़ - घटाव चौकट

जोड़

→

घ

↓

$\frac{5}{3}$	$\frac{4}{3}$	---
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	---
---	---	---

जोड़

→

घ

↓

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	---
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	---
---	---	---

- क्या आप किन्हीं अन्य भिन्नों (अनुपात) के लिए इस प्रकार के चौकट तैयार कर सकते हो? इसे तैयार करो और जाँच करो।
- अनुपात के अलावा अन्य किसी भी संख्या के लिए इस प्रकार तालिका तैयार करो।



पुनरावर्तन

इससे पहले हमने $\frac{\text{अंश}}{\text{हर}}$ इस रूप में भिन्नों का अध्ययन किया है।

निम्न भिन्नों का निरीक्षण करो। दिए गए भिन्नों में से जिस भिन्न के हर 10, 100, 1000, 10,000 हों उन्हें अलग करो।

$$\frac{7}{5}, \frac{4}{10}, \frac{15}{100}, \frac{287}{119}, \frac{438}{1000}, \frac{27}{10}, \frac{9}{10000}, \frac{5}{8}, \frac{10}{17}, \frac{5}{100}, \frac{89}{1000}, \frac{45}{10}$$

निम्न भिन्न के हर 10 या 10 के दस-दस गुना में हैं।

$$\frac{4}{10}, \frac{15}{100}, \frac{27}{10}, \frac{438}{1000}, \frac{9}{10000}, \frac{5}{100}, \frac{89}{1000}, \frac{45}{10}$$



आओ, समझो

दशमलव भिन्न (Decimal Fraction)

- जिस भिन्न के हर 10, 100, 1000, ... ऐसा अर्थात् हर 10 अथवा 10 के दस-दस गुना होता है, उन्हें दशमलव भिन्न कहते हैं। यह भिन्न लिखते समय दशमलव प्रणाली जैसे क्रम से दहाई, सैकड़ा, हजार ऐसे स्थान हैं। वैसे इकाई स्थान के दाईं ओर एक दशांश अर्थात् $\frac{1}{10}$, एक शतांश अर्थात् $\frac{1}{100}$, एक सहस्रांश अर्थात् $\frac{1}{1000}$ ऐसे स्थान हैं।
- एक दशांश (दश + अंश) इसमें दस का मतलब 10 और अंश का मतलब भाग इसीलिए एक दशांश अर्थात् एक का दशवाँ भाग।
- संख्या लिखते समय पूर्णांक भाग समाप्त होने के चिह्न के रूप में पूर्णांक के इकाई स्थान के अंक के बाद (.) एक बिंदु लगाया जाता है; इस चिह्न को (.) 'दशमलव चिह्न' कहते हैं।
- $5\frac{3}{10}$ इस भिन्न को 5.3 ऐसा लिखते हैं। उसका वाचन 'पाँच सही तीन बटे दस' या 'पाँच दशमलव तीन' ऐसा करते हैं।
- $\frac{5}{100}$ को लिखते समय दशमलव स्थान में कुछ नहीं है, यह ध्यान में रखकर उस स्थान पर 0 अंक लिखना पड़ता है। इसका लिखना 0.05 और पढ़ना 'शून्य दशमलव शून्य पाँच' ऐसा किया जाता है।

- वजन काँटा/तराजू पर संख्याओं का अंकन (लेखन) दशमलव पद्धति में होता है। ठीक उसी तरह वस्तुओं की कीमत के टैग, पेट्रोल पंप के मीटर रीडिंग हम दशमलव पद्धति में लिखे हुए देख सकते हैं।
- व्यवहार में दशमलव पद्धति में लेखन (अंकन) और कहाँ दिखता है इसे खोजें।



दशमलव भिन्न का विस्तारित रूप

- 54.632 इस संख्या में अंकों का स्थानीय मान नीचे दी गई सारिणी में दिया है:

स्थान	दहाई	इकाई	दशमलव चिह्न	दशांश	शतांश	सहस्रांश
	10	1	.	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
संख्या	5	4	.	6	3	2
स्थानीय मान	5×10 =50	4×1 =4	.	$6 \times \frac{1}{10}$ =0.6	$3 \times \frac{1}{100}$ =0.03	$2 \times \frac{1}{1000}$ =0.002
वाचन: चौवन दशमलव चिह्न छह तीन दो।				लेखन: 54.632		

- विस्तारित रूप: $54.632 = 5 \times 10 + 4 \times 1 + 6 \times \frac{1}{10} + 3 \times \frac{1}{100} + 2 \times \frac{1}{1000}$
 $= 50 + 4 + \frac{6}{10} + \frac{3}{100} + \frac{2}{1000}$

नमूना उदाहरण :

$$1) 3.342 = 3 \times 1 + 3 \times \frac{1}{10} + 4 \times \frac{1}{100} + 2 \times \frac{1}{1000} = 3 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100} + \frac{2}{1000}$$

$$2) 45.305 = 4 \times 10 + 5 \times 1 + 3 \times \frac{1}{10} + 0 \times \frac{1}{100} + 5 \times \frac{1}{1000}$$

$$= 40 + 5 + \frac{3}{10} + 0 + \frac{5}{1000}$$



आओ, समझो

दशमलव भिन्नों की तुलना

दशमलव भिन्न की तुलना करते समय

- पहले पूर्णांक की तुलना करो। उदा. 24.27, 32.48 इसकी तुलना $24.27 < 32.48$ ऐसी होती है।
- पूर्णांक समान हों, तो दशमलव चिह्न के पश्चात दशांश स्थान पर रहने वाले अंकों की तुलना करते हैं।
उदा. 9.42, 9.72 इसकी तुलना $9.42 < 9.72$ ऐसी होती है।
- यदि दशमलव स्थान के अंक समान हों तो शतांश स्थान के अंकों की तुलना करो।
उदा. 8.78, 8.71 इसकी तुलना $8.78 > 8.71$ ऐसी होती है।





(1) निम्न लिखित भिन्नों को दशमलव भिन्न के रूप में लिखो।

i) $\frac{16}{100}$

ii) $\frac{275}{1000}$

iii) $\frac{6}{100}$

iv) $\frac{269}{100}$

v) $\frac{15}{1000}$

vi) $\frac{235}{10}$

vii) $\frac{7}{1000}$

viii) $6\frac{3}{10}$

(2) निम्नलिखित संख्याओं में रेखांकित अंकों का स्थानीय मान लिखो।

i) 34.26

ii) 8.88

iii) 0.81

iv) 0.40

v) 6.64

(3) निम्नलिखित संख्याओं में छोटा-बड़ा ज्ञात करो।

i) 0.2 , 0.4 ii) 70.08 , 70.4 iii) 6.6 , 6.58 iv) 7.4 , 7.35 v) 0.76 , 0.8

(4) निम्नलिखित संख्याओं को आरोही और अवरोही क्रम में लिखो।

i) 8.6, 8.59, 8.09, 8.8

ii) 7.8, 7.66, 8.06, 8.68

व्यावहारिक भिन्नों का दशमलव भिन्नों में रूपांतर



आओ, समझो

- व्यावहारिक भिन्न का हर 10 अथवा 10 का दस-दस गुना हो तो वह दशमलव के रूप में हम लिख सकते हैं।
उदा i) $\frac{7}{10} = 0.7$ ii) $\frac{79}{100} = 0.79$ iii) $\frac{45}{1000} = 0.045$
- व्यावहारिक भिन्न को दशमलव भिन्न में रूपांतर करते समय उनके हर को 10, 100, 1000, ... ऐसा करना पड़ता है।
- व्यावहारिक भिन्न के हर 10 के दस-दस गुना करना नहीं आता हो, तो अंश तथा हर को समान संख्या से भाग देकर उसका रूपांतर दशमलव भिन्न में कर सकते हैं।

दशमलव भिन्नों का व्यावहारिक भिन्नों में रूपांतर



आओ, समझो

- 32.46 इस भिन्न का व्यावहारिक भिन्न में रूपांतर $32.46 = \frac{3246}{100}$ ऐसा करते हैं।
- यहाँ दशमलव चिह्न के आगे दो अंक हैं, इसलिए व्यावहारिक भिन्न के हर में 1 के आगे दो शून्य लिखे गए हैं और अंश में दशमलव चिह्न का विचार किए बिना वह संख्या लिखी गई है।

उदा. i) $0.7 = \frac{7}{10}$

ii) $0.17 = \frac{17}{100}$

iii) $0.045 = \frac{45}{1000}$

iv) $25.382 = \frac{25382}{1000}$



नमूना उदाहरण :

$$1) \frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 0.75$$

$$2) \frac{23}{125} = \frac{23 \times 8}{125 \times 8} = \frac{184}{1000} = 0.184$$

$$3) \frac{16}{400} = \frac{16 \div 4}{400 \div 4} = \frac{4}{100} = 0.04$$

निःशुल्क वितरण के लिए

$$4) \frac{9}{20} \text{ किलोग्राम}$$

$$= \frac{9 \times 50}{20 \times 50} \text{ किलोग्राम}$$

$$= \frac{450}{1000} \text{ किलोग्राम} = 0.450 \text{ किलोग्राम}$$

आधा, पाँच, पौने, सवा डेढ़ इत्यादि का दशमलव भिन्न में लिखना

आधा	$\frac{1}{2}$	$\frac{1 \times 5}{2 \times 5}$	$\frac{5}{10}$	0.5
पाँच	$\frac{1}{4}$	$\frac{1 \times 25}{4 \times 25}$	$\frac{25}{100}$	0.25
पौने	$\frac{3}{4}$	$\frac{3 \times 25}{4 \times 25}$	$\frac{75}{100}$	0.75
सवा	$1 \frac{1}{4}$	$\frac{5}{4} = \frac{5 \times 25}{4 \times 25}$	$\frac{125}{100}$	1.25
डेढ़	$1 \frac{1}{2}$			



आओ, समझो

दशमलव भिन्न का जोड़ और घटाव

- दशमलव भिन्न का जोड़ और घटाव करते समय दशमलव चिह्न के नीचे दशमलव चिह्न आए ऐसी प्रस्तुति करो।

(1) 0.3 और 0.4 को जोड़ो।

$$\rightarrow 0.3 = \frac{3}{10}, 0.4 = \frac{4}{10}$$

$$0.3 + 0.4 = \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{7}{10} = 0.7$$

$$0.3 + 0.4 = 0.7$$

इकाई		दशांश
0	.	3
0	.	4
0	.	7

+

(2) 1.8 में से 0.7 घटाओ।

$$\rightarrow 1.8 = \frac{18}{10}, 0.7 = \frac{7}{10}$$

$$1.8 - 0.7 = \frac{18}{10} - \frac{7}{10} = \frac{11}{10} = 1.1$$

$$1.8 - 0.7 = 1.1$$

इकाई		दशांश
1	.	8
0	.	7
1	.	1

-



3) $3.64 + 5.4 = ?$

→	इकाई		दशांश	शतांश
	1			
+	3	.	6	4
	5	.	4	0
	9	.	0	4

$3.64 + 5.4 = 9.04$

4) $20 - 11.35 = ?$

→	दशांश	इकाई		दशांश	शतांश
		9		9	
	1	10		10	10
	2	0	.	0	0
-	1	1	.	3	5
	0	8	.	6	5

$20 - 11.35 = 8.65$



(1) जोड़ो ।

(i) $24.11 + 3.80$

(ii) $14.01 + 1.1 + 1.98$

(iii) $8.85 + 0.51$

(iv) $2.3 + 18.84$

(2) घटाओ ।

(i) $0.86 - 0.34$

(ii) $1.75 - 0.41$

(iii) $6.42 - 3.3$

(iv) $1.7 - 0.9$

(v) $4 - 1.7$

(iv) $7.63 - 4$

(3) व्यावहारिक भिन्न को अंशाधिक या मिश्र भिन्न के रूप में लिखो।

(i) 0.9

(ii) 0.07

(iii) 0.191

(iv) 0.049

(v) 4.36

(vi) 0.015

(vii) 4.56

(viii) 5.84





एक दृष्टिक्षेप

- व्यावहारिक भिन्न का हर 10 अथवा 10 के दस-दस की गुणा में हो तो उस भिन्न को दशमलव भिन्न कहते हैं।
- दशमलव भिन्न का जोड़ अथवा घटाव करते समय दशमलव चिह्न के नीचे दशमलव चिह्न आए इस तरह व्यवस्थित करके सामान्य रूप से जोड़ या घटाव करो।
- दशमलव भिन्न का उपयोग: व्यावहारिक भिन्न का दशमलव भिन्न में रूपांतरण करते समय तुलना करना सरल हो जाता है। दुकान में हिसाब करते समय अथवा कैलकुलेटर का उपयोग करते समय दशमलव पद्धति जल्द कार्य करती है। साथ ही वैज्ञानिक प्रयोगों या अभियांत्रिकी (इंजीनियरिंग) में अत्यंत सूक्ष्म मापन के लिए दशमलव भिन्न का उपयोग किया जाता है।



स्वाध्याय 11

(1) रिक्त स्थानों की पूर्ति करो।

- 0.8 इस भिन्न को व्यावहारिक भिन्न के रूप में, ऐसा लिखते हैं।
- 15.9 इस संख्या का पूर्णांक भाग है।
- 171.9 में दहाई स्थान की संख्या है।
- 9.8 में 8 का स्थानीय मान है।
- 33.52 इस संख्या में 5 का स्थानीय मान है।

(2) निम्नलिखित दशमलव भिन्न को व्यावहारिक भिन्न के रूप में लिखो। अतिसंक्षिप्त रूप दो।

- 0.2 ii) 0.62 iii) 0.605 iv) 0.017 v) 5.46

(3) हल करो।

- $23.84 + 12.37$ ii) $5.617 + 4.594$
- $12.78 + 10.25$ iv) $61.7 - 45.2$
- $9.47 - 6.82$ vi) $17.93 - 15.82$

(4) 246.135 इस संख्या में प्रत्येक अंक का स्थानीय मान लिखो।

(5) अनिता पुलिस भर्ती के लिए दौड़ने का अभ्यास करती है। वह हर दिन सुबह 3.27 किमी और शाम को 2.8 किमी दौड़ती है तो वह एक दिन में कितने किमी दौड़ लगाती है?





12 लाभ-हानि



आओ, समझो

मेहेकरी गाँव में प्रति वर्ष की भाँति इस वर्ष भी विद्यालय के प्रांगण में 'हरित मेले' का आयोजन किया गया था। मेले में ग्रामवासियों, विद्यार्थियों, शिक्षकों और अभिभावकों ने मिलकर 'पर्यावरण संरक्षण' को मुख्य विषय के रूप में रखा था।



क्रय मूल्य और विक्रय मूल्य (Cost Price and Selling Price)

- शिक्षक : कल का 'हरित मेला' बहुत ही उत्तम रहा। सभी को बधाई! श्रद्धा, तुमने कितने रुपये के पौधे खरीदे थे?
- श्रद्धा : गुरुजी! मैंने ₹ 1250 के पौधे खरीदे थे।
- शिक्षक : यही तुम्हारा **क्रय मूल्य** है! राघव, क्या तुम्हारे द्वारा लाए गए सभी पौधे बिक गए?
- राघव : जी हाँ। हमने सभी पौधों की बहुत आकर्षक प्रदर्शनी लगाई थी।
- मुस्कान : गुरुजी, हमने प्रत्येक पौधे पर उनकी विशेषताएँ भी लिखकर रखी थी।
- शिक्षक : बहुत अच्छा! इन पौधों की बिक्री से तुम्हें कितने रुपये मिले?
- श्रद्धा : ₹ 1560/-
- शिक्षक : अरे वाह! यह हो गया तुम्हारा **विक्रय मूल्य**।



रिया : गुरुजी, अर्थात हमने जितने रुपये खर्च किए, उससे अधिक रुपये हमें मिले।

शिक्षक : शाबाश! अर्थात क्रय मूल्य (खरीद कीमत) की तुलना में आपका विक्रय मूल्य अधिक है, इसका अर्थ है कि आपको फायदा हुआ। व्यवहार में फायदे को ही हम 'लाभ' (Profit) कहते हैं।

श्रद्धा : तो हमें कितना लाभ हुआ?

शिक्षक : विक्रय मूल्य में से क्रय मूल्य घटाने पर लाभ प्राप्त होता है। गणना करो।

राघव : $1560 - 1250 = 310$
 $\therefore$ लाभ = ₹ 310

$$\text{लाभ} = \text{विक्रय मूल्य} - \text{क्रय मूल्य}$$

रिया : लेकिन गुरुजी, यदि क्रय मूल्य से कम पैसे मिले होते तो?

मुस्कान : अरे, तब तो हमारा नुकसान होगा ना?

शिक्षक : यदि क्रय मूल्य की तुलना में विक्रय मूल्य कम हो तो नुकसान होता है, जिसे 'हानि' (Loss) कहते हैं।

$$\text{हानि} = \text{क्रय मूल्य} - \text{विक्रय मूल्य}$$

लाभ (Profit)	हानि (Loss)
जब विक्रय मूल्य > क्रय मूल्य, तब लाभ होता है। लाभ = विक्रय मूल्य - क्रय मूल्य	जब विक्रय मूल्य < क्रय मूल्य, तब हानि होती है। हानि = क्रय मूल्य - विक्रय मूल्य



गणितीय चर्चा

1. लाभ कमाने के लिए विक्रय मूल्य निर्धारित करते समय किन बातों पर विचार करना पड़ता है?
2. वस्तुओं की विक्री अधिक हो, इसके लिए दुकानदार कौन-कौन-सी युक्तियाँ अपनाते हैं?
3. यदि किसी ग्राहक के पास पूरे पैसे न हो, तो क्या आप एक विक्रेता के रूप में उसे वह वस्तु देंगे?

नमूना उदाहरण :

- 1) एक फल विक्रेता ने 16 दर्जन केले ₹ 480 में खरीदे और उन सभी केलों को ₹ 45 प्रति दर्जन की दर से बेच दिया तो इस व्यवहार में उसे लाभ हुआ या हानि? कितनी?

→ 16 दर्जन केलों का क्रय मूल्य = ₹ 480

$$16 \text{ दर्जन केलों का विक्रय मूल्य} = 16 \times 45 = ₹ 720$$

यहाँ विक्रय मूल्य > क्रय मूल्य

$\therefore$ लाभ हुआ।

$$\text{लाभ} = \text{विक्रय मूल्य} - \text{क्रय मूल्य}$$

$$\therefore \text{लाभ} = 720 - 480 = 240$$

फल विक्रेता को ₹ 240 का लाभ हुआ।



- 2) एक सब्जी विक्रेता ने 342 किलो टमाटर ₹8,208 में खरीदे। उनमें से 318 किलो टमाटर ₹25 प्रति किलो की दर से बेचे और 24 किलो टमाटर खराब हो गए। इस व्यवहार में उसे लाभ हुआ या हानि? कितनी?

→ क्रय मूल्य = ₹ 8,208/-

318 किलो टमाटर का विक्रय मूल्य = $318 \times 25 = ₹ 7950$

यहाँ विक्रय मूल्य < क्रय मूल्य

∴ हानि हुई।

हानि = क्रय मूल्य - विक्रय मूल्य

∴ हानि = $8,208 - 7,950 = 258$

सब्जी विक्रेता को ₹ 258 की हानि हुई।

प्रकल्प

- विद्यार्थियों को विद्यालय के आनंद मेले में खाद्य सामग्री, खिलौने, हस्तशिल्प की वस्तुएँ आदि की खरीदी-बिक्री का अनुभव लेना चाहिए।



- 1) निम्नलिखित तालिका पूर्ण करो।

उदा.	क्रय मूल्य (₹)	विक्रय मूल्य (₹)	लाभ/हानि	कितना? (₹)
i.	650	720		
ii.	1,390	1,215		
iii.	2,750	2,560		
iv.	8,195	8,266		

- 2) एक दुकानदार ने 150 किलो जैविक गुड़ ₹ 7,500 में खरीदा। उसने वह ₹ 8,250 में बेचा तो उसे कितना लाभ हुआ?
- 3) रखमा ने थोक बाजार से धनिया की 72 गड़्डियाँ ₹864 में खरीदी। उनमें से 8 गड़्डियाँ खराब हो गईं। शेष गड़्डियाँ उसने ₹ 15 प्रति गड़डी की दर से बेचीं तो उसे लाभ हुआ या हानि? कितनी?
- 4) एक महिला बचत समूह की 10 महिलाओं ने मिलकर पापड़ बनाने का उपक्रम शुरू किया। उन्होंने पापड़ तैयार करने के लिए ₹ 20,000 खर्च किए। तैयार पापड़ बाजार में बेचकर उन्हें ₹ 26,500 मिले। हुए लाभ में से ₹ 1,500 गाँव के बच्चों की विद्यालयीन सामग्री के लिए दिए। शेष राशि सदस्यों में समान रूप से बाँट ली गई। तो -
- पापड़ तैयार करने के लिए समूह का कुल खर्च कितना हुआ?
 - विक्रय से उन्हें कुल कितनी राशि मिली?
 - लाभ कितना हुआ?
 - उन्होंने सामाजिक कार्य के लिए कितनी राशि दी?
 - सदस्यों में बाँटने के लिए कितनी राशि शेष बची?
 - प्रत्येक सदस्य को कितने रुपये मिले?
- 5) क्रय मूल्य ₹ 1,860 लेकर -
- लाभ का एक उदाहरण तैयार करो और हल करो।
 - हानि का एक उदाहरण तैयार करो और हल करो।



कुल क्रय मूल्य, लाभ-हानि



आओ, समझो



आकाश एक प्रगतिशील किसान है। इस बार उसने जैविक पद्धति से मेथी की फसल उगाने का निश्चय किया। उसने बीजों के लिए ₹ 850 खर्च किए। रासायनिक खाद के बजाय उसने गोबर की खाद और जैविक दवाओं के लिए ₹ 1,250 खर्च किए। मजदूरों को ₹ 1,650 मजदूरी दी।

उसे 450 गड़्डियाँ (मेथी की) ले जाने के लिए ₹ 800 परिवहन खर्च आया। बाजार जाने के बाद उसने 'जैविक मेथी' नाम का बोर्ड लगाकर विज्ञापन किया। उसने प्रत्येक गड़ड़ी ₹ 25 की दर से बेची। इस व्यवहार में आकाश को लाभ हुआ या हानि? कितनी?

यह ज्ञात करने के लिए हमें कुल क्रय मूल्य और विक्रय मूल्य निकालना होगा।

1. फसल पर हुआ कुल खर्च यानी कुल क्रय मूल्य निकालो :

कुल क्रय मूल्य = बीज का खर्च + खाद एवं जैविक दवाएँ + मजदूरी + परिवहन खर्च

$$\therefore \text{कुल क्रय मूल्य} = 850 + 1,250 + 1,650 + 800 \\ = ₹ 4,550$$

2. कुल विक्रय मूल्य निकालो :

विक्रय मूल्य = कुल गड़्डियाँ × प्रत्येक गड़ड़ी की दर

$$\therefore \text{विक्रय मूल्य} = 450 \times 25$$

$$\therefore \text{विक्रय मूल्य} = ₹ 11,250$$

3. लाभ हुआ या हानि, ज्ञात करो :

यहाँ विक्रय मूल्य > क्रय मूल्य, इस आधार पर इस व्यवहार में लाभ हुआ।

लाभ = विक्रय मूल्य - क्रय मूल्य

$$\therefore \text{लाभ} = 11,250 - 4,550$$

$$\therefore \text{लाभ} = ₹ 6,700$$

अतः आकाश को जैविक मेथी की विक्रय से ₹ 6,700 का लाभ हुआ।

खरीदी (क्रय)-बिक्री (विक्रय) का व्यवहार करते समय, वस्तु को बेचने से पहले उसकी निर्माण लागत और उसके लिए किए गए अन्य सभी प्रकार के खर्चों को क्रय मूल्य में जोड़ना पड़ता है। इसे 'कुल क्रय मूल्य' कहते हैं।



चर्चा करो

1. यदि तुम ग्राहकों के साथ गुस्से से व्यवहार करोगे तो क्या वे दोबारा आएँगे? ग्राहक तुम्हारे पास वापस आएँ, इसके लिए तुम अपने व्यवहार में क्या सुधार करोगे?
2. यदि लाभ हुआ तो आपको कैसा महसूस होगा? यदि हानि हुई तो तुम उससे क्या सीखोगे?
3. कुछ स्वयंसेवी संस्थाओं का न लाभ, न हानि (No Profit, No Loss) के सिद्धांत पर वस्तुएँ बेचने का क्या उद्देश्य होता होगा?



नमूना उदाहरण :

- * संगीता ने एक ही कीमत की 12 साड़ियाँ खरीदने के लिए जीएसटी. सहित ₹ 10,800 खर्च किए। उनपर परिवहन के लिए ₹ 750 खर्च आया। सभी साड़ियाँ बेचकर उसे ₹ 5,250 का लाभ हुआ तो एक साड़ी का विक्रय मूल्य कितना है?

→ कुल क्रय मूल्य = मूल क्रय मूल्य + अन्य खर्च

$$\therefore \text{कुल क्रय मूल्य} = 10,800 + 750 = ₹ 11,550$$

लाभ = विक्रय मूल्य - कुल क्रय मूल्य

$$\therefore \text{विक्रय मूल्य} = \text{लाभ} + \text{कुल क्रय मूल्य}$$

$$\therefore \text{विक्रय मूल्य} = 5,250 + 11,550 = ₹ 16,800$$

एक साड़ी का विक्रय मूल्य = कुल विक्रय मूल्य ÷ साड़ियों की संख्या

$$\therefore \text{एक साड़ी का विक्रय मूल्य} = 16,800 \div 12 = ₹ 1,400$$

एक साड़ी का विक्रय मूल्य ₹ 1,400 है।

प्रकल्प

बाजार सर्वेक्षण

- पास के बाजार में जाकर दुकानदारों से बात करो। निम्नलिखित बिंदुओं के आधार पर निरीक्षण करके जानकारी प्राप्त करो। प्राप्त जानकारी से प्रत्येक बिंदु का दुकानदार के लाभ-हानि पर क्या प्रभाव पड़ता है, इस बारे में अपना मत व्यक्त करो।
 1. वस्तुओं के प्रदर्शन के लिए सजावट।
 2. वस्तुओं का समय पर विक्रय होना।
 3. माँग वाली वस्तुओं की उपलब्धता।
 4. वस्तुओं की गुणवत्ता।
 5. वस्तुओं का विज्ञापन और जानकारी देना।
 6. बिक्री के लिए सही स्थान का चयन।



- 1) इकबाल ने एक पुरानी गाड़ी ₹ 2,75,000 में खरीदी। उसकी मरम्मत पर ₹ 65,000 खर्च किए। उसने वह गाड़ी ₹ 3,89,000 में बेच दी तो उसे लाभ हुआ या हानि? कितनी?
- 2) कुसुम ने ₹ 4,750 खर्च करके थोक व्यापारी से प्याज की बोरियाँ खरीदीं। उन्हें बेचने पर उसे ₹ 450 की हानि हुई तो उसने वे बोरियाँ कितने रुपये में बेचीं?
- 3) सारा ने चित्रकला की सामग्री बेचकर ₹ 1,285 प्राप्त किए। उसे ₹ 375 का लाभ हुआ तो सामग्री का क्रय मूल्य कितना था?
- 4) प्रिया ने हस्तशिल्प वस्तुएँ तैयार करते समय उनकी सामग्री के लिए ₹ 2,505 और पैकिंग के लिए ₹ 455 खर्च किए। उसने सभी वस्तुएँ ₹ 3,480 में बेचीं। उसे लाभ हुआ या हानि? कितनी?
- 5) विक्रय मूल्य ₹ 1,355 लेकर:
 - (i) लाभ का एक उदाहरण तैयार करके हल करो।
 - (ii) हानि का एक उदाहरण तैयार करके हल करो।





एक दृष्टिक्षेप

- जब विक्रय मूल्य (बिक्री), क्रय मूल्य (खरीदी) से अधिक होता है, तब लाभ होता है।
लाभ = विक्रय मूल्य - क्रय मूल्य
- जब विक्रय मूल्य, खरीद मूल्य से कम होता है, तब हानि होती है।
हानि = क्रय मूल्य - विक्रय मूल्य
- कुल क्रय मूल्य = मूल क्रय मूल्य + अन्य खर्च



स्वाध्याय 12

(1) सही विकल्प चुनो।

- क्रय मूल्य ₹ 418 और लाभ ₹ 72 होने पर, विक्रय मूल्य ₹ होगा।
(अ) ₹ 346 (ब) ₹ 418 (क) ₹ 490 (ड) ₹ 360
- विक्रय मूल्य ₹ 1275 और हानि ₹ 84 होने पर, क्रय मूल्य ₹ होगा।
(अ) ₹ 191 (ब) ₹ 1359 (क) ₹ 1275 (ड) ₹ 1191

(2) रिक्त स्थानों की पूर्ति करो।

- पर्यावरण के अनुकूल थैलियाँ ₹ 357 में खरीदी गईं और ₹ 418 में बेची गईं। लाभ ₹ हुआ।
- यातायात खर्च ₹ 289 और क्रय मूल्य ₹ 3628 होने पर, कुल क्रय मूल्य ₹ होगा।
- क्रय मूल्य ₹ 143 और विक्रय मूल्य ₹ 128 होने पर, हानि ₹ हुई।

(3) हल कीजिए।

- प्रज्ज्वल ने ₹ 7450 में खरीदी हुई साइकिल ₹ 6820 में बेच दी। उसे लाभ हुआ या हानि? कितनी?
- नरेश ने मेले में खिलौने बेचकर ₹ 1,265 प्राप्त किए। उसे ₹ 345 की हानि हुई तो खिलौनों का क्रय मूल्य कितना था?
- एक पुस्तक विक्रेता ने 118 पुस्तकें ₹ 5074 में खरीदीं। उसने वे सभी पुस्तकें ₹ 50 प्रति पुस्तक की दर से बेच दीं। उसे लाभ हुआ या हानि? कितनी?

(4) जूली ने ₹ 145 प्रति कंपास बॉक्स की दर से 72 कंपास बॉक्स खरीदे। उन्हें दुकान तक लाने के लिए उसका कुल यातायात खर्च ₹ 628 हुआ। यदि प्रत्येक कंपास बॉक्स ₹ 162 में बेचा गया तो उसे लाभ हुआ या हानि? कितनी?

(5) गाँव के युवा मंडल ने 'गाँव हरित अभियान' के अंतर्गत पौधों के 357 गमले ₹ 247 प्रति गमले की दर से खरीदे। यातायात के लिए कुल ₹ 629 खर्च हुए। उन्होंने प्रत्येक गमला ₹ 289 में बेचा। बिक्री से प्राप्त लाभ को उन्होंने गाँव के पुस्तकालय के लिए दान करने का निर्णय लिया।

- कुल क्रय मूल्य कितना हुआ?
- कुल विक्रय मूल्य कितना हुआ?
- पुस्तकालय को दी गई राशि कितनी है?
- इस उपक्रम में आर्थिक व्यवहार के साथ कौन-से सामाजिक मूल्य दिखाई देते हैं?





पुनरावर्तन

चौकट में उचित संख्या लिखो।

$$i) \frac{4}{5} = \frac{4 \times \square}{5 \times \square} = \frac{\square}{100}$$

$$ii) 0.07 = \frac{\square}{100}$$

प्रतिशत (Percentage)



आओ, समझो



गणित में मुझे
 $\frac{45}{50}$ अंक मिले।

गणित में मुझे
 $\frac{45}{60}$ अंक मिले।



भले ही दोनों को मिले अंक समान हैं, फिर भी वे अंक कितने में से मिले हैं, इस पर विचार करके यह तय करना होगा कि किसे अधिक अंक मिले हैं।

सखी के अंक : $\frac{45}{50}$

$$\frac{45}{50} = \frac{45 \times 2}{50 \times 2} = \frac{90}{100}$$

सनी के अंक : $\frac{45}{60}$

$$\frac{45 \div 15}{60 \div 15} = \frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100}$$

सखी को 100 में से 90 अंक और सनी को 100 में से 75 अंक मिले। इसलिए सखी को सनी की अपेक्षा अधिक अंक प्राप्त हुए। यहाँ दोनों अनुपात का हर 100 है। इसके आधार पर तुलना करना सरल होता है। जिस अनुपात का हर 100 होता है, ऐसे अनुपात को प्रतिशत अनुपात कहते हैं। इसे प्रतिशत या ‘%’ चिह्न का उपयोग करके लिखते हैं।

‘%’ इस चिह्न का उपयोग प्रतिशत के लिए करते हैं। सैकड़वारी को ही शतमान, प्रतिशत या प्रति सैकड़ा भी कहते हैं। सखी के अंक 90% और सनी के अंक 75% हैं। इसलिए सखी को सनी की अपेक्षा 15% अंक अधिक प्राप्त हुए।

‘प्रतिशत’ (percent) यह शब्द ‘per centum’ इस लैटिन शब्द से तैयार हुआ है।

‘per centum’ अर्थात् ‘per hundred’ (प्रति 100)।



चित्रों का निरीक्षण करके नीचे पूछे गए प्रश्नों के उत्तर लिखो।



- तैयार कपड़ों पर कितना % छूट दिया है?
 - विधानसभा चुनाव में कितना % मतदान हुआ है?
- विज्ञापन में तैयार कपड़ों पर 40% छूट घोषित की गई है। 40% छूट अर्थात् यदि एक ड्रेस का मूल्य 100 रुपये है, तो उस पर 40 रुपये छूट प्राप्त होगी और ग्राहक को वह ड्रेस 60 रुपये में मिलेगी।



भिन्नों का प्रतिशत में रूपांतरण

नमूना उदाहरण :

- 1) $\frac{3}{5}$ अर्थात् कितने प्रतिशत?

उपर्युक्त उदाहरण में हर 100 करने के लिए हर को अर्थात् 5 को 20 से गुणा करो।
समान मूल्य रूपांतरित करने के लिए अंश को भी 20 से गुणा करना पड़ेगा।

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 20}{5 \times 20} = \frac{60}{100} = 60\% \text{ (60 प्रतिशत)}$$

- 2) 1.3 को प्रतिशत में रूपांतरित करो।

$$1.3 = \frac{13}{10} = \frac{13 \times 10}{10 \times 10} = \frac{130}{100} = 130\%$$

- 3) 0.25 अर्थात् कितना प्रतिशत?

$$0.25 = \frac{25}{100} = 25\%$$

$$4) \frac{5}{8} = \frac{5 \times 100}{8 \times 100} = \frac{500}{800} = \frac{500 \div 8}{800 \div 8} = \frac{62.5}{100} = 62.5\%$$



प्रतिशत का भिन्न में रूपांतरण

नमूना उदाहरण :

1) 50% को भिन्न में रूपांतरित करो।

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{50 \div 50}{100 \div 50} = \frac{1}{2}$$

2) प्रतिशत 49 को भिन्न में रूपांतरित करो।

$$\text{प्रतिशत } 49\% = \frac{49}{100}$$

3) $\frac{5}{4}\%$ को भिन्न में रूपांतरित करो।

$$\begin{aligned} \frac{5}{4}\% &= \frac{5}{4} \div 100 = \frac{5}{4} \times \frac{1}{100} \\ &= \frac{5}{400} = \frac{1}{80} \end{aligned}$$

4) $8\frac{1}{2}\%$ को भिन्न में रूपांतरित करो।

$$\begin{aligned} 8\frac{1}{2}\% &= \frac{17}{2}\% = 8.5\% \\ &= \frac{8.5}{100} = \frac{85}{1000} = \frac{17}{200} \end{aligned}$$



(1) निम्न भिन्नो को 'प्रतिशत' शब्द का उपयोग करके तथा '%' इस चिह्न का उपयोग करके लिखो।

i) $\frac{71}{100}$

ii) $\frac{45}{100}$

iii) $\frac{186}{100}$

iv) $\frac{19}{100}$

(2) निम्नलिखित कृति को पूर्ण करो।

i) $\frac{1}{2} = \frac{1 \times \boxed{}}{2 \times \boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}\%$

ii) $\frac{5}{4} = \frac{5 \times \boxed{}}{4 \times \boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}\%$

(3) निम्नलिखित प्रतिशत को भिन्न में रूपांतरित करो।

i) 64 प्रतिशत ii) 91% iii) 175 % iv) $16\frac{2}{3}\%$ v) 100%

(4) निम्नलिखित भिन्न को प्रतिशत में रूपांतरित करो।

i) $\frac{2}{5}$ ii) $\frac{3}{8}$ iii) $\frac{5}{4}$ iv) $\frac{1}{16}$ v) $\frac{736}{800}$





आओ, समझो

दी गई संख्याओं का दिया गया प्रतिशत निकालना।

- 1) '90 का 30' प्रतिशत कितना?

$$\begin{aligned}
 90 \text{ का } 30 \text{ प्रतिशत} &= 90 \times 30\% \\
 &= 90 \times \frac{30}{100} = 27
 \end{aligned}$$

- 2) 800 अंकों वाली परीक्षा में समीर को 70% अंक मिले तो उसे कुल कितने अंक मिले?

$$\begin{aligned}
 800 \text{ का } 70\% &= 800 \times 70\% \\
 &= 800 \times \frac{70}{100} = 560
 \end{aligned}$$

एक संख्या का दूसरी संख्या से प्रतिशत कितना? ज्ञात करना।

- 1) पुस्तक के 300 पृष्ठों में से 180 पृष्ठ पढ़ लिए गए हैं तो कितने प्रतिशत पृष्ठ पढ़ लिए गए हैं?

$$300 \text{ पृष्ठों में } 180 \text{ पृष्ठ अर्थात् } \frac{180}{300}$$

$$\frac{180}{300} = \frac{180 \div 3}{300 \div 3} = \frac{60}{100} = 60\%$$

- 2) 80 का कितना प्रतिशत अर्थात् 32?

$$\text{माना, } 80 \text{ का } x\% = 32$$

$$80 \times \frac{x}{100} = 32$$

$$\therefore \frac{x}{100} = \frac{32}{80}$$

$$\therefore x = \frac{32}{80} \times 100 = 40$$

$$\therefore 80 \text{ का } 40\% = 32$$

शाब्दिक उदाहरण :

- 1) बुवाई मशीन का मूल्य ₹ 1,05,000 है। इस पर 35% अनुदान मिलता है तो बुवाई मशीन पर कुल कितने रुपये अनुदान मिला?

$$\text{बुवाई मशीन का मूल्य} = ₹ 1,05,000$$

$$\text{प्रतिशत अनुदान} = 35\%$$

$$\text{कुल अनुदान} = \text{बुवाई मशीन का मूल्य} \times \text{प्रतिशत}$$

$$= 1,05,000 \times 35\%$$

$$= 1,05,000 \times \frac{35}{100}$$

$$= 1,050 \times 35$$

$$= 36,750$$

$$\therefore \text{बुवाई मशीन पर मिला कुल अनुदान} = ₹ 36,750$$

- 2) रोहन और रजत ₹ 500 मूल्य वाले खेल के जूते खरीदने के लिए बाजार गए। रोहन ने 'सागर शू मार्ट' से जूते खरीदे। दुकानदार ने उसे ₹ 125 छूट दी। रजत ने 'रमेश शू मार्ट' से जूते खरीदे। दुकानदार ने उसे 30% छूट दी तो किसे कम मूल्य पर जूते मिले?





रोहन ने सागर शू मार्ट से जूता खरीदा।

दुकानदार ने उसे ₹ 125 छूट दी।

विक्रय मूल्य = ₹ 500

छूट = ₹ 125

क्रय मूल्य = 500 - 125

= ₹ 375



रजत ने रमेश शू मार्ट से जूता खरीदा।

दुकानदार ने उसे 30% छूट दी।

विक्रय मूल्य = ₹ 500

छूट = 30%

∴ छूट = $500 \times \frac{30}{100} = 5 \times 30 = ₹ 150$

क्रय मूल्य = 500 - 150

= ₹ 350

तुलना करने पर ऐसा ध्यान में आता है कि रजत को कम मूल्य पर जूता मिला।



कृति करो

प्रत्येक दिन जिस कक्षा की उपस्थिति का प्रतिशत अधिक होता है, उस कक्षा के सामने उस दिन उपस्थिति ध्वज लगाया जाता है। नीचे दी गई सारिणी के आधार पर तय करो कि आज किस कक्षा को उपस्थिति ध्वज मिलेगा।

आज की उपस्थिति सारिणी:

कक्षा	कुल संख्या	आज की उपस्थिति	प्रतिशत उपस्थिति
पाँचवीं	50	45	
छठी	60	48	
सातवीं	60	42	
आठवीं	70	56	



- प्रत्येक कक्षा की प्रतिशत उपस्थिति ज्ञात करो।
- सभी कक्षा के प्रतिशत उपस्थिति की तुलना करो।
- आज वह उपस्थिति ध्वज कौन-सी कक्षा को दिया जाएगा?

प्रकल्प

- तुम्हारे विद्यालय के आज की उपस्थिति का बोर्ड देखो और कौन-सी कक्षा को उपस्थिति ध्वज दिया जा सकता है, उसे निश्चित करो।



- (1) दी गई संख्याओं का दिया गया प्रतिशत कितना?
 - i) 125 का 80%
 - ii) 67 का 37%
 - iii) 300 का 125%
 - iv) 1200 का 87%
- (2) आगे दी गई संख्याओं की जोड़ियों से की प्रत्येक जोड़ी में पहली संख्या का दूसरी संख्या से प्रतिशत कितना होगा?
 - i) 4, 10
 - ii) 44, 88
 - iii) 23, 92
 - iv) 60, 300
 - v) 215, 250
- (3) विद्यालय के मंत्रिमंडल चुनाव में 400 में से 384 विद्यार्थियों ने मतदान किया?
 - i) चुनाव में कितना प्रतिशत मतदान हुआ?
 - ii) मतदान न करने वालों का प्रतिशत कितना?
- (4) एक ट्रैक्टर का मूल्य 5,50,000 रुपये हैं उसपर 45% अनुदान मिला तो उस ट्रैक्टर पर कितने रुपये का अनुदान मिलेगा ?
- (5) 19500 वर्ग मीटर क्षेत्रफल वाले खेत के 75% भाग में ज्वार बोई गई है, तो खेत के कितने वर्गमीटर क्षेत्र में ज्वार की बुवाई हुई है ?
- (6) कस्तूरी ने जैविक खाद की बोरी 1000 रुपये में खरीदी। उसपर उसे 15% छूट मिली। ऐसी दो बोरियों में कितने रुपये की छूट प्राप्त हुई ?



गणितीय चर्चा

- संतुलित आहार/ भोजन की आदतों के बारे में जानकारी प्राप्त करो और उसमें शामिल घटकों के बारे में शिक्षक के साथ चर्चा करो।



एक दृष्टिक्षेप

- प्रतिशत का अर्थ है- वह भिन्न जिसका हर 100 हो या वह अनुपात जिसका दूसरा पद 100 हो।
- सैकड़ा को 'प्रतिशत', 'शतमान' या 'प्रति सैकड़ा' कहते हैं। इसे '%' चिह्न द्वारा दर्शाया जाता है। '%' इसका वाचन 'प्रतिशत' करते हैं।
- व्यवहार में प्रतिशतता का उपयोग: लाभ-हानि, प्राप्त अनुदान, विद्यार्थियों के अंकों का विश्लेषण, परिणाम, ब्याज दर और मँहगाई दर की तुलना करने के लिए होता है।





स्वाध्याय 13

(1) अचूक पर्याय चुनो।

(i) 500 का 10 % =

(अ) 10

(ब) 50

(क) 5

(ड) 100

(ii) 12 संख्या 40 का प्रतिशत है।

(अ) 15

(ब) 20

(क) 25

(ड) 30

(2) निम्नलिखित उदाहरण हल करो तथा चौकटों में $<$, $>$, $=$ में से उचित चिह्न लिखो।

(i) 60 का 15 प्रतिशत 10 का 10 प्रतिशत

(iii) 10 का 20 % 20 का 10 %

(ii) 250 का 10 प्रतिशत 125 का 20 प्रतिशत

(iv) 160 का 30 % 150 का 40 %

(3) किसी देश के कुपोषितों की संख्या 5 वर्ष में 1,20,00,000 से 90,00,000 हो गई, तो इन 5 वर्षों में कुपोषितों की संख्या में कितने प्रतिशत की कमी आई यह ज्ञात करो।

(4) एक किसान द्वारा नर्सरी से लाए गए 14000 गन्ने के पौधों में से 700 पौधे खराब निकले तो

i) कुल पौधों में से कितने पौधे अच्छे निकले?

ii) कितने प्रतिशत पौधे अच्छे निकले?

iii) कितने प्रतिशत पौधे खराब निकले?

(5) डॉक्टर ने मीना को प्रतिदिन 25 ग्राम प्रोटीन लेने की सलाह दी। एक गिलास दूध से उसे 8 ग्राम प्रोटीन मिलता है, तो उसे एक गिलास दूध से दैनिक आवश्यकता का कितने प्रतिशत प्रोटीन मिलता है?

(6) एक चुनाव में दीप्ति को 11,484 वोट मिले, जो कि कुल मतदान का 44% थे। उसी प्रकार लक्ष्मी को 26% वोट मिले। कुल मतदान में से कितने लोगों ने इन दोनों में से किसी को भी वोट दिया नहीं?

(7) एक क्रिकेट टीम ने पिछले साल 20 मैच खेले। उनमें से वे 40% मैच हार गए और बाकी सभी मैच जीत गए तो उन्होंने कितने मैच जीते?

i) उपर्युक्त उदाहरण का उत्तर '15 मैच जीते' ऐसा उत्तर आने के लिए उदाहरण में क्या बदलाव करना होगा? वह बदलाव करके उदाहरण फिर से लिखो और उसे हल करके उसकी जाँच करो।

ii) मैच जीतने का प्रतिशत 10 से बढ़ाना हो तो तुम उदाहरण में क्या परिवर्तन करोगे? लिखो।



$\frac{\circ}{\circ\circ}$ यह तो प्रतिशत का चिह्न है परंतु इसे % ऐसा होना चाहिए! इसमें नीचे एक शून्य अधिक है। प्रतिशत का अर्थ 'प्रत्येक 100 में से कितना' सही है न?

फिर $\frac{\circ}{\circ\circ}$ इस चिह्न का मतलब अलग है क्या?

हाँ, एकदम सही।

भारत के पश्चिमी तट पर समुद्री जल की लवणता $35\frac{\circ}{\circ\circ}$ है।



अरे क्या तुम्हें $\frac{\circ}{\circ\circ}$ इस चिह्न के बारे में पता है?

जब कल मेरा भाई पढ़ाई कर रहा था तब मैंने उसके भूगोल की किताब में $\frac{\circ}{\circ\circ}$ यह चिह्न देखा, यह हजार में से कितना इसके लिए इस्तेमाल किया जाता है।

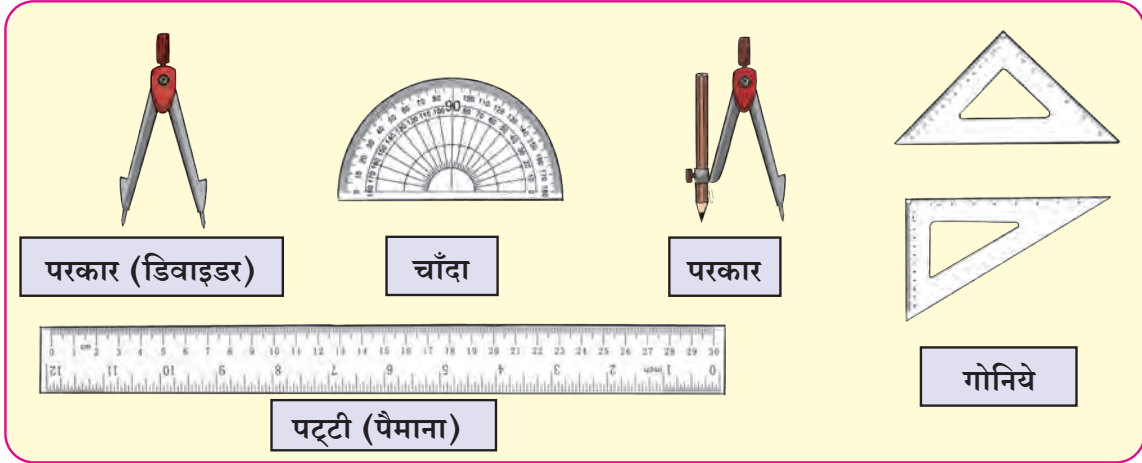
प्रतिशत - %

प्रति हजार - $\frac{\circ}{\circ\circ}$



पुनरावर्तन

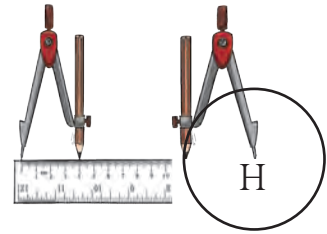
ज्यामितीय पेटी की पहचान



अपनी ज्यामितीय पेटी के उपकरणों का उपयोग करके निम्नलिखित कृतियाँ करो।

- कागज़ पर एक बिंदु लो। उसे H नाम दो। अब पट्टी की सहायता से बिंदु H से 4 सेंमी की दूरी पर स्थित सभी बिंदुओं को क्या तुम दिखा पाए? यदि नहीं, तो अब परकार में 4 सेंमी की दूरी लेकर, परकार का एक सिरा बिंदु H पर रखकर पेन्सिल घुमाओ।

कौन-सी आकृति मिलती है? वृत्त की ! परकार का उपयोग करके हम वृत्त बना सकते हैं।



बिंदु H को वृत्त का केंद्र (Centre) कहते हैं और ली गई दूरी को त्रिज्या (Radius) कहते हैं। वृत्त पर स्थित प्रत्येक बिंदु की बिंदु H से दूरी 4 सेंमी है। इस वृत्त में केंद्र, त्रिज्या और व्यास दर्शाओ।

- साथ में दिए गए रेखाखंड की अचूक लंबाई चाहिए तो तुम क्या उपयोग करोगे? पट्टी का उपयोग करके हम दिए गए रेखाखंड की लंबाई माप सकते हैं।

यहाँ रेखाखंड AB की लंबाई 8 सेंमी है। इसे $l(AB) = 8$ सेंमी, ऐसे लिखते हैं।

A. _____ .B

परकार और पट्टी का उपयोग करके रेखाखंड AB की लंबाई मापो और उसकी जाँच करो।



परकार (डिवाइडर): बाजू में दिखाए गए उपकरण को परकार कहते हैं। इसका उपयोग दो बिंदुओं के बीच की दूरी मापने के लिए किया जाता है। इसके लिए साथ में पट्टी का उपयोग भी करना पड़ता है।

3) चाँदे का उपयोग करके कोण बनाना।

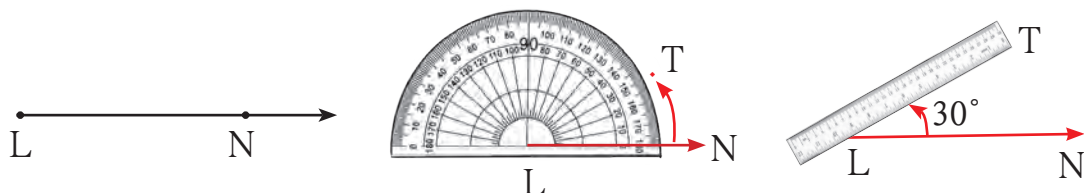
उदा. 30° माप का $\angle TLN$ बनाओ।

(1) किरण LN खींचो।

(2) चाँदे के केंद्रबिंदु को बिंदु L पर रखो और आधार रेखा LN को किरण पर इस प्रकार रखो कि वह किरण के साथ संपाती हो जाए फिर 30° के माप पर चिह्न लगाओ और बिंदु को T नाम दो।

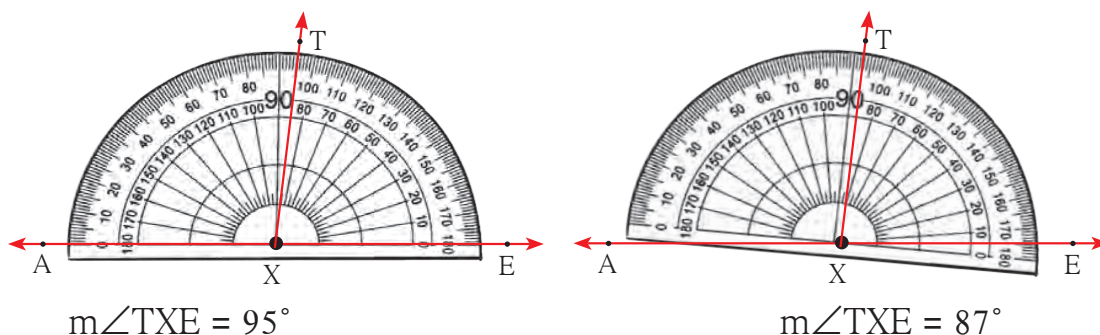
(3) किरण LT बनाओ।

(4) $\angle TLN$ यह 30° माप का कोण है। $m\angle TLN = 30^\circ$



गणितीय चर्चा

- क्या चाँदे का उपयोग किए बिना 45° का कोण बनाया जा सकता है? क्या इसके लिए 'गोनिए' का उपयोग किया जा सकता है? बनाकर देखो।
- चाँदे का उपयोग किए बिना और किन मापों के कोण बनाए जा सकते हैं? उन्हें अपनी कॉपियों में बनाओ।
- नीचे कोण मापते समय के दो चित्र दिए गए हैं। उनमें क्या गलती हुई है, ढूँढो।



अभ्यास संग्रह 14.1

(1) नीचे दी गई आकृति के सभी रेखाखंडों की लंबाई मापकर लिखो।

रेख BC की लंबाई = $l(BC) = \dots\dots$ सेंमी

रेख AB की लंबाई = $l(AB) = \dots\dots$ सेंमी

(2) नीचे दिए गए मापों के रेखाखंड खींचो।

i) रेख AR = 6 सेंमी ii) रेख BT = 4 सेंमी

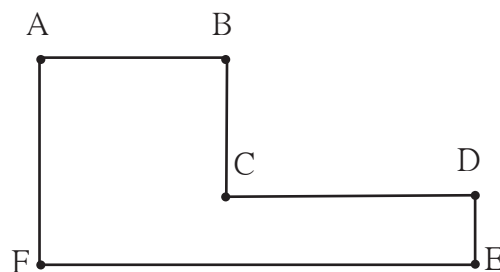
iii) रेख DS = 9 सेंमी

(3) नीचे दिए गए मापों के कोण बनाओ।

i) $m\angle BRT = 70^\circ$

ii) $m\angle XYZ = 105^\circ$

iii) $m\angle ABC = 140^\circ$



गणितीय खेल

- यह खेल कक्षा में दो दल करके खेलो। अपने मित्र या सहेली से कागज पर एक रेखाखंड खींचने के लिए कहो। तुम उसकी लंबाई का अनुमान लगाओ, फिर उसे वास्तव में नापो। यदि तुम्हारा उत्तर वास्तविक लंबाई के बहुत करीब है तो तुम्हें 1 अंक मिलेगा। अन्यथा 0, अगली बार तुम रेखाखंड खींचो और अपने मित्र या सहेली को अनुमान लगाने के लिए कहो। इस प्रकार जिसके अंक अधिक होंगे, वह जीतेगा।
- यही खेल कक्षा में दो समूह बनाकर कोणों के माप का अनुमान लगाकर और फिर उन्हें वास्तविक रूप से नापकर भी खेला जा सकता है।

खींचा गया रेखाखंड	लगाया गया अनुमान	वास्तविक लंबाई	अंक
	2	2.1	1
			
			

इतिहास के संदर्भ में



दिखाया गया चित्र हंपी (कर्नाटक) के विट्रुल मंदिर में स्थित संगीतमय स्तंभों का है। पंद्रहवीं शताब्दी में बने इस मंदिर के ये स्तंभ एक ही लंबाई के हैं। पुराने समय में जब स्केल (पट्टी) का आविष्कार नहीं हुआ था, तब लंबाई नापने के लिए किन साधनों का उपयोग किया जाता होगा? इसकी जानकारी प्राप्त करो।



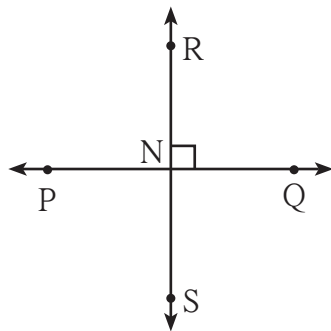
आओ, समझो

लंब रेखाएँ

संलग्न आकृति में, रेखा PQ और रेखा RS एक-दूसरे को बिंदु N पर प्रतिच्छेदित करती हैं। बिंदु N पर बनने वाले प्रत्येक कोण को मापो। क्या ये कोण सम कोण हैं?

ये रेखाएँ एक-दूसरे को सम कोण पर प्रतिच्छेदित करती हैं, इसलिए इन्हें एक-दूसरे पर लंब कहा जाता है। इसे चिह्न के रूप में 'रेखा PQ $\perp$ रेखा RS' दर्शाया जाता है। इसे 'रेखा PQ, रेखा RS पर लंब है', पढ़ा जाता है।

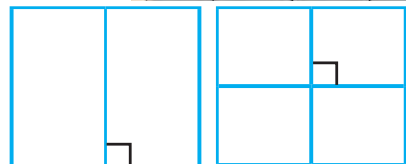
जिस प्रकार दो रेखाएँ एक-दूसरे पर लंब हो सकती हैं, उसी प्रकार दो किरणें और दो रेखाखंड भी एक-दूसरे पर लंब हो सकते हैं। आपकी कॉपी के किनारे भी एक-दूसरे पर लंब होते हैं।



विचार करो

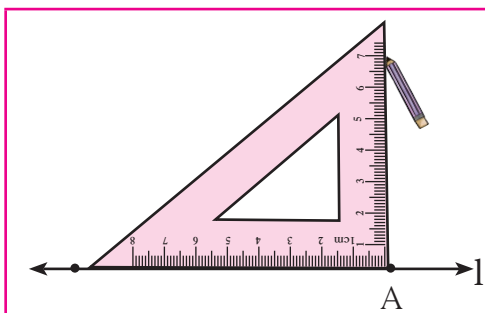
हम अपनी लंबाई कैसे नापते हैं?

- जब हम सीधे खड़े होते हैं तब जमीन के साथ कितने अंश का कोण बनता है?
- क्या हम जमीन के लंबवत खड़े होते हैं?
- कॉपी का एक कागज लो। कागज को बीच से एक मोड़ दो।
- कागज को बीच से एक और मोड़ दो। प्राप्त हुई दोनों तहों पर रेखाएँ खींचो। ये रेखाएँ एक-दूसरे पर लंब हैं।
- इस प्रकार की लंब रेखाओं के कुछ और उदाहरण ढूँढो।
- निर्माण कार्य के दौरान दीवार बनाते समय, वह जमीन के लंबवत हो, यह सुनिश्चित करने के लिए किस उपकरण का उपयोग किया जाता है? इसका पता लगाओ।



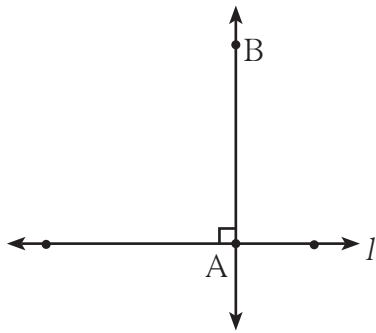
I) रेखा पर स्थित बिंदु से उस रेखा पर लंब खींचना।

(1) गुनिया का उपयोग करके:



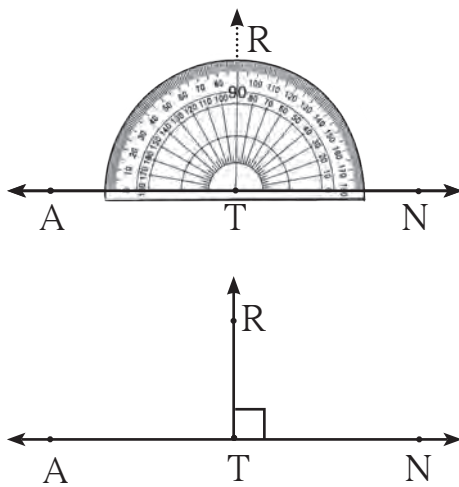
- रेखा l पर स्थित बिंदु A से लंब खींचने के लिए, गुनिया को रेखा l पर इस प्रकार रखो कि सम कोण बनाने वाली उसकी एक भुजा रेखा l पर हो।
- गुनिया को इस प्रकार खिसकाओ कि गुनिया का सम कोण बनाने वाला शीर्षबिंदु A पर हो।





- 3) गुनिया के किनारे से रेखा AB खींचो।
- 4) रेखा l और रेखा AB के बीच का कोण नापो।
रेखा AB यह रेखा l पर लंब है।
- 5) रेखा $AB \perp$ रेखा l ।

(2) चाँदा का उपयोग करके

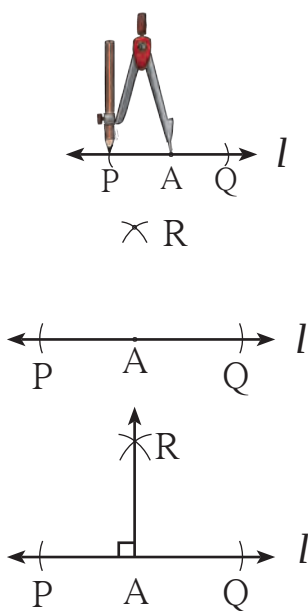


रेखा AN पर बिंदु T स्थित है। बिंदु T से लंब खींचने के लिए:

- 1) चाँदे को इस प्रकार रखो कि उसका केंद्रबिंदु T पर अंकित करो।
- 2) चाँदे के 90° के चिह्न पर बिंदु, R बिंदु पर हो।

- 3) बिंदु T और बिंदु R को मिलाओ।
- 4) $\angle RTA$ और $\angle RTN$ को नापो।
- 5) $RT \perp AN$

(3) परकार का उपयोग करके



रेखा l पर बिंदु A स्थित है। बिंदु A से रेखा l पर लंब खींचने के लिए:

- 1) परकार की नोक बिंदु A पर रखकर रेखा को काटने वाले दो चाप खींचो। उन प्रतिच्छेदन बिंदुओं को P और Q नाम दो।

- 2) परकार में PQ की लंबाई के आधे से अधिक की दूरी त्रिज्या लो।

- 3) बिंदु P और बिंदु Q पर बारी-बारी से परकार रखकर एक-दूसरे को काटने वाले दो चाप, रेखा के एक ओर खींचो।

- 4) चापों के प्रतिच्छेदन बिंदु को R नाम दो।

- 5) AR को मिलाओ।

- 6) $AR \perp$ रेखा PQ



कृति करो

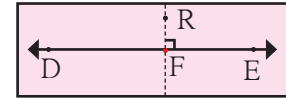
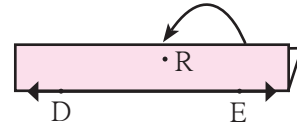
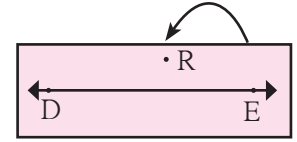
- अब तुम रेखा पर स्थित बिंदु से उस रेखा पर लंब खींच सकते हो। इसका उपयोग करके आयत और वर्ग बनाओ। इसके लिए तुमको आयत और वर्ग के किन गुणों का उपयोग करना होगा ?

II) रेखा के बाहरी बिंदु से रेखा पर लंब खींचना।

(1) कागज को मोड़कर -

रेखा DE के ऊपरी ओर बिंदु R स्थित है।
बिंदु R से रेखा DE पर लंब खींचने के लिए:

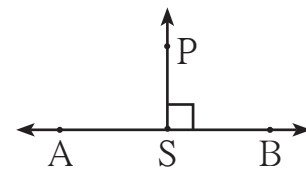
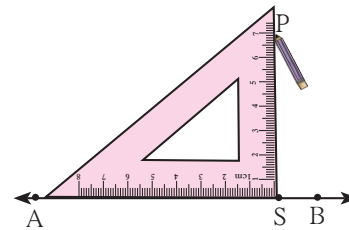
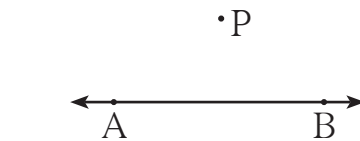
- 1) रेखा DE पर कागज को मोड़ो।
- 2) कागज को बिंदु R के पास से एक और बार इस प्रकार मोड़ो कि पिछले मोड़ के किनारे जुड़ जाए।
- 3) मोड़ी गई तह के निचले बिंदु को F नाम दो।
- 4) कोने के मोड़ खोलो, रेख RF खींचो।
- 5) $\angle RFE$ को मापो।
रेख $RF \perp$ रेखा DE



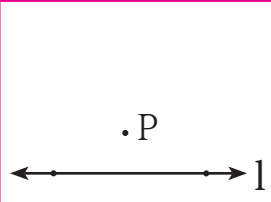
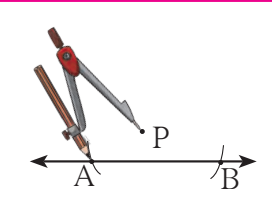
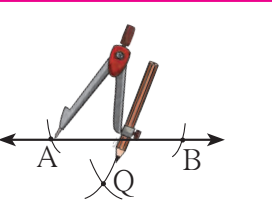
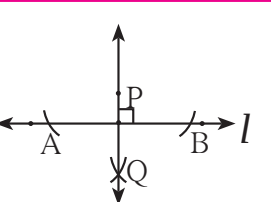
(2) गुनिया का उपयोग करके -

रेखा AB के ऊपरी ओर बिंदु P स्थित है। P से रेखा AB पर लंब खींचने के लिए:

- 1) गुनिया की सम कोण बनाने वाली भुजा को रेखा AB पर रखो।
- 2) गुनिया को इस प्रकार खिसकाओ कि उसकी दूसरी भुजा बिंदु P के निकट आ जाए।
- 3) गुनिया की सम कोण बनाने वाले शीर्षबिंदु को रेखा AB पर S नाम दो।
- 4) P बिंदु से रेखा PS खींचो।
- 5) $\angle PSB$ यह एक सम कोण है।
रेख $PS \perp$ रेखा AB



(3) परकार और पट्टी का उपयोग करके -

			
रेखा l के ऊपर की ओर बिंदु P है। बिंदु P से रेखा पर लंब खींचने के लिए:	1) बिंदु P पर परकार की नोक रखकर सुविधाजनक दूरी लेकर रेखा को प्रतिच्छेदित करने वाले दो चाप काटो। प्रतिच्छेदन बिंदुओं को A और B नाम दो।	2) बिंदु A और बिंदु B पर परकार रखकर, परकार में AB के आधे से अधिक की दूरी लेकर P के विपरीत दिशा में एक-दूसरे को प्रतिच्छेदित करने वाले दो चाप काटो।	3) प्रतिच्छेदन बिंदु को Q नाम दो। 4) बिंदु P, Q को मिलाओ। 5) रेखा $PQ \perp$ रेखा AB है। इसकी जाँच करो।



- (1) एक रेखा y खींचो। उसपर एक बिंदु D लो। परकार की सहायता से बिंदु D से होकर रेखा y पर लंब रेखा n खींचो।
- (2) रेखा PQ खींचो। रेखा पर बिंदु T लो। गुनिया की सहायता से बिंदु T से रेखा PQ पर लंब खींचो।
- (3) रेखा DF खींचो। रेखा के बाहर दो बिंदु B और M लो। बिंदु B और बिंदु M से परकार और पट्टी का उपयोग करके रेखा DF पर लंब खींचो।
- (4) रेखा m खींचो। P, Q बिंदु रेखा के विपरीत और दो बिंदु लो। P और Q बिंदुओं से रेखा m पर लंब खींचो। बनने वाले कोणों को मापो।
- (5) ज्यामितीय बॉक्स के उपकरणों का उपयोग करके एक वर्ग बनाओ। उसकी भुजाओं को मापो।



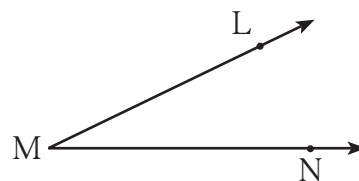
कृति करो

III) दिए गए माप के बराबर कोण बनाना।

उदा.: $\angle LMN$ के माप के बराबर $\angle HAT$ बनाओ।

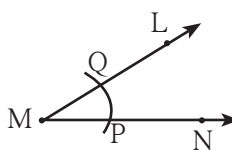
(1) ट्रेस पेपर की सहायता से

ट्रेस पेपर को किसी भी कोण की आकृति पर रखो और दिए गए माप के कोण को ट्रेस करके अपनी कॉपी में बनाओ।



(2) परकार और पट्टी की सहायता से

1) परकार में पर्याप्त दूरी लो और बिंदु M पर परकार रखकर $\angle LMN$ की भुजा MN और भुजा ML पर चाप काटो। प्रतिच्छेदन बिंदुओं को P और Q नाम दो।



2) किरण AT खींचो।

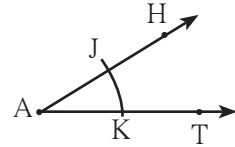
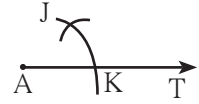
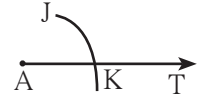
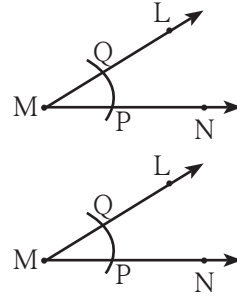
3) परकार की नोक बिंदु A पर रखकर पहले के समान दूरी का एक चाप K खींचो।

4) परकार की नोक बिंदु P पर रखकर Q तक की दूरी लो। अब परकार की दूरी बदले बिना, उसकी नोक बिंदु K पर रखकर पहले वाले चाप को काटता हुआ एक और चाप खींचो।

प्रतिच्छेदन बिंदु को J नाम दो।

5) बिंदु A और बिंदु J से होकर जाने वाली किरण AH खींचो।

6) $\angle HAT$ का माप लो और जाँच करो कि क्या वह $\angle LMN$ के बराबर है।

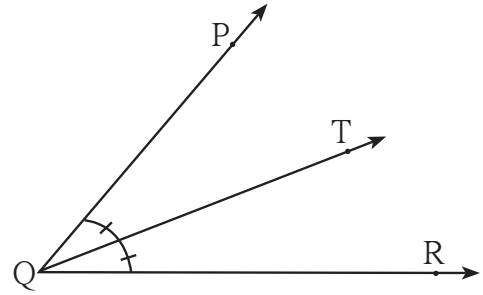


IV) दिए गए कोण का समद्विभाजक खींचना

- दिए गए कोण के दो समान भाग करने वाली किरण को उस कोण का कोण समद्विभाजक कहते हैं।

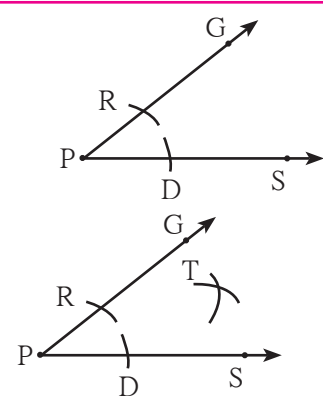
(1) ट्रेस पेपर का उपयोग करके कोण का समद्विभाजक खींचना:

एक ट्रेस पेपर लो। उस पर किसी भी माप का एक कोण बनाओ। कागज को इस तरह मोड़िए कि कोण की दोनों भुजाएँ एक-दूसरे के ऊपर आ जाएँ। तैयार हुई तह से क्या होता है? निरीक्षण करो। तैयार हुई तह कोण को दो समान भागों में विभाजित करती है। वह तह ही उस कोण का समद्विभाजक है। आकृति में, किरण QT कोण $\angle PQR$ का समद्विभाजक है। कागज पर विभिन्न मापों के कोण बनाकर और कागज को मोड़कर कोण समद्विभाजक खींचो।



(2) परकार की सहायता से कोण समद्विभाजक खींचना:

उदा. $\angle GPS$ कोई भी एक कोण खींचो। इसका कोण समद्विभाजक बनाओ।



1) $\angle GPS$ खींचो।

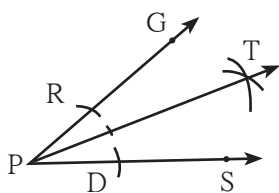
2) परकार की नोक बिंदु P पर रखो।

3) परकार में उचित दूरी लेकर किरण PG और किरण PS पर चाप खींचो।

4) प्रतिच्छेदन बिंदुओं को R और D नाम दो।

5) परकार की नोक बिंदु R पर रखकर, कोण के आंतरिक भाग में एक चाप खींचो। परकार में वही दूरी रखते हुए, उसकी नोक बिंदु D पर रखो और पहले वाले चाप को काटता हुआ दूसरा चाप खींचो।





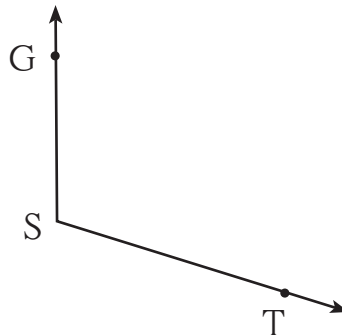
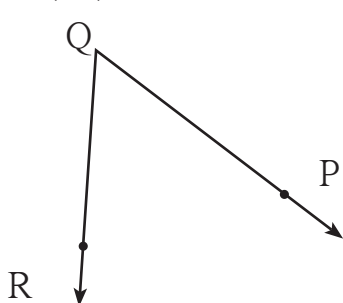
- 6) चापों के प्रतिच्छेदन बिंदु को T नाम दो।
- 7) बिंदु P तथा बिंदु T से जाने वाली किरण PT खींचो।
- 8) किरण PT यह $\angle GPS$ का समद्विभाजक है।
- 9) $\angle GPT$ और $\angle TPS$ के माप समान हैं क्या? इसकी जाँच करो।



- (1) कंपास बॉक्स के उपकरणों का उपयोग करके निम्नलिखित मापों के कोण खींचो। चाँदी और पट्टी की सहायता से उसका समद्विभाजन करो।

(i) 110° (ii) 30° (iii) 45° (iv) 90°

- (2) नीचे दिए गए कोण के माप के बराबर कोण परकार और पट्टी की सहायता से खींचो।



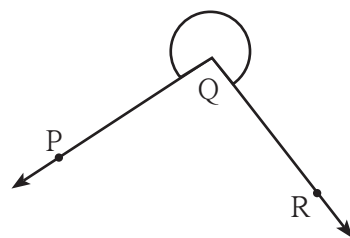
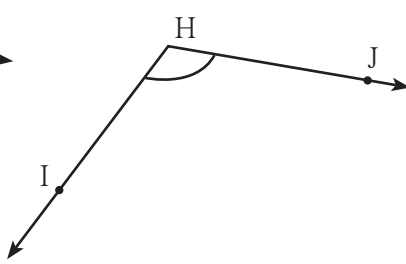
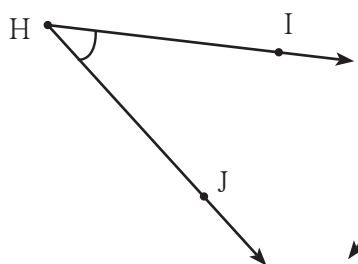
एक दृष्टिक्षेप

- पट्टी और परकार की सहायता से दिए गए लंबाई का रेखाखंड खींच सकते हैं।
- कोणमापक का उपयोग करके कोण मापा जा सकता है और दिए गए माप का कोण खींचा जा सकता है।
- जो रेखाएँ परस्पर सम कोण पर प्रतिच्छेदित करती हैं, वे रेखाएँ एक-दूसरे पर लंब होती हैं।
- दिए गए कोण को दो समान भागों में विभाजित करने वाली रेखा को उस कोण का कोण समद्विभाजक कहते हैं।

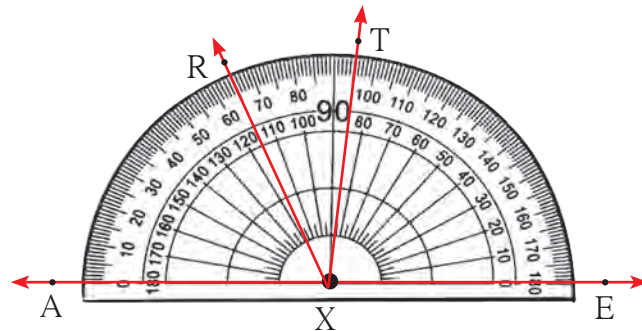


स्वाध्याय 14

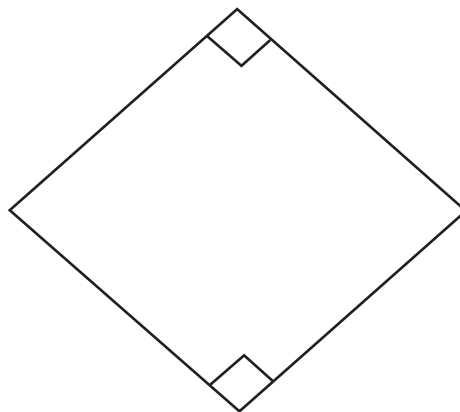
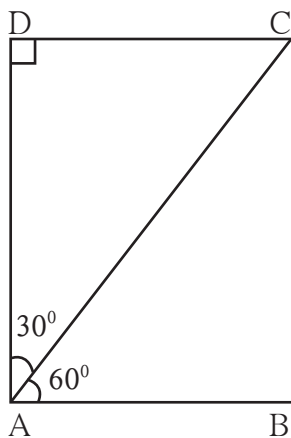
- (1) कोई भी एक न्यून कोण खींचकर उसे समद्विभाजित करो।
- (2) $m\angle RTG = 105^\circ$ का खींचो और उसे समद्विभाजित करो।
- (3) नीचे दिए गए कोणों को मापकर लिखो।



- (4) परकार का उपयोग करके एक वृत्त खींचो और कंपास पेटी के उपकरणों का उपयोग करके एक रेखाचित्र तैयार करो।
- (5) $\angle AXR$, $\angle RXT$, $\angle AXT$ और $\angle RXE$ कोनों का मापन करो और लिखो।



- (6) केवल गुनिया का उपयोग करके निम्नलिखित आकृतियाँ खींचो।



- (7) नीचे दी गई सारिणी पूर्ण करो।

कोणों की आकृति			
अनुमान से कितने माप का होगा?			
प्रत्यक्ष मापकर लिखो।			

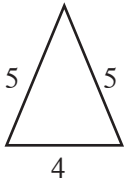
ICT tool GeogebraLink: <https://www.geogebra.org/classic>
Geogebra में भिन्न उपकरणों का उपयोग करके विभिन्न मापों के कोण खींचने का अभ्यास करो।



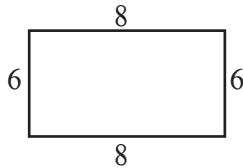
पुनरावर्तन

परिमिति (Perimeter)

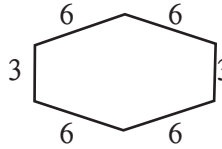
- आकृति में दी गई सभी भुजाओं की लंबाइयों का योगफल करके इससे नीचे दिए गए रिक्त स्थानों की पूर्ति करो। भुजाओं की लंबाइयाँ सेंटीमीटर में हैं।



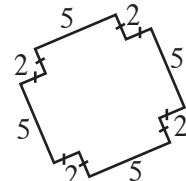
.....



.....



.....



.....

बंद आकृति के सभी भुजाओं की लंबाइयों का योगफल अर्थात उस आकृति की परिमिति।



आओ, समझो

आयत की परिमिति का सूत्र

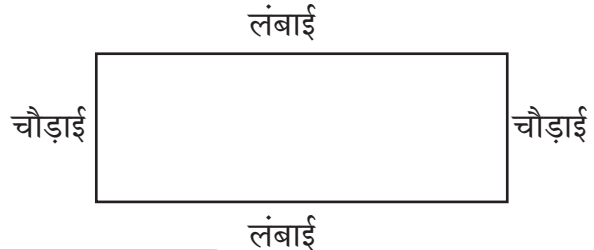
नीचे में दी गई आकृति आयत है। इसकी परिमिति का सूत्र कैसे तैयार होता है, यह हम देखेंगे।

आयत की परिमिति = आयत के सभी भुजाओं की लंबाइयों का योगफल

$$= \text{लंबाई} + \text{चौड़ाई} + \text{लंबाई} + \text{चौड़ाई}$$

$$= (2 \times \text{लंबाई}) + (2 \times \text{चौड़ाई})$$

$$= 2 \times (\text{लंबाई} + \text{चौड़ाई})$$



$$\text{आयत की परिमिति} = 2 \times (\text{लंबाई} + \text{चौड़ाई})$$

नमूना उदाहरण :

1) आयत LMNO में लंबाई 8.5 सेंमी और चौड़ाई 5.5 सेंमी है। इस आयत की परिमिति ज्ञात करो।

→ आयत LMNO की परिमिति = $2 \times (\text{लंबाई} + \text{चौड़ाई})$

$$= 2 \times (8.5 + 5.5)$$

$$= 2 \times 14$$

$$= 28 \text{ सेंमी}$$

आयत LMNO की परिमिति 28 सेंमी है।



- 2) नीचे दी गई सारिणी में आयताकार वस्तुओं की लंबाई, चौड़ाई और परिमिति के मापों को लिखो तथा आयत की परिमिति के सूत्र की जाँच करो।

आयताकार वस्तु	लंबाई	चौड़ाई	सभी भुजाओं की लंबाइयों का योगफल	$2 \times (\text{लंबाई} + \text{चौड़ाई})$
श्यामपट्ट (ब्लैकबोर्ड)				
कॉपी				
गणित की किताब				



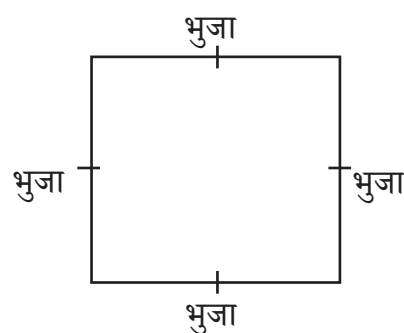
आओ, समझो

वर्ग की परिमिति का सूत्र

वर्ग के सभी भुजाओं की लंबाई समान होती है।

$$\begin{aligned}
 \text{वर्ग की परिमिति} &= \text{वर्ग के सभी भुजाओं की लंबाइयों का योगफल} \\
 &= \text{भुजा} + \text{भुजा} + \text{भुजा} + \text{भुजा} \\
 &= 4 \times \text{भुजा की लंबाई}
 \end{aligned}$$

$$\text{वर्ग की परिमिति} = 4 \times \text{भुजा की लंबाई}$$



नमूना उदाहरण :

- 1) 20 मीटर भुजा की लंबाई वाले वर्गाकार जगह के चारों ओर 3 फेरे तार की बाड़ लगाने के लिए कितना मीटर तार लगेगा?

→ एक फेरे की बाड़ लगाने के लिए वर्गाकार जगह की परिमिति ज्ञात करना पड़ेगा।

$$\begin{aligned}
 \text{वर्गाकार जगह की परिमिति} &= 4 \times \text{भुजा की लंबाई} \\
 &= 4 \times 20 \\
 &= 80 \text{ मीटर}
 \end{aligned}$$

वर्गाकार जगह की परिमिति 80 मीटर प्राप्त हुई।

बाड़ तीन फेरे में लगाना है। इसलिए, उसका तीन गुना करेंगे।

$$3 \times 80 = 240 \text{ मीटर}$$

वर्गाकार जगह के किनारों पर तीन फेरे की बाड़ लगाने के लिए कुल 240 मीटर तार लगेगा।

- 2) 28 सेंमी लंबाई और 20 सेंमी चौड़ाई वाले एक आयत की परिमिति यह एक वर्ग के परिमिति के बराबर है। तो उस वर्ग के भुजा की लंबाई कितनी?

$$\begin{aligned}
 \rightarrow \text{आयत की परिमिति} &= 2 (\text{लंबाई} + \text{चौड़ाई}) \\
 &= 2 (28 + 20) = 96 \text{ सेंमी}
 \end{aligned}$$



उदाहरण में, आयत की परिमिति यह वर्ग के परिमिति के बराबर है।

वर्ग की परिमिति = दिए गए आयत की परिमिति

$$4 \times \text{भुजा} = 96$$

$$\therefore \text{भुजा} = \frac{96}{4}$$

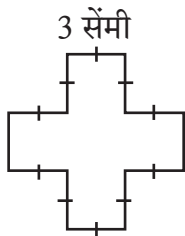
$$\therefore \text{भुजा} = 24$$

वर्ग के भुजा की लंबाई 24 सेंमी है।



चर्चा करो

- नीचे दी गई आकृति की परिमिति कैसे ज्ञात करोगे? इस पर चर्चा करो।



त्रिभुज की परिमिति



आओ, समझो

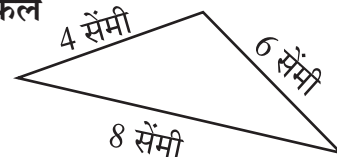
त्रिभुज की परिमिति यह त्रिभुज के तीनों भुजाओं की लंबाइयों का योगफल होता है।

नमूना उदाहरण : 4 सेंमी, 6 सेंमी, 8 सेंमी लंबाई वाली भुजाओं वाले त्रिभुज की परिमिति ज्ञात करो।

त्रिभुज की परिमिति = त्रिभुज की सभी भुजाओं की लंबाइयों का योगफल

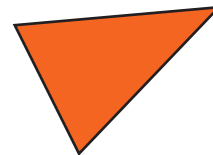
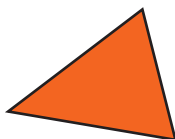
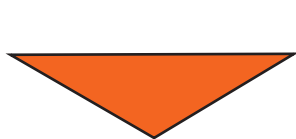
$$= 4 + 6 + 8$$

$$= 18 \text{ सेंमी}$$



कृति करो

- एक रंगीन कागज से विभिन्न प्रकार की आकृतियों की पताकाएँ काटो। उन प्रत्येक पताकाओं की भुजाएँ मापकर परिमिति ज्ञात करो।

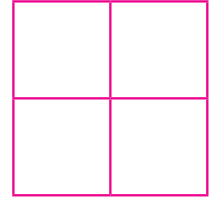


विचार करो

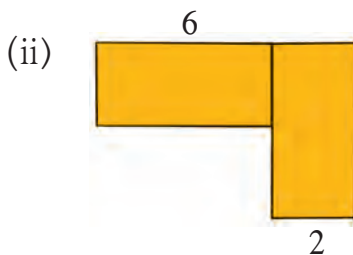
- किसी आकृति में कुछ भुजाएँ सेंमी तथा कुछ भुजाएँ मीटर में दी गई हों तो उसकी परिमिति की इकाई क्या होगी?



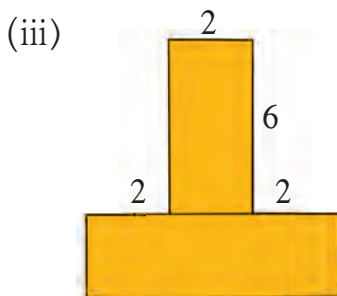
- (1) 20 मीटर लंबाई तथा 10 मीटर चौड़ाई वाले आयताकार भूखंड की परिमिति ज्ञात करो।
- (2) एक आयत की परिमिति 64 सेंमी है। इसकी लंबाई 17 सेंमी हो तो उसकी चौड़ाई कितनी होगी?
- (3) त्रिभुज की परिमिति 55 सेंमी है तथा उसकी दोनों भुजाएँ क्रमशः 20 सेंमी और 15 सेंमी हैं, तो उसकी तीसरी भुजा की लंबाई ज्ञात करो।
- (4) तार को मोड़कर 5 सेंमी और 3 सेंमी भुजावाला एक आयत तैयार किया गया। यदि उसी तार का उपयोग करके एक वर्ग बनाया जाए तो उस वर्ग की भुजा की लंबाई कितनी होगी?
- (5) 1 मीटर लंबाई वाले वर्गाकार कपड़े के टुकड़े से आकृति के अनुसार चार समान आकार के रूमाल बनाए गए। सभी रूमालों के चारों ओर लेस लगाने के लिए कुल कितनी लंबी लेस लगेगी?
- (6) 36 सेंमी लंबाई वाली रस्सी का उपयोग करके निम्न आकृतियाँ तैयार की गईं तो उसके प्रत्येक भुजा की लंबाई कितनी होगी?
अ) वर्ग ब) आयत
- (7) 6 सेंमी लंबा और 4 सेंमी चौड़ा एक आयताकार कागज लो। उसके दो समान भाग करो। तैयार हुए दो टुकड़ों को चित्र में दर्शाए अनुसार रचना करो और उनकी परिमिति ज्ञात करो।



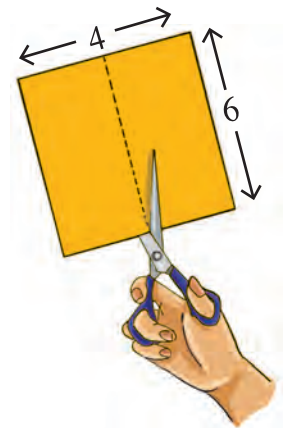
परिमिति = सेंमी



परिमिति = सेंमी



परिमिति = सेंमी



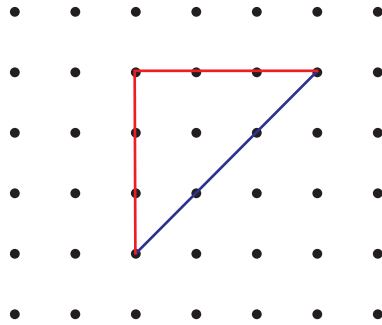


गणितीय चर्चा

- निम्नलिखित आकृति में आड़े या खड़े पंक्तियों में दो बिंदुओं की दूरी 1 इकाई है।



त्रिभुज की परिमिति
9 इकाई है



त्रिभुज की परिमिति 9
इकाई से अधिक है।

तुम्हें क्या लगता है?

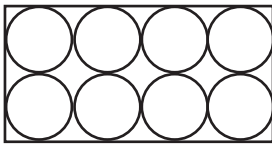


कृति करो

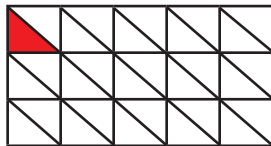
क्षेत्रफल (Area)

सीमा और सूरज ने कार्डशीट के एक ही माप के और समान आकारों के विभिन्न (वृत्त, सम कोण, त्रिभुज, वर्ग, आयत) ऐसे कई टुकड़े काटे। इन टुकड़ों की सहायता से उन्हें मेज के ऊपरी सतह को मापना था।

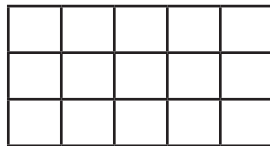
सीमा ने पहले एक मेज पर वृत्ताकार टुकड़े पास-पास सटाकर रखे, दूसरी अलग मेज पर त्रिभुजाकार टुकड़े इस प्रकार रखे कि मेज की पूरी सतह ढँक जाए। इसके बाद सूरज ने पहले वर्गाकार और बाद में आयताकार टुकड़ों से मेज की सतह को ढँका।



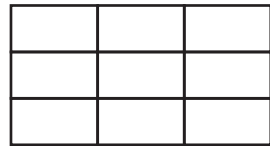
1



2



3

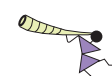
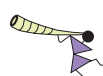
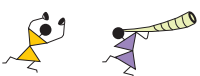


4



“अरे सूरज, वृत्ताकार आकार के मेज की सतह पूरी तरह नहीं ढँकी। कुछ जगहें खाली रह गईं।”

“हाँ त्रिभुज, वर्ग और आयत आकारों से मेज की सतह पूरी तरह ढँक गई है।”



किसी आकृति द्वारा समतल पृष्ठभाग पर घेरी गई जगह का माप ही उस आकृति का 'क्षेत्रफल' होता है।

मेज 2 का क्षेत्रफल 30 त्रिभुज इकाई है।

मेज 3 का क्षेत्रफल वर्ग इकाई है।

मेज 4 का क्षेत्रफल आयत इकाई है।



आओ, समझो

क्षेत्रफल की इकाई

प्रतलीय आकृति को मापने के लिए प्रतलीय आकृति को ही इकाई के रूप में उपयोग करते हैं।

किसी आकृति को कोई भी मापे और उसकी पूरी सतह सही तरह से मापा जा सके, साथ ही यह सभी के लिए सबसे सुविधाजनक हो, इसलिए 1 इकाई भुजा वाले वर्ग को प्रामाणिक (मानक) इकाई के रूप में उपयोग किया जाता है। एक वर्ग इकाई क्षेत्रफल की मानक इकाई है।

- यदि हम भुजा को सेंमी में लेते हैं तो उसका क्षेत्रफल वर्ग सेंमी में लिखते हैं। इसके लिए 1 सेंमी भुजावाले वर्ग को मानक इकाई के रूप में लिया जाता है। इसे संक्षिप्त में '1 वर्ग सेंमी' लिखते हैं।

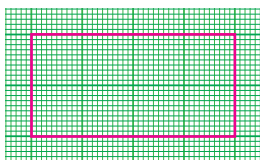
क्षेत्र	भुजा की इकाई	क्षेत्रफल की इकाई	संक्षिप्त रूप
 उदा. फर्श/टाइल्स, किताब, कॉपी	सेंटीमीटर	वर्ग सेंटीमीटर	वर्ग सेंमी
 उदा. घर के आस-पास की रिक्त जगह, निर्माण क्षेत्र, खेल का मैदान	मीटर	वर्ग मीटर	वर्ग मी
 उदा. तहसील, जिला, राज्य	किलोमीटर	वर्ग किमी	वर्ग किमी



आयत का क्षेत्रफल



आओ, समझो



इस आयत की लंबाई 4 सेंमी और चौड़ाई 2 सेंमी है।

इस आयत में 1 सेंमी माप के 8 वर्ग समाते हैं।

इसलिए इस आयत का क्षेत्रफल 8 वर्ग सेंटीमीटर है।

नीचे दी गई सारिणी पूर्ण करो।

आयताकार क्षेत्र	वर्गों की संख्या	क्षेत्रफल	लंबाई	चौड़ाई	लंबाई × चौड़ाई
	24	24 वर्ग सेंमी	6 सेंमी	4 सेंमी	6×4
			9 सेंमी		

आयत का क्षेत्रफल = लंबाई × चौड़ाई

वर्गाकार क्षेत्र	वर्गों की संख्या	क्षेत्रफल	भुजा	भुजा	भुजा × भुजा
3 इकाई भुजावाला वर्ग	9	9 वर्ग सेंमी	3 सेंमी	3 सेंमी	3×3
4 इकाई भुजावाला वर्ग					

- वर्ग की चारों भुजाएँ समान होती हैं, इसलिए वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा × भुजा हैं। ध्यान में रखें।

वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा × भुजा



नमूना उदाहरण :

- * 8 सेंमी लंबाई और 7 सेंमी चौड़ाई वाले आयत का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

$$\begin{aligned}\text{आयत का क्षेत्रफल} &= \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} \\ &= 8 \times 7 \\ &= 56 \text{ वर्ग सेंमी}\end{aligned}$$

- * भुजा 6 सेंमी भुजावाले वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

$$\begin{aligned}\text{वर्ग का क्षेत्रफल} &= \text{भुजा} \times \text{भुजा} \\ &= 6 \times 6 \\ &= 36 \text{ वर्ग सेंमी}\end{aligned}$$



कृति करो

- नीचे दी गई सारिणी में वस्तुओं के माप लो और सारिणी पूर्ण करो।

आकृति / वस्तु	लंबाई	चौड़ाई	क्षेत्रफल
कक्षा की जमीन			
कक्षा की खिड़की			
अलमारी की कोई एक सतह			
फर्श टाइल्स			

त्रिभुज का क्षेत्रफल



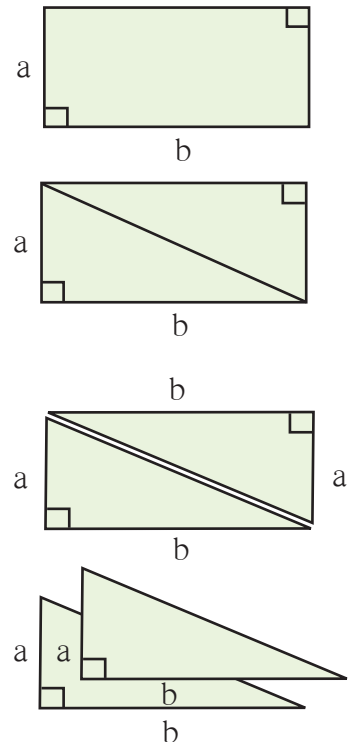
आओ, समझो

- एक आयताकार कागज लो। जिसकी लंबाई b और चौड़ाई a है।
- उसके एक विकर्ण पर से काटकर उसे दो सम कोण त्रिभुजों में विभाजित करो।
- देखिए कि क्या तैयार हुए दोनों सम कोण त्रिभुज एक दूसरे से मिलते हैं। वे पूरी तरह मिलते हैं इसलिए इन दोनों सम कोण त्रिभुजों का क्षेत्रफल समान है।

आयत का क्षेत्रफल दो सम कोण त्रिभुजों के क्षेत्रफल के योगफल जितना होता है।

$$2 \times \text{सम कोण त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \text{आयत का क्षेत्रफल}$$

$$\therefore 2 \times \text{सम कोण त्रिभुज का क्षेत्रफल} = a \times b$$



$$\therefore \text{सम कोण त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{(a \times b)}{2}$$

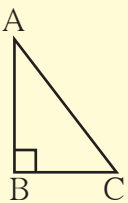
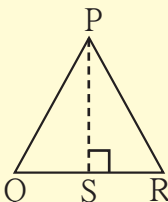
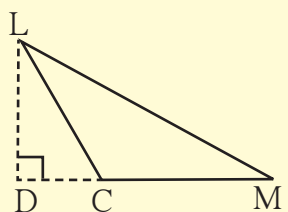
$$\therefore \text{सम कोण त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{\text{सम कोण बनाने वाली भुजाओं के लंबाई का गुणनफल}}{2}$$

सम कोण त्रिभुज में सम कोण बनाने वाली दो भुजाओं में से यदि एक भुजा को आधार माना जाए तो सम कोण बनाने वाली दूसरी भुजा उसकी ऊँचाई होती है।

$$\therefore \text{सम कोण त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{\text{आधार} \times \text{ऊँचाई}}{2}$$

यदि $\triangle ABC$ कोई भी त्रिभुज हो तो आधार के लिए कोई भी एक भुजा ले सकते हैं। इस भुजा के सामने वाले शीर्षबिंदु से आधार पर डाले गए लंब की माप ही उस त्रिभुज की ऊँचाई होती है।

त्रिभुज : आधार और ऊँचाई

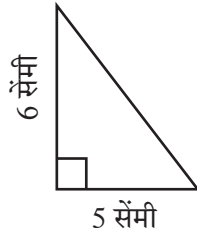
त्रिभुजों का प्रकार	आधार	ऊँचाई
	BC	AB
	QR	PS
	CM	LD

$$\therefore \text{सम कोण त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{\text{आधार} \times \text{ऊँचाई}}{2}$$



नमूना उदाहरण :

- 1) एक सम कोण त्रिभुज में सम कोण बनाने वाली भुजा 5 सेंमी तथा 6 सेंमी है तो उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो।



सम कोण त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{\text{सम कोण बनाने वाली भुजाओं की लंबाई का गुणनफल}}{2}$$

$$= \frac{5 \times 6}{2} = \frac{30}{2}$$

$$= \frac{30 \div 2}{30 \div 2} = \frac{15}{1} = 15$$

$$= 15 \text{ वर्ग सेंमी}$$



कृति करो

- विभिन्न मापवाले त्रिभुजाकार आकार के कागज काटो, उनके आधार और ऊँचाई मापकर उनका क्षेत्रफल ज्ञात करो।

नमूना उदाहरण :

- 1) एक हॉल 5 मीटर लंबा और 4 मीटर चौड़ा है। उस हॉल में ज़मीन पर 3 मीटर भुजावाला एक वर्गाकार कालीन बिछाया गया है। कालीन द्वारा न ढँकी गई जगह का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

→ हॉल की लंबाई = 5 मीटर, हॉल की चौड़ाई = 4 मीटर

$$\text{हॉल का क्षेत्रफल} = \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} = 5 \times 4 = 20 \text{ वर्ग मी}$$

$$\text{वर्गाकार कालीन का क्षेत्रफल} = \text{भुजा} \times \text{भुजा}$$

$$= 3 \times 3 = 9 \text{ वर्ग मी}$$

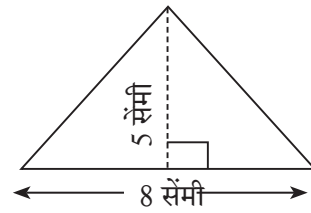
∴ कालीन द्वारा न ढँकी गई जगह का क्षेत्रफल

$$= \text{हॉल का क्षेत्रफल} - \text{कालीन का क्षेत्रफल}$$

$$= 20 - 9 = 11 \text{ वर्ग मी}$$

कालीन द्वारा न ढँकी गई जगह का क्षेत्रफल 11 वर्ग मी है।

- 2) नीचे दी गई आकृति में त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो।



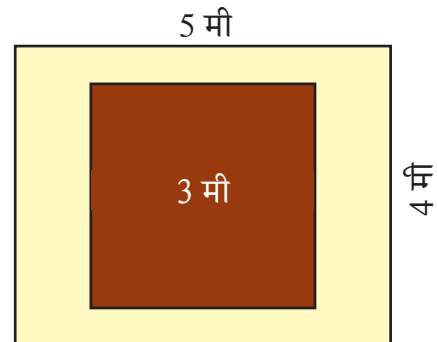
त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{\text{आधार} \times \text{ऊँचाई}}{2}$$

$$= \frac{8 \times 5}{2}$$

$$= \frac{40}{2} = \frac{40 \div 2}{2 \div 2} = \frac{20}{1} = 20$$

$$= 20 \text{ वर्ग सेंमी}$$



- 2) सुनीता बाई ने 12 मीटर लंबी और 10 मीटर चौड़ी जमीन के चारों कोनों में से प्रत्येक कोने में 4 मीटर भुजा वाली वर्गाकार क्यारियों में पुष्पों के पौधे लगाए। तो पुष्पों के पौधे न लगी हुई जमीन का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

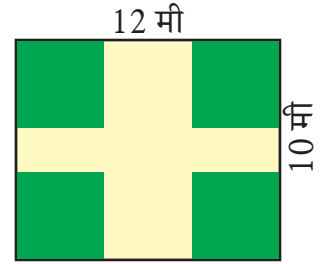
→ जमीन की लंबाई = 12 मीटर, जमीन की चौड़ाई = 10 मीटर

$$\text{जमीन का क्षेत्रफल} = \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} = 12 \times 10 = 120 \text{ वर्ग मी}$$

प्रत्येक वर्गाकार क्यारी की भुजा = 4 मीटर

$$\text{पौधे लगी गई एक क्यारी का क्षेत्रफल} = \text{भुजा} \times \text{भुजा}$$

$$= 4 \times 4 = 16 \text{ वर्ग मी}$$



$$\therefore \text{पुष्पों के पौधों वाली चारों क्यारियों का कुल क्षेत्रफल} = 4 \times 16 \text{ वर्ग मी} = 64 \text{ वर्ग मी}$$

$$\therefore \text{पुष्पों के पौधे न लगी हुई जमीन का क्षेत्रफल} = \text{जमीन का कुल क्षेत्रफल} - \text{पुष्पों के पौधे वाली चारों क्यारियों का क्षेत्रफल}$$

$$= 120 - 64 = 56 \text{ वर्ग मी}$$

$\therefore$ पुष्पों के पौधे न लगी हुई जमीन का क्षेत्रफल 56 वर्ग मी है।



आओ, समझो

निम्न सारिणी पूर्ण करो:

आकृति	क्र.	लंबाई (सेंमी)	चौड़ाई (सेंमी)	परिमिति (सेंमी)	क्षेत्रफल (वर्ग सेंमी)
आयत	1	5	4	18	20
	2	8	2	20	16
	3	6	4		
	4	9	1		

- उपरोक्त सारिणी से यह समझ में आता है कि समान परिमिति वाले आयतों का क्षेत्रफल अलग-अलग हो सकते हैं।

निम्न सारिणी पूर्ण करो:

आकृति	क्र.	भुजा (सेंमी)	परिमिति (सेंमी)	क्षेत्रफल (वर्ग सेंमी)
वर्गाकार	1	3	12	9
	2	4	16	16
	3	5		
	4	6		

- उपरोक्त सारिणी से यह समझ में आता है कि वर्ग की परिमिति बढ़ती है तो क्षेत्रफल भी बढ़ता है।





(1) त्रिभुजों के क्षेत्रफल ज्ञात करो।

i) आधार 8 सेंमी, ऊँचाई 5 सेंमी

ii) आधार 7 मी, ऊँचाई 4 मी

(2) नीचे आयत के भुजाओं के माप दिए गए हैं, उस आधार पर आयत की परिमिति और क्षेत्रफल ज्ञात करो।

i) 8 सेंमी, 3 सेंमी

ii) 3.5 मीटर, 2 मीटर

iii) 6 मीटर, 3.5 मीटर

iv) 9.5 सेंमी, 5.3 सेंमी

(3) नीचे वर्ग की भुजाओं के माप दिए गए हैं, उस आधार पर वर्ग की परिमिति और क्षेत्रफल ज्ञात करो।

i) 10 सेंमी

ii) 14 मीटर

iii) 5.5 मीटर

(4) एक आयताकार आम के बगीचे की लंबाई 100 मीटर तथा चौड़ाई 50 मीटर है। यदि प्रत्येक आम के वृक्ष को 25 वर्ग मीटर जगह लगती हो तो उस बगीचे में अधिक-से-अधिक कितने आम के वृक्ष लगा सकते हैं?



एक दृष्टिक्षेप

- बंद आकृति की सभी भुजाओं की लंबाईयों का योगफल अर्थात उस आकृति की परिमिति।
- किसी भी आकृति के भुजा की इकाई और उसके परिमिति की इकाई समान होती है।
- किसी आकृति द्वारा समतल पृष्ठभाग पर घेरी गई जगह के माप को उस आकृति का क्षेत्रफल कहते हैं।
- त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{\text{आधार} \times \text{ऊँचाई}}{2}$
- सम कोण त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{\text{सम कोण बनाने वाली भुजाओं के लंबाई का गुणनफल}}{2}$



स्वाध्याय 15

(1) सही पर्याय चुनो।

i) भुजा की लंबाई 7 सेंमी होने पर वर्ग की परिमिति कितनी?

अ) 49 सेंमी

ब) 24 सेंमी

क) 28 वर्ग सेंमी

ड) 28 सेंमी

ii) आयत की लंबाई 5 सेंमी और चौड़ाई 2 सेंमी होने पर उसकी परिमिति और क्षेत्रफल क्रमशः कितना?

अ) 14 वर्ग सेंमी, 10 सेंमी

ब) 14 सेंमी, 10 वर्ग सेंमी

क) 10 सेंमी, 14 वर्ग सेंमी

ड) 24 सेंमी, 20 वर्ग सेंमी

iii) किसी भी माप का एक वर्गाकार कागज़ लेकर उसमें बीच में आधा मोड़ा गया। उस मोड़े गए स्थान से काटने पर उसके दो आयत तैयार होते हैं। इसके अनुसार अब नीचे दिए गए कथनों में से कौन-सा कथन हमेशा सत्य है? पहचानो।

अ) प्रत्येक आयत का क्षेत्रफल, वर्ग के क्षेत्रफल से बड़ा होता है।

ब) वर्ग की परिमिति, दोनों आयतों के परिमिति के योगफल से बड़ी होती है।



क) वर्ग की परिमिति, दोनों आयतों के परिमिति के योगफल से कम होती है।

ड) वर्ग का क्षेत्रफल यह दोनों आयतों के क्षेत्रफलों के योगफल से हमेशा तीन गुना अधिक होता है।

(2) त्रिभुज की भुजाओं की लंबाई नीचे दी गई है, परिमिति ज्ञात करो।

i) 12 मीटर, 7 मीटर, 5 मीटर

ii) 6.5 सेंमी, 7 सेंमी, 5 सेंमी

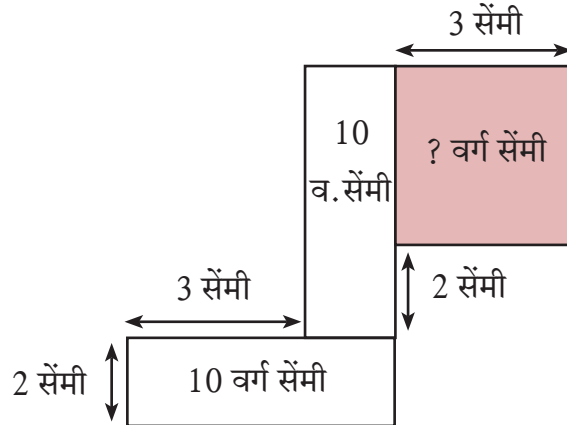
(3) नीचे तीन आयतों की लंबाई और चौड़ाई दी गई है, उनमें से कौन-से आयत का क्षेत्रफल सबसे अधिक और सबसे कम है?

i) 9 मी, 6 मी

ii) 17 मी, 3 मी

iii) 4 मी, 14 मी

(4) निम्न आकृति में भुजाओं के माप और क्षेत्रफल दिया गया है उस आधार पर छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करो।



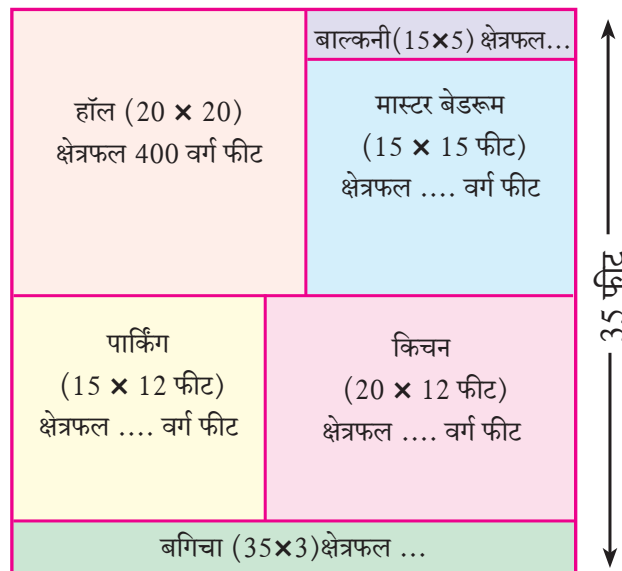
(5) नीचे दिए गए कथन के लिए प्रत्येक के दो उदाहरण तैयार करो।

i) आयत की परिमिति बढ़ाने पर क्षेत्रफल बढ़ता है।

ii) वर्ग की परिमिति बढ़ाने पर क्षेत्रफल बढ़ता है।

iii) आयत की परिमिति बढ़ाने पर भी क्षेत्रफल बढ़ेगा, ऐसा नहीं है।

(6) नीचे अमीर के घर का नक्शा दिया गया है। यह नक्शा एक वर्गाकार भूखंड में है। नक्शे का निरीक्षण करो।



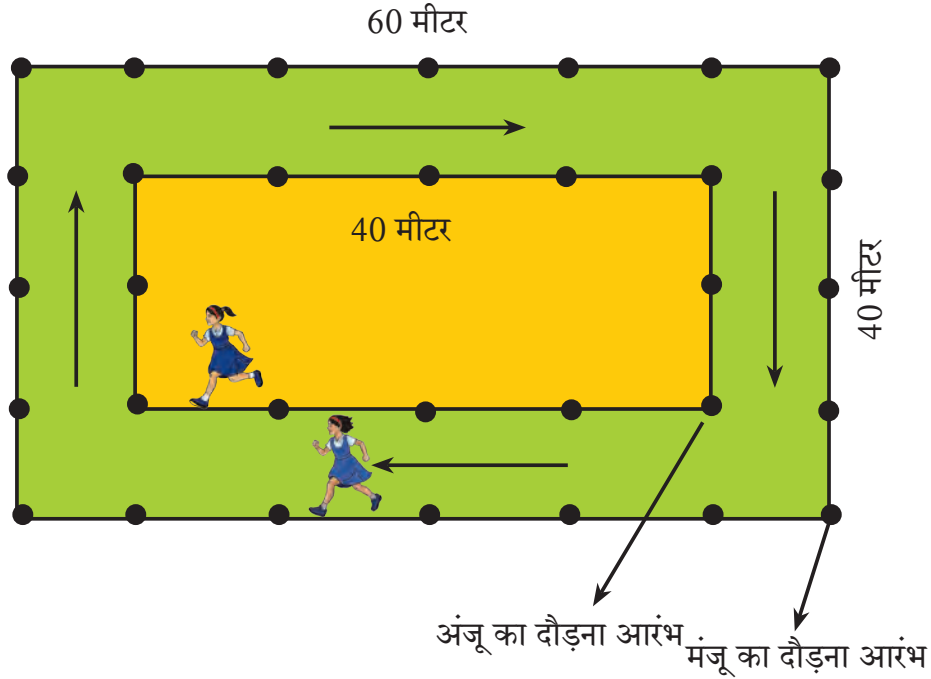
i) उसमें न दिए गए मापों को खोजो।

ii) अमीर के पूरे घर का क्षेत्रफल ज्ञात करो।



(7) निम्न चित्र देखो और नीचे दिए गए प्रश्नों के उत्तर खोजो।

निःशुल्क वितरण के लिए



एक आयताकार मैदान में अंदर की ओर और बाहर की ओर दो ट्रैक बनाए गए हैं। अंदर वाले ट्रैक पर अंजू ने और बाहर वाले ट्रैक पर मंजू ने एक ही दिशा में दौड़ना आरंभ किया। अंजू ने 7 चक्कर और मंजू ने 4 चक्कर पूरे करने के बाद दोनों रुक गईं। दोनों ने कुल कितनी दूरी तय की, इसपर चर्चा करो और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर खोजो।

- अंजू ने कितनी दूरी तय की?
- मंजू ने कितनी दूरी तय की?
- दोनों में से किसने अधिक दूरी तय की?

उपक्रम

- कक्षा या घर की किसी भी वर्गाकार वस्तु का क्षेत्रफल ज्ञात करो।



पुनरावर्तन

त्रिभुजों के प्रकार लिखो।

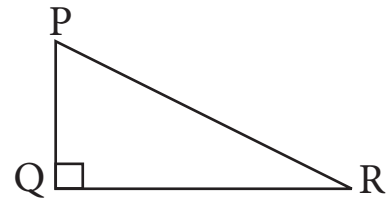
- i) कोणों के आधार पर त्रिभुजों के प्रकार _____
- ii) भुजाओं के आधार पर त्रिभुजों के प्रकार _____

बौधायन – पाइथागोरस प्रमेय
 (Baudhayana – Pythagoras Theorem)

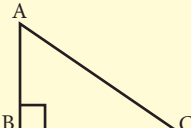
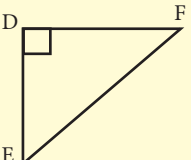
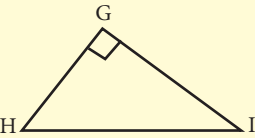
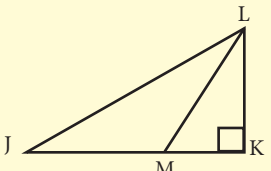


आओ, समझो

- जिस त्रिभुज का एक कोण सम कोण होता है उस त्रिभुज को 'सम कोण त्रिभुज' कहते हैं।
- सम कोण त्रिभुज में सम कोण की सम्मुख भुजा 'कर्ण' होती है।
- संलग्न आकृति के ΔPQR में भुजा PR कर्ण है।
- भुजा PQ और भुजा QR यह सम कोण बनाने वाली भुजाएँ हैं।



निम्नलिखित सारिणी पूर्ण करो।

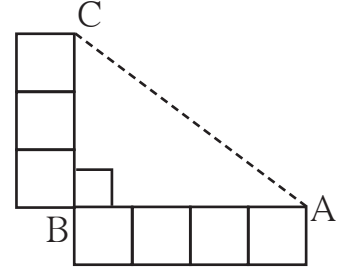
क्र.	आकृति	सम कोण	कर्ण	सम कोण बनाने वाली भुजाएँ
1		$\angle ABC$	भुजा AC	भुजा AB, भुजा BC
2				
3				
4				



कृति करो

- (1) कागज़ या गत्ते के एक इकाई भुजावाले कई वर्गाकार टुकड़े काटकर रखो।

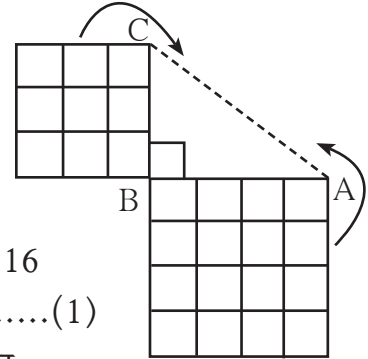
वस्तु या आकार मापवाले 4 टुकड़ों को सरल रेखा में रखो। उनके अंत बिंदुओं को A और B नाम दो। इसी माप के 3 टुकड़े रेखा BA पर बिंदु B से लंब हों, इस प्रकार संलग्न आकृति में दर्शाए गए अनुसार रखो। ऊपरी बिंदु को C नाम दो। अंत में बिंदु A और बिंदु C को जोड़ो।



- (2) भुजा AB की लंबाई के बराबर का वर्ग तैयार हो, इस प्रकार के टुकड़े भुजा AB पर रखो।

- (3) भुजा BC की लंबाई के बराबर का वर्ग तैयार हो, इस प्रकार के टुकड़े भुजा BC पर रखो।

$$\begin{aligned} \text{सम कोण बनाने वाली दोनों भुजाओं पर कुल वर्गाकार टुकड़े} &= 9 + 16 \\ &= 25 \dots\dots(1) \end{aligned}$$



- (4) दोनों भुजाओं के सभी टुकड़े भुजा AC पर रखकर एक बड़ा वर्ग तैयार करो, क्या ध्यान में आता है।

कर्ण AC पर वर्ग तैयार होने के लिए कुल 25 टुकड़े लगेंगे।

कर्ण पर बने वर्ग का क्षेत्रफल = 25 (2)

कर्ण AC पर कुल वर्गाकार टुकड़े = 25 वर्ग इकाई

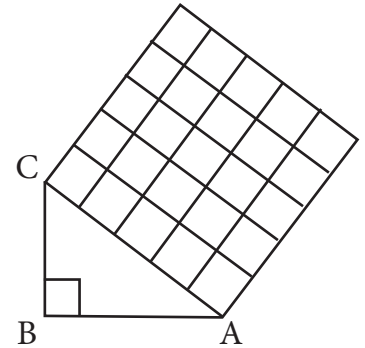
कथन 1 और 2 से ध्यान में आता है कि,

$$9 + 16 = 25$$

$$3 \text{ का वर्ग} + 4 \text{ का वर्ग} = 5 \text{ का वर्ग}$$

$$[I(BC)]^2 + [I(AB)]^2 = [I(AC)]^2$$

अर्थात् सम कोण त्रिभुज में कर्ण पर बने वर्ग का क्षेत्रफल, अन्य दो भुजाओं पर बने वर्गों के क्षेत्रफलों के योगफल के बराबर होता है।



बौधायन-पाइथागोरस प्रमेय:

सम कोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग, अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योगफल के बराबर होता है।

$$(\text{कर्ण})^2 = (\text{भुजा 1})^2 + (\text{भुजा 2})^2$$

उपरोक्त प्रमेय भारत के प्रसिद्ध गणितज्ञ बौधायन ने ईसा पूर्व 8 वीं शताब्दी में खोज निकाला था। इस प्रमेय के बारे में ग्रीक गणितज्ञ पाइथागोरस ने सूत्रबद्धता करके उपपत्ति प्रस्तुत की परंतु मूल विचार भारत के बौधायन ऋषि का ही था।

* उपरोक्त उदाहरण का ग्राफ पेपर उपयोग करके बौधायन-पाइथागोरस प्रमेय का सत्यापन करो!



इतिहास के संदर्भ में

बौधायन : बौधायन प्राचीन भारतीय गणितज्ञ थे। उन्होंने पाइथागोरस के प्रमेय की अवधारणा बहुत पहले ही प्रस्तुत कर दी थी, विशेष रूप से अपने ग्रंथ 'शुल्ब सूत्र' में उन्होंने सम कोण त्रिभुज से संबंधित प्रमेय को स्पष्ट किया है। इनका कालखंड ईसा पूर्व 700 माना जाता है। ऐसा माना जाता है कि बौधायन का जन्म लगभग ईसा पूर्व ८ वीं शताब्दी में हुआ था।

ज्यामिती के प्रमेयों की दृष्टि से 'शुल्ब सूत्र' का सबसे महत्वपूर्ण योगदान अर्थात् 'पाइथागोरस के प्रमेय' के रूप में पहचाना जाने वाला कथन है।

पाइथागोरस (काल : ई.स. पूर्व 570-495): यह एक महान, प्राचीन ग्रीक गणितज्ञ और दार्शनिक थे। गणित के क्षेत्र में 'पाइथागोरस का प्रमेय' यह उनकी सबसे महत्वपूर्ण पहचान है। उन्होंने किए हुए गणितीय अध्ययनों में शुद्ध संख्याशास्त्र अर्थात् अंकगणित, अनुप्रयोगी संख्याशास्त्र, ज्यामिति और ज्योतिषशास्त्र का प्रमुखता से समावेश होता है।

नमूना उदाहरण :

- 1) सम कोण ΔPQR में, $m\angle Q=90^\circ$; $l(QR) = 5$ सेंमी, $l(PQ) = 12$ सेंमी तो भुजा PR की लंबाई कितनी?

→ सम कोण ΔPQR में, $m\angle Q=90^\circ$ इसलिए भुजा PR यह कर्ण है।

बौधायन-पाइथागोरस के प्रमेयानुसार, $(\text{कर्ण})^2 = (\text{भुजा 1})^2 + (\text{भुजा 2})^2$

$$[l(PR)]^2 = [l(PQ)]^2 + [l(QR)]^2$$

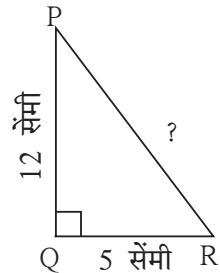
$$\therefore [l(PR)]^2 = (12)^2 + (5)^2$$

$$\therefore [l(PR)]^2 = 144 + 25$$

$$\therefore [l(PR)]^2 = 169$$

$$\therefore l(PR) = 13 \dots\dots (13)^2 = 169$$

$$\therefore \text{भुजा PR की लंबाई} = 13 \text{ सेंमी}$$



- 2) सम कोण ΔXYZ में, $m\angle Y=90^\circ$; $l(XY) = 6$ सेंमी, $l(XZ) = 10$ सेंमी, तो भुजा YZ की लंबाई कितनी?

→ सम कोण ΔXYZ में, $m\angle Y=90^\circ$ इसलिए भुजा XZ यह कर्ण है।

बौधायन-पाइथागोरस के प्रमेयानुसार, $(\text{कर्ण})^2 = (\text{भुजा 1})^2 + (\text{भुजा 2})^2$

$$[l(XZ)]^2 = [l(XY)]^2 + [l(YZ)]^2$$

$$\therefore (10)^2 = (6)^2 + [l(YZ)]^2$$

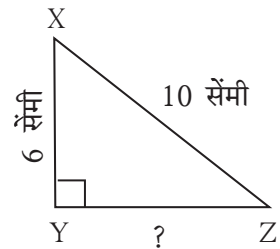
$$\therefore 100 = 36 + [l(YZ)]^2$$

$$\therefore 100 - 36 = [l(YZ)]^2$$

$$\therefore 64 = [l(YZ)]^2$$

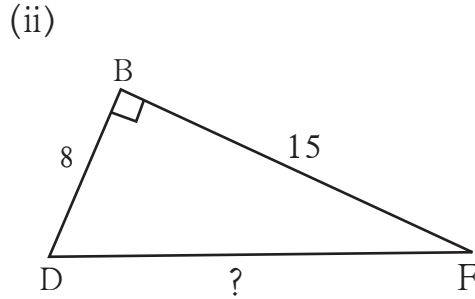
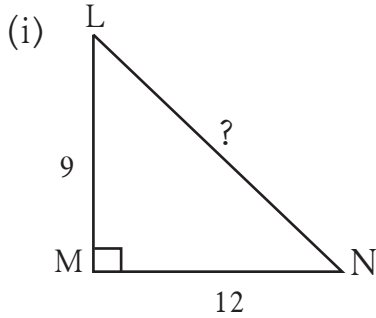
$$\therefore 8 = l(YZ) = \dots\dots (8)^2 = 64$$

$$\therefore \text{भुजा YZ की लंबाई} = 8 \text{ सेंमी}$$





(1) निम्नलिखित आकृतियों को देखो और अज्ञात भुजा की लंबाई ज्ञात करो।



- (2) एक व्यक्ति अपने घर से पूर्व की ओर 12 मीटर की दूरी चलता है। वहाँ से सम कोण पर उत्तर की ओर मुड़कर 9 मीटर की दूरी तय करके रुक जाता है तो वह व्यक्ति उसके मूल स्थान से कितनी दूरी पर है?
- (3) 35 फीट लंबी एक सीढ़ी जमीन से 21 फीट की ऊँचाई पर स्थित एक खिड़की तक पहुँचती है तो दीवार के आधार और सीढ़ी के निचले सिरे के बीच की दूरी ज्ञात करो।



आओ, समझो

बौधायन - पाइथागोरस त्रिक

यदि तीन प्राकृत संख्याओं में से सबसे बड़ी संख्या का वर्ग, शेष दो संख्याओं के वर्गों के योगफल के बराबर हो तो उन संख्याओं को 'बौधायन-पाइथागोरस त्रिक' कहते हैं। उदा. (3, 4, 5) यह संख्याओं का समूह है।

यदि दिए गए त्रिभुज की भुजाएँ 'बौधायन-पाइथागोरस त्रिक' के नियम का पालन करती हैं तो वह सम कोण त्रिभुज होता है। किसी भी सम कोण त्रिभुज में कर्ण उस सम कोण त्रिभुज की सबसे बड़ी भुजा होती है।

नमूना उदाहरण :

(1) क्या (7, 24, 25) यह संख्याओं का समूह बौधायन-पाइथागोरस त्रिक है?

→ (7, 24, 25) में से प्रत्येक संख्या का वर्ग करते हैं।

$$7 \text{ का वर्ग} = 7 \times 7 = 49; 24 \text{ का वर्ग} = 24 \times 24 = 576; 25 \text{ का वर्ग} = 25 \times 25 = 625$$

(i) सबसे बड़ी संख्या का वर्ग = $25^2 = 25 \times 25 = 625$

(ii) छोटी संख्याओं के वर्गों का योगफल = $7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$

$$\therefore 7^2 + 24^2 = 25^2 \dots (i) \text{ और } (ii) \text{ से}$$

इसलिए (7, 24, 25) यह संख्याओं का समूह पाइथागोरस त्रिक है।

(2) एक त्रिभुज की भुजाएँ 11, 12, 15 हैं। इसके आधार पर ज्ञात करो कि यह सम कोण त्रिभुज है या नहीं!

→ (11, 12, 15) में: $11^2 = 11 \times 11 = 121$

$$12^2 = 12 \times 12 = 144$$

$$15^2 = 15 \times 15 = 225$$

(i) छोटी संख्याओं के वर्गों का योगफल = $11^2 + 12^2 = 121 + 144 = 265$

(ii) सबसे बड़ी संख्या का वर्ग = $15^2 = 225$



∴ छोटी संख्याओं के वर्गों का योगफल $\neq$ सबसे बड़ी संख्या का वर्ग
 ∴ (11, 12 और 15) यह संख्या समूह बौधायन - पाइथागोरस त्रिक नहीं है।
 11, 12, 15 भुजा वाला सम कोण त्रिभुज नहीं है।



- (1) नीचे दिए गए संख्या समूहों में से कौन-से बौधायन - पाइथागोरस त्रिक हैं, तय करो।
 i) 4, 5, 6 ii) 2, 6, 7 iii) 15, 20, 25
 (2) नीचे दिए गए त्रिभुजों की भुजाओं की मापों से पहचानो की वह सम कोण त्रिभुज है या नहीं।
 i) 11, 60, 61 ii) 40, 20, 30. iii) 9, 40, 41



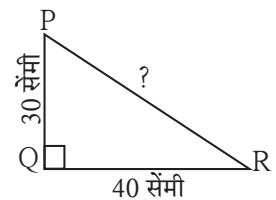
एक दृष्टिक्षेप

- बौधायन - पाइथागोरस प्रमेय
 सम कोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग, अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योगफल के बराबर होता है।
- $(\text{कर्ण})^2 = (\text{भुजा 1})^2 + (\text{भुजा 2})^2$
- यदि दिए गए त्रिभुज की भुजाएँ बौधायन - पाइथागोरस त्रिक के नियमों का पालन करती हैं तो उन भुजाओं वाला त्रिभुज सम कोण त्रिभुज होता है।



स्वाध्याय 16

- (1) सही विकल्प चुनिए।
 i) एक सम कोण त्रिभुज का कर्ण 41 सेंमी है और सम कोण बनाने वाली एक भुजा 40 सेंमी है तो दूसरी भुजा कितनी होगी?
 अ) 81 सेंमी ब) 21 सेंमी क) 9 सेंमी ड) 1 सेंमी
 ii) 17 मीटर लंबी एक सीढ़ी दीवार से 8 मीटर की दूरी पर दीवार के सहारे तिरछी खड़ी की गई है तो सीढ़ी का ऊपरी सिरा ज़मीन से कितने मीटर ऊंचाई पर होगा?
 अ) 15 ब) 23 क) 32 ड) 25
 iii) क्रमशः 20 मी और 27 मी ऊंचाई के दो खंभे ज़मीन पर एक-दूसरे से 24 मीटर की दूरी पर सीधे खड़े हैं, तो उनके ऊपरी सिरों के बीच की दूरी कितनी होगी?
 अ) 7 मी ब) 24 मी क) 25 मी ड) 26 मी
- (2) पास में दी गई आकृति का निरीक्षण करो और अज्ञात भुजा की लंबाई ज्ञात करो।
- (3) तय करो कि संख्या समूह (6, 8, 10) बौधायन - पाइथागोरस त्रिक है या नहीं।
- (4) बौधायन - पाइथागोरस त्रिक खोजो।





17

बैंक और साधारण ब्याज



गणितीय चर्चा



चित्र का निरीक्षण करके नीचे दिए गए बिंदुओं के आधार पर कक्षा में चर्चा करो।

- 1) आपको ज्ञात बैंकों के नाम बताओ।
- 2) बैंक में कौन-कौन-से प्रकार के कार्य होते हैं।
- 3) दैनिक जीवन में बैंक का क्या महत्त्व है?
- 4) क्या आप कभी बैंक गए हैं?



आओ, समझो

बैंक (Bank)

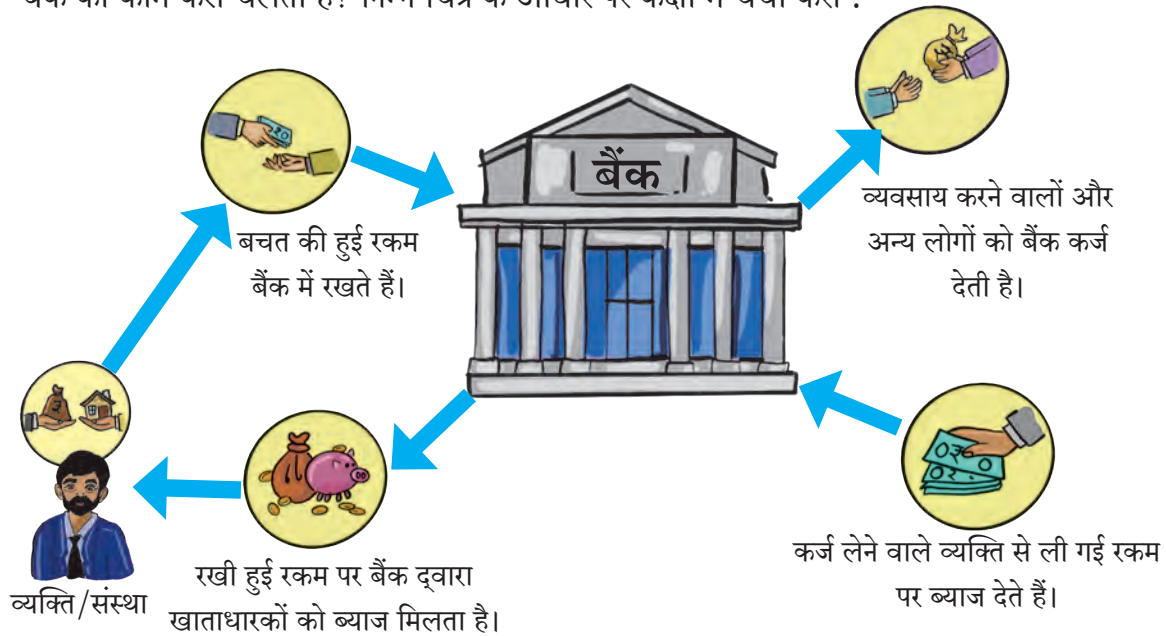
- बैंक में पैसे का व्यवहार किया जाता है। बैंक को आर्थिक व्यवहार करने के लिए सरकार की आधिकारिक मान्यता और अनुमति दी जाती है।
- बैंक एक आधिकारिक और अनुमति प्राप्त वित्तीय संस्थान है। बैंक ग्राहकों को वित्तीय व्यवहार से संबंधित सेवाएँ प्रदान करता है। बैंक में रखी गई राशि सुरक्षित रहती है।
- भारत में देश की बैंकिंग प्रणाली को भारतीय रिज़र्व बैंक (RBI) द्वारा नियंत्रित किया जाता है।





गणितीय चर्चा

बैंक का काम कैसे चलता है? निम्न चित्र के आधार पर कक्षा में चर्चा करो :



उपक्रम

- 1) अध्यापकों के साथ अपने क्षेत्र के बैंक में जाकर बैंक के बारे में जानकारी प्राप्त करो।
- 2) कक्षा में अध्यापकों की सहायता से एक काल्पनिक बैंक तैयार करके बैंक के मुख्य कार्यों का प्रयोग करो।
- 3) विभिन्न देशों और उनकी मुद्राओं पर आधारित एक तालिका तैयार करो।
- 4) अपने घर में बैंक से संबंधित कार्य कैसे होते हैं, इसका अंकन करो।

बैंक के प्रकार: मध्यवर्ती बैंक, व्यावसायिक बैंक, सहकारी बैंक, औद्योगिक बैंक यह बैंक के प्रमुख प्रकार हैं।



आओ, समझो

बैंक के सामान्य कार्य

- 1) **जमा स्वीकार करना :** बैंक व्यक्तियों या संस्थाओं से जमा स्वीकार करता है। जैसे सावधि जमा (Fixed Deposit), आवर्ती जमा (Recurring Deposit) और इन जैसी जमा राशियों पर बैंक एक निश्चित दर से ब्याज देता है।
- 2) **ऋण (कर्ज) देना :** बैंक खातेदारों को विभिन्न प्रकार से ऋण प्रदान करता है। जैसे अल्पकालिक ऋण (1 वर्ष से कम अवधि के लिए), मध्यमकालिक ऋण (5 वर्ष तक की अवधि के लिए), दीर्घकालिक ऋण (5 वर्ष से अधिक अवधि के लिए)। बैंक दिए गए ऋण पर ब्याज वसूलता है।
- 3) **लॉकर सुविधा :** मूल्यवान वस्तुएँ, महत्वपूर्ण दस्तावेज सुरक्षित रखने के लिए बैंक लॉकर की सुविधा उपलब्ध कराता है।
- 4) **ई-बैंकिंग सुविधा :** एटीएम (ATM) सुविधा, डेबिट कार्ड, क्रेडिट कार्ड, नेट बैंकिंग, मोबाइल बैंकिंग, यू.पी.आइ., क्यू.आर. (UPI-QR) कोड जैसी सुविधाएँ बैंक प्रदान करता है।





आओ, समझो



- बैंक कर्मचारी** : आवेदन के साथ आपका पासपोर्ट साइज फोटो चाहिए।
- महिला** : हाँ, आवेदन पर पासपोर्ट साइज फोटो लगा दिया है।
- बैंक कर्मचारी** : आपके पहचान पत्र के प्रमाण (ID proof) के लिए आधार कार्ड, पैन कार्ड, मतदान पहचान पत्र में से किसी भी एक प्रमाण की फोटो कॉपी प्रति स्व-हस्ताक्षरित करके जोड़ें।
- महिला** : हाँ, आवेदन के साथ जोड़ दी है।
- बैंक कर्मचारी** : निवास स्थान के पते के प्रमाण (Address proof) के लिए बिजली बिल, राशन कार्ड, ड्राइविंग लाइसेंस, पासपोर्ट, निवास प्रमाण पत्र में से किसी भी एक प्रमाण की फोटो कॉपी की प्रति जोड़ें।
- महिला** : हाँ, आवेदन के साथ जोड़ दी है।
- बैंक कर्मचारी** : आपका मोबाइल नंबर?
- महिला** : आवेदन पर लिखा है।
- बैंक कर्मचारी** : आपकी पहचान प्रक्रिया यानी केवाईसी (Know Your Customer) करनी होगी। घर बैठे आप e-kyc भी कर सकते हैं।
- महिला** : हाँ, मोबाइल से ऑनलाइन करती हूँ।
- बैंक कर्मचारी** : दस्तावेजों की जाँच और औपचारिकताएँ पूरी हो चुकी हैं। आपका नया खाता तैयार हो गया है। आपका खाता क्रमांक 4150089xxx है।
- महिला** : धन्यवाद!



इंटरनेट का उपयोग -

ई-के.वाई.सी. का अर्थ Electronic Know Your Customer। e- KYC प्रक्रिया कागज रहित होती है। यह प्रक्रिया डिजिटल तरीके से पूरी की जाती है और इसमें भौतिक रूप में दस्तावेजों की आवश्यकता नहीं होती है। धन के अवैध व्यवहार लेन-देन / मनी लॉन्ड्रिंग (Money Laundering) या धोखाधड़ी (Fraud) जैसी चीजों को रोकने के लिए यह प्रक्रिया महत्वपूर्ण होती है।



Visit : <https://www.npci.org.in/what-we-do/e-kyc-services/e-kyc-setu-system>



आओ, समझो

खाते के प्रकार	
1) बचत खाता (Savings Account)	2) चालू खाता (Current Account)
- कोई भी व्यक्ति बचत खाता खोल सकता है। - लोगों को बचत की आदत लगे यही इस खाते का मुख्य उद्देश्य होता है। - इस खाते से पैसे निकालने के लिए कुछ बंधन होते हैं। - खाते में बची हुई शेष राशि पर बैंक एक निश्चित दर से ब्याज देता है।	- व्यावसायिक संस्थान, व्यापारी या जिन्हें बड़े पैमाने पर दैनिक आर्थिक व्यवहार करना पड़ता है, ऐसे संस्थान या व्यक्ति चालू खाता खोल सकता है। - इस खाते में जमा करने निकालने पर कोई बंधन नहीं होता है। - खाते में जमा राशि पर बैंक कोई ब्याज नहीं देता।

- इसके अलावा बैंक के अन्य प्रकार के खातों की जानकारी प्राप्त करो।

बैंक में पैसे जमा करना या भुगतान करना (Deposit Slip/Challan)



आओ, समझो

चालान - बैंक में पैसे जमा करते समय एक विशिष्ट प्रारूप में : (1) खाताधारक का नाम (2) खाता क्रमांक (3) दिनांक (4) राशि का विवरण (5) शब्दों में राशि (6) पैसे जमा करने वाले के हस्ताक्षर यह सभी जानकारी वाला प्रारूप अर्थात् 'चालान' होता है। बैंक में जमा की गई राशि की प्रविष्टि बैंक के कर्मचारी पासबुक में करते हैं। अपने पासबुक को नियमित रूप से अपडेट रखो और उसे सुरक्षित भी रखो।



कृति करो

जयेश कुमार अपने बचत खाते में ₹ 8,325 जमा करने के लिए बैंक आए हैं। उनके पास ₹ 500 के 12 नोट, ₹ 200 के दस नोट, ₹ 100 के दो नोट, ₹ 50 के दो नोट, ₹ 20 का एक नोट और ₹ 5 का एक सिक्का है। उन्हें नमूना चालान भरने में सहायता करो।



**GRAMIN BANK**

At/po. Arodi, Jalna

ग्रामीण बैंक

शाखा	XXX
दिनांक	DD/MM/YY

खातेदार का नाम

1

खाता क्रमांक

2

3

मोबाईल क्रमांक

चेक / नकद विवरण

बैंक व शाखा	चेक क्रमांक	चेक देने वाला	नकद राशि विवरण	रुपये	पैसे
			500 ×		
			200 ×		
			100 ×		
			50 ×		
			20 ×		
			10 ×		
			5 ×		
			कुल रकम		

राशि अक्षर में -

5

6 जमाकर्ता के हस्ताक्षर

XXXX
कशियर**धनादेश (Cheque)**

निःशुल्क वितरण के लिए

**आओ, समझो**

धनादेश का अर्थ है बैंक की एक शाखा से उसी बैंक को या किसी अन्य बैंक की शाखा में पैसे भुगतान करने का आदेश। धनादेश केवल खाताधारकों को ही मिलता है। बैंक धनादेश पुस्तिका के लिए अतिरिक्त शुल्क (Bank Charges) वसूल करता है।

कृति करो - नीचे एक नमूना धनादेश दिया गया है। उसमें जानकारी भरो।

1 दिनांक 2 जिसे पैसे देने हैं उसका नाम 3 शब्दों में राशि 4 अंकों में राशि 5 हस्ताक्षर

**GRAMIN BANK**

At/po. Arodi, Jalna

ग्रामीण बैंक

1

D	D	M	M	Y	Y	Y	Y

2

पानेवाला

3

रुपये

अदा करें।

₹

बचत खाता सं. XXXXXXXX

4

XXXXXXX XXXX XXXX

XXXXXXX

5

हस्ताक्षर / Signature





आओ, समझो

बैंक, जमाकर्ताओं को बैंक में पैसे रखने के बदले अतिरिक्त राशि के रूप में कुछ राशि देता है। इसी प्रकार, कर्जदारों को पैसे का उपयोग करने रुपये देने के बदले बैंक उनसे अतिरिक्त राशि के रूप में कुछ राशि वसूलता है। ऐसी राशि को 'ब्याज' कहते हैं। बैंक में जमा की गई या बैंक द्वारा कर्जदार को दी गई राशि को 'मूलधन' कहते हैं।

'मिश्रधन': मिश्रधन का अर्थ है बैंक द्वारा जमाकर्ता को अवधि समाप्त होने पर ब्याज सहित लौटाई गई राशि, या कर्जदार द्वारा बैंक को कर्ज चुकाते समय ब्याज सहित लौटाई जाने वाली राशि।

मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

जमा या कर्ज पर ब्याज की गणना करते समय उसकी दर प्रति 100 रुपये पर दी जाती है। ब्याज की दर कितने समय के लिए है, यह बताया जाता है। ब्याज की दर प्र.श.प्र.व. का अर्थ है दर साल के लिए अर्थात् प्रति सौ, प्रति वर्ष के हिसाब से दिया जाने वाला ब्याज।

मूलधन जितने समय के लिए उपयोग किया जाता है, उस समय/अवधि को 'समय' कहते हैं।

साधारण ब्याज (Simple Interest)

इस कक्षा में हम केवल एक वर्ष के लिए गणना किए जाने वाले ब्याज पर विचार करने वाले हैं। यह साधारण ब्याज है।



कृति करो



राधिका ने सब्जी का व्यवसाय शुरू करने के लिए बैंक से ₹ 25,000 का कर्ज लिया। बैंक ने उसपर ₹ 8 प्रतिशत प्रतिवर्ष की दर से ब्याज लगाया। एक वर्ष के बाद राधिका ने बैंक को ₹ 27,000 वापस किए।

राधिका ने बैंक को राशि वापस करते समय कितनी अधिक राशि दी?

₹ 25,000

₹ 27,000

₹ 2,000

मूलधन

ब्याज की दर

समय

मिश्रधन

लगाया जमा ब्याज

मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

मूलधन = -

ब्याज की दर : ₹ 8 (प्र. श. प्र. व.)

ब्याज = -

इसका अर्थ है, प्रत्येक 100 रुपयों के लिए प्रत्येक वर्ष के लिए ₹ 8 ब्याज।



(1) कृति पूर्ण करो।

अ.क्र.	मूलधन	ब्याज	मिश्रधन
1	₹ 5,800	₹ 380	
2		₹ 1,050	₹ 13,550
3	₹ 35,500		₹ 39,760

(2) यदि मूलधन 8,000 रुपये, ब्याज 640 रुपये हो, तो मिश्रधन कितना होगा?

नमूना उदाहरण :

किरण ने 5 प्र. श. प्र. व. ब्याज की दर से 18,000 रुपये एक बैंक में जमा किए तो किरण को एक वर्ष का कितना ब्याज मिलेगा?

→ मूलधन = ₹ 18000, समय = 1 वर्ष, ब्याज की दर = 5 प्र. श. प्र. व.

साधारण ब्याज (X) = ?

मान लेते हैं कि, 18,000 रुपये मूलधन पर X रुपये ब्याज मिलेगा।

100 रुपये मूलधन पर 5 रुपये ब्याज दिया गया है।

ब्याज का मूलधन से अनुपात लेंगे। इस अनुपात को दो रूपों में लिखकर समीकरण प्राप्त करेंगे!



$$\frac{x}{18,000} = \frac{5}{100}$$

$$\therefore \frac{x}{18,000} \times 18,000 = \frac{5}{100} \times 18,000 \text{ (दोनों पक्षों में 18,000 से गुणा करने पर)}$$

$$\therefore x = 5 \times 180$$

$$\therefore x = 900$$

$\therefore$ किरण को 18,000 रुपयों पर एक वर्ष का 900 रुपये ब्याज मिलेगा।



एक दृष्टिक्षेप

- मूलधन : बैंक में रखी गई या बैंक से कर्ज के रूप में ली गई राशि को मूलधन कहते हैं।
- समय / अवधि : जिस समयावधि के लिए बैंक में पैसा जमा रखते हैं या कर्ज लिया जाता है, उस समयावधि को समय या अवधि कहते हैं।
- ब्याज की दर : 100 रुपये पर एक वर्ष में मिलने वाले ब्याज को ब्याज की दर कहते हैं।
- ब्याज : बैंक में जमा राशि पर मिलने वाली अतिरिक्त राशि या बैंक से लिए गए कर्ज की राशि वापस करते समय कर्जदार द्वारा बैंक को दी गई अतिरिक्त राशि को ब्याज कहते हैं।



स्वाध्याय 17

(1) सही विकल्प चुनो।

i) यदि एक वर्ष के लिए मूलधन 24,500 रुपये, ब्याज 1,830 रुपये हो तो मिश्रधन कितना होगा?

अ) ₹ 22,670 ब) ₹ 26,530 क) ₹ 26,330 ड) ₹ 27,230

ii) रुबेन ने बैंक में एक वर्ष के लिए 6% प्र.श.प्र.व. की दर से 42,000 रुपये जमा किए तो उसे कितना ब्याज मिलेगा?

अ) ₹ 2,500 ब) ₹ 2,550 क) ₹ 2,820 ड) ₹ 2,520

(2) सृष्टि ने 8 प्र.श.प्र.व. की दर से ₹ 35,000 बैंक में जमा किए तो उसे एक वर्ष का ब्याज कितना मिलेगा?

(3) प्रदीप ने 6 प्र.श.प्र.व. ब्याज की दर से, बैंक में एक वर्ष के लिए ₹ 48,330 जमा किए, तो प्रदीप को बैंक से कितना ब्याज मिलेगा?

(4) नैन्सी ने सिलाई मशीन खरीदने के लिए 10 प्र.श.प्र.व. की दर से ₹ 18,650 बैंक से ऋण लिया। एक वर्ष पश्चात नैन्सी को बैंक को कुल कितनी राशि देनी होगी?

(5) खेत में पानी की टंकी बनाने के लिए मोहनराव ने 12 प्र.श.प्र.व. की दर से बैंक से ₹ 55,750 कर्ज लिया। एक वर्ष पश्चात कर्जमुक्त होने के लिए मोहनराव बैंक को कुल कितनी राशि वापस करेंगे?

(6) 'सहविहार गृहनिर्माण सोसायटी' में परिवारों के लिए व्यायामशाला तैयार करने के लिए 11 प्र.श.प्र.व. ब्याज की दर से एक वर्ष के लिए बैंक से ₹ 1,30,000 कर्ज लिया गया तो सोसायटी को एक वर्ष में बैंक को कितना ब्याज देना होगा? साथ ही उन्हें बैंक में कुल कितनी राशि जमा करनी होगी?





18

जानकारी का प्रस्तुतीकरण



पुनरावर्तन

एक कक्षा के 15 विद्यार्थियों को एक परीक्षा में इतिहास विषय में 10 में से अंक निम्न प्रकार से हैं।

8, 2, 4, 5, 2, 3, 6, 2, 6, 1, 9, 10, 7, 6, 6

15 में से 4 विद्यार्थियों को 6 अंक मिले और 3 विद्यार्थियों को 2 अंक मिले और वे 1, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10 अंक पाने वाले प्रत्येक एक-एक विद्यार्थी है। इन विद्यार्थियों को परीक्षा में मिले अंक ही 'आँकड़े' हैं। इसमें से प्रत्येक संख्या (मिले अंक) एक 'प्राप्तांक' है।

इस जानकारी को प्रस्तुत करने के लिए सारिणी का उपयोग किया जा सकता है।

परीक्षा में प्राप्त अंक (प्राप्तांक)	गणनचिह्न	कुल विद्यार्थी (बारंबारता)
1		1
2		3
3		1
4		1
5		1
6		4
7		1
8		1
9		1
10		1
विद्यार्थियों की संख्या :-		N = 15

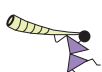


आओ, समझो

बारंबारता सारिणी (Frequency Table)

दी गई जानकारी का प्रस्तुतीकरण सरल और सीधे पद्धति से करने के लिए बारंबारता सारिणी का उपयोग करते हैं। इसके लिए,

- प्राप्तांक, गणनचिह्न और बारंबारता ऐसे तीन स्तंभ होते हैं।
- पहले स्तंभ में प्राप्तांकों को आरोही क्रम में लिखते हैं।
- दूसरे स्तंभ में गणनचिह्न दर्शाते हैं।
- तीसरे स्तंभ में गणनचिह्न को गिनकर प्रत्येक प्राप्तांक कितनी बार आया है वह संख्या (बारंबारता) लिखते हैं।





कृति करो

- 1) एक पाँसा 30 बार फेंकने पर, प्रत्येक बार ऊपरी पृष्ठभाग पर आने वाले अंक बगल में दिए गए हैं।



1, 5, 3, 6, 2, 1, 4, 3, 5, 6,
2, 1, 4, 3, 5, 6, 2, 1, 4, 3,
5, 6, 2, 1, 4, 3, 5, 6, 2, 1.

दी गई सामग्री के आधार पर बारंबारता सारिणी पूर्ण करो।

प्राप्तांक	गणनचिह्न	बारंबारता
1		6
2		
3		
4		
5		
6		
		N = 30

सारिणी में बारंबारताओं के योग को 'N' अक्षर से दर्शाते हैं। यह योग दी गई आँकड़े में कुल प्राप्तांकों की संख्या के बराबर होता है।

- 2) अपनी कक्षा के विद्यार्थियों के रक्त समूह की जानकारी इकट्ठा करके नीचे दी गई सारिणी पूर्ण करो।

रक्त समूह	गणनचिह्न	बारंबारता
A+		
A-		
B+		
B-		
AB+		
AB-		
O+		
O-		
		N =





- (1) एक विद्यालय में 'हरित सेना' के 30 विद्यार्थियों द्वारा लगाए गए पौधों की संख्या नीचे बारंबारता सारिणी में दी गई है। इसके आधार पर नीचे दी गई कृति को पूरा करो।

पौधों की संख्या	गणनचिह्न	बारंबारता
1		
2		6
3		12
4		
		N =

- (2) वणी गाँव के 40 परिवारों में भैंसों की संख्या निम्न अनुसार है :
1, 6, 5, 4, 3, 2, 7, 2, 3, 4, 6, 5, 3, 2, 6, 4, 5, 5, 3, 2, 3, 4, 2, 5, 4, 3, 7, 6, 5, 4, 1, 2, 3, 2, 6, 4, 6, 5, 4, 2 : इस आँकड़ों के आधार पर बारंबारता सारिणी तैयार करो।
- (3) नीचे एक संख्या दी गई है, उसमें दशमलव बिंदु के बाद आने वाले अंकों की बारंबारता सारिणी तैयार करो।

3.14159265358979323846264338327950288419716939937517

- (4) शैलजा ने जंगल में पक्षियों का सर्वेक्षण करने के लिए निम्न अनुसार पक्षियों के नाम दिए गए हैं। M-मोर, S-सारस, K-कोयल, W-कठफोड़वा, G-गिद्ध उसके द्वारा किया गया सर्वेक्षण निम्न अनुसार है।

M, M, S, K, S, G, G, G, G, W, M, G, G, S, S, S, K, S, S, S, S, K, M, S, S, S, M, W, S, S, S, W, S, S, S, S, S, M, M, S, S, S, K, M, S, S, W, G, G, G

उपरोक्त जानकारी के आधार पर जंगल के पक्षियों की बारंबारता सारिणी तैयार करो।



आओ, समझो

चित्रआलेख (Pictograph)

आज के आधुनिक युग में जानकारी आसानी से उपलब्ध हो जाती है परंतु यदि उस जानकारी को सुव्यवस्थित रूप से प्रस्तुत किया जाए, तो उसे समझना आसान हो जाता है। जानकारी का प्रबंधन करते समय चित्रआलेख, स्तंभआलेख और इन्फोग्राफिक्स का उपयोग करने से जानकारी अधिक आसानी से और जल्दी समझ में आती है।





कृति करो

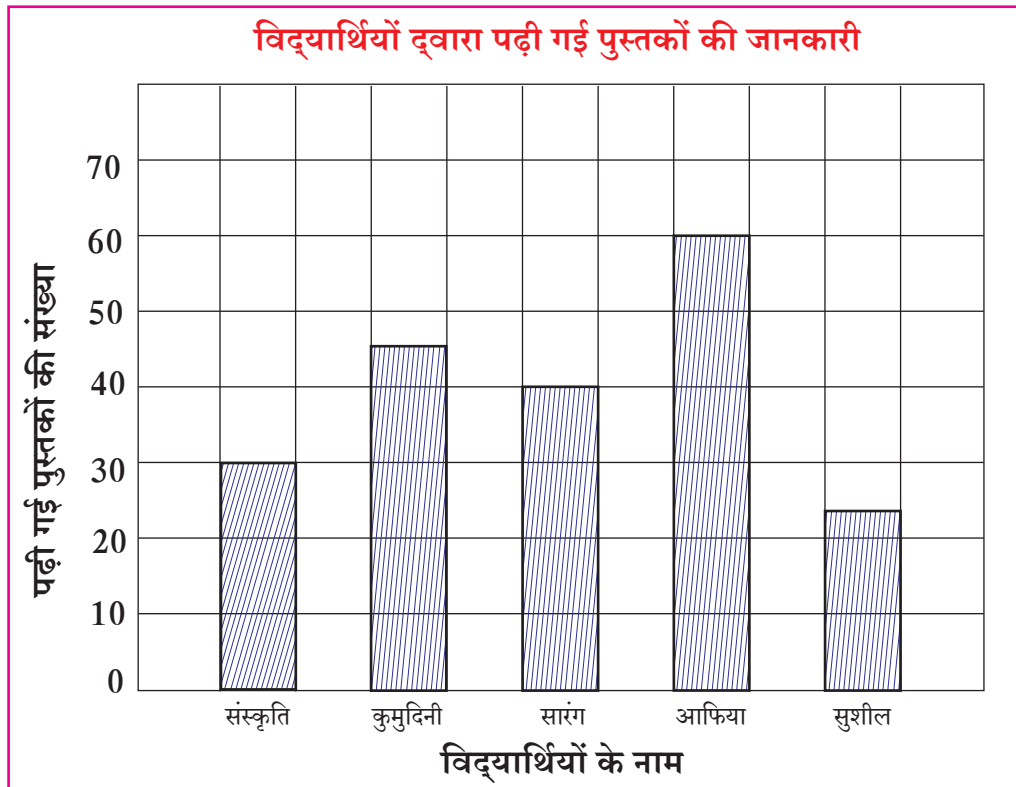
आगे दी गई कृति पूर्ण करके प्रश्नों के उत्तर लिखो।

विद्यार्थियों के नाम	पढ़ी गई पुस्तकों की संख्या	चित्रआलेख	पैमाना :  = 5 पुस्तकें
संस्कृति			
कुमुदिनी	45		
सारंग			
आफिया	60		
सुशील	24		

1. सबसे अधिक पुस्तकें किसने पढ़ीं?
2. आफिया ने कुमुदिनी से कितनी पुस्तकें अधिक पढ़ीं हैं?
3. क्या सुशील द्वारा पढ़ी गई पुस्तकों को दर्शाने के लिए चित्र बनाए जा सकते हैं?

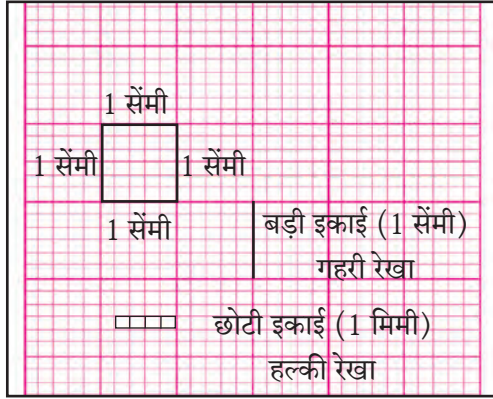
उपरोक्त जानकारी हमें समझने में आसान है लेकिन सुशील द्वारा पढ़ी गई पुस्तकों की संख्या अचूक नहीं दर्शाई गई। इसके लिए यदि हम उपरोक्त चित्रआलेख का रूपांतरण स्तंभआलेख में करें, तो सुशील द्वारा पढ़ी गई पुस्तकों की संख्या को आसानी से दर्शाया जा सकता है।

पैमाना : 1 इकाई = 10 पुस्तकें



इसे सटीक रूप से दर्शाने के लिए हम आलेख पेपर का उपयोग करेंगे।

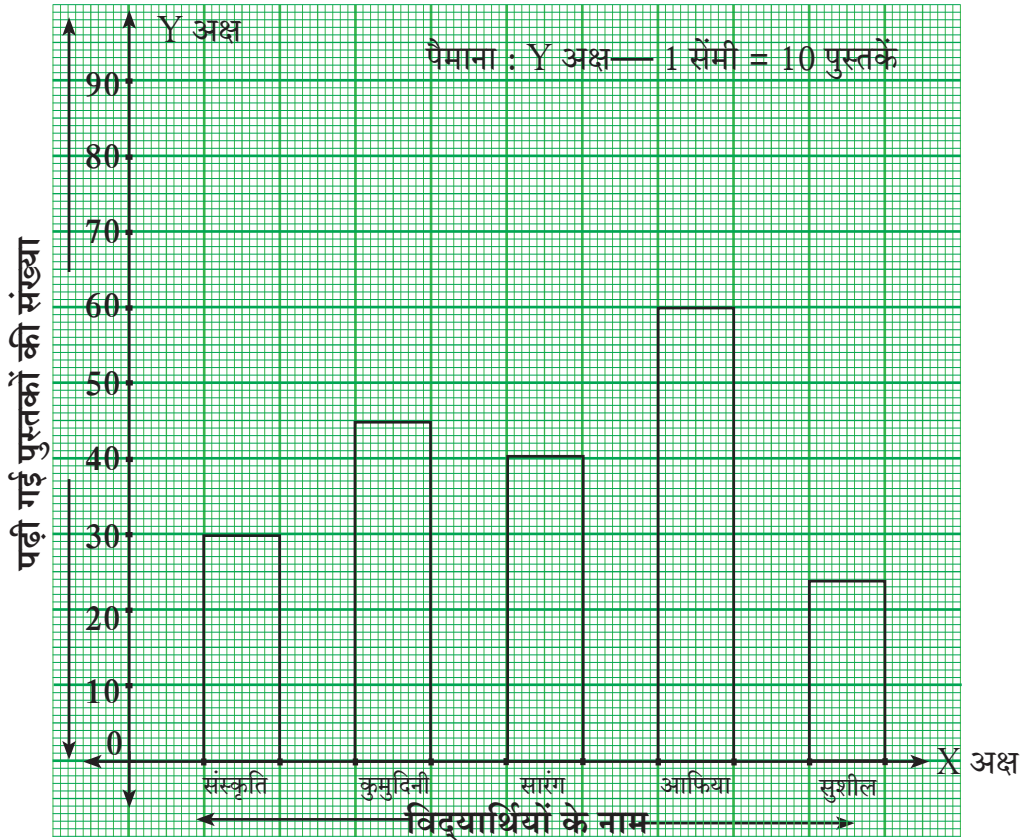




यहाँ दिखाया गया आलेख कागज़ देखो। उसपर कुछ गहरी रेखाएँ और कुछ हल्की रेखाएँ हैं। गहरी रेखाएँ बड़े भागों को दर्शाती हैं। उनके समान भाग करके बनने वाले छोटे भाग हल्की रेखाओं द्वारा दर्शाए गए हैं। इस संरचना के कारण उचित पैमाना लेकर संख्या की ऊँचाई दिखाना आसान हो जाता है।

स्तंभालेख (Bargraph)

अब हम आलेख का उपयोग करके सुशील द्वारा पढ़ी गई पुस्तकों की संख्या दर्शाते हैं।



ऊपर आलेख कागज़ पर दिखाए अनुसार आमतौर पर नीचे की तरफ 'आधार' के रूप में एक आड़ी रेखा खींचते हैं। उसे X-अक्ष कहते हैं। इस रेखा पर सम कोण बनाने वाली एक रेखा कागज़ की बाईं ओर खींचते हैं, उसे Y-अक्ष कहते हैं।

जिन मुद्दों/बातों का स्तंभ आलेख बनाना होता है, उन्हें X-अक्ष पर समान दूरी पर दर्शाते हैं। प्रत्येक मुद्दे/बात से संबंधित संख्या को उसके नाम के ऊपर खड़े स्तंभ द्वारा दर्शाया जाता है। यह स्तंभ पैमाने के अनुसार उचित ऊँचाई का और Y-अक्ष के समांतर होता है।



जब संख्यात्मक जानकारी खड़े या आड़े स्तंभों के माध्यम से दर्शाई जाती है तब उसे स्तंभालेख कहते हैं।

स्तंभालेख की विशेषताएँ:

- दी गई जानकारी खड़े या आड़े आयताकार स्तंभालेख द्वारा दर्शाई जाती है। सभी स्तंभों की चौड़ाई समान होती है।
- स्तंभों की ऊँचाई, जानकारी की आवृत्ति / बारंबारता पर निर्भर होती है।
- स्तंभालेख के कारण दी गई बातों की तुलना करना आसान हो जाता है।

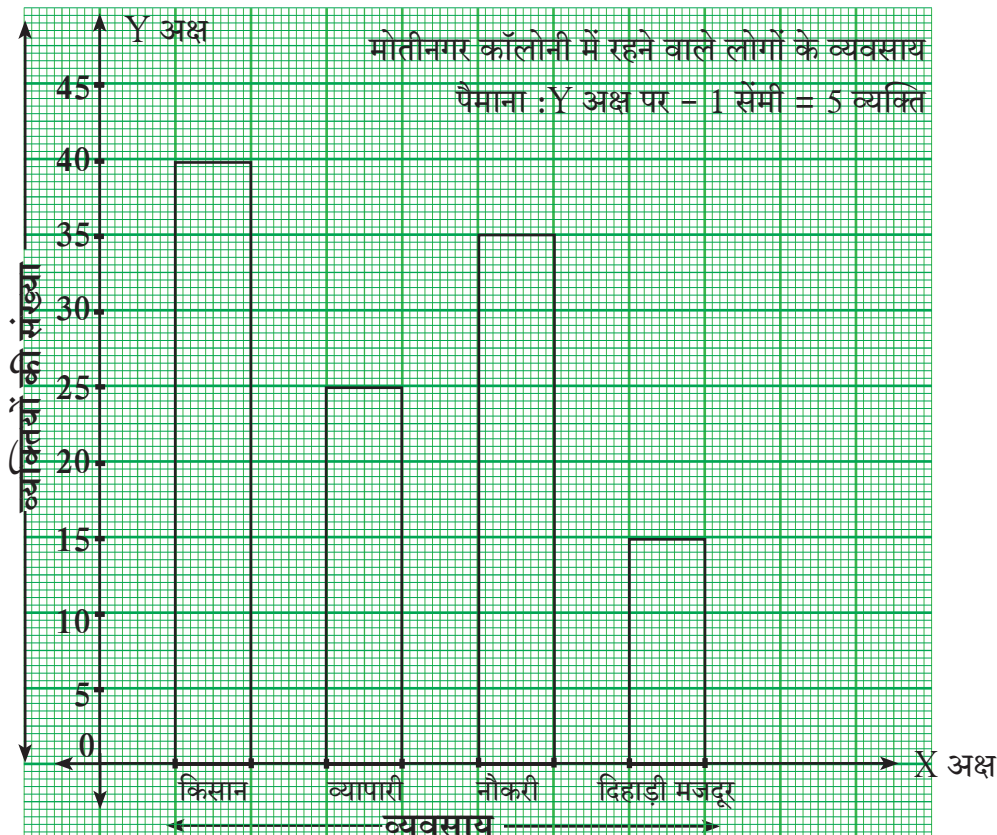
नमूना उदाहरण :

मोतीनगर कॉलोनी में रहने वाले लोगों के व्यवसाय नीचे दी गई सारिणी में दिए गए हैं:

व्यवसाय	किसान	व्यापारी	नौकरी	दिहाड़ी मजदूर
व्यक्तियों की संख्या	40	25	35	15

ऊपर दी गई जानकारी के आधार पर स्तंभालेख बनाने के लिए निम्नलिखित क्रियाएँ करो:

1. सबसे पहले X अक्ष और Y अक्ष खींचो।
2. पैमाना तय करने के लिए व्यक्तियों की संख्या पर विचार करो।
3. दी गई जानकारी में व्यक्तियों की संख्या 5 के गुणज में दिख रही है, इसलिए Y अक्ष पर 1 सेंमी = 5 व्यक्ति यह पैमाना लो।
4. ऊपरी दाएँ कोने में पैमाना लिखो।
5. X अक्ष पर व्यक्तियों की संख्या के अनुसार उन व्यवसायों की ऊँचाई के स्तंभ खींचो।

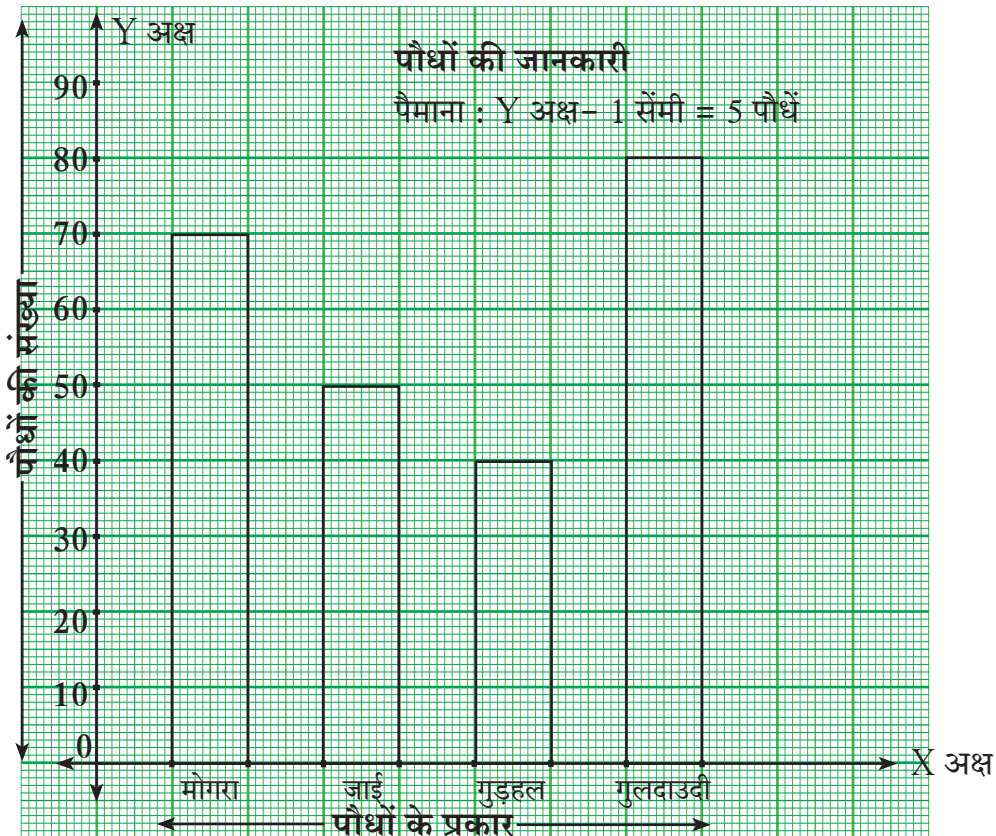




1. यदि संख्याएँ बड़ी हों तो पैमाना कैसे लिया जा सकता है?
2. आलेख कागज के आकार के अनुसार बनाया जाने वाला आलेख क्या सही अनुपात में है?
3. यदि लोगों के व्यवसाय Y अक्ष पर लिए जाएँ और उनकी संख्या X अक्ष पर ली जाए तो क्या होगा?
4. उपरोक्त आलेख पर प्रश्न तैयार करो। (उदा. मोतीनगर में कृषि व्यवसाय करने वाले कितने व्यक्ति हैं?)



- (1) निम्नलिखित स्तंभालेख में पौधशाला के पौधों की जानकारी दी गई है। आलेख का निरीक्षण करो और प्रश्नों के उत्तर लिखो।



- i) X और Y अक्ष पर कौन-सी जानकारी दर्शाई गई है?
- ii) पौधशाला में कौन-कौन-से पुष्पों के पौधे हैं?
- iii) कौन-से पौधों की संख्या सबसे अधिक है?
- iv) गुड़हल के पौधों की तुलना में गुलदाउदी के पौधों की संख्या कितनी अधिक है?
- v) स्तंभालेख में कुल पौधों की संख्या कितनी है?



- (2) कुछ प्राणियों की अनुमानित औसत आयु नीचे दी गई है। इस जानकारी का विवरण दर्शाने वाला स्तंभालेख उचित पैमाना लेकर बनाओ।

बैल - 28 वर्ष, घोड़ा - 30 वर्ष, कुत्ता - 22 वर्ष, बिल्ली - 25 वर्ष, बकरी - 15 वर्ष, गाय - 22 वर्ष

- (3) निम्नलिखित सारिणी में जॉन के परिवार के विभिन्न मुद्दों पर होने वाला मासिक खर्च दर्शाया गया है।

(पैमाना : Y अक्ष पर 1 सेंमी = ₹ 500 लो।)

मुद्दे	घर किराया	किराना	शिक्षा	बिजली बिल	यात्रा	बचत
खर्च (रुपये)	4000	4500	2500	800	1000	2200

इस जानकारी के आधार पर दिए गए पैमाने के अनुसार स्तंभालेख बनाओ।

- (4) एक विद्यालय के वार्षिकोत्सव में विभिन्न सांस्कृतिक कार्यक्रमों में भाग लेने वाले विद्यार्थियों की संख्या नीचे दी गई सारिणी में दर्शाई गई है। इस जानकारी के आधार पर स्तंभालेख बनाओ।

कार्यक्रम	नाटक	नृत्य	गायन	वादन	एकांकी
विद्यार्थियों की संख्या	24	40	16	8	4

- (5) एक गाँव में विद्यार्थियों का सर्वेक्षण किया गया। उन विद्यार्थियों को खाली समय में क्या करना पसंद है, यह बताया गया है। इस जानकारी के आधार पर स्तंभालेख बनाओ।

उपक्रम	खेलना	पुस्तक पढ़ना	संगीत सुनना	चित्र बनाना
विद्यार्थियों की संख्या	10	25	10	20



आओ, समझो

सूचनाचित्र (Infographics)

दी गई जानकारी को कलात्मक, सौंदर्यात्मक और आकर्षक तरीकों से प्रस्तुत करना ही 'सूचनाचित्र' (इंफोग्राफिक्स) कहलाता है। इसमें पाठ, चित्र, आकृतियों, आलेख, चिह्न और रंगों का उपयोग करके कठिन जानकारी को इस तरह प्रस्तुत किया जाता है कि वह आसानी से और तुरंत समझ में आ जाए।

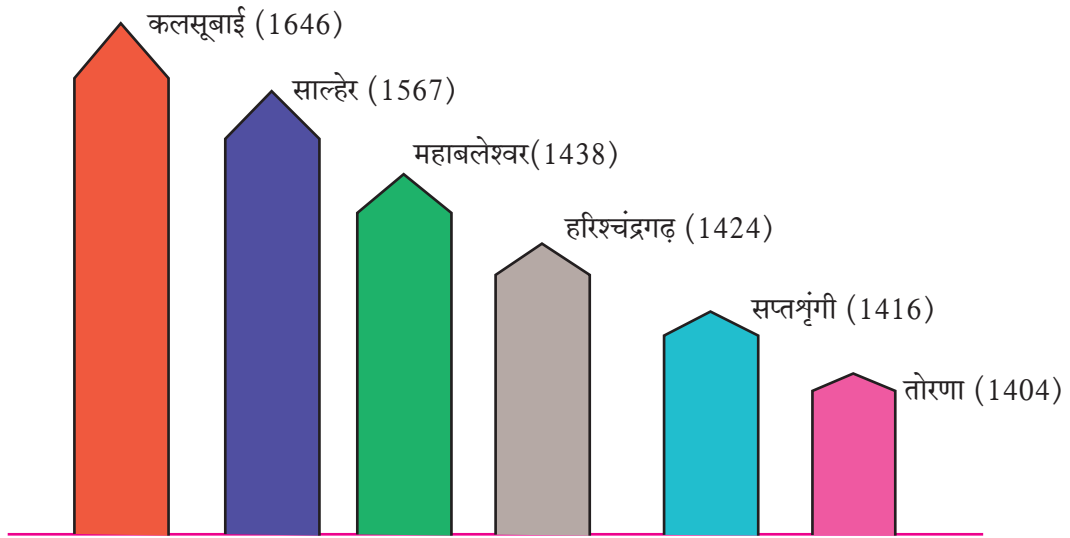
उदा. महाराष्ट्र में सह्याद्रि पर्वत शृंखलाओं पर स्थित कुछ शिखरों की समुद्रतल से ऊँचाई (मीटर में) नीचे सारिणी में दी गई है।

शिखर (चोटियाँ)	ऊँचाई (मीटर में)
कलसूबाई	1646
साल्हेर	1567
महाबलेश्वर	1438
हरिश्चंद्रगढ़	1424
सप्तशृंगी	1416
तोरणा	1404

सारिणी में दी गई चोटियाँ महाराष्ट्र के किस जिले और किस तहसील में हैं? वहाँ का तापमान कितना होता है?

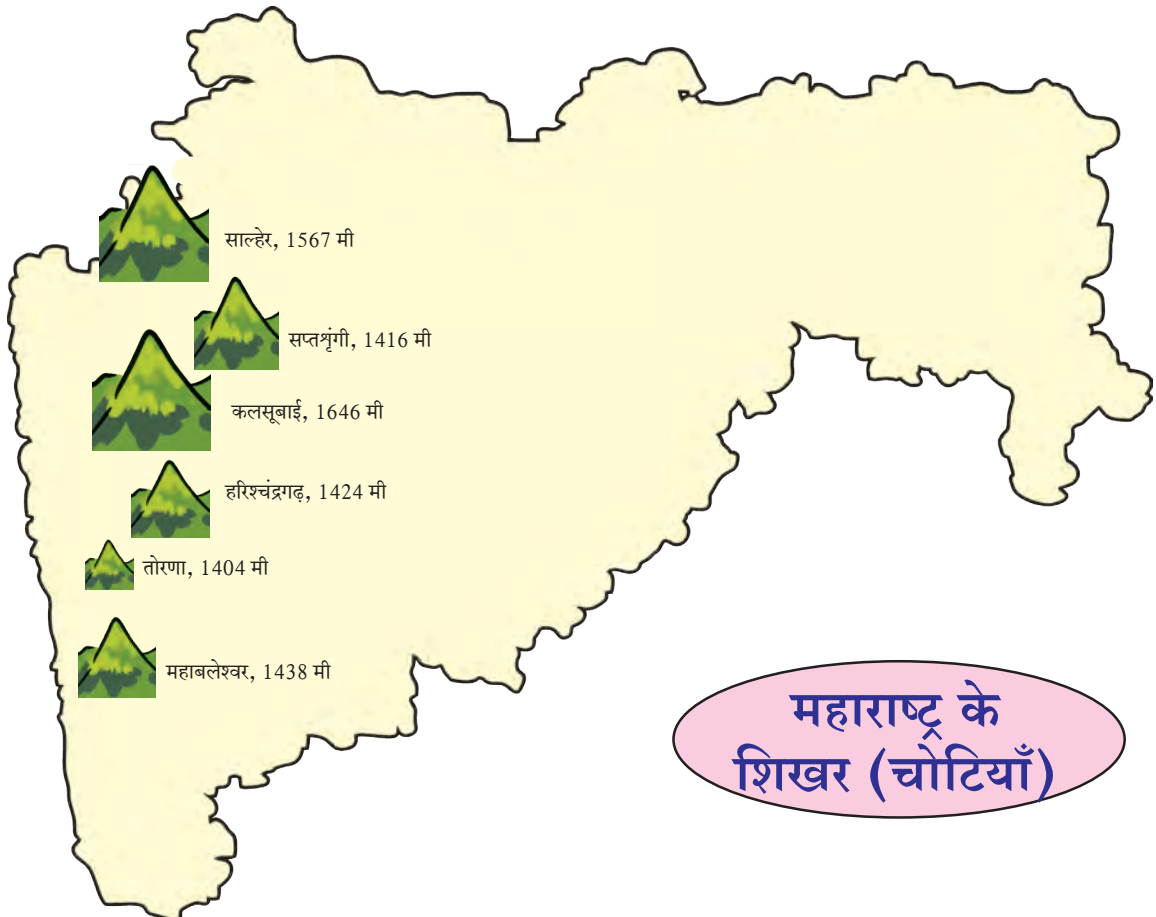
सूचनाचित्र का उपयोग करके जानकारी अधिक प्रभावी ढंग से दर्शाने के लिए ऊपर दी गई सारिणी की जानकारी का स्तंभालेख आगे इस प्रकार बनाया गया है।





इसमें चोटियों को दर्शाने के लिए खड़े स्तंभ दिखाए गए हैं। उपरोक्त स्तंभालेख का उद्देश्य केवल ऊँचाई दिखाना है। सभी स्तंभों की चौड़ाई एक समान रखी गई है, जिससे केवल ऊँचाईयों की तुलना की जा सके परंतु चौड़ाई का अंदाज़ नहीं लगाया जा सकेगा।

ऐसी सीमाओं को कम करने के लिए सूचनाचित्र का उपयोग किया जा सकता है। जैसे महाराष्ट्र के चोटियों को दर्शाने के लिए और आगे जाकर हम चोटियों को अच्छी तरह दिखा सकते हैं। उन्हें अधिक वास्तविक बनाने के लिए ऊँचाई पर विचार करके, विवरण भी दिखाकर सूचनाचित्र को अधिक प्रभावी ढंग से प्रस्तुत कर सकते हैं।



इंफोग्राफिक्स तैयार करते समय या पढ़ते समय उचित सावधानी बरतना बहुत महत्वपूर्ण है!

इंफोग्राफिक्स की विशेषताएँ:

- समझने में आसान
- आकर्षक
- याद रखने की क्षमता बढ़ती है।
- कम समय में समझा जाता है।
- चित्रों, प्रतीकों (चिह्नों) और आलेखों के रूप में प्रस्तुतीकरण।



एक दृष्टिक्षेप

- कोई प्राप्तांक कितनी बार प्राप्त होता है उसकी गणना, बारंबारता कहलाता है।
- जब संख्यात्मक जानकारी को स्तंभों की सहायता से दर्शाया जाता है, तो उसे 'स्तंभालेख' कहते हैं।
- दी गई जानकारी को कलात्मक, सौंदर्यात्मक और आकर्षक पद्धति से प्रस्तुत करना ही सूचनाचित्र (इंफोग्राफिक्स) कहलाता है।

इतिहास के संदर्भ में

वैज्ञानिक जब अंतरिक्ष के ग्रहों और तारों की जानकारी देते हैं तब वे अधिकांशतः सूचनाचित्र का उपयोग करते हैं। प्राचीन काल में लोग दीवारों और गुफाओं में चित्र बनाकर जानकारी दिया करते थे। वही आगे चलकर चित्र-लेख का आधार बना। दुनिया का पहला सूचनाचित्र 1786 में स्कॉटलैंड के विलियम प्लेकेयर ने तैयार किया था। पहली बार स्तंभालेख में अर्थशास्त्र से जुड़ी जानकारी दिखाई गई थी।

प्रकल्प

- समाचारपत्रों या पत्रिकाओं से विभिन्न प्रकार की जानकारी दर्शाने वाले स्तंभालेख और चित्र-लेखों का संग्रह करके, उन्हें पढ़ो और आलेख पर आधारित प्रश्न तैयार करो।



स्वाध्याय 18

(1) पुणे से मुंबई तक विभिन्न परिवहन साधनों से यात्रा करने में लगने वाला समय निम्नलिखित है।

परिवहन का साधन	कार	बस	रेलवे	विमान
लगने वाला समय (घंटों में)	4	5	3	1

उपरोक्त जानकारी के आधार पर स्तंभालेख खींचो।



- (2) एक आश्रम के 20 लोगों द्वारा प्रतिदिन आश्रम के लिए दिया गया समय (मिनटों में) दिया गया है।
25, 30, 40, 20, 15, 35, 45, 50, 25, 30, 60, 55, 20, 15, 40, 35, 50, 45, 30, 25
उपरोक्त जानकारी के आधार पर बारंबारता सारिणी तैयार करो।
- (3) एक कक्षा के 30 विद्यार्थियों से प्रश्न पूछा गया, 'आपको विज्ञान सीखना किस पद्धति से पसंद है?'
नीचे दी गई जानकारी के आधार पर स्तंभालेख बनाओ।

सीखने की पद्धति	प्रयोग करके	चित्र/सारिणी देखकर	कहानी/ उदाहरणों द्वारा	प्रश्नोत्तर पद्धति	समूह चर्चा
विद्यार्थियों की संख्या	10	7	5	4	4

- (4) 1 से 50 के बीच आने वाली अभाज्य संख्याओं की बारंबारता सारिणी नीचे दी गई है। सारिणी को पूर्ण करो।

प्राप्तांक	बारंबारता	गणनचिह्न
1 से 10	IIII	4
11 से 20		
21 से 30		
31 से 40		
41 से 50		
		N = 15

- (5) एक सोसायटी के 25 वरिष्ठ नागरिकों से उनके व्यक्तिगत शौक की जानकारी एकत्र की गई है। वह जानकारी निम्नलिखित है;

गाना, खेल, चित्रकला, पढ़ना, खेल, खेल, गाना, पढ़ना, चित्रकला, खेल, गाना, पढ़ना, खेल, खेल, चित्रकला, खेल, गाना, पढ़ना, खेल, खेल, चित्रकला, गाना, पढ़ना, खेल, खेल।

उपरोक्त जानकारी के आधार पर बारंबारता सारिणी तैयार करके, उस जानकारी का स्तंभालेख बनाओ।

- (6) पूजा, उमेश, प्रदीप, माधुरी के पास क्रमशः 3, 1, 4, 5 पोस्ट टिकट हैं। इस जानकारी का चित्र-लेख (इंफोग्राफ) बनाओ।

प्रकल्प

- आपके विद्यालय के गृह-उद्यान में मौजूद पौधों की जानकारी एकत्र करो। उस जानकारी के आधार पर स्तंभालेख बनाने का प्रयास करो।





19 जादुई गणित - 2



1. सर श्रीनिवास रामानुजन



(22/12/1887 - 26/04/1920)

विश्व प्रसिद्ध गणितज्ञ श्रीनिवास रामानुजन का जन्म तत्कालीन मद्रास (चेन्नई) भारत के 'इरोड' नामक स्थान पर हुआ था। उन्होंने संख्या सिद्धांत, गणितीय विश्लेषण और अनंत श्रृंखला पर कार्य किया है। उन्होंने लगभग 4000 प्रमेयों को सिद्ध किया, जिसके कारण वे दुनिया भर में प्रसिद्ध हो गए। रामानुजन का जन्म 22 दिसंबर 1887 को हुआ था। 22 दिसंबर यह दिन 'राष्ट्रीय गणित दिवस' के रूप में मनाया जाता है।

रामानुजन वर्ग

- उनके जन्मदिनांक से बने इस चौकोर बॉक्स की पहली पंक्ति को देखो। अब इसके चार-चार नंबरों के समूहों को जोड़कर देखो।
- क्या आड़ी, खड़ी और तिरछी पंक्ति के अंकों को जोड़ने पर भी उत्तर एक समान आता है?
- क्या तुम अपनी खुद की जन्मतिथि का उपयोग करके इस प्रकार का एक जादुई वर्ग बना सकते हो?
- अंतरजाल की सहायता से इसके बारे में जानकारी खोजो और अपने स्वयं का जादुई वर्ग तैयार करो।

22	12	18	87
88	17	9	25
10	24	89	16
19	86	23	11

2. ब्रह्मा टॉवर (Tower Of Hanoi)

- जैसे कि चित्र में दर्शाया गया है, इस खेल को तुम घर पर भी तैयार कर सकते हो। एक लकड़ी के बोर्ड या मोटे कार्डबोर्ड के टुकड़े पर तीन लकड़ी की डंडियाँ (या बाँस की सीकें या खाली स्केच पेन) खड़ी करो। फिर विभिन्न आकारों की रंगीन लकड़ी या कार्डबोर्ड की डिस्क तैयार करके उन्हें आकार के बढ़ते क्रम में व्यवस्थित करो।



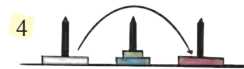
प्रारंभिक स्थिति



अंतिम स्थिति

खेल के नियम:

- 1) एक बार में केवल एक डिस्क उठाकर किसी दूसरे स्तंभ पर रखी जा सकती है।
 - 2) छोटी डिस्क के ऊपर उससे बड़े आकार की डिस्क नहीं रखी जा सकती।
 - 3) स्तंभ क्र. 1 पर रखी सभी डिस्क को उनके क्रम अनुसार स्तंभ क्र. 3 पर ले जाने पर खेल समाप्त हो जाएगा।
- शुरुआत में केवल तीन डिस्क का उपयोग करके यह खेल खेलो। तीन डिस्क को स्तंभ क्र. 1 से स्तंभ क्र. 3 पर ले जाने में कुल कितनी बार चालें चलनी पड़ी, उन्हें गिनो। इसके लिए नीचे दिए गए चित्रों के चरणों का निरीक्षण करो।



इस प्रकार डिस्क (चक्र) की संख्या एक-एक करके बढ़ाते गए और लगी हुई हलचलों को सारिणी में लिखो।

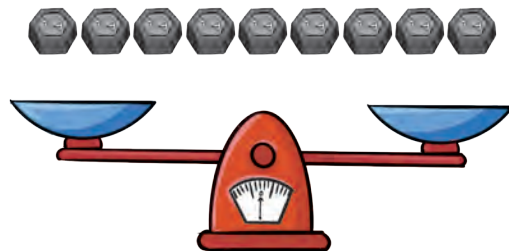
मैं		मेरा मित्र/सखी	
डिस्क की संख्या (n)	हलचलों की संख्या (t)	डिस्क की संख्या (n)	हलचलों की संख्या (t)
3 डिस्क		3 डिस्क	
4 डिस्क		4 डिस्क	
5 डिस्क		5 डिस्क	
6 डिस्क		6 डिस्क	
7 डिस्क		7 डिस्क	

निरीक्षण अंकन :

- डिस्क (चक्रों) की संख्या बढ़ाने पर हर बार कम-से-कम कितनी बार चालें चली गईं, खोजो।
- क्या डिस्क (चक्रों) 'n' और हलचलों 't' के बीच संबंध दर्शाने वाला सूत्र तैयार किया जा सकता है?
- इस खेल के बारे में और अधिक जानकारी प्राप्त करो और कक्षा में चर्चा करो।
- क्या आपको यह खेल पसंद आया? कारण सहित बताओ।

3. कम वजन वाले माप को तराजू का उपयोग करके पहचानो।

- आपके पास नौ एक जैसी दिखने वाली वजन मापने की इकाइयाँ हैं।
- उनमें एक माप वजन में हल्का है।
- इस हल्के माप को पहचानने के लिए आप कितनी बार तराजू का उपयोग करेंगे?



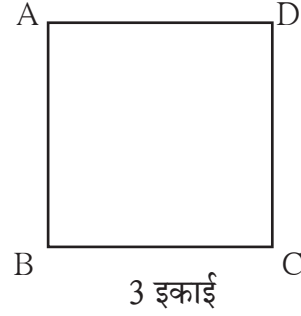
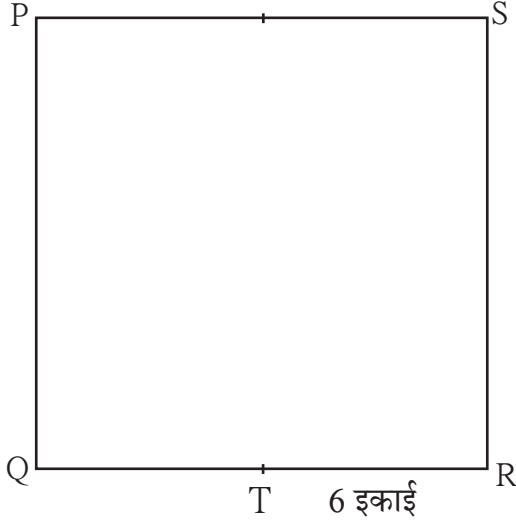
उत्तर:

- दोनों पलड़ों में चार-चार माप रखो।
 - यदि एक पलड़ा ऊपर जाता है तो उस पलड़े के चार मापों में से कोई एक माप वजन में हल्का होगा।
 - अब इन चार मापों में से दो-दो माप दोनों पलड़ों में रखो और यदि उनमें से एक पलड़ा ऊपर जाता है तो उस पलड़े के दो मापों में से कोई एक माप वजन में हल्का होगा।
 - अंत में, इन दो मापों को दो विभिन्न पलड़ों में रखने पर, कम वजन वाले माप का पलड़ा ऊपर चला जाएगा। यहाँ तीन बार तराजू का उपयोग किया गया है।
- यदि तराजू का उपयोग केवल दो बार करना हो तो हल्का माप कैसे खोजोगे? उपाय खोजो और कक्षा में सबके सामने बताओ।
 - क्या तराजू का केवल एक बार उपयोग करके हल्का माप खोजा जा सकता है?

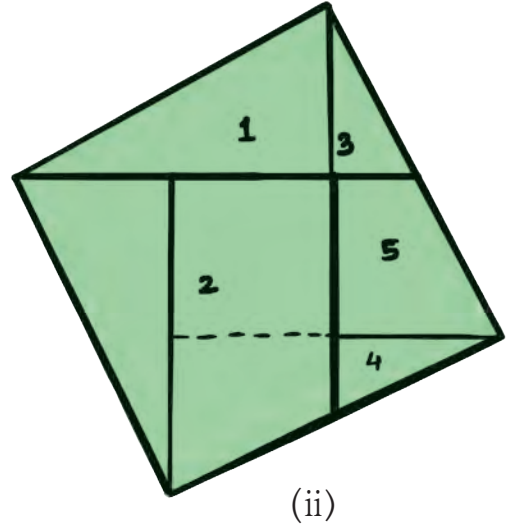
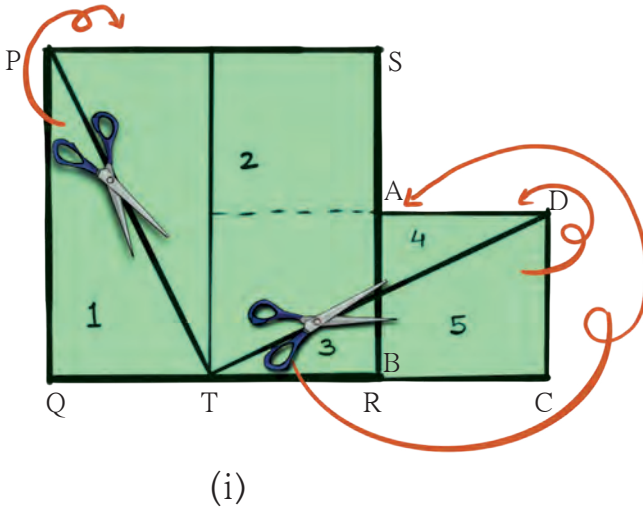
(जादुई गणित 1 के पृष्ठ संख्या 75 पर दी गई युक्ति : आपका मित्र, जिस कार्ड पर वह संख्या है; ऐसा वह प्रत्येक कार्ड की पहली संख्याओं का योग करता है, तो वह योग भी मन में सोची गई संख्या है, इसे इस तरह पहचाना जा सकता है।)



4. वर्ग के क्षेत्रफल का योगफल



1. 6 इकाई भुजावाला एक वर्ग PQRS और 3 इकाई (6 की आधी) भुजावाला एक वर्ग ABCD काटकर रखो। बिंदु T यह भुजा QR का मध्यबिंदु है।
2. दोनों वर्गों को एक दूसरे से सटाकर रखो।
3. बिंदु T से दो रेखाखंड TP और TD खींचो।



4. आकृति में दर्शाए अनुसार TP और TD को काट लो।
5. काटे गए टुकड़ों को आकृति (ii) में दर्शाए गए अनुसार जोड़ो।
6. दो वर्गों को जोड़ने पर एक वर्ग तैयार हुआ है अर्थात दो वर्गों के क्षेत्रफलों का योगफल नये तैयार हुए वर्ग के क्षेत्रफल के बराबर होता है।

इस प्रकार हमारे प्राचीन गणितज्ञ आकृतियों के साथ खेलकर नये-नये सिद्धांत खोजते थे।

प्रश्न:

1. दोनों वर्ग और नये तैयार हुए वर्ग के क्षेत्रफल और परिमिति में क्या संबंध है? खोजो।
2. भुजा BC यह भुजा QR की आधी है? यदि वह आधी न हो तो क्या नया वर्ग तैयार होगा?

उत्तर सूची

1. त्रिविमीय आकार

अभ्यास संग्रह 1.1

1)

सूची स्तंभ/ प्रिज्म	चतुर्भुज		पंचभुज	
आधार के पृष्ठ	चतुर्भुज	चतुर्भुज	पंचभुज	पंचभुज
शीर्षबिंदुओं की संख्या	8	5	10	6
कोरों की संख्या	12	8	15	10
ऊर्ध्वाधर पृष्ठ संख्या	4	4	5	5
तल/ऊपरी पृष्ठ	2	1	2	1

2) वृत्ताकार लंब बेलन, गोला, शंकु, घनाभ ।

स्वाध्याय 1

- 1) i. ब -वृत्ताकार लंब बेलन ii. ड -शंकु
iii. अ - वर्ग
- 2) i. चतुर्भुजाकार सूची स्तंभ ii. गोला
ii. घनाभ/आयताकार लंब बेलन
iv. वृत्ताकार लंब बेलन

2. रेखा और कोण

अभ्यास संग्रह 2.1

- 1) i. जैसे बिंदु D, E, O
ii. जैसे रेखा OE
iii. किरण EB, किरण OA
iv. एकरेखीय बिंदु - D, E, O, B
v. रेखा DE
vi. नैकरेखीय बिंदु-A, O, E

अभ्यास संग्रह 2.2

- 1) E, L, H
- 2) i. न्यून कोण ii. शून्य कोण
iii. सम कोण iv. अधिक कोण
v. सरल कोण vi. प्रतिवर्ती कोण
- 4) i. 2
ii. न्यून कोण, सम कोण, अधिक कोण
iii. शून्य कोण

स्वाध्याय 2

- 1) i. ड -4 ii. ब - न्यून कोण
iii. अ - O iv. अ -रेखा
- 2) i. e ii. a
iii. b iv. c v. d
- 3) i. जैसे किरण DA, किरण EB
ii. रेखा PQ, रेखा CF
iii. जैसे रेखा DE, रेखा CE
iv. किरण EB, किरण EQ, किरण EF, किरण EP
v. अधिक कोण, किरण EB और किरण EQ

3. संख्या जगत में

अभ्यास संग्रह 3.1

- 1) i. उनचास करोड़ अड़तीस लाख,
सड़सठ हजार, पाँच सौ, इक्कीस
ii. अट्ठाइस करोड़, इकतालीस लाख,
सत्तर हजार, छ सौ, उनचास
iii. दो करोड़, सैतीस लाख, पचास हजार,
एक सौ, पैतालीस
iv. छह करोड़, उन्यासी लाख, इक्यासी हजार,
उनचास



- 2) i. < ii. >
iii. = iv. <
3) i. 57,500 ii. 1,38,67,193
4) ₹ 2,56,000, ₹ 82000
5) ₹ 20,75,003

अभ्यास संग्रह 3.2

- 1) i. < ii. <
iii. < iv. <
v. > vi. >
2) i. 11 ii. -9
iii. -5 iv. 8
v. -95 vi. 0
3) i. 133 ii. 8
iii. 185 iv. -320
v. -9 vi. 9

स्वाध्याय 3

- 1) i. क - पूर्णांक ii. ब - <
2) i. गलत ii. सही
iii. गलत iv. गलत
3) 85,93,21,793 87,29,35,104
87,39,27,401 89,51,23,307
6) ₹1,57,64,346, ₹ 19,08,822

4. आकृतिबंध

अभ्यास संग्रह 4.1

- 1) i. 1 ii. 2 iii. 2 iv. 3
2) (2,3) (4,5) (6,7) (10,11) (19,20)
3) 3, 11, 19, 31, 41, 43
4) i. 3, 5 सह अभाज्य संख्या हैं, अंतर 2
ii. 7, 9 सह अभाज्य संख्या नहीं है,
9 अभाज्य संख्या नहीं है।
iii. 11, 13 सह अभाज्य संख्या हैं, अंतर 2

iv. 23, 29 सह अभाज्य नहीं है, अंतर 2 नहीं है।

v. 29, 31 सह अभाज्य है, अंतर 2

vi. 41, 47 सह अभाज्य नहीं है, अंतर 2 नहीं है।

अभ्यास संग्रह 4.2

- 1) 1, 1, 1 2) 8, 9, 10
3) 11, 13, 15 4) 14, 16, 18
5) 28, 36, 45 6) 49, 64, 81
7) 216, 343, 512 8) 34, 55, 89
9) 128, 256, 512 10) 243, 729, 2187

स्वाध्याय 4

- 1) 26, 37
3) 126, 217, 344
4) 1, 3, 6, 10, 15 दसवी संख्या 55
5) त्रिकोणी संख्या श्रृंखला
6) 1, 4, 9, 16, वर्गसंख्या श्रृंखला
7) 2500

5. म.सा.वि. और ल.सा.वि.

अभ्यास संग्रह 5.1

- 1) i. $69 = 2 \times 23$
ii. $27 = 3 \times 3 \times 3$,
iii. $78 = 2 \times 3 \times 13$
iv. $126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7$
2) i. 1, 2, 3, 6, 9, 18
ii. 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56
iii. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20,
24, 30, 40, 60, 120
iv. 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256,
v. 1, 67



अभ्यास संग्रह 5.2

- 1) i. 12 ii. 1 iii. 13
iv. 12 v. 6
2) 3 मीटर 3) 30 मीटर
4) 12 फूल

अभ्यास संग्रह 5.3

- 1) i. 48 ii. 120
iii. 288 iv. 180
v. 180
2) i. 120 ii. 60
iii. 50 iv. 50
v. 12 मिनट vi. 24
vii. 60 मिनट (सुबह 9.00 बजे)

स्वाध्याय 5

- 1) i. ब - 3 ii. अ - 1
2) i. सत्य ii. असत्य
iii. सत्य iv. असत्य
3) i. $91 = 7 \times 13$
ii. $160 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$
iii. 89
4) i. 21 ii. 1 iii. 60
5) i. 176 ii. 49 iii. 48
6) i. 2 ii. 12 iii. 18 इंच
iv. 1) 21 फल 2) 9 बक्से

6. भिन्न

अभ्यास संग्रह 6.1

- 3) i. $\frac{10}{10}$ ii. $\frac{13}{12}$ iii. $\frac{26}{15}$
iv. $\frac{11}{10}$ v. $\frac{3}{3}$ vi. $\frac{6}{35}$
4) $\frac{3}{5}$

निःशुल्क वितरण के लिए

स्वाध्याय 6

- 1) i. $\frac{7}{7}$ ii. $\frac{1}{8}$ iii. $\frac{6}{7}$
iv. $\frac{5}{14}$ v. 0 vi. $\frac{5}{5}$
2) i. $\frac{1}{3}$ ii. $\frac{12}{10}$ iii. $\frac{134}{21}$
iv. $\frac{4}{4}$ v. $\frac{3}{8}$ vi. 2
3) $\frac{2}{5}$ 4) $\frac{1}{20}$
5) $\frac{5}{4}$ 6) नहीं।

7. अनुपात और समानुपात

अभ्यास संग्रह 7.1

- 1) i. $\frac{9}{22}$ ii. $\frac{4}{1}$
iii. $\frac{7}{5}$ iv. $\frac{5}{6}$
2) i. $\frac{3}{1}$ ii. $\frac{4}{15}$
iii. $\frac{9}{5}$ iv. $\frac{5}{11}$
3) i. $\frac{6}{1}$ ii. $\frac{1}{2}$ iii. $\frac{10}{1}$
iv. $\frac{9}{8}$ v. $\frac{3}{1}$
4) अ) $\frac{5}{3}$ ब) $\frac{5}{8}$ क) $\frac{3}{8}$

अभ्यास संग्रह 7.2

- 1) ₹5695 2) 420 कि.मी.

स्वाध्याय 7

- 1) i. अ ii. ड iii. क
2) i. $\frac{3}{2}$ ii. $\frac{4}{9}$ iii. $\frac{1}{3}$



4) $\frac{2}{5}$

5) $\frac{4}{3}$

6) यशोदा नर्सरी

7) 8 किलोग्राम

8. त्रिभुज और चतुर्भुज

अभ्यास संग्रह 8.1

त्रिभुजों के नाम	शीर्षबिंदु	भुजा	कोण
$\triangle ABC$	बिंदु – A, B, C	भुजा AB, भुजा BC, भुजा AC	$\angle ABC$, $\angle BAC$, $\angle ACB$
$\triangle LMN$	बिंदु – L, M, N	भुजा LM, भुजा MN, भुजा LN	$\angle LMN$, $\angle MNL$, $\angle NLM$
$\triangle XYZ$	बिंदु – X, Y, Z	भुजा XY, भुजा YZ, भुजा XZ	$\angle XYZ$, $\angle YZX$, $\angle YXZ$

2) $\triangle ADE$, $\triangle DEF$, $\triangle DFB$, $\triangle DEB$, $\triangle ABE$, $\triangle FBC$, $\triangle CDE$, $\triangle EFC$, $\triangle CDA$

3) i. $\triangle PQR$ ii. बिंदु – P, Q, R, F, E
iii. बिंदु – A, B, C iv. बिंदु – G, D
v. बिंदु – P, Q, R, E, A, B, C, F

अभ्यास संग्रह 8.2

- 1) i. समबाहु त्रिभुज
ii. समद्विबाहु त्रिभुज
iii. विषमबाहु त्रिभुज
- 2) i. न्यून कोण त्रिभुज
ii. समद्विबाहु त्रिभुज
iii. सम कोण त्रिभुज
iv. अधिक कोण त्रिभुज
v. समबाहु त्रिभुज
vi. विषमबाहु त्रिभुज

अभ्यास संग्रह 8.3

- 1) i. भुजा WZ
ii. भुजा XY और भुजा WZ
iii. $\angle Y$
iv. $\angle Y$ और $\angle W$
v. विकर्ण XZ और विकर्ण YW
- 2) $\angle P$ और $\angle R$; $\angle Q$ और $\angle S$

स्वाध्याय 8

- 1) i. समबाहु ii. समद्विबाहु iii. 90
iv. विकर्ण v. MN/ LO
- 2) i. असत्य ii. सत्य iii. असत्य
- 3) i. $\square XWVU$, $\square XUVW$, $\square WVUX$, $\square WXUV$, $\square VUXW$, $\square VWXU$, $\square UXWV$, $\square UVWX$
ii. (UV, XW) (XU, WV)
iii. UV और UX, VU और VW, WV और WX, XU और XW
iv. विकर्ण WU, विकर्ण VX
v. $\angle U$ और $\angle W$, $\angle V$ और $\angle X$
vi. $\angle U$ और $\angle X$, $\angle W$ और $\angle X$, $\angle W$ और $\angle V$, $\angle U$ और $\angle V$
- 4) 3, 6, 10, 10 5) 150

9. समीकरण

अभ्यास संग्रह 9.1

- 2) i. 15 ii. 14 iii. 110
iv. 6 v. 10

अभ्यास संग्रह 9.2

- 1) i. = ii. $\neq$ iii. =
2) i. 12 ii. 2 iii. 31



अभ्यास संग्रह 9.3

- 1) i. $x + 9$ ii. $p \div 8$
 iii. $n \times 0$ iv. $a - 12$
 v. $y \times 4$ vi. $k \times 1$
 2) i. $P = S - C$ iii. $L = C - S$

अभ्यास संग्रह 9.4

- 1) i. $4a = 24$ ii. $37 - b = 12$
 iii. $y - 8 = 15$ iv. $\frac{p}{7} = 4$
 2) i. $x = 2$ ii. $p = 3$
 iii. $y = 32$ iv. $m = 3$
 3) i. $x = 4$ ii. $x = 17$
 iii. $p = 9$ iv. $k = 72$
 5) i. 114 ii. 82

स्वाध्याय 9

- 1) i. ब ii. अ iii. ब
 iv. ड v. क vi. ब
 2) i. 5 ii. 11 iii. 16
 3) i. 15 ii. 8 iii. 4
 4) i. 13 ii. 8 iii. 49
 iv. 13
 5) 6
 6) आशा की आयु 16 वर्ष,
 दीपाली की आयु 11 वर्ष
 7) 910 8) 111

11. दशमलव भिन्न

अभ्यास संग्रह 11.1

- 1) i. 0.16 ii. 0.275
 iii. 0.06 iv. 2.69
 v. 0.015 vi. 23.5
 vii. 0.007 viii. 6.3
 2) i. 0.2 ii. 0.08

iii. 0.01 iv. 0.4

v. 6

- 3) i. $0.2 < 0.4$ ii. $70.08 < 70.4$
 iii. $6.6 > 6.58$
 iv. $7.4 > 7.35$
 v. $0.76 < 0.8$

4)

बढ़ता क्रम	घटता क्रम
i. 8.09, 8.59, 8.6, 8.8	i. 8.8, 8.6, 8.59, 8.09
ii. 7.66, 7.8, 8.06, 8.68	ii. 8.68, 8.06, 7.8, 7.66

अभ्यास संग्रह 11.2

- 1) i. 27.91 ii. 17.09
 iii. 9.36 iv. 21.14
 2) i. 0.52 ii. 1.34
 iii. 3.12 iv. 0.8
 v. 2.3 vi. 3.63
 3) i. $\frac{9}{10}$ ii. $\frac{7}{100}$
 iii. $\frac{191}{1000}$ iv. $\frac{49}{1000}$
 v. $\frac{436}{100}$ vi. $\frac{15}{1000}$
 vii. $\frac{456}{100}$ viii. $\frac{584}{100}$

स्वाध्याय 11

- 1) i. $\frac{8}{10}$ ii. 15 iii. 7
 iv. 0.8 v. 0.5
 2) i. $\frac{1}{5}$ ii. $\frac{31}{50}$
 iii. $\frac{121}{200}$ iv. $\frac{17}{1000}$
 v. $\frac{293}{50}$



- 3) i. 36.21 ii. 10.211
 iii. 23.03 iv. 16.5
 v. 2.65 vi. 2.11
- 4) 200, 40, 6, 0.1, 0.03, 0.005
- 5) 6.07 किमी

12. लाभ-हानि

अभ्यास संग्रह 12.1

- 1) i) लाभ ₹ 70 ii) हानि ₹ 175
 iii) हानि ₹ 190 iv) लाभ ₹ 71
- 2) ₹ 750
- 3) लाभ ₹ 96
- 4) i. ₹ 20,000 ii. ₹ 26,500
 iii. ₹ 6500
 iv. ₹ 1500 v. ₹ 5000
 vi. ₹ 500

अभ्यास संग्रह 12.2

- 1) लाभ ₹ 49,000
- 2) ₹ 4300
- 3) ₹ 910
- 4) लाभ ₹ 520

स्वाध्याय 12

- 1) i. क ii. ब
- 2) i. 61 ii. 3917
 iii. 15
- 3) i. हानि ₹ 630 ii. ₹ 1610
 iii. लाभ ₹ 826
- 4) लाभ ₹ 596
- 5) i. ₹ 88,808 ii. ₹ 1,03,173
 iii. ₹ 14,365

13. प्रतिशत

अभ्यास संग्रह 13.1

- 1) i. 71% ii. 45%
 iii. 186% iv. 19%
- 3) i. $\frac{16}{25}$ ii. $\frac{91}{100}$
 iii. $\frac{7}{4}$ iv. $\frac{1}{6}$
 v. 1
- 4) i. 40% ii. 37.5%
 iii. 125% iv. 6.25%
 v. 92%

अभ्यास संग्रह 13.2

- 1) i. 100 ii. 24.79
 iii. 375 iv. 1044
- 2) i. 40% ii. 50%
 iii. 25% iv. 20%
 v. 86%
- 3) i. 96% ii. 4 %
- 4) ₹ 2,47,500
- 5) 14,625 वर्ग मीटर
- 6) ₹ 300

स्वाध्याय 13

- 1) i. ब ii. ड
- 2) i. > ii. =
 iii. = iv. <
- 3) 25%
- 4) i. 13300 ii. 95%
 iii. 5%
- 5) 32%
- 6) 7830



15. परिमिति और क्षेत्रफल

अभ्यास संग्रह 15.1

- (1) 60 मीटर (2) 15 सेंमी
(3) 21 सेंमी (4) 4 सेंमी
(5) 8 मीटर
(6) अ) 9 सेंमी
ब) आयत की लंबाई, चौड़ाई का योगफल 18 सेंमी है।
(7) 28 सेंमी

अभ्यास संग्रह 15.2

- 1) i) 20 वर्ग सेंमी ii) 14 वर्ग मीटर
2) i) 22 सेंमी; 24 वर्ग सेंमी
ii) 11 मी; 7 वर्ग मीटर
iii) 19 मी; 21 वर्ग मीटर
iv) 29.6 सेंमी; 50.35 वर्ग सेंमी
3) i) 40 सेंमी; 100 वर्ग सेंमी
ii) 56 मी; 196 वर्ग मीटर
iii) 22 मी; 30.25 वर्ग मीटर
4) 200 वृक्ष

स्वाध्याय 15

- 1) i) ड ii) ब
iii) क
2) i) 24 मीटर
ii) 18.5 सेंमी
3) i) 54 वर्ग मीटर
ii) 51 वर्ग मीटर
iii) सबसे कम क्षेत्रफल : 17 मीटर 3 मीटर
सबसे अधिक क्षेत्रफल : 14 मीटर 4 मीटर
4) 9 वर्ग सेंमी
6) i) बाल्कनी बेडरूम क्षेत्रफल = 75 वर्ग फीट
बेडरूम क्षेत्रफल = 225 वर्ग फीट

पार्किंग क्षेत्रफल = 180 वर्ग फीट
किचन क्षेत्रफल = 240 वर्ग फीट
बगीचा क्षेत्रफल = 105 वर्ग फीट

ii) 1225 वर्ग फीट

- 7) i) 840 मीटर
ii) 800 मीटर
iii) अंजू से

16. बौधायन – पाइथागोरस प्रमेय

अभ्यास संग्रह 16.1

- 1) i) $l(LN) = 15$ इकाई
ii) $l(DF) = 17$ इकाई
2) 15 मीटर
3) 28 फीट

अभ्यास संग्रह 16.2

- 1) iii) 15, 20, 25
2) i) है।
ii) नहीं है।
iii) है।

स्वाध्याय 16

- 1) i) क ii) अ
iii) क
2) भुजा PR की लंबाई = 50 इकाई
3) (6, 8, 10) संख्या समूह बौधायन-
पाइथागोरस त्रिक है।
4) त्रिक जैसे (3, 4, 5); (5, 12, 13);
(8, 15, 17); (7, 24, 25) आदि।



17. बैंक एवं साधारण ब्याज

अभ्यास संग्रह 17.1

- 1) 1) ₹ 6180 2) ₹ 12500
3) ₹ 4260
2) ₹ 8640

स्वाध्याय 17

- 1) i) क ii) ड
2) ब्याज = ₹ 2800
3) ब्याज = ₹ 2902.80
4) ₹ 20515
5) ₹ 62440
6) ₹ 14,300

18 . जानकारी का प्रस्तुतीकरण

अभ्यास संग्रह 18.2

- 1) X अक्ष - पौधों के प्रकार
Y अक्ष - पौधों की संख्या
ii) मोगरा, जाई, गुड़हल, गुलदाउदी
iii) गुलदाउदी
iv) 40 से
v) 240

आवश्यक सूचना

प्रिय विद्यार्थी मित्रो और सहेलियो,

यदि तुम्हें कोई अयोग्य ढंग से स्पर्श करता है और तुम असमंजस या असहज अनुभव करते हो तो तुम कदापि चुप मत रहो। ऐसी घटना होने पर तुम्हें निम्न बातें करना आवश्यक है।

- १) स्वयं को दोष मत दो।
- २) जिन लोगों पर तुम्हें विश्वास है; उनसे घटित घटना के बारे में बताओ।
- ३) तुम पॉक्सो ई-बॉक्स के माध्यम से तुम्हारे अधिकारों की रक्षा हेतु स्थापित राष्ट्रीय आयोग को भी सूचित कर सकते हो।

जब कोई तुम्हें अनुचित/अयोग्य ढंग से छूता है/स्पर्श करता है तब तुम्हें बुरा लग सकता है। तुम परेशान और भ्रमित हो सकते हो। तुम स्वयं को असहाय महसूस कर सकते हो परंतु तुम्हें 'बुरा' लगने का कोई कारण नहीं होना चाहिए क्योंकि ऐसी घटना में तुम्हारा कोई दोष नहीं होता है।



इस बटन को दबाओ।

POCSO यह e-box ncpcr@gov.in इस वेबसाइट पर उपलब्ध है।

यदि तुम्हारी आयु १८ वर्ष से कम है और तुम्हें किसी ने सताया है/ तंग किया है और तुम कुछ समझ नहीं पा रहे हो, चिंतित अथवा तनावग्रस्त महसूस कर रहे हो अथवा इस प्रकार की परेशानी अनुभव करने वाले किसी लड़का/लड़की को जानते हो तो तुम १०९८ (दस नौ आठ) पर संपर्क करो। ऐसा करने से तुम्हारा और तुम्हारे मित्रों/सहेलियों का जीवन बदल सकता है।



चाइल्ड लाइन १०९८ (दस नौ आठ) : यह २४ घंटे टोल फ्री राष्ट्रीय आपातकालीन फोन सेवा है। महिला एवं बालविकास मंत्रालय द्वारा पीड़ित लड़कों/लड़कियों के लिए यह उपक्रम चाइल्ड लाइन फाउंडेशन ने प्रारंभ किया है।



नए समाज की ओर
Towards a new dawn

विद्यार्थियों को उनके आयुगट के अनुसार अच्छा स्पर्श और बुरा स्पर्श पहचानने के लिए शारीरिक एवं भावनिक दृष्टि से मार्गदर्शन करें।



महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिति तथा
अभ्यासक्रम संशोधन मंडल, पुणे.

गणित इयत्ता सहावी (हिंदी माध्यम) (निःशुल्क वितरण के लिए)



समग्र शिक्षा
Samagra Shiksha